وزارة التعليم العالي والبحث العلمي

جامعة الجزائر 3

كلية العلوم الاقتصادية، العلوم التجارية و علوم التسيير

محاضرات في مقياس الاحصاء1

مطبوعة موجهة لطلبة الجذع المشترك **LMD** علوم اقتصادية, علوم تجارية و علوم التسيير

من اعداد:

د .طالبي فتيحة

أستاذة محاضرة قسم "ب"

قسم العلوم التجارية

السنة الجامعية : 2020-2021

الفهرس

الفصل الثالث: العرض البياني للبيانات الإحصائية

الفصل الرابع: مقاييس النزعة المركزية.

الفصل الخامس: مقاييس التشتت

الفصل السادس: مقاييس الشكل

مقدمة:

منذ خلق الإنسان وهو يحاول فهم الظواهر المحيطة به في مجالات العلوم المختلفة واستنتاج خصائصها العامة ومحاولة اتخاذ القرارات المناسبة ، حيث بدء ذلك اعتمادا على الفطرة وقوة الحدس والخبرة، ولكن نظرا لتشعب العلوم وكثرة معطياتها استنتج أن هذا الأسلوب لايمكن الاعتماد عليه وحده لذا فكر في طريقة أخرى ومنهج أخر لاستخدامه في تدعيم استنتاجاته حول المعطيات التي تم الحصول عليها من الظواهر المختلفة , هذا الأسلوب هو ما يقدمه علم الإحصاء.

علم الإحصاء بالأهمية التي يكتسيها حظي بالاهتمام العلمي والأكاديمي على مستوى المعاهد والجامعات في مختلف أنحاء العالم وجميع التخصصات تقريبا، ويبرز علم الإحصاء الوصفي كأوّل مدخل لعلم الإحصاء بصفة عامة، ويتم تدريسه للطلبة نظرا لاعتماده على مداخل أولية تتعلق بطريقة وصف الظواهر الاقتصادية والاجتماعية والطبيعية وغيرها بأساليب رقمية وصفية في شكل أرقام ورسومات بيانية وجداول توضيحية.

تتعلق هذه المطبوعة بمقياس الإحصاء 1 و هي موجهة بالخصوص لطلبة السنة الأولى جدع مشترك L MD علوم اقتصادية وعلوم تجارية و علوم التسيير .نهدف من خلالها تمكين الطلبة من الإلمام بمبادئ و أدوات الإحصاء الوصفي تحديدا .تتبع مادة الإحصاء 1 وحدة التعليم(المنهجية)بمعامل 2 و رصيد4 .

سعينا إلى تقديم ما هو مقرر دراسته في مقياس الإحصاء 1 لطلبة العلوم الاقتصادية، لذلك قمنا بتقسيم محتوى هذه المطبوعة إلى ستة فصول، يتضمن الفصل الأول المفاهيم الأساسية لعلم الإحصاء، ويتناول الفصل الثاني عرض البيانات وتلخيصها وتقديمها في جداول تكرارية ,الفصل الثالث كيفية عرض البيانات وتلخيصها وتقديمها في تمثيلات بيانية، فيما خصصنا الفصل الرابع إلى مقاييس النزعة المركزية، في حين يتعرض الفصل الخامس إلى مقاييس التشتت يليه الفصل السادس الذي يتناول مقاييس الشكل.

.

الفصل الأول

مفاهيم عامة في علم إحصاء

تمهيد :

إن اصطلاح إحصاء يعني الجمع أو العد ، نقول أحصي الشيء إذا عده كله و جاء في سورة إبراهيم الآية 34''و آتاكم من كل ما سألتموه و إن تعدو نعمت الله ال تحصوها إن الإنسان لظلوم كفار '' وتكررت في سورة النحل الآية 18 '' و إن تعدو نعمت الله ال تحصوها إن الله لغفور رحيم'' أما كلمة STASTISTICSا فهي مشتقة من كلمة الدولة STATE حيث دخلت قاموس اللغة الانجليزية في القرن الثامن عشر، وتعني مجموعة أو أكثر من البيانات العددية عن السكان و الضرائب و الثروة و الصادرات و الواردات و الإنتاج الزراعي و الصناعي و غيرها من المجالات التي تهم رجال الدولة ومع تطور الرياضيات في القرن الثامن عشر و ظهور بعض النظريات العلمية الهامة كنظرية الاحتمالات التي كان لها الدور الكبير في تطور هذا العلم و اكتسابه أهمية كبرى بحيث أصبح علما مستقلا وانتشر استخدامه في فروع العلم الحديث كالهندسة و الطب ....الخ

1- مفهوم الإحصاء :

الإحصاء هو مجموعة الطرق الممكنة من جمع المعلومات حول الحوادث ومعالجتها، بغية دراستها دراسة رقمية بهدف إيجاد العلاقات التي تربط بينها، والتوقع بمستقبلها. ويعرف الإحصاء على انه العلم الذي يهدف إلى جمع كم هائل من الوقائع أو الإحداث والتنسيق فيما بينها، بطريقة تمكن من الحصول على علاقات رقمية بعيدة عن الصدفة. كما يعرف الإحصاء بأنه ذلك العلم الذي يهتم بجمع المشاهدات حول ظاهرة ما و تنظيمها و تلخيصها و تحليلها و تفسيرها لهدف الوصول إلى النتائج اللازمة لزيادة المعرفة أو اتخاذ القرارات المناسبة وتعميمها وتحليلها وتفسيرها[1]. كما يعرف الإحصاء بأنه العلم الذي يدرس مختلف طرق ووسائل جمع البيانات الكمية عن مختلف الظواهر الاقتصادية والاجتماعية وغيرها، وترتيب هذه البيانات وتبويبها وتحليلها وتفسيرها وتقديمها بأشكال وصور ملائمة بهدف تسهيل اتخاذ القرار على أساس سليم[2].

حسب هذه التعاريف فإن الإحصاء يتلخص في المراحل الخمس التالية:

1- **الجمع** : تمثل هذه الخطوة الأساس للتحليل الإحصائي، فإذا كانت البيانات غير صحيحة فإن الاستنتاجات و القرارات المبنية عليها غير دقيقة.

2- **التنظيم أو التبويب** : يقصد بها تلخيص البيانات في جداول توزيعات تكرارية.

3- **التقديم** : و يعني التمثيل البياني للمشاهدات.

4- **التحليل** : و يعني حساب المقاييس الإحصائية :مقاييس النزعة المركزية، مقاييس التشتت مقاييس الشكل.

---

[1] إبراهيم مراد الدعمة ومازن حسن الباشا " :أساسيات في علم الإحصاء مع تطبيقات دار المناهج للنشر والتوزيع، الأردن، الطبعة الأولى ،SPSS"، 2013 ص16 .

[2] محمد راتول " :الإحصاء الوصفي"، ديوان المطبوعات الجامعية، الجزائر الطبعة الثانية 2006 ، ص07 .

5- **التفسير** : و يعني استخلاص النتائج و التحقق منها و استخدامها في اتخاذ القرارات آو في التنبؤ بمستقبل الظاهرة المدروسة.

2- الإحصاء الوصفي و الإحصاء الاستدلالي:

الإحصاء الوصفي يستخدم لوصف البيانات الإحصائية بتنظيمها و تلخيصها و عرضها[3] بطريقة و واضحة في جداول آو أشكال بيانية، أما الإحصاء الاستدلالي فهو عبارة عن الحصول على استنتاج لخصائص مجتمع من خصائص عينة عشوائية مختارة من هذا المجتمع. و ينقسم الإحصاء الاستدلالي إلى قسمين: الأول يشير للطرق المختلفة لتقدير معالم المجتمع :التقدير النقطي، و التقدير بمجال الثقة و يسمى التقدير الإحصائي و يشير الثاني إلى اختبار الفروض الإحصائية التي توضع حول معالم المجتمع.

3- مصادر جمع البيانات:

تقسم مصادر جمع البيانات إلى نوعين:

- **مصادر أولية:** تجمع البيانات في هذه الحالة لأغراض بحثية تستعمل بعض الأساليب العلمية كالأستبانة و المقابلة والتجارب العلمية المخبرية و الميدانية.
- **مصادر تاريخية:** تشمل البيانات التي جمعت في السابق من طرف هيئات متخصصة كالديوان الوطني للإحصاء، و مصالح الإحصاء في المؤسسات و الهيئات الحكومية من بنوك، غرف الصناعة و التجارة و غيرها....

4- طرق جمع البيانات:

- **طريقة المسح الشامل** : وتسمى أيضا الحصر الشامل، ويتم جمع البيانات من جميع أفر ا د المجتمع دون استثناء، وكمثال اذا اردنا معرفة مستوى التلاميذ في مادة الرياضيات في مدرسة معينة فإننا نقوم برصد علامات جميع التلاميذ في مادة الرياضيات، ومن عيوب هذه الطريقة أنها مكلفة ماديا و تحتاج إلى امكانيات بشرية كبيرة بالإضافة إلى الوقت، وعادة يتم اجر ا ء المسوحات على فتر ا ت متباعدة نسبيا على غر ا ر التعدا د السكاني الذي يتم كل 10 سنوا ت.
- **طريقة مسح العينة** : وفيها يتم اختيار جزء من المجتمع بشرط أنه يحمل نفس الخصائص المجتمع، من أجل اجر ا ء الدر ا سة عليه ليتم تعميم النتائج المتوصل إليها على المجتمع ككل، وكلما كانت العينة المختارة بطريقة صحيحة وممثلة للمجتمع كلما كانت النتائج المتحصل عليها ذات مصداقية، ومن أهم

[3] مصطفى يوسف كافي وآخرون " :الإحصاء في الإدارة والاقتصاد"، مكتبة المجتمع العربي، الأردن، الطبعة الأولى 2012 ، ص15

مز ا يا هذه الطريقة:

- فير التكاليف والوقت والجهد .
- الحصول على ا لنتائج في وقت قصير بالمقارنة مع الوقت في حالة المسح الشامل .
- قلة الأخطاء البشرية مما يزيد من دقة النتائج المتحصل عليها .
- في بعض الحالا ت من المستحيل تطبيق المسوحات الشاملة، خصوصا في حالات المجتمعات اللانهائية كالاسماك او الحشر ا ت، وكذلك الحالات التي تؤدي إلى تكاليف ضخمة، مما يستوجب استخدام طريقة العينات.

5-المصطلحات الإحصائية :

5-1- المجتمع(Population)

مجموعة من العناصر أو المشاهدات أو الأشخاص أو الشركات ، لها خاصية مشتركة: مثل سكان الجزائر، شركات البترول العاملة بالجنوب، طلاب جامعة .كل عنصر من عناصر المجتمع يسمى فرد أو وحدة إحصائية.

5-2- الوحدة الإحصائية:(Unité Statistique)

هي العنصر أو الجزء الذي تجرى عليه الدراسة الإحصائية ، ويشترط في الوحدة أن تكون خاضعة لتعريف دقيق وواضح[4].

5- 3- العينة: (Echantillon)

هي مجموعة جزئية من مفردات المجتمع الإحصائي، وقد جرت العادة على اختيار مفرداتها بحيث يكون لكل مفردة من مفردات المجتمع نفس الفرصة بأن تكون ضمن مفردات العينة، وذلكحتى تمثل المجتمع أحسن تمثيل، ويختلف حجم العينة حسب أهمية الدراسة وحسب الإمكانيات المادية والبشرية.

تقسم العينات بشكل عام إلى عينات احتمالية وعينات غير احتمالية:

1- العينات الاحتمالية:

- العينة العشوائية البسيطة: تسحب في حالة تجانس المجتمع المدروس، حيث احتمال اختيار أي مفردة من مفردات المجتمع متساوية.

[4]عبد الرزاق عزوز " :الكامل في الإحصاء" ، الجزء الأول، ديوان المطبوعات الجامعية، الجزائر، 2010 ، ص15

- العينة العشوائية الطبقية: تسحب في حالة المجتمع الغير متجانس حيث يقسم المجتمع المدروس إلى مجتمعات جزئية تسمى طبقات كل طبقة متجانسة في داخلها و مختلفة فيما بينها، ويتم السحب حسب إحدى الطرق:التخصيص المتساوي، التخصيص المتناسب، تخصيص نيمان، التخصيص الأمثل.
- العينة العشوائية المنتظمة: يتم في هذه الحالة اختيار الوحدة الأولى بطريقة عشوائية و على ضوء هذا الاختيار يتم اختيار بقية الوحدات حسب فترة المعاينة.
- العينة العشوائية متعددة المراحل: تشير هذه الطريقة في المعاينة إلى أكثر من مرحلة في اختيار الوحدات ، فإذا تم الاختيار على مرحلتين فان العينة تكون ثنائية المراحل مثال لدينا 5 معامل الطوب الأحمر) (الياجور)فكل معمل عدد معين من العمال يفوق خمسة عشرة عامل و أراد باحث دراسة الوضع الصحي للعمال فانه يمكن اختيار 10 عمال، باختيار معملين في المرحلة الأولى ثم اختيار 10 عمال من المعملين المختارين في المرحلة الثانية.
- العينة العشوائية العنقودية: وهي تختلف عن المعاينة الطبقية في مبدأ العناقيد الذي يحدد أن تكون العناقيد متباينة في داخلها متجانسة فيما بينها أي عكس العينة الطبقية.. نفس المثال في العينة الطبقية لكن هنا يكون شكل السوق بدون أقسام أي جميع الملابس توجد في محل واحد به الأطفال، الصبيان، الرجال النساء، وهذا ما نعني به متباينة في داخلها. أما متجانسة فيما بينها كأن تكون هنالك عدة أسواق بهذا الشكل. وبالتالي يمكنك أن تأخذ جميع أغراضك من محل واحد. وهذا ما يحدث في حالة العينة العنقودية عنقود واحد تجد فيه جميع أفراد المجتمع ولا تحتاج أن تذهب لكل العناقيد أي يمكنك الاستغناء عن البقية لأنها تحمل نفس الخصائص وهذا لا يحدث في العينة الطبقية حيث تقسم الطبقات على أساس خاصية واحدة محددة لا تتوفر في الطبقات الأخرى لذا لا بد عليك المرور على كل الطبقات (الأقسام) لتجد كل ما تحتاج إليه ولا تستطيع أن تستغني عن أي طبقة أو قسم.

2– العينات غير الاحتمالية:

في هذه الحالة يكون احتمال اختيار مفردة من المجتمع غير معلوم، ويعتمد اختيار العينة غير الاحتمالية على التقدير الشخصي و منها:

- العينة المريحة: يلجأ الباحثون إلى هذه الطريقة للحصول على اكبر عدد من الاستبيانات المكتملة و بشكل سريع و اقتصادي، فمثال عند دراسة المؤسسات الصغيرة و مدى مساهمتها في حل مشكل البطالة يقوم الباحث باختيار مفردات العينة من المدينة أو الحي الذي التي يسكن فيها.
- العينة الفرضية: أن يختار الباحث الحالات التي تصادفه، فإذا أراد أن يدرس الصعوبات التي تواجه طالب كلية الاقتصاد و التسيير والعلوم التجارية فانه يختار الطالب اللذين يدرسهم و يطبق عليهم استبان

- عينة الحصص: هي عينة طبقية غير احتمالية، يحاول الباحث أن يحصل على عينة تمثل الحصص أو الفئات المختلفة و بالنسبة التي يوجدون عليها في المجتمع.

5-4- الميزة أو الخاصية:(Caractère)

هي الميزات التي يتميز بها أفراد المجتمع، لو أخدنا مثال مجتمع طلاب الجامعة فإن كل طالب يتميز بطول ووزن و عمر و لون العينين وجنس و درجة التفوق ...الخ نلاحظ أن هذه الصفات منها القابل للقياس كالطول و الوزن (ميزات كمية) و منها الغير قبل للقياس كلون العينين و الجنس (ميزات كيفية).

5-5- المتغيرات: (Variables)

هي المقادير و الصفات التي تقاس بها الميزات الإحصائية لأفراد المجتمع و تنقسم المتغيرات حسب طبيعة الميزة الإحصائية المدروسة إلى قسمين متغيرات كمية و متغيرات نوعية:

المتغيرات الكيفية: هي الصفات التي يمكن أن تتصف بها الميزة الإحصائية، فمثال خاصية الجنس (ذكور و إناث)، تخصص الطالب في الجامعة (اقتصاد، تسيير، تجارة.....) , هي تلك المتغيرات أو الظواهر التي لا يمكن قياسها عدديا بل قياس تكرارها فقط[5] وتنقسم بدورها إلى:

- **بيانات نوعية قابلة للترتيب** :يمكن ترتيبها حسب رتبة معينة تصاعديا أو تنازليا مثل :مستويات النمو الاقتصادي، المستوى التعليمي، الرتب العسكرية، تقديرات النجاح وغيرها.
- **بيانات نوعية غير قابلة للترتيب** :مثل :الجنسية، أنواع الأمراض، الحالة العائلية وغيرها.

المتغيرات الكمية: هي تلك المتغيرات التي يمكن التعبير عنها عدديا بأرقام حقيقية وقياسها رقميا وهي أكثر المتغيرات انتشارا واستعمالا لأن لغة الإحصاء هي لغة الأرقام مثال على ذلك :الإنتاج، الاستهلاك، الوزن، الطول، الاستثمار وغيرها وتنقسم بدورها إلى قسمين[6] :

- **المتغيرات الكمية المتقطعة:** هي أعداد غير قابلة للتجزئة(0 . 1 . 2 . 3 . 4 ....) تستخدم لقياس الخواص الإحصائية المتقطعة مثل عدد الأولاد في الأسر، عدد المواليد اليومي في مستشفى الوالدة ...الخ
- **المتغيرات الكمية المستمرة:** هي أعداد قابلة للتجزئة يمكن أن تشمل مجال من حده الأدنى إلى حده الأعلى، كأن نقول أن طول الطلبة يتراوح بين 1.50م و 1.75م.

---

[5] وليد إسماعيل السيفو وآخرون " :أساسيات الأساليب الإحصائية للأعمال"، زمزم ناشرون وموزعون، الأردن، الطبعة الأولى 2010 ، ص29.

[6] جيلالي جلاطو " :الإحصاء مع تمارين ومسائل محلولة"، ديوان المطبوعات الجامعية، الجزائر، طبعة 2002 ، 07ص.

تمارين محلولة:

التمرين الأول:

قام بنك القرض الشعبي الجزائري بإجراء دراسة إحصائية بغرض التعرف على مدى رضا الزبائن المتعاملين معه حول جودة الخدمات الإلكترونية المقدمة من طرف البنك.

1. ماهو الهدف العام من الدراسة؟
2. ماهي الوحدة الإحصائية والمجتمع الإحصائي في هذه الدراسة؟
3. ماهو المتغير الإحصائي المدروس؟ أذكر نوعه؟
4. ماهو الأسلوب المستخدم وماهي المصادر المعتمدة لجمع البيانات في مثل هذه الدراسة؟ علل ذلك؟.

حل التمرين الأول:

1. **الهدف العام من الدراسة:** معرفة مدى رضا الزبائن المتعاملين معه حول جودة الخدمات الإلكترونية المقدمة من طرف البنك.
2. **الوحدة الإحصائية والمجتمع الإحصائي:**
   - الوحدة الإحصائية: الزبون المتعامل مع بنك القرض الشعبي الجزائري.
   - المجتمع الإحصائي: الزبائن المتعاملين مع بنك القرض الشعبي الجزائري.
3. **المتغير الإحصائي ونوعه:**

رضا الزبون حول جودة الخدمات الإلكترونية، نوعه: كيفي قابل للترتيب.

4. **أسلوب الدراسة ومصادر جمع البيانات:**

- أسلوب الدراسة: طريقة المعاينة وذلك لصعوبة الحصر الشامل لجميع المتعاملين مع البنك وربحا للوقت والجهد والتكاليف.
- مصادر جمع البيانات: وهي المصادر المباشرة عن طريق استجواب مباشر لوحدات الدراسة (المتعاملين مع البنك)، أو عن طريق الاستبيان.

التمرين الثاني:

حدد نوع المتغيرات (كمية أو كيفية) في العبارات التالية:

درجات الحرارة – مكان الميلاد – نوع الشاحنات – الحالة الاجتماعية – عدد الزبائن لأحد المحلات – الحالة المدنية للإداريين – عدد الحوادث في طريق معين – الدخل الشهري للعمال –المستوى التعليمي – عدد أفراد الأسرة – جنس الطلبة –عدد أيام الحضور –جنسية المغتربين – أوزان مجموعة من الأشخاص.

حل التمرين الثاني:

متغير كمي	متغير كيفي
درجات الحرارة	مكان الميلاد
عدد الزبائن لأحد المحلات	نوع الشاحنات
عدد الحوادث في طريق معين	الحالة المدنية للإداريين
الدخل الشهري للعمال	المستوى التعليمي
عدد أفراد الأسرة	جنس الطلبة
عدد أيام الحضور	جنسية المغتربين
أوزان مجموعة من الأشخاص	

تمارين مقترحة:

التمرين الأول:

1. عرف كلمة إحصاء، ووضح المقصود بكل من الإحصاء، الإحصاء الوصفي،والإحصاء الاستدلالي.
2. كيف يمكن الحصول على البيانات الإحصائية.
3. عرف كل من المجتمع و العينة.
4. اذكر أنواع العينات.
5. ما هي أنواع المتغيرات.
6. اذكر خطوات البحث الإحصائي.

التمرين الثاني:

حدد المجتمع والعينة.

- مجموعة دول شمال إفريقيا العربية المشاركة في جامعة الدول العربية.
- مجموعة الدول الإفريقية المشاركة في كأس العالم.
- الإنتاج الكلي للقمح في الجزائر سنة 2010.
- لدراسة عدد الحوادث السنوية تم أخذ عدد الحوادث لشهر أوت.

الفصل الثاني

العرض الجدولي للبيانات الإحصائية

تمهيد:

ان الخطوة الأولى بعد جمع البيانات و مراجعتها هي التصنيف و التبويب.التصنيف هو عبارة عن تجميع الميزات المشتركة لافراد المجتمع في مجموعات او تصنيفات و التبويب هو أجراء لتلخيص البيانات و تقديمها بجداول إحصائية، والجدول عبارة عن طريقة لتنظيم البيانات في أعمدة وصفوف. ويهدف تصنيف البيانات و تبويبها الى:

- تلخيص الكم الهائل من البيانات بطريقة تساعد على إبراز الميزات المشتركة او الاختلافات.
- تسهيل عملية المقارنة بين الظواهر او المتغيرات او المجموعات المختلفة.
- المساعدة في استخلاص بعض الاستنتاجات او اضهار بعض الخصائص للظواهر قيد الدراسة.
- تهيئة البيانات لعمليات العرض و الوصف و التحليل الاحصائي.

I- الجداول التكرارية:

تختلف الجداول التكرارية باختلاف طبيعة الميزة او المتغيرة الإحصائية سواء كانت جداول مفردة او جداول مزدوجة.

1- جدول متغير كيفي :

الجدول التالي يبين توزيع طلاب الماستر لقسم العلوم الاقتصادية حسب تخصصاتهم.

جدول رقم (01) :توزيع الطلبة حسب تخصصاتهم

التخصص	عدد الطلبة
تحليل إقتصادي و إستشراف	**60**
مالية و بنوك	**80**
اقتصادقياسي	**40**
المجموع	**180**

2- جدول متغير كمي متقطع:

الجدول التالي يبن توزيع طلاب الماستر لقسم العلوم الاقتصادية حسب عدد تغيباتهم.

جدول رقم (02): توزيع الطلبة حسب تغيباتهم

عدد الغيابات	عدد الطلاب
0	80
1	40
2	32
3	15
4	8
5	5
المجموع	180

3- جدول متغير كمي مستمر:

الجدول التالي يبين توزيع الطلاب الماستر لقسم العلوم الاقتصادية حسب اوزانهم

جدول رقم (03): توزيع الطلبة حسب اوزانهم

فئات الوزن	عدد الطلاب
55 – 50	20
60 – 55	70
65 – 60	60
70 – 65	18
75 – 70	10
80 – 75	2
المجموع	**180**

4- الجدول المزدوج:

الجدول التالي يبين توزيع تخصصات طلاب الماستر لقسم العلوم الاقتصادية بدلالة اوزانهم.

جدول رقم(04) : توزيع تخصصات الطلبة بدلالة اوزانهم

	تحليل إقتصادي و إستشراف	مالية و بنوك	اقتصاد قياسي	المجموع
50 – 55	5	15	-	20
55 – 60	20	35	15	70
60 – 65	32	20	8	60
65 – 70	3	5	10	18
70 – 75	-	5	5	10
75 – 80	-	-	2	2
المجموع	60	80	40	180

II- مفاهيم متعلقة بتبويب البيانات:

1- الفئات:

هي الأقسام او المجالات التي قسمت عليها المشاهدات، لكل فئة حد ادنى و حد اعلى، قد تكون مفتوحة وقد تكون مغلقة ،الفئة الأولى مفتوحة من الأعلى: $]33 - 30[$ حيث الحد الادنى30 والحد الاعلى33.

2- **طول الفئة** = حدها الأعلى− حدها الأدنى

3- مركز الفئة :

$$\text{مركزالفئة} = \frac{\text{الحدالأدنى للفئة} + \text{الحد الأعلى للفئة}}{\mathbf{2}}$$

4- التكرار المطلق:

يرمز له بالرمز n_i و هو عدد المشاهدات المقابلة لكل قيمة او صفة(حالة متغيرة متقطعة او كيفية) اما في حالة متغيرة مستمرة فهو عدد المشاهدات المحصورة بين حدي الفئة.

5- التكرار النسبي:

يرمز له بالرمز f_i و هو نسبة التكرار المطلق للفئة الى اجمالي التكرارات

$$\boldsymbol{f_i = \frac{n_i}{\sum_{n}^{i=1} n_i}}$$

مع العلم ان مجموع التكرارات النسبية تساوي الواحد

$$\sum_{n}^{i=1} f_i = 1$$

ويمكن تحويل التكرار النسبي إلى تكرار نسبي مئوي وهذا بضربه في 100 ، وتعطى علاقة التكرار النسبي المئوي بالصيغة التالية

$$f\% = f_i * 100\%$$

$$\sum_{n}^{i=1} f_i\% = 100\%$$

6- التكرار المتجمع الصاعد $\boldsymbol{F}^{\uparrow}$:

يعرف التكرار المتجمع الصاعد حسب طبيعة المتغيرة الإحصائية (متقطعة، مستمرة) او حسب الدراسة (فئات، قيم متقطعة) كما يلي:

- **المتغيرة المستمرة**: التكرار المتجمع الصاعد هو عدد المشاهدات (التكرارات) الأقل او يساوي الحد الأعلى للفئة
- **المتغيرة متقطعة**: التكرار المتجمع الصاعد هو عدد المشاهدات (التكرارات) الأقل او يساوي قيمة المتغيرة.

7- التكرار المتجمع النازل$^{\downarrow}$:

يعرف التكرار المتجمع النازل حسب المتغيرة الإحصائية (المتقطعة، المستمرة) او حسب الدراسة (فئات، قيم متقطعة) كما يلي:

- **المتغيرة المستمرة** : التكرار المتجمع النازل هو عدد المشاهدات (التكرارات) الأكبر او يساوي الحد الأعلى للفئة
- **المتغيرة متقطعة**: التكرار المتجمع النازل هو عدد المشاهدات (التكرارات) الأكبر او يساوي قيمة المتغيرة.

ملاحظة: التكرار النسبي المتجمع الصاعد و النازل يعرف بنفس التعريف السابق مع استبدال التكرار المطلق بالتكرار النسبي و استبدال العدد بالنسبة.

III- تبويب البيانات:

تتلخص عملية تبويب البيانات في جداول توزيع تكرارية حسب طبيعة المتغيرة الإحصائية، فالمتغيرة الكيفية تحتاج الى عملية فرز و تصنيف البيانات ووضعها في جدول توزيع تكراري.

العرض الجدولي للبيانات يقصد به وضع البيانات الأولية الخاصة بالظاهرة بعد جمعها في جداول تتكون في الأساس من عمودين ، يبيّن العمود الأول قيم الظاهرة أو المتغير المدروس، وتكون هذه القيم على شكل صفات أو قيم نقطية أو مجالات(فئات)، أما العمود الثاني فيحتوي على تكرارات هذه الصفات أو القيم أو المجالات[7].

1- بيانات المتغيرات الكيفية :

هي المتغيرات التي لا تأخذ قيما عددية وإنما تكون في شكل صفات أو أنواع، ولتكوين جدول توزيع تكراري للبيانات الكيفية نحتاج إلى إعداد جدول مكون من ثلاث أعمدة، يخصص العمود الأول للصفات بعد ترتيبها إن كانت قابلة للترتيب والعمود الثاني يخصص لتفريغ البيانات فيما يخصص العمود الثالث للتكرارات، والمثال الآتي يوضح ذلك:

مثال (**01**) : البيانات التالية تبيّن فصائل الدم لعشرين مريض أجريت لهم عمليات جراحية في المستشفى خلال أسبوع معين:

$$O, AB, O, B, A, B, O, A, B, O, A, O, A, B, O, B, O, O, AB, A$$

المطلوب :عرض هذه البيانات في جدول توزيع تكراري**؟**

جدول رقم(05) : توزيع المرضى حسب نوعية فصيلة الدم (متغيرة كيفية) .

فصيلة الدم X_i	العلامات	عدد المرضى (التكرارات) n_i
A	/////	5
B	/////	5
AB	//	2
O	/// /////	8
المجموع	-	20

إن وضع البيانات بهذه الصورة أصبح أكثر وضوحا لمعرفة عدة معلومات كانت غير واضحة في الصورة الخام، فمثلا من السهل الآن معرفة عدد المرضى الذين لديهم نفس فصيلة الدم، والفصيلة الأكثر انتشارا بين المرضى.

2- بيانات المتغيرات الكمية المتقطعة:

هي المتغيرات التي تأخذ أرقام عددية صحيحة فقط مثل عدد طلبة الجامعة أو عدد العمال وغيرها، ولغرض تبويب بيانات المتغيرات المنفصلة يتم تصنيفها إلى مجموعات ، ثم وضعها في جداول مكونة من ثلاث أعمدة، يخصص

[7] وليد إسماعيل السيفو وآخرون، مرجع سابق، ص6

العمود الأول لقيم الظاهرة) المتغير (بعد ترتيبها والعمود الثاني يخصص لتفريغ البيانات فيما يخصص العمود الثالث للتكرارات، والمثال أدناه يعطي توضيحا لذلك:

مثال (02) : البيانات التالية تمثل عدد الأفراد في عينة مكونة من 30 أسرة

5-4-3-4-2-2-5-4-4-2-5-4-2-3-2-3-2-4-3-5-4-3-5-4-5-4-3-4-5-3

المطلوب :عرض البيانات في جدول توزيع تكراري؟

جدول رقم(05) :توزيع الأسر حسب عدد الأفراد(متغير كمي منقطع)

حجم الأسر X_i	تفريغ البيانات	عدد الأسر (لتكرارات) n_i
2	/////	5
3	///// //	7
4	///// /////	10
5	///// ///	8
المجموع	-	30

3– بيانات المتغيرات الكمية المستمرة :

المتغيرة الكمية المستمرة و الكمية المتقطعة ذات العدد الكبير جدا من القيم و المشاهدات، فتعالج وفق الخطوات الاتية:

- ترتيب البيانات ترتيبا تصاعديا.
- **حساب المدى**(**E**) وهو الفرق بين اكبر مشاهدة واصغر مشاهدة.

$$E = X_{max} - X_{min}$$

- **حساب عدد الفئات**[8] (k)
  - **حسب قاعدة ستيرج staurges**

$$\boldsymbol{k = 1 + 3.322log(n)}$$

حيث n عدد المشاهدات و log اللوغاريتم العشري

  - **حسب قاعدة يول yule**:

$$\boldsymbol{k = 2.5\sqrt[4]{n}}$$

- **حساب طول الفئة:**

يتم تحديد طول الفئة بالعلاقة التالية.

[8]علي عبد السلام العماري وعلي حسين العجيلي، " الإحصاء والاحتمالات النظرية والتطبيق"، منشورات ELGAمالطا ، 2000 ص18

$$l = \frac{E}{k} = \frac{\text{المدى}}{\text{عددالفئات}}$$

عند تحديد طول الفئة يجب مراعاة المتباينة التالية :

طول الفئة *عدد الفئات≤ المدى

– **تحديد حدود الفئات:**

في هذه المرحلة يتم تحديد بداية و نها ية كل فئة، على أن تكون بداية الفئة الأولى أصغر من أو تساوي أصغر قيمة في البيانات و نها ية الفئة الأخيرة أكبر من أكبر قيمة في البيانات .

مثال(03):

خلال مراقبة لمصنع الكبريت اخذت عيينة من 40 علبة فوجد فيها النتائج التالية(عدد اعواد الكبريت في كل علبة)

42 40 38 34 40 34 40 36 38 30 48 40 38 32 42 40

42 36 42 44 42 40 38 38 36 34 32 30 42 36 44

46 40 38 38 36 34 32 30

المطلوب: تبويب البيانات في جدول التوزيع التكراري:

الحل:

رغم ان المتغيرة اعواد الكبريت ذات طبيعة متقطعة الا اننا نعالجها على انها مستمرة بتتبع خطوات طريقة ستيرج

1-فرز وترتيب البيبانات ترتيبا تصاعديا:

2-حساب المدى $E = 48 - 30 = 18$

3-حساب عدد الفئات

$$k = 1 + 3.322 * log40 = 6.34$$

نقارب قيمة k الى 6

4- حساب طول الفئة:

$$l = \frac{E}{k} = \frac{18}{6} = 3$$

5-الحالات الممكنة: طول الفئة * عدد الفئات = 3*6=18=المدى، تحقق.

جدول توزيع تكراري :

الفئات	**التكرار المطلق n_i**
30-33	6
33-36	4
36-39	12
39-42	8
42-45	8
45-48	1
48-51	1
المجموع	40

مثال (04): البيانات التالية تمثل اوزان مجموعة من الأطفال:

.4 4.2 3.6 4.5 4.0 3.2 4.2 3.6 4.5 4.0 3.2 3.1

4.1 3.8 5.6 4.5 4.6 3.1 5.1 4.0 5.3 5.2 4.7 4.1

5.6 5.6 5.6 4.5 5.3 5.4 3.0 3.2 4.4 5.8 4.8 4.2

4.8 4.4 4.5 4.0 3.9 3.7 3.6 3.8 3.6 3.5 3.4 3.3

5.0 4.2 4.5 4.8 4.2 3.8 4.4 4.6 4.8 3.1 4.7 5.0

المطلوب:

- تحديد المتغيرة الإحصائية و تحديد طبيعتها .
- تبويب البيانات في جدول توزيع تكراري،
- إيجاد التكرار المتجمع الصاعد و النازل و التكرار النسبي و التكرار النسبي المتجمع الصاعد و النازل.

الحل :

4	4.4	1	3.0
6	4.5	3	3.1
2	4.6	3	3.2
2	4.7	1	3.3
4	4.8	1	3.4
2	5.0	1	3.5
1	5.1	4	3.6
1	5.2	1	3.7
2	5.3	3	3.8
1	5.4	1	3.9
4	5.6	4	4.0
1	5.8	2	4.1
		5	4.2

المتغيرة الإحصائية هي: اوزان الأولاد; طبيعتها: كمية مستمرة

- **التبويب:**

1- الترتيب التصاعدي للبيانات (او الفرز) الجدول المقابل:

2- حساب المدى 5.8 -3.0=2.8

3- حساب عدد الفئات:

$$k = 1 + 3.322 log 60 = 5.93$$

4- حساب طول الفئة:

$$l = \frac{2.8}{6} = 0.56$$

طول الفئة 0.6 وعدد الفئات 5

– جدول التوزيع التكراري

فئات مفتوحة من الاعلى	n_i	$F^{\uparrow}$	$F^{\downarrow}$	f_i	$F^{\uparrow}\%$	$F^{\downarrow}\%$
3.6–3.0	10	10	60	0.16	0.16	1
4.2–3.6	15	25	50	0.25	0.41	0.83
4.8–4.2	19	44	35	0.31	0.73	0.58
5.4–4.8	10	54	16	0.36	0.9	0.26
6.0–5.4	6	60	6	0.1	1	0.1
المجموع	60	–	–	1	–	–

المثال (05)

في مسح ل 50 اسرة في منطقة معينة تم تسجيل عدد افراد الاسرة في كل منها وكانت البيانات كما يلي:

5	5	10	8	7	0	4	2	7	9
7	4	2	3	5	6	7	8	6	4
3	5	6	7	8	6	4	5	5	10
8	7	6	5	4	3	4	1	1	4
5	6	3	4	5	6	6	7	8	9

المطلوب:

- تحديد المتغيرة الاحصائية.
- تحديد طبيعة المتفيرة الإحصائية.
- تبويب البيانات في جدول توزيع تكراري

الحل:

- لمتغيرة الاخصائية هي عدد افراد الاسرة
- طبيعتها كمية متقطعة او منفصلة
- التبويب يأتي بعد الترتيب التصاعدي للبيانات (الفرز).

جدول توزيع الاسر حسب عدد الافراد

عدد افراد الاسرة	عدد الاسر
0	1
1	2
2	2
3	8
4	6
5	9
6	8
7	7
8	5
9	2
10	2
المجموع	50

مثال(06): الجدول التالي يمثل توزيع السياح بدلالة عدد الأسابيع التي قضوها بأحد المنتجعات السياحية بالجنوب في سنة 2015.

عدد الاسابيع	1	2	3	4	5	6	7	8
عدد السياح	12	34	58	37	22	8	2	1

- اوجد التكرار المتجمع الصاعد (ت م ص) و النازل (ت م ن)
- اوجد التكرار النسبي المتجمع الصاعد (ت ن م ص) و النازل (ت ن م ن)
- ما هي نسبة السياح الذين قضو مدة اكثر من ثلاث أسابيع
- ما هي نسبة السياح الذين قضو مدة اقل من خمسة أسابيع
- ماهي نسبة السياح الذين قضو مدة على الأقل أسبوعين
- ما هي نسبة السياح الذين قضو مدة على الأكثر ستتة أسابيع

الحل:

جدول توزيع السياح حسب عدد أسابيع الاقامة

عدد الأسابيع (المتغيرة)	n_i	$F^{\uparrow}$	$F^{\downarrow}$	$F^{\uparrow}\%$	$F^{\downarrow}\%$
1	12	12	174	9.6	100
2	34	46	162	26.44	93.10
3	58	104	128	59.77	73.56
4	37	141	70	81.03	40.23
5	22	163	33	93.68	18.97
6	8	171	11	98.28	6.32
7	2	173	3	99.43	1.72
8	1	174	1	100	0.57

- نسبة السياح الذين قضوا اكثر من ثلاثة أسابيع هي (ت ن م ن) المقابل للماهدة 4 وهو: 40.23
- نسبة السياح الذين قضوا مدة اقل من 5 أسابيع هي (ت ن م ص) المقابل للمشاهدة 4 هو:81.03
- نسبة السياح الذين قضوا مدة على الأقل أسبوعين هي (ت ن م ن) المقابل للمشاهدة 2 و هو: 93.1
- نسبة السياح الذين قضوا مدة على الأكثر ستة أسابيع هي (ت ن م ص) المقابل للمشاهدة 6 و هو: 98.28

تمارين مقترحة:

التمرين الأول:

في مسح ل50 اسرة في منطقة معينة، تم تسجيل وظيفة الاب في كل منها و كانت البيانات كما يلي:

بطال	معلم	بناء	بناء	بناء	ممرض	حارس	معلم	طبيب	معلم
حارس	حارس	أستاذ	أستاذ	حارس	لحام	أستاذ	لحام	حارس	طبيب
بطال	أستاذ	بطال	معلم	معلم	رصاص	نجار	تاجر	بناء	رصاص
بطال	بطال	حارس	بطال	حارس	ممرض	معلم	معلم	حارس	ممرض
حارس	معلم	معلم	بطال	بطال	تاجر	تاجر	تاجر	رصاص	استاذ

المطلوب:

- تحديد المتغيرة الإحصائية و تحديد طبيعتها.
- تبويب البيانات في جدول توزيع تكراري

التمرين الثاني:

في مسح ل 50 اسرة في منطقة معينة ، تم تسجيل عدد الغرف لكل مسكن عائلي و كانت البيانات كما يلي:

3	1	4	2	2	3	2	6	5	6
1	3	3	3	2	2	2	1	1	1
3	2	4	1	3	3	5	3	5	3
4	4	2	5	4	5	4	7	4	1
3	2	3	1	3	1	3	3	1	4

المطلوب:

- تحديد المتغيرة الإحصائية
- تحديد طبيعة المتغيرة الإحصائية
- تبويب البيانات في جدول توزيع تكراري
- اوجد التكرار المتجمع الصاعد و النازل
- اوجد التكرار النسبي المتجمع الصاعد و النازل

- ما هي نسبة العائلات التي تملك مسكن يتكون من اكثر من ثلاث غرف
- ما هي نسبة العائلات التي تملك مسكن يتكون من اقل من خمسة غرف
- ما هي نسبة العائلات التي تملك مسكن يتكون على الأقل من غرفتين
- ما هي نسبة العائلات التي تملك مسكن يتكون على الأكثر من ستة غرف

التمرين الثالث:

في مسح لنفس اسر التمرين السابق و عددها 50 اسرة، تم تسجيل حجم المشتريات الشهرية (بالدينار الجزائري) لكل عائلة وكانت البيانات كما يلي:

7000	4000	6000	3000	4000	7000	4000	6000	3000	4000
6000	3000	5500	3500	3000	6000	3000	5500	3500	3000
6500	2500	5000	2000	3500	6500	2500	5000	2000	3500
4000	2000	4000	3000	2000	4000	2000	4000	3000	2000
4000	1500	4000	2500	2500	4000	1500	4000	2500	2500

المطلوب:

- تحديد المتغيرة الإحصائية و تحديد طبيعتها
- تبويب البيانات في جدول توزيع تكراري، مبينا الفئات المغلقة و الفئات المفتوحة، و الفئات الفعلية
- إيجاد التكرار المجمع الصاعد و النازل و التكرار النسبي و التكرار النسبي النتجمع الصاعد و النازل

التمرين الرابع:

قامت شركة **sasfa** لانتاج المصابيح الكهربائية بقياس مدة صلاحية 30 مصباح كهربائي في مخبر الشركة (بالساعة) تحت ضغط عادي و كانت النتائج كما يلي:

420	450	410	410	370	375	395	420	429	407
381	451	456	355	364	414	467	345	375	454
430	375	413	421	425	420	432	390	426	439

المطلوب:

- تحديد المتغيرة الإحصائية
- تحديد طبيعة المتغيرة الإحصائية
- تبويب البيانات في جدول توزيع تكراري
- اوجد التكرار المتجمع الصاعد و النازل
- اوجد التكرار النسبي المتجمع الصاعد و النازل
- ما هي نسبة المصابيح التي لها على الأقل 375 ساعة كمدة صلاحية
- تاكد من ان 50 من المصابيح لها مدة صلاحية تفوق او تساوي 400 ساعة.

التمرين الخامس:

الجدول التالي يمثل توزيع قطع أرضية حسب المساحة

المساحة	100-50	150-100	200-150	250-200	300-250
عدد القطع	25	40	70	40	25

المطلوب :

- تحديد المتغيرة الإحصائية
- تحديد طبيعة المتغيرة الإحصائية
- اوجد التكرار المتجمع الصاعد و النازل
- اوجد التكرار النسبي المتجمع الصاعد و النازل
- ما هي نسبة القطع التي تفوق مساحتها 150 م.
- ما هو عدد القطع التي تقل مساحتها عن 200 م.

الفصل الثالث

العرض البياني للبيانات الإحصائية

تمهيد:

يعتبر العرض البياني للبيانات الإحصائية بإشكال هندسية و رسوم بيانية إحدى الطرق البسيطة لتفحص البيانات وتحليلها و استخلاص بعض النتائج منها و تصورها و المقارنة بينها. ويهدف التمثيل البياني للمشاهدات إلى إعطاء فكرة واضحة عن أشكال التوزيعات التكرارية. تختلف طرق عرض البيانات الإحصائية حسب طبيعة البيانات المبوبة في شكل جداول تكرارية أو حسب طبيعة المتغيرة الإحصائية المدروسة أو حسب تصورات واضعها و هدفه من عرضها .بشكل عام فان الرسوم الهندسية تستخدم في تمثيل بيانات المتغيرات النوعية، أما الرسوم البيانية فإنها تستخدم لتمثيل بيانات المتغيرات الكمية المبوبة في جداول توزيع تكراري. و عليه يمكن تقسيم الرسوم الهندسية و البيانية إلى ما يلي:

1. المستطيلات و الدوائر
2. الأعمدة البيانية لتمثيل متغيرة كمية متقطعة
3. مدرجات و مضلعات و منحنيات لتمثيل متغيرة كمية مستمرة

1- المستطيلات و الدوائر:

تستخدم هذه الإشكال لتمثيل بيانات لمتغيرة نوعية أو كيفية

مثال1: مثل بيانيا بيانات الجدول المتعلق بتوزيع الطلبة حسب تخصصاتهم:

التخصص	عدد الطلبة
اقتصاد بترولي	60
مالية و بنوك	80
اقتصاد قياسي	40
المجموع	180

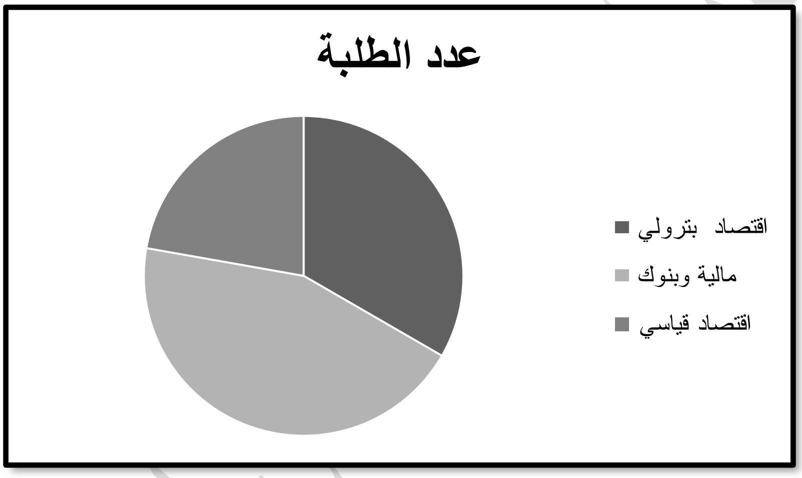
لتمثيل هذه البيانات بالدوائر نحول عدد الطلبة إلى وحدة قياس الزوايا الدرجات أو الغراد باستخدام القاعدة الثلاثية كما يلي:

180طالب يقابلها 360 درجة , 60طالب يقابلها X

$$X = \frac{60 * 360}{180} = 120$$

التخصص	عدد الطلبة	عدد الدرجات
اقتصاد بترولي	60	$\frac{60*360}{180}=120º$
مالية وبنوك	80	$\frac{80*360}{180}=160º$
اقتصاد قياسي	40	$\frac{40*360}{180}=80º$
المجموع	180	360 º

الشكل البياني لتوزيع الطلبة حسب تخصصاتهم



ملاحظة:

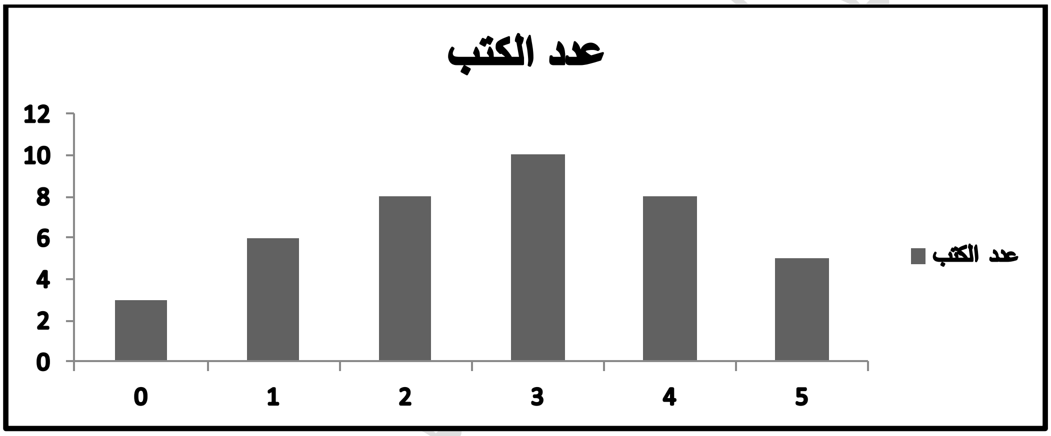
يمكن تحويل البيانات ألي شكل مستطيل، مربع، اسطواني... باستخدام القاعدة الثلاثية مقاربة مجموع البيانات بحجم أو مساحة الشكل المراد استخدامه للرسم.

2- الأعمدة البيانية:

يستخدم هذا الرسم لعرض بيانات المتغير الكمي المتقطع، تمثل المتغيرة على محور الفواصل والتكرارات على محور التراتيب كما يتضح من المثال التالي.

مثال2: الجدول التالي يبين توزيع طلبة العلوم الاقتصادية تخصص اقتصاد قياسي حسب عدد الكتب المعارة خلال السنة الدراسية 2020/2019.

عدد الكتب	عدد الطلبة
0	3
1	6
2	8
3	10
4	8
5	5
المجموع	**40**



3- مدرجات و مضلعات و منحنيات لتمثيل متغيرة كمية مستمرة :

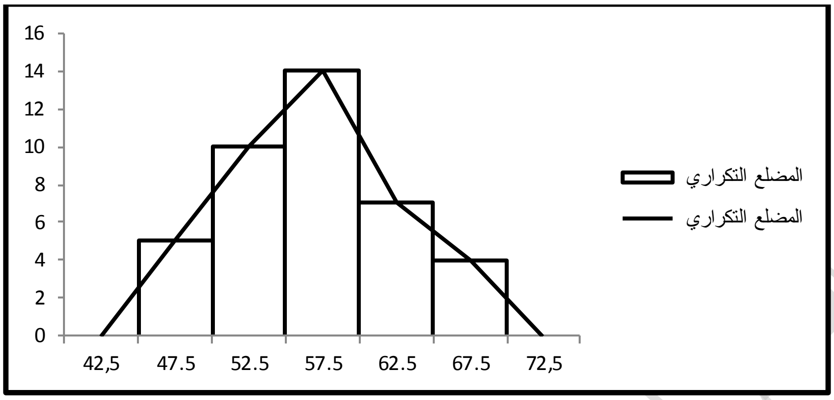
المدرج التكراري هو عبارة عن مستطيلات متلاصقة للتعبير عن خاصية الاتصال، ورسم المدرج خطوة مبدئية لرسم كل من المضلع التكراري و المنحنى التكراري، و يكون الرسم على معلم متعامد تكون فيه الفئات على محور الفواصل والتكرارات على محور التراتيب. أما المضلع التكراري فتمثل التكرارات (محور التراتيب) بدلالة مراكز الفئات (محور الفواصل), على أن نضيف فئتين معدومتي التكرار واحدة في بداية السلسلة و الأخرى في نهايتها حيث نربط مراكز الفئات بمستقيمات، بنفس الخطوات يرسم المنحنى التكراري على أن تربط مراكز الفئات بمنحنيات.

مثال3 : توزيع طلبة العلوم الاقتصادية تخصص اقتصاد قياسي حسب أوزانهم

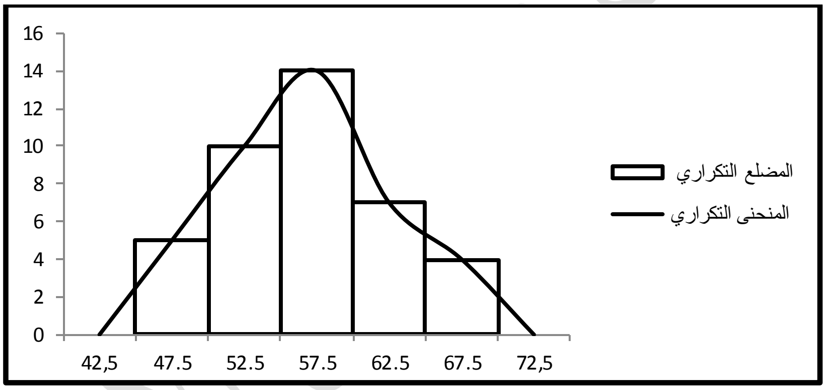
الأوزان	عدد الطلبة	مركز الفئة
45-50	5	47.5
50-55	10	52.5
55-60	14	57.5
60-65	7	62.5

65-70	4	67.5

المضلع التكراري فوق المدرج التكراري



المنحنى التكراري فوق المدرج التكراري

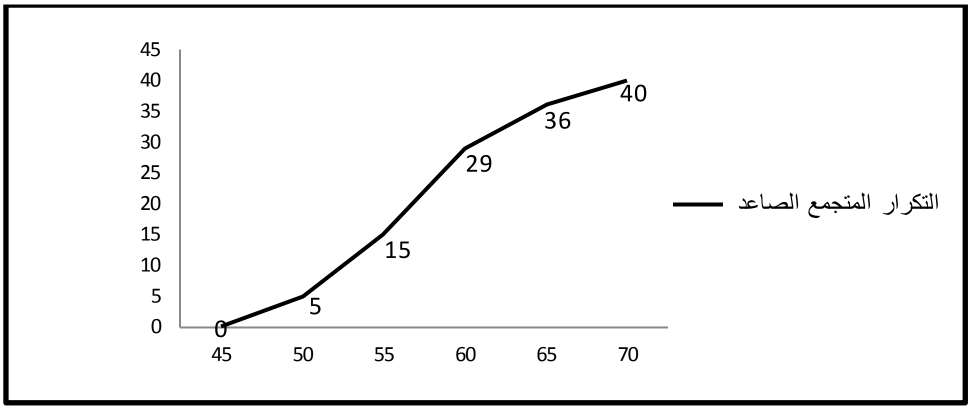


4- التكرار المتجمع الصاعد لمتغيرة مستمرة :

بعد حساب التكرار المتجمع الصاعد في عمود مخصص لذلك، يتم رسمه في معلم متعامد به الفئات (الحد الأعلى للفئة)على محور الفواصل و التكرار المتجمع الصاعد على محور التراتيب مع العلم أن الحد الأدنى للفئة الأولى تكرارها المتجمع الصاعد معدوم.

مثال 4: نأخذ نفس المثال السابق، توزيع طلبة العلوم الاقتصادية تخصص اقتصاد قياسي حسب أوزانهم

الأوزان	عدد الطلبة	التكرار المتجمع الصاعد
45-50	5	5
50-55	10	15
55-60	14	29
60-65	7	36
65-70	4	40

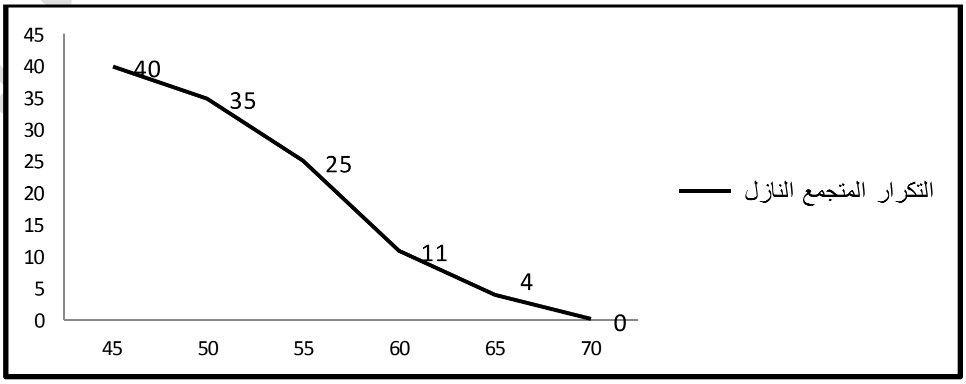


5- التكرار المتجمع النازل لمتغيرة مستمرة:

بعد حساب التكرار المتجمع النازل في عمود مخصص لذلك، يتم رسمه في معلم متعامد به الفئات (الحد الأدنى للفئة)على محور الفواصل و التكرار المتجمع النازل على محور التراتيب مع العلم أن الحد ا الأعلى للفئة الأحيرة تكرارها المتجمع النازل معدوم.

مثال 5 : نأخذ نفس المثال السابق، توزيع طلبة العلوم الاقتصادية تخصص اقتصاد حسب أوزانهم ونحسب التكرار المتجمع النازل لكل فئة.

الأوزان	عدد الطلبة	التكرار المتجمع النازل
45-50	5	40
50-55	10	35
55-60	14	25
60-65	7	11
65-70	4	4



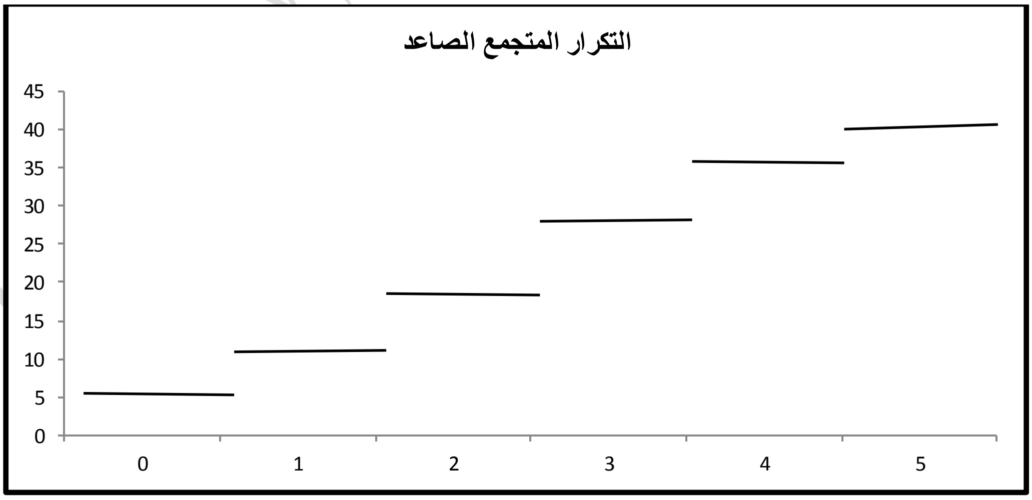
6- التكرار المتجمع الصاعد و النازل لمتغيرة متقطعة:

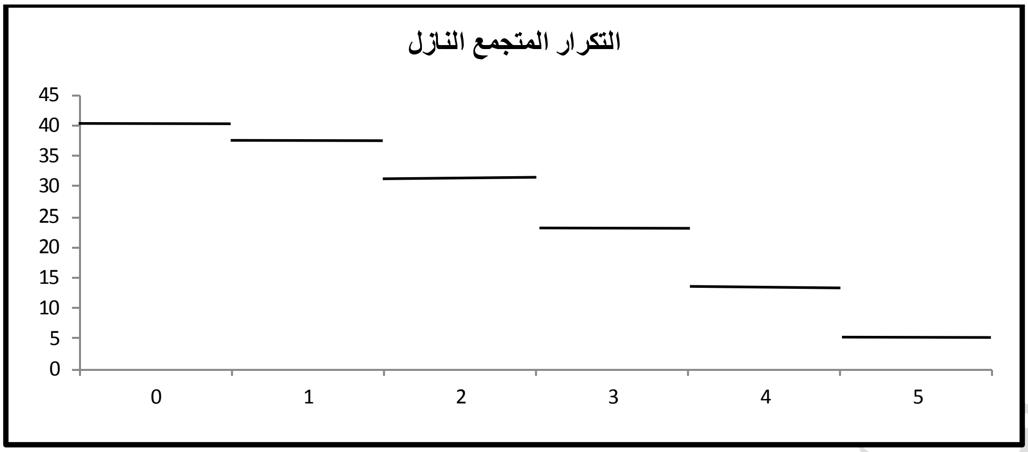
- **التكرا رات المتجمعة الصاعدة** :هي عبارة عن قطع مستقيمة متصاعدة حسب تصاعد التكرا رات التجميعية الصاعدة المقابلة لكل قيمة من قيم المتغير الإحصائي المدروس.

- **التكرا رات المتجمعة النازلة** :هي عبارة عن قطع مستقيمة متنازلة حسب تنازل التكرا رات التجميعية النازلة، حيث أن القطعة المستقيمة الأولى تقابل مجموع التكرارات وأصغر قيمة للمتغير المدروس والقطعة الثانية تقابل مجموع التكرارات ناقص التكرار البسيط الأول مع القيمة الثانية للمتغير الإحصائي وهكذا.

ولتوضيح كيفية رسم التكرا رات المتجمعة الصاعدة والنازلة نأخذ المثال2 الدي يبين توزيع طلبة العلوم الاقتصادية تخصص اقتصاد قياسي حسب عدد الكتب المعارة خلال السنة الدراسية 2020/2019.

عدد الكتب	عدد الطلبة	التكرار المتجمع الصاعد	التكرار المتجمع النازل
0	3	3	40
1	6	9	37
2	8	17	31
3	10	27	23
4	8	35	13
5	5	40	5
المجموع	**40**	–	–




التكرار المتجمع النازل
45
40
35
30
25
20
15
10
5
0
0
1
2
3
4
5

تمارين محلولة:

التمرين الأول:

لدراسة مستوى طلبة السنة الأولى علوم اقتصادية بجامعة الجزائر3 في مقياس الإحصاء، تم سحب عينة مكونة من 80 طالب، وكانت نقاط هؤلاء الطلبة كما يلي:

09 11 10 11 12 10 09 10 09 11 08 14 10 10 11 07

10 09 14 05 08 10 14 08 06 14 11 10 05 09 10 09

10 05 10 11 12 06 03 10 09 05 10 09 10 10 11 07

09 10 09 10 09 10 09 10 06 10 03 09 12 09 05 10

05 06 10 07 08 10 07 11 10 12 07 08 10 10 08 09

المطلوب:

1. حدد المجتمع، الوحدة الإحصائية، المتغير الإحصائي ونوعه.
2. لخص هذه البيانات في جدول التوزيع التكراري وذلك بحساب التكرارات المطلقة، النسبية، التكرارات المتجمعة الصاعدة.
3. ماهو عدد الطلبة الذين تحصلوا على 10 أو أكثر؟
4. ماهو عدد الطلبة الذين تحصلوا على 11 أو أقل؟

حل التمرين الأول:

1. المجتمع الإحصائي، الوحدة الإحصائية، المتغير الإحصائي ونوعه:

المجتمع الإحصائي	الوحدة الإحصائية	المتغير الإحصائي	نوعه
طلبة السنة الأولى علوم اقتصادية	الطالب الواحد	نقاط مقياس الإحصاء	كمي متقطع

2. **جدول التوزيع التكراري:**

$F_i \downarrow$	$F_i \uparrow$	$f_i\%$	f_i	n_i	X_i
80	02	2.5	0.025	02	03
78	08	7.5	0.075	06	05
72	12	05	0.05	04	06
68	17	6.25	0.0625	05	07
63	23	7.5	0.075	06	08
57	38	18.75	0.1875	15	09
42	63	31.25	0.3125	25	10
17	71	10	0.1	08	11
09	76	6.25	0.0625	05	12
04	80	05	0.05	04	14
/	/	**100**	**01**	**80**	$\sum$

3. **عدد الطلبة الذين تحصلوا على 10 أو أكثر:**

يتم تحديد عدد الطلبة الذين تحصلوا على 10 أو أكثر من خلال التكرار المتجمع النازل المقابل للقيمة 10 وهو 42 طالب.

4. **عدد الطلبة الذين تحصلوا على 11 أو أقل:**

يتم تحديد عدد الطلبة الذين تحصلوا على 11 أو أقل من خلال التكرار المتجمع الصاعد المقابل للقيمة 11 وهو 71 طالب.

التمرين الثاني:

تم إجراء دراسة على أوزان الخرفان، وذلك على عينة من 80 خروفا، فكانت النتائج التالية:

38 25 21 31 15 26 34 37 30 23 26 31 20 32 27 26

25 27 37 29 31 25 29 22 38 21 34 16 30 32 21 28

35 25 24 26 15 32 20 27 29 16 27 22 21 30 20 26

26 35 19 29 28 23 30 15 23 21 28 29 19 21 30 35

15 22 25 25 16 25 23 29 30 27 17 25 34 28 22 25

المطلوب:

1. تحديد المتغير الإحصائي المدروس ونوعه.
2. وضع هذه البيانات في جدول تكراري إذا علمت أن طول الفئة 05.
3. إيجاد التكرار النسبي والنسبي المئوي.
4. إيجاد التكرارات المتجمعة الصاعدة والنازلة والمطلقة والنسبية.
5. رسم المدرج والمضلع التكراري.

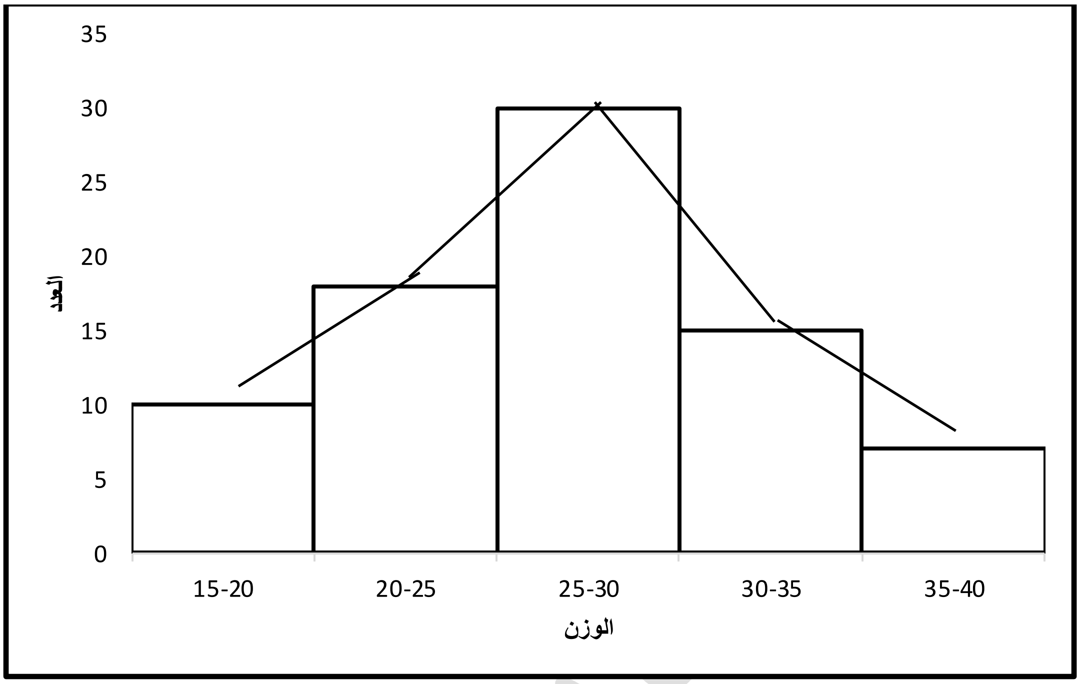
حل التمرين الثاني:

1. تحديد المتغير الإحصائي المدروس ونوعه:

المتغير الإحصائي	نوعه
أوزان الخرفان	كمي مستمر

2. جدول التوزيع التكراري:

الوزن x_i	عدد الخرفان n_i	f_i	$f_i\%$	$F_i\uparrow$	$F_i\downarrow$	$f_i\uparrow\%$	$f_i\downarrow\%$
]20–15]	10	0.125	12.5	10	80	12.5	100
]25–20]	18	0.225	22.5	28	70	35	87.5
]30–25]	30	0.375	37.5	58	52	72.5	65
]35–30]	15	0.1875	18.75	72	22	91.25	27.5
]40–35]	07	0.0875	8.75	80	07	100	8.75
$\sum$	80	01	100	/	/	/	/



التمرين الثالث:

سحبت عينة من 30 مزرعة للتعرف على مردوديتها من القمح (بالطن) خلال موسم ما، فكانت النتائج كالآتي:

25 20 14 12 16 17 16 12 21 20

15 12 16 14 20 29 14 20 22 17

12 22 15 14 25 20 17 15 20 14

1. عين المجتمع الإحصائي، الوحدة الإحصائية والمتغير الإحصائي ونوعه.
2. عين الفئات باستخدام طريقتين.
3. أحسب التكرارات . n_i , f_i, F_i,

حل التمرين الثالث :

1. تعيين المجتمع الإحصائي، الوحدة الإحصائية والمتغير الإحصائي وطبيعته:

المجتمع الإحصائي	الوحدة الإحصائية	المتغير الإحصائي	نوعه
المزارع	المزرعة	مردودية القمح	كمي متصل

2. تعيين الفئات:

- حساب عدد الفئات:

$$K = 1 + 3.322 \log n$$
$$= 1 + 3.322 \log 30 = 5.9 = 6$$

$$K = 2.5\sqrt[4]{n}$$
$$= 2.5\sqrt[4]{30} = 5.85 = 6$$

حساب طول الفئة:

$$L = \frac{R}{K} = \frac{max_x - min_x}{k} = \frac{29-12}{6} = 3$$

3. حساب n_i , f_i, F_i

الفئات	n_i	f_i	$F \uparrow$	$F_i \downarrow$
]15–12]	09	0.3	09	30
]18–15]	09	0.3	18	21
]21–18]	06	0.2	24	12
]24–21]	03	0.1	27	06
]27–24]	02	0.066	29	03
]30–27]	01	0.033	30	01
المجموع	30	1	/	/

التمرين الرابع:

ليكن لدينا توزيع 150 طالب حسب التخصص في كلية العلوم الاقتصادية بجامعة الجزائر3.

التخصص	تسيير	إدارة مالية	محاسبة	تأمينات وبنوك	تسويق
التكرارات	29	10	34	49	28

المطلوب:

1. حدد المجتمع ثم المتغير الإحصائي ونوعه.
2. أحسب التكرار النسبي والنسبي المئوي.
3. اشرح n_2 ، n_4 ،. $\%f_3$
4. مثل التوزيع بيانيا.

حل التمرين الرابع:

1. حدد المجتمع ثم المتغير الإحصائي ونوعه:

- المجتمع الإحصائي: 150 طالب في كلية العلوم الاقتصادية بجامعة الجزائر3.
- المتغير الإحصائي: التخصص.
- نوعه: كيفي غير قابل للترتيب.

2. حساب التكرار النسبي والنسبي المئوي:

x_i	n_i	f_i	$f_i\%$
تسيير	29	0.193	19.3
إدارة مالية	10	0.066	6.6
محاسبة	34	0.227	22.7
تأمينات وبنوك	49	0.327	32.7
تسويق	28	0.187	18.7
المجموع	**150**	**01**	**100**

3. شرح n_2 ، n_4 ،. $\%f_3$

n_2 : هناك 10 طلبة من بين 150 طالب في كلية العلوم الاقتصادية بجامعة الجزائر3 مسجلين في تخصص إدارة مالية.

n_4 :هناك 49 طالب من بين 150 طالب في كلية العلوم الاقتصادية بجامعة الجزائر3 مسجلين في تخصص تأمينات وبنوك.

$\%f_3$:هناك نسبة 22.7% من عينة الطلبة المسحوبة من كلية العلوم الاقتصادية بجامعة الجزائر3 مسجلين في تخصص المحاسبة.

4. التمثيل البياني:

بما أن المتغير الإحصائي هو متغير كيفي غير قابل للترتيب فيمثل عن طريق الدائرة البيانية أو عن طريق الأعمدة المستطيلة.

- باستخدام الدائرة البيانية:

نقوم بحساب الزوايا المركزية:

الزاوية المركزية لطلبة التسيير $= 360 \times \frac{29}{150} = 69.48$

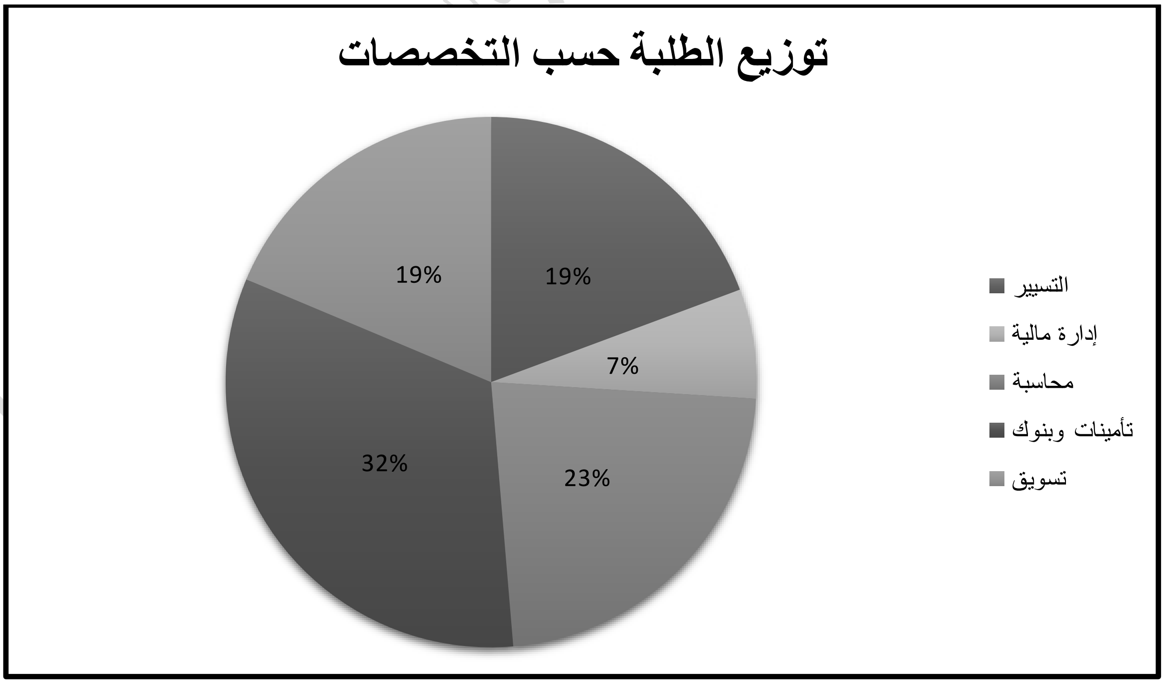
الزاوية المركزية لطلبة إدارة مالية $= 360 \times \frac{10}{150} = 23.76$

الزاوية المركزية لطلبة المحاسبة $= 360 \times \frac{34}{150} = 81.72$

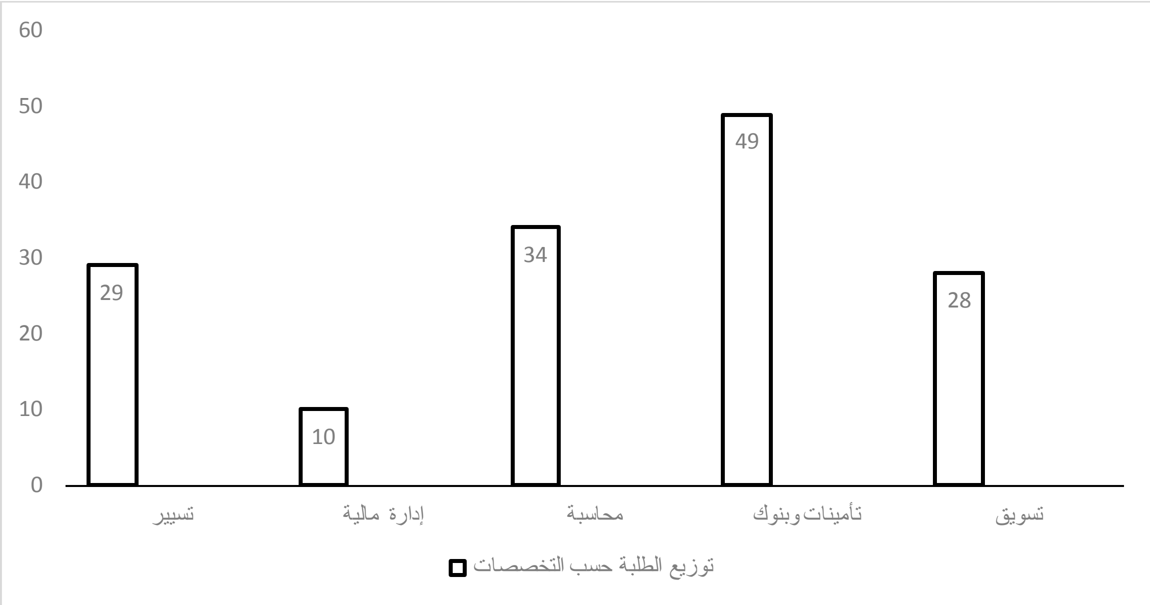
الزاوية المركزية لطلبة تأمينات وبنوك $= 360 \times \frac{49}{150} = 117.72$

الزاوية المركزية لطلبة التسويق $= 360 \times \frac{27}{150} = 67.32$

نقوم بالتمثيل بالاعتماد على الدائرة البيانية:



عن طريق الأعمدة المستطيلة:


60
50
40
30
20
10
0
29
10
34
49
28
تسيير
إدارة مالية
محاسبة
تأمينات وبنوك
تسويق
توزيع الطلبة حسب التخصصات

تمارين مقترحة:

التمرين الأول:

البيانات التالية تمثل عملية إحصاء لحالة مرضية جديدة في 1000 مستشفى في إحدى الدول الأوربية.

عددالمرضي	0	1	2	3	4	5
عددالمستشفيات	50	150	350	300	100	50

المطلوب:

- مثل بيانيا هذا التوزيع
- اوجد التكرار المتجمع الصاعد والنازل و مثلهم بيانيا

التمرين الثاني :ليكن التوزيع التكراري التالي:

الفئات	10-20	20-30	30-40	40-50	50-60
التكرارات	3	7	10	8	2

المطلوب:

- ارسم المدرج التكراري، المضلع التكراري، المنحنى التكراري.
- اوجد التكرار المتجمع الصاعد والنازل و مثلهم بيانيا.

التمرين الثالث :الجدول لجدول التالي يمثل توزيع قطع أرضية حسب المساحة

المساحة	50-100	100-150	150-200	200-250	250-300	300-350
عدد القطع	25	35	10	10	18	12

المطلوب :

- التمثيل البياني لهذا التوزيع
- اوجد التكرار المتجمع الصاعد والنازل و مثلهم بيانيا

الفصل الرابع

مقاييس النزعة المركزية.

مقاييس النزعة المركزية (Mesures de position)

تمهيد:

تختلف مقاييس النزعة المركزية باختلاف طرق تحديدها،هناك المقاييس التي تعتمد على التكرار، و المقاييس التي تعتمد على الحساب و المقاييس التي تعتمد على الموقع، على ذلك تم تقسيم هذا الفصل مع سرد عيوب و مزايا كل مقياس.

I- المقاييس التي تعتمد على التكرار:

المنوال mode و يرمز له بالرمز Mo و يحسب المنوال حسب حالة البيانات و طبيعة المتغير الإحصائية.

1- بيانات غير مبوبة:

المنوال: هو القيمة الأكثر تكرارا او الأكثر شيوعا لمجموعة من البيانات. يمكن توضيح ذلك بالامثلة التالية:

مثال 01:

لتكن البيانات التالية,5. 2. 4. 5. 2. 7. 4. 6. 5. 4. 8. 4. 9. 4. 7. 4. المنوال

هو: Mo=4

مثال02: لتكن البيانات التالية: 6. 5. 4. 1. 8. 3. 9. 7. لا يوجد منوال.

2- بيانات مبوبة متغيرة متقطعة:

المنوال هو القيمة المقابلة لأكبر تكرار.

مثال03:

اوجد المنوال لتوزيع الاسر حسب عدد الأولاد ل50 اسرة

المتغير (عدد الأولاد)	التكرار (عدد الاسر)
0	2
1	5
2	9
3	11
4	15
5	8
المجموع	**50**

القيمة المقابلة لاكبر تكرار(15) هي:4

المنوال يساوي $Mo = 4$

3- بيانات مبوبة متغيرة مستمرة:

للمنوال في هذه الحالة عدة تعاريف.

- يمكن قبول (تقدير) مركز الفئة المنوالية كمنوال، خاصة اذا كانت الفئة المنوالية هي الفئة الأولى او الأخيرة، و الفئة المنوالية هي الفئة المقابلة لاكبر تكرار.
- استخراج المنوال من الرسم البياني حيث نحدد أولا الفئة المنوالية ثم نصل حدها الأعلى بالحد الأعلى للفئة السابقة و نصل حدها الأدنى بالجد الأدنى للفئة اللاحقة نسقط نقطة التقاطع على محور الفئات نحصل على المنوال.
- حساب المنوال: نعتمد في حساب المنوال في هذه الحالة على الفئة المنواليةو الفئتين السابقة و اللاحقة ونستخدم العلاقة

$$\boldsymbol{Mo = A + \frac{\Delta_1}{\Delta_1 + \Delta_2} K}$$

حيث:

MO: المنوال

A: الحد الأدنى للفئة المنوالية

Δ_1: الفرق بين تكرار الفئة المنواليةو تكرار الفئة السابقة

Δ_2: الفرق بين تكرار الفئة المنواليةو تكرار الفئة اللاحقة

k: طول الفئة.

مثال04:

الجدول التالي يمثل توزيع الإنتاج السنوي للتمور (بالقنطار) لمجموعة من البساتين الفلاحية (1هكتار لكل بستان) في محيطات حاسي بن عبد الله.

فئات الإنتاج باقنطار	5-10	10-15	20-15	20-25	25-30	35-30	40-35	المجموع
عدد البساتين	2	8	12	30	26	12	10	100

المطلوب: إيجاد المنوال لهذا التوزيع حسابيا و بيانيا

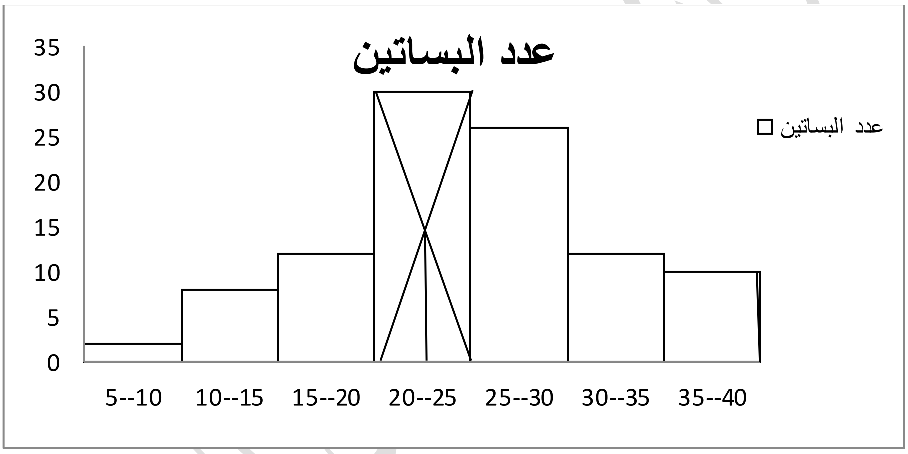
أولا: المنوال لهذا التوزيع حسابيا

تحديد الفئة المنوالية: هي الفئة: 20-25

حساب المنوال بالعلاقة

$$Mo = 20 + \frac{(30-12)}{(30-12)+(30-26)}.5 = 23.33$$

ثانيا: المنوال لهذا التوزيع بيانيا



4- عيوب و مزايا المنوال:

اولا: عيوب المنوال:

1. نجد بعض التوزيعات التي لا تحتوي على منوال او لها اكثر من منوال
2. يتأثر باخطاء المعاينة.
3. لا يعتمد في ايجاده على كافة البيانات.

ثانيا: مزايا المنوال:

1. سهل الفهم و الحساب.
2. لا يتأثر بالقيم المتطرفة (الشاذة).

3. يستخدم في إيجاد النزعة المركزية للبيانات الكيفية.

4. لا يتأثر بالبيانات المفتوحة في طرفي التوزيع.

II– المقاييس التي تعتمد على الحساب:

من المقاييس التي تعتمد في ايجادها على الحساب: المتوسط الحسابي، المتوسط التربيعي، المتوسط الهندسي، المتوسط التوافقي.

1– المتوسط الحسابي: La moyenne arithmétique

يرمز له بالرمز $\bar{X}$ يعرف المتوسط الحسابي لمجموعة من البيانات على انه نسبة اجمالي البيانات الى عددها. و يختلف حسابه باختلاف طبيعة المتغيرة المدروسة ، و مبوبة او غير مبوبة.

1–1– المتوسط الحسابي لبيانات غير مبوبة:

لتكن $X_1, X_2, \dots, X_k$ سلسلة بيانات من n مشاهدة، فان متوسطها الحسابي :

$$\bar{\mathbf{X}} = \frac{\sum_{i=1}^{k} X_i}{n} = \frac{X_1 + X_2 + \cdots X_k}{n}$$

مثال05: احسب المتوسط الحسابي للبيانات التالية: 2. 3. 5. 8. 10. 12. 14. 16. 20

المتوسط الحسابي=

$$\bar{X} = \frac{\sum_{i=1}^{k} X_i}{n} = \frac{2+3+5+8+10+12+14+16+20}{9} = 10$$

1–2– المتوسط الحسابي لبيانات مبوبة متغيرة متقطعة:

لتكن المتغيرة$X_1, X_2, \dots, X_k$القيم التي تأخذها المتغيرة و $n_1, n_2, \dots, n_k$ تكرارات هذه القيم لسلسلة بيانات منn مشاهدة، متوسطها الحسابي هو:

$$\bar{\mathbf{X}} = \frac{\sum_{i=1}^{k} n_i X_i}{n} = \frac{n_1 X_1 + n_2 X_2 + \cdots + n_k X_k}{n}$$

مثال06: الجدول الموالي يمثل توزيع الاسر حسب عدد الأولاد لحي يتكون من 50 اسرة.

عدد الأولاد	0	1	2	3	4	5	6	7	المجموع
عدد الاسر	1	4	6	9	10	8	7	5	50

$X_i n_i$	0	4	12	27	40	40	42	35	172

متوسطها الحسابي هو

$$\overline{X} = \frac{\sum_{i=1}^{k} n_i X_i}{n} = \frac{172}{5}$$

1-3- المتوسط الحسابي لبيانات مبوبة متغيرة كمية مستمرة:

لتكن المتغيرة X موزعة في جدول توزيع تكراري يحتوي على k فئة و لتكن $x_1, x_2, \dots, x_k$ مراكز هذه الفئات $n_1, n_2, \dots, n_k$ تكرارات هذه الفئات و لتكن n تمثل اجمالي التكرارات أي $\sum_{k}^{i=1} n_i = n$

متوسطها الحسابي هو :

$$\overline{X} = \frac{\sum_{i=1}^{k} n_i x_i}{\sum_{i=1}^{k} n_i} = \frac{n_1 x_1 + n_2 x_2 + \cdots + n_k x_k}{n}$$

مثال06: المطلوب إيجاد المتوسط الحسابي لبيانات المثال05 .

فئات الإنتاج بالقنطار	5-10	10-15	15-20	20-25	25-30	30-35	40-35	المجموع
عدد البساتين n_i	2	8	12	30	26	12	10	100
مركز الفئة x_i	7.5	12.5	17.5	22.5	27.5	32.5	37.5	-
$x_i n_i$	15	100	210	675	715	390	375	2480

المتوسط الحسابي:

$$\overline{X} = \frac{\sum_{i=1}^{k} n_i x_i}{n} = \frac{2480}{100} = 24.8$$

1-4- المتوسط الحسابي بطريقة الانحراف عن الوسط الفرضي:

ليكن $X_1, X_2, \dots, X_k$. سلسلة بيانات من n مشاهدة. و ليكن X_0 وسط فرضي و e_i انحراف المشاهدات عن الوسط الفرضي... أي:

$$e_i = X_i - X_0 \Rightarrow \sum e_i = \sum (X_i - X_0)$$

$$\Rightarrow \sum e_i = \sum X_i - n X_0$$

$$\Rightarrow \frac{\sum e_i}{n} = \frac{\sum X_i}{n} - \frac{nX_0}{n} \Rightarrow \bar{e} = \bar{X} - X_0 \Rightarrow \bar{X} = \bar{e} + X_0$$

و هذه العلاقة تنطبق على كل حالات البيانات متقطعة، مستمرة، مبوبة، و غير مبوبة.

مثال07: المطلوب إيجاد المتوسط الحسابي بطريقة الانحراف عن وسط فرضي مقداره 27.5 لبيانات المثال 5

فئات الإنتاج بالقنطار	5–10	10–15	15–20	20–25	25–30	30–35	40–35	المجموع
عدد البساتين	2	8	12	30	26	12	10	100
مركز الفئة	7.5	12.5	17.5	22.5	27.5	32.5	37.5	–
$e_i = X_i - X_0$	-20	-15	-10	-5	0	5	10	–
$n_i e_i$	-40	-120	-120	-150	0	60	100	-270

- حساب متوسط الانحرافات:

$$\bar{e} = \frac{\sum n_j\, x_j}{\text{n}} = -2.7$$

- حساب التوسط الحسابي:

$$\bar{X} = \bar{e} + X_0 = -2.7 + 27.7 = 24.8$$

1–5– خواص المتوسط الحسابي:

- سهل الفهم و الاستيعاب و الحساب ويستخدم في حسابه جميع القيم
- مجموع انحرافات المشاهدات او القيم $X_1, X_2, \dots, X_k$ عن المتوسط الحسابي $\bar{X}$.يساوي صفر أي ان:

$$\sum (X_i - \bar{X}) = 0$$

- يتأثر بالبيانات المبوبة المتغيرة مستمرة التي لها الفئة الأولى المفتوحة من الأسفل و الفئة الأخيرة مفتوحة من الأعلى.

2– المتوسط التربيعي La moyenne quadratique:

يرمز له بالرمز Q يعرف المتوسط التربيعي لمجموعة من البيانات على انه الجذر التربيعي لمتوسط مربعات البيانات و يختلف حسابه باختلاف طبيعة المتغيرة المدروسة و المبوبة وغير مبوبة.

2-1- المتوسط التربيعي لبيانات غير مبوبة :

$$\boldsymbol{Q = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{k} X_i^2}{n}} = \sqrt{\frac{X_1^2 + X_2^2 + \cdots + X_k^2}{n}}}$$

مثال08: احسب المتوسط التربيعي للبيانات التالية: **2. 3. 5. 8. 10. 12. 14. 16. 20**

$$\boldsymbol{Q} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{k} X_i^2}{n}} = \sqrt{\frac{2^2 + 3^2 + 5^2 + 8^2 + 10^2 + 12^2 + 14^2 + 16^2 + 20^2}{9}} = 11.53$$

2-2- المتوسط التربيعي لبيانات مبوبة متغيرة متقطعة:

لتكن المتغيرة الكمية المتقطعة X و التي تأخذ القيم $X_1, X_2, \dots, X_k$ والتي تكراراتها هي $n_1, n_2, \dots, n_k$

حيث $\boldsymbol{\sum_{i=1}^{k} n_i = n}$

فان متوسطها التربيعي:

$$\boldsymbol{Q = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{k} n_i X_i^2}{\sum_{i=1}^{k} n_i = n}} = \sqrt{\frac{n_1 X_1^2 + n_2 X_2^2 + \cdots + n_k X_k^2}{n}}}$$

مثال09:حساب المتوسط التربيعي للبيانات التالية:

X	1	3	5	7	**المجموع**
N	15	20	15	10	60
$n_i X_i^2$	15	180	375	490	1060

$$Q = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{k} n_j X_i^2}{n}} = \sqrt{\frac{1060}{60}} = 4.2$$

2-3- المتوسط التربيعي لبيانات مبوبة متغيرة مستمرة:

لتكن المتغيرة الكمية المستمرة X الموزعة على فئات مراكزها $x_1, x_2, \dots, x_k$ و التي تكراراتها هي $n_1, n_2, \dots, n_k$

حيث $\sum_{i=1}^{k} n_i = n$:

$$\boldsymbol{Q = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{k} n_i x_i^2}{\sum_{i=1}^{k} n_i = n}} = \sqrt{\frac{n_1 x_1^2 + n_2 x_2^2 + \cdots + n_k x_k^2}{n}}}$$

مثال10: حساب المتوسط التربيعي لبيانات المثال 5:

فئات الإنتاج بالقنطار	**10–5**	**15–10**	**20–15**	**25–20**	**30–25**	**35–30**	**40–35**	المجموع
عدد البساتين	2	8	12	30	26	12	10	**100**
مركز الفئة	7.5	12.5	17.5	22.5	27.5	32.5	37.5	–
$n_i x_i^2$	112.5	1250	3675	15187.5	19662.5	12675	14062.5	**66 625**

$$Q = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{k} n_i x_i^2}{n}} = \sqrt{\frac{66625}{100}} = 25.81$$

2–4– خواص **المنوسط التربيعي** :

- صعب الفهم
- يستخدم في حسابه جميع القيم موجبة سالبة معدومة
- يستخدم اكثر في مجال الفيزياء

3– المتوسط الهندسي (G) la Moyenne géométrique:

يعرف المتوسط الهندسي لمجموعة من البيانات بأنه الجذر النوني لجداءات المشاهدات و لوغارتم المتوسط الهندسي هو المتوسط الحسابي للوغاريتميات المشاهدات و يختلف حسابه باختلاف طبيعة المتغيرة المدروسة و مبوبة او غير مبوبة

3–1– المنوسط الهندسي لبيانات غيرمبوبة:

لتكن $X_1, X_2, \dots, X_n$ سلسلة بيانات من n مشاهدة، فان متوسطها الهندسي هو:

$$\boldsymbol{G = \sqrt[n]{\prod_{i=1}^{n} X_i} = [X_1.X_2 \dots X_n]^{\frac{1}{n}}}$$

$$logG = \frac{\sum_{i=1}^{n} logX_i}{n}$$

مثال11: احسب المتوسط الهندسي للبيانات التالية: 2. 3. 5. 8. 10. 12. 14. 16. 20

فان متوسطها الهندسي هو:

$$G=\sqrt[n]{\prod_{i=1}^{n}X_i}=[X_1.X_2\dots X_n]^{\frac{1}{n}}=[20*16*14*\dots*3*2]^{\frac{1}{9}}$$

$$G=11.15$$

3-2- المتوسط الهندسي لبيانات مبوبة متغيرة متقطعة:

اذا كانت $X_1,X_2,\dots,X_k$ قيم المتغير المتقطع X . و $n_1,n_2,\dots,n_k$ تكراراتها, و $\sum_{i=1}^{k}n_i=n$ يعرف المتوسط الهندسي بالعلاقة :

$$\boldsymbol{G=\sqrt[n]{\prod_{i=1}^{k}(X_i)^{n_i}}=[(X_1)^{n_1}.(X_2)^{n_2}\dots(X_k)^{n_k}]^{\frac{1}{n}}}$$

$$logG=\frac{\sum_{i=1}^{k}n_i logX_i}{n}$$

مثال11: حساب المتوسط الهندسي للبيانات التالية:

المجموع	7	5	3	1	X_i
60	10	15	20	15	n_i
28.48	8.45	10.48	9.54	0	$n_i\log X_i$

$$logG=\frac{\sum_{i=1}^{k}n_i logX_i}{n}=\frac{1*15+3*20+\cdots+7*10}{60}=0.47$$

$$G=10^{0.47}=2.95$$

3-3- المتوسط الهندسي لبيانات مبوبة متغيرة مستمرة:

اذا كانت $x_1,x_2,\dots,x_k$ قيم مراكز الفئات للتوزيع التكراري من k للمتغير المستمر X و $n_1,n_2,\dots,n_k$, تكراراتها و $\sum_{i=1}^{k}n_i=n$ يعرف المتوسط الهندسي بالعلاقة:

$$\boldsymbol{G=\sqrt[n]{\prod_{i=1}^{k}(x_i)^{n_i}}=[(x_1)^{n_1}.(x_2)^{n_2}\dots(x_k)^{n_k}]^{\frac{1}{n}}}$$

$$logG = \frac{\sum_{i=1}^{k} n_i logx_i}{n}$$

مثال12: حساب المتوسط الهندسي للبيانات المثال5:

فئات الإنتاج بالقنطار	10-5	15-10	20-15	25-20	30-25	35-30	40-35	المجموع
عدد البساتين	2	8	12	30	26	12	10	100
مركز الفئة	7.5	12.5	17.5	22.5	27.5	32.5	37.5	-
$n_i logx_i$	1.75	8.77	14.91	40.56	37.45	18.14	15.74	137.31

المتوسط الهندسي:

$$logG = \frac{\sum_{i=1}^{k} n_i logx_i}{n} = \frac{137.31}{100} = 1.3731 \Longrightarrow G = 10^{1.3731} = 23.61$$

3-4- خواص المتوسط الهندسي:

- صعب الفهم و الحساب .
- تستخدم في حسابه جميع القيم المعطاة.
- يستخدم في حساب نسب الزيادة في الظواهر كالمبيعات و الأسعار و الأرقام القياسية.
- مجموع انحرافات لوغاريتمات قيم المتغيرة المدروسة عن لوغاريتم متوسطها الهندسي يساوي الصفر.
- لا يجب ان تأخذ قيمة من قيم المتغيرة الإحصائية الصفر.

4- المتوسط التوافقيH La moyenne Harmonique:

يعرف المتوسط التوافقي لمجموعة من البيانات على انه مقلوب المتوسط الحسابي لمقلوبات المشاهدات أي ان مقلوب المتوسط التوافقي هوالمتوسط الحسابي لمقلوبات البيانات ويحسب رياضيا حسب الحالات التالية:

4-1- المتوسط التوافقي لبيانات غير مبوبة:

اذا كانت $X_1, X_2, \dots, X_n$ n قيمة لمتغيرة X فان متوسطها التوافقي هو:

$$\boldsymbol{H = \frac{n}{\sum_{i=1}^{n} \frac{1}{X_i}} = \frac{n}{\frac{1}{X_1} + \frac{1}{X_2} + \cdots + \frac{1}{X_n}}}$$

$$\frac{1}{H}=\frac{\frac{1}{X_1}+\frac{1}{X_2}+\cdots+\frac{1}{X_m}}{n}$$

مثال 13: اوجد المتوسط التوافقي للبيانات التالية: 2. 3. 5. 8. 10. 12. 14. 16. 20

$$H=\frac{n}{\sum_{i=1}^{m}\frac{1}{X_i}}=\frac{9}{\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\frac{1}{5}+\frac{1}{8}+\frac{1}{10}+\frac{1}{12}+\frac{1}{14}+\frac{1}{16}+\frac{1}{20}}=5.89$$

4-2- المتوسط التوافقي لبيانات مبوبة متغيرة متقطعة :

اذا كانت $X_1, X_2, \ldots, X_k$ قيم المتغير المتقطع X و. $n_1, n_2, \ldots, n_k$,تكراراتها و $\sum_{i=1}^{k} n_i = n$ يعرف المتوسط التوافقي بالعلاقة:

$$H=\frac{\sum_{i=1}^{k} n_i}{\sum_{i=1}^{k}\frac{n_i}{X_i}}=\frac{n}{\frac{n_1}{X_1}+\frac{n_2}{X_2}+\cdots+\frac{n_k}{X_k}}$$

مثال14: حساب المتوسط التوافقي للبيانات التالية:

X_i	1	3	5	7	المجموع
n_i	15	20	15	10	**60**
n_i/X_i	15/1	20/3	15/5	10/7	**26.1**

المتوسط التوافقي:

$$H=\frac{n}{\sum_{i=1}^{4}\frac{n_i}{X_i}}=\frac{60}{\frac{15}{1}+\frac{20}{3}+\frac{15}{5}+\frac{10}{7}}=\frac{60}{26.1}=2.3$$

4-3- المتوسط التوافقي لبيانات مبوبة متغيرة مستمرة:

اذا كانت $x_1, x_2, \ldots, x_k$ **قيم** مراكز الفئات لتوزيع تكراري من k فئة للمتغير المستمر X $n_1, n_2, \ldots, n_k$, تكراراتها و $\sum_{i=1}^{k} n_i = n$ يعرف المتوسط التوافقي بالعلاقة:

$$H=\frac{n}{\sum_{i=1}^{k}\frac{n_i}{x_i}}=\frac{n}{\frac{n_1}{x_1}+\frac{n_2}{x_2}+\cdots+\frac{n_k}{x_k}}$$

مثال14: حساب المتوسط التوافقي لبيانات المثال 5:

فئات الإنتاج بالقنطار	10–5	15–10	20–15	25–20	30–25	35–30	40–35	المجموع
عدد البساتين	2	8	12	30	26	12	10	**100**
مركز الفئة	7.5	12.5	17.5	22.5	27.5	32.5	37.5	–
n_j/X_j	2/7.5	8/12.5	12/17.5	30/22.5	26/27.5	12/32.5	10/37.5	**4.51**

المتوسط التوافقي:

$$H=\frac{n}{\sum_{i=1}^{k}\frac{n_i}{x_i}}=\frac{100}{4.51}=22.18$$

4-4- خواص المتوسط التوافقي:

- تستخدم في حسابه جميع البيانات المتاحة.
- صعب الفهم و الاستيعاب.
- يتاثر بالقيم السالبة والمعدومة.

ملاحظة:

لهذه المتوسطات الأربع صفة مشتركة تتمثل في استخدام جميع البيانات و وجد ان:

$$Q \geq \bar{X} \geq G \geq H$$

علما ان المساواة تحقق في حالة واحدة فقط اذاكانت جميع القيم متساوية.

III- المقاييس التي تعتمد على الموقع:

يشار الى الوسيط و الربيعيات و العشريات و المئويات بالمقاييس التي تعتمد في ايجادها على الموقع و هي تسمية مشتقة من الطريقة التي تعرف بها هذه المقاييس، و بالتالي فان حساب هذه المقاييس يتطلب ترتيب البيانات ترتيبا تصاعديا او تنازليا ثم تحديد المقياس حسب الحالة.

1- الوسيط: La Médiane Me

يعرف على انه القيمة الوسطى لقيم مرتبة ترتيبا تصاعديا او تنازليا، أي عدد القيم الأقل منها يساوي عدد القيم الأكبر منها، او انه القيمة التي اقل منها 50% من القيم.

1-1- الوسيط لبيانات غير مبوبة :

- **عدد القيم n فردي**:

يعرف الوسيط على انه القيمة ذات الرتبة:

$$\frac{n+1}{2}$$

مثال4-20: اذا كانت لدينا البيانات التالية: 7. 11. 2. 15. 5. 13. 9

ا ننا نرتبها ترتيبا تصاعديا: 2. 5. 7. 9. 11. 13. 15 و الوسيط هو القيمة التي ترتيبها

$$\frac{7+1}{2}=4$$

وبالتالي فان الوسيط هو:

Me=9

- **عند القيم n زوجي**:

يعرف الوسيط على انه القيمة التي تتوسط القيمة ذات الرتبة:

$$\frac{n+1}{2}$$

و القيمة ذات الرتبة :

$$\frac{n}{2}$$

مثال 15: اذا كانت لدينا البيانات التالية:: 7. 11. 2. 15. 5. 13. 9 اننا نرتبها ترتيبا تصاعديا:

2. 5. 7. 9. 11. 13. 15

و الوسيط هو القيمة التي تتوسط القيم (9 و 11) و بالتالي فان الوسيط :

$$Me = \frac{9 + 11}{2} = 10$$

1-2- الوسيط لبيانات مبوبة متغيرة متقطعة:

اذا كانت $X_1, X_2, \dots, X_k$ قيم المتغير المتقطع X و. $n_1, n_2, \dots, n_k$,تكراراتها و$\sum_{i=1}^{k} n_i = n$ لايجاد الوسيط نقوم بالخطوات التالية:

1- إيجاد التكرار التجمع الصاعد.

2- تحديد رتبة الوسيط $\frac{}{2}$

3- استخراج الوسيط مباشرة من الجدول باعتباره القيمة المقابلة للتكرار المتجمع الصاعد الذي يحوي رتبة الوسيط.

مثال16: حساب الوسيط للبيانات التالية:

X	n	$F^{\nearrow}$
1	15	15
3	20	35
5	15	50
7	10	60
$\sum$	60	–

- رتبة الوسيط =30
- فئة الوسيط هي الفئة الثانية
- الوسيط = Me= 3

1-3- الوسيط لبيانات مبوبة متغيرة مستمرة:

اذا كانت $x_1, x_2, \dots, x_k$ **قيم** مراكز الفئات لتوزيع تكراري من k فئة للمتغير المستمر X $, n_1, n_2, \dots, n_k$ تكراراتها و$\sum_{i=1}^{k} n_i = n$ لايجاد الوسيط نتبع الخطوات التالية:

1- إيجاد التكرار المتجمع الصاعد.

2- تحديد رتبة الوسيط. $\frac{\sum_{i=1}^{k} n_i}{2}$

3- تحديد فئة الوسيط و هي الفئة التي تكرارها المتجمع الصاعد يحوي رتبة الوسيط.

4- حساب الوسيط وفق العلاقة:

$$Me = A + \frac{\frac{\sum_{i=1}^{k} n_i}{2} - F^{\nearrow}{}_{-1}}{n_{Me}} \, . L$$

A: الحد الأدنى لفئة الوسيط.

$F^{\nearrow}{}_{-1}$: التكرار المتجمع الصاعد للفئة السابقة لفئة الوسيط.

n_{Me} : التكرار العادي لفئة الوسيط.

L: طول الفئة

مثال17: احسب الوسيط للبيانات التالية:

فئات الإنتاج بالقنطار	10-5	15-10	20-15	25-20	30-25	35-30	40-35	المجموع
عدد البساتين	2	8	12	30	26	12	10	100
$F^{\nearrow}$	2	10	22	52	78	90	100	-

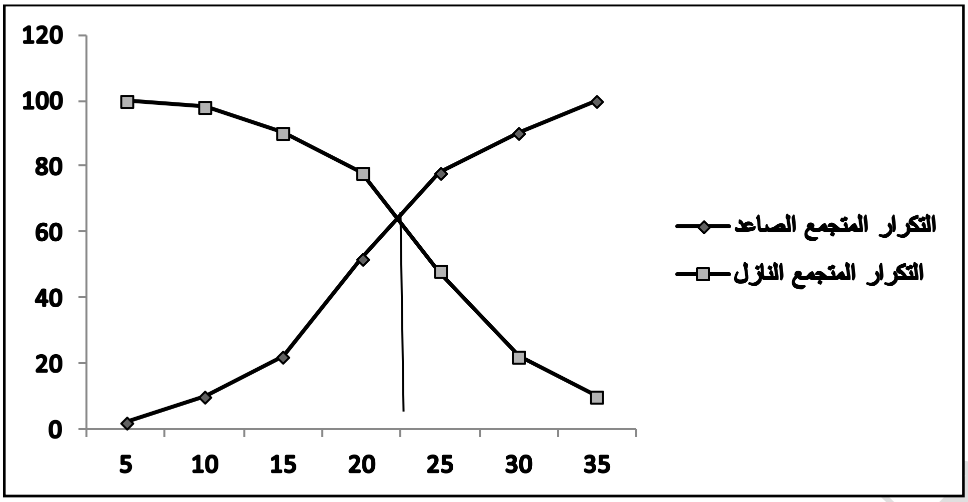
- رتبة الوسيط :50
- فئة الوسيط:20-25

الوسيط:

$$Me=20 + \frac{50-22}{30} .5 = 24.66$$

1-4- الوسيط بيانيا:

نحصل على الوسيط بيانيا من اسقاط نقطة تقاطع منحنى التكرار المتجمع الصاعد و منحنى التكرار المتجمع النازل على محور البيانات (الفئات).



2- الربيعياتQuartiles:

اذا قسمنا البيانات المرتبة ترتيبا تصاعديا الى أربعة أجزاء نحصل على ثلاث ربيعيات، الربع الأول و يرمز له بالرمز Q_1وهو القيمة التي تفوق 25 من البيانات وتقل عن 75 من البيانات، و رتبته $\frac{n}{4}$.الربيع الثالث ويرمز له بالرمز Q_2و هو القيمة التي تفوق 75 من البيانات وتقل عن 25 من البيانات ، و رتبته $\frac{3n}{4}$. و الربيع الثاني يساوي الوسيط.

3- العشيرات Déciles:

اذا قسمنا البيانات المرتبة ترتيبا تصاعديا الى عشرة أجزاء نحصل على تسع عشيرات ، العشري الأول ويرمز له بالرمز D_1 وهو القيمة التي تفوق 10 من البيانات و تقل عن 90 من البيانات، و رتبته$\frac{n}{10}$ثم يليه العشري الثاني الى غاية العشري التاسع($D_2, D_3, \dots, D_9$) رتبها على التوالي(2n/10, 3n/10, …, 9n/10) و العشري الخامس يساوي الوسيط.

4- المئينات Centiles :

اذا قسمنا البيانات المرتبة ترتيبا تصاعديا الى 100 جزء نحصل على 99 مئين، المئين الأول و يرمز له بالرمز C_1 وهو القيمة التي تفوق 1 من البيانات و تقل عن 99 من البيانات ، ورتبته n/100 ثم يليه 98 مئين$C_2, C_3, \dots, C_{99}$ و رتبها على التوالي (2n/100, 3n/100, …, 98n/100, 99n/100) و المئين الخمسين يساوي الوسيط.

تحسب جميع هذه المقاييس للبيانات المبوبة بالعلاقة التالية

$$X = A + \frac{T - F^{\nearrow}_{-1}}{n_X} . L$$

A:الحد الأدنى لفئة المقياس المراد حسابه.

X:المقياس المراد حسابه.

T:رتبة المقياس المراد حسابه.

$F^{\nearrow}_{-1}$: التكرار المتجمع الصاعد للفئة السابقة لفئة المقياس المراد حسابه.

n_X: التكرار العادي لفئة القياس المراد حسابه.

L: طول فئة المقياس المراد حسابه

مثال17 : احسب الربيع الأول و الثالث، العشير الأول و الثامن و المئين العشرون و الخامس و التسعون للبيانات التالية:

فئات الإنتاج بالقنطار	10-5	15-10	20-15	25-20	30-25	35-30	40-35	المجموع
عدد البساتين	2	8	12	30	26	12	10	**100**
$F^{\nearrow}$	2	10	22	52	78	90	100	–

1-**الربيع الأول**: رتبته=25 ، فئته= 20-25.

$$Q_1 = 20 + \frac{25-22}{30} * 5 = 20.5$$

2-الربيع الثالث: رتبته =75 ، فئته =25-30

$$Q_3 = 20 + \frac{25-22}{26} * 5 = 29.42$$

3-العشير الأول: رتبته =10 ، فئته= 10-15

$$D_1 = 20 + \frac{10-2}{8} * 5 = 15$$

4- العشير الثامن: رتبته =80 ،فئته= 30-35

$$D_8 = 30 + \frac{80-78}{12} * 5 = 30.83$$

5-المئين العشرون: رتبته=20 ،فئته 15-20

$$C_{20} = 15 + \frac{20 - 10}{12} * 5 = 19.16$$

6-المئين الخامس و التسعون: رتبته=95 ، فئته35-40

$$C_{95} = 35 + \frac{95 - 90}{10} * 5 = 37.5$$

5- خواص الوسيط:

- صعب الحساب و الفهم
- لا يأخذ بعين الاعتبار جميع البيانات
- لا يتاثر بالقيم المتطرفة
- يستحسن استخدامه للتوزيعات المفتوحة.

تمارين محلولة:

التمرين الأول:

الجدول التالي يمثل توزيع 50 طالب حسب عدد الغيابات:

عدد الغيابات	0	01	02	03	04	05
عدد الطلاب	09	15	11	08	04	03

المطلوب:

1. ماهو عدد الطلبة الذين لديهم غيابين أو أقل.
2. ما هي نسبة الطلاب الذين لديهم على الأقل غيابين.
3. مثل التوزيع باستخدام الأعمدة البيانية.
4. أوجد المتوسط الحسابي والمتوسط الربيعي لهذا التوزيع.
5. أوجد المنوال والوسيط مع شرح النتيجة.
6. أوجد الربيع الأول والربيع الثالث مع شرح النتيجة.

حل التمرين الأول:

x_i	n_i	f_i	$f_i\%$	$F_i\uparrow$	$F_i\%\downarrow$	$n_i x_i$	$n_i {x^2}_i$
0	09	0.18	18	09	100	0	0
01	15	0.3	30	24	82	15	15
02	11	0.22	22	35	52	22	44
03	08	0.16	16	43	30	24	72
04	04	0.08	0.8	47	14	16	64
05	03	0.06	0.6	50	06	15	75
$\sum$	**50**	**01**	**100**	/	/	**92**	**270**

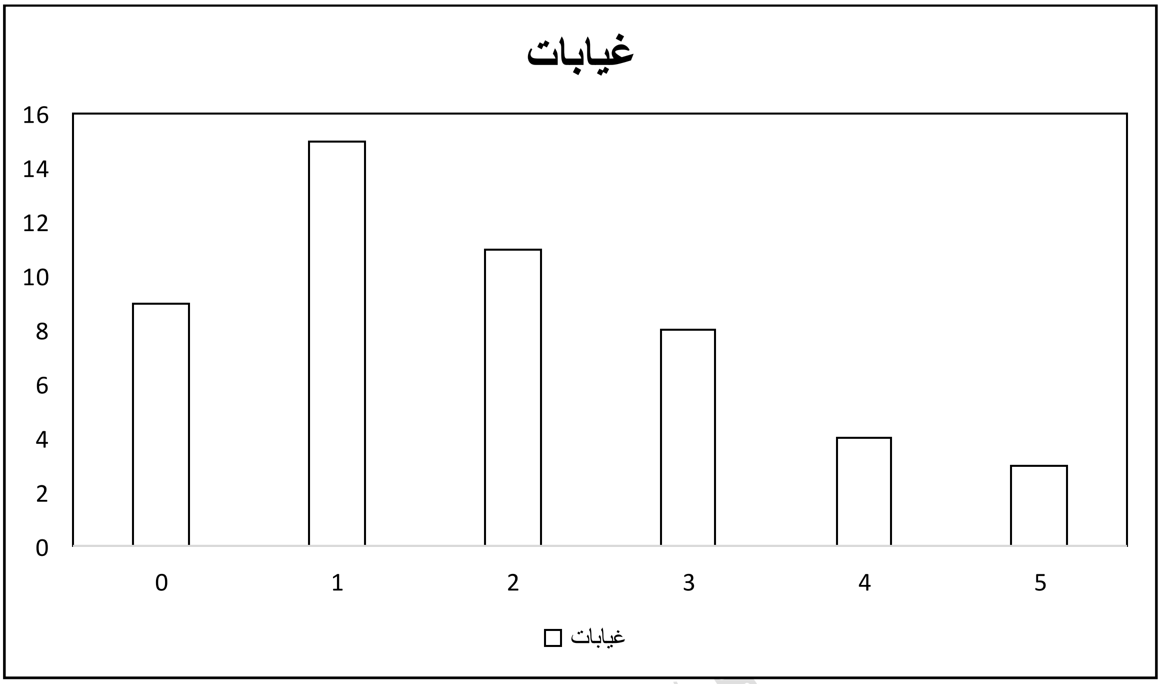
عدد الطلبة الذين لديهم غيابين أو أقل:

وهو قيمة التكرار المتجمع الصاعد المقابل لـ 02 وهو 35.

ماهي نسبة الطلاب الذين لديهم على الأقل غيابين:

وهو قيمة التكرار النسبي المتجمع النازل المقابل لـ 02 وهو 52.

مثل التوزيع باستخدام الأعمدة البيانية:



المتوسط الحسابي والمتوسط التربيعي:

المتوسط الحسابي:

$$\overline{X} = \frac{\sum_{i=1}^{k} n_i x_i}{\sum n_i} = \frac{92}{50} = 1.84$$

المتوسط التربيعي:

$$Q = \sqrt{\frac{\sum x_i^2 n_i}{\sum n_i}}$$

$$Q = \sqrt{\frac{270}{50}}$$

$$Q = 2.32$$

حساب المنوال والوسيط مع شرح النتيجة:

المنوال:

من خلال الجدول السابق نلاحظ أن أكبر تكرار هو 15 وبالتالي فإن المنوال هو قيمة المتغير المقابلة لهذت التكرار أي $Mo = 01$.

الشرح:

أغلبية الطلبة لديهم غياب واحد.

الوسيط:

تحديد رتبة الوسيط: $\frac{}{2}$ =25

من الجدول نحدد قيمة الوسيط وهي:

$$Me = 02$$

الشرح:

50 % من الطلبة عدد غياباتهم أقل من 02.

50 % من الطلبة عدد غياباتهم أكثر من 02.

حساب الربيع الأول والربيع الثالث مع شرح النتيجة:

الربيع الأول:

تحديد رتبة الربيع الأول: $\frac{n}{4}$ =12.5

من الجدول نحدد قيمة الربيع الأول وهي:

$$Q_1 = 01$$

الشرح:

25 % من الطلبة عدد غياباتهم أقل من 01.

75 % من الطلبة عدد غياباتهم أكثر من 01.

الربيع الثالث:

تحديد رتبة الربيع الثالث: $\frac{3n}{4}=37.5$

من الجدول نحدد قيمة الربيع الثالث وهي:

$$Q_3=03$$

الشرح:

75% من الطلبة عدد غياباتهم أقل من 03.

25% من الطلبة عدد غياباتهم أكثر من 03.

التمرين الثاني:

إليك التوزيع التكراري لمجتمع إحصائي مكون من التالي:

] 4-3.5]	] 3.5-3]	]3-2.5]	] 2.5-2]	]2-1.5]	] 1.5-1]	**المتغير** i
08	10	31	26	15	10	**التكرار** n_i

المطلوب: حدد قيمة كل من:

1. المتوسط الحسابي.
2. المنوال مع شرح النتيجة.
3. الوسيط مع شرح النتيجة.
4. الربيع الأول مع شرح النتيجة.

حل التمرين الثاني:

f_ix_i	n_ix_i	$F_i\uparrow$	f_i	x_i	n_i	X_i
0.125	12.5	10	0.1	1.25	10	] 1.5-1]
0.2625	26.25	25	0.15	1.75	15	]2-1.5]
0.585	58.5	51	0.26	2.25	26	] 2.5-2]
0.8525	85.25	82	0.31	2.75	31	]3-2.5]
0.325	32.5	92	0.1	3.25	10	] 3.5-3]
0.3	30	100	0.08	3.75	08	] 4-3.5]

2.45	245	/	01	/	100	∑

حساب المتوسط الحسابي:

حساب المتوسط الحسابي باستخدام التكرار المطلق:

$$\overline{X} = \frac{\sum_{i=1}^{k} n_i x_i}{\sum n_i} = \frac{245}{100} = 2.45$$

حساب المتوسط الحسابي باستخدام التكرار النسبي:

$$\overline{X} = \sum f_i x_i = 2.45$$

حساب المنوال مع شرح النتيجة:

تحديد الفئة المنوالية: هي الفئة المقابلة لأكبر تكرار وهي: [2.5-3[

حساب المنوال:

$$M_o = A + \left[\frac{\Delta_1}{\Delta_{1+\Delta_2}} L\right]$$

$$\Delta_1 = 31-26=05 \qquad \Delta_2 = 31-10=21$$

$$M_o = 2.5 + \left[\frac{05}{05+21}\right] \quad 0.5$$

$$Mo = 2.59$$

الوسيط مع شرح النتيجة:

تحديد الفئة الوسيطية: وهي الفئة التي تكرارها المتجمع الصاعد أكبر أو يساوي $\frac{\sum_{i=1}^{k} n_i}{2}$، أي

$F^{\nearrow} \geq 50$ ومنه الفئة الوسيطية هي: [2-2.5]

$$Me = A + \frac{\frac{\sum_{i=1}^{k} n_i}{2} - F^{\nearrow}{}_{-1}}{n_{Me}} . L$$

$$M_e = 2 + \left[\frac{50-25}{26} 0.5\right]$$

$$M_e = 2.48$$

50% من البيانات أقل من 2.48.

50% من البيانات أكثر من 2.48.

الربيع الأول مع شرح النتيجة:

تحديد الفئة الربيعية الأولى: وهي الفئة التي تكرارها المتجمع الصاعد أكبر أو يساوي $\frac{\sum_{i=1}^{k} \quad i}{4}$، أي:

$F^{\nearrow}{}_{q1\uparrow} \geq 25$

ومنه الفئة الربيعية الأولى هي [1.5-2[

حساب الربيع الأول

$$_{1} = A + \frac{\frac{\sum_{i=1}^{k} \quad i}{4} - F^{\nearrow}{}_{-1}}{n_{Q1}} . L$$

25% من البيانات أقل من 2

75% من البيانات أكثر من 2

التمرين الثالث:

أوضحت دراسة شملت 150 أسرة أن الإنفاق اليومي لها أعطت النتائج التالية:

قيمة الإنفاق بالدينار	[200–100]	[400–200]	]A–400]	]800–A]	]1000–800]
عدد الأسر	28	35	40	27	N_5

المطلوب:

1. أوجد البيانات المفقودة إذا علمت أن متوسط الإنفاق هو 455 دج.
2. أحسب العشير السابع والمئوي 65، واشرح النتيجة.
3. أحسب الربيع والربيع الثالث.

حل التمرين الثالث:

$x_i n_i$	$F_i\uparrow$	x_i	n_i	X_i
4200	28	150	28	] 200-100]
10500	63	300	35	] 400-200]
$(\frac{400+A}{2})40$	103	450	40	]500-400]
$(\frac{800+A}{2})27$	130	650	27	]800-A]
18000	150	900	20	]1000-800]
/	/	/	150	المجموع

إيجاد القيم المفقودة في الجدول:

$$\sum ni=150 \Longrightarrow n1 + n2 + n3 + n4 + n5 = 150$$

$$\Longrightarrow 28 + 35 + 40 + 27 + n5 = 150$$

$$\Longrightarrow n5 = 20$$

ولدينا:

$$\overline{X} = \frac{\sum_{i=1}^{5} n_i x_i}{\sum n_i} = 455 \Longrightarrow \frac{\sum_{i=1}^{5} n_i x_i}{150} = 455$$

$$\Longrightarrow \sum_{i=1}^{5} n_i\, x_i = 68250$$

$$\Longrightarrow 4200+10500+\left(\frac{400+A}{2}\right)40+\left(\frac{800+A}{2}\right)27+18000= 68250$$

$$\Longrightarrow 4200+10500+8000+20A+10800+13.5A+18000=68250$$

$$\Longrightarrow 33.5A=16750$$

$$\Longrightarrow A=500$$

حساب العشير السابع والمئوي 65:

حساب العشير السابع:

تحديد الفئة العشيرية السابعة: وهي الفئة التي تكررها المتجمع الصاعد أكبر أو يساوي $\frac{7\sum_{i=1}^{k} n_i}{10}$، أي:

$F_{\uparrow} \geq 105$

ومنه الفئة العشيرية السابعة هي: [500–800[

حساب العشير السابع:

$$D_7 = A + \frac{\frac{7\sum_{i=1}^{k} n_i}{10} - F^{\nearrow}_{-1}}{n_{D7}} . L_{D7}$$

$$D_7 = 500 + \frac{105-103}{27} . 300$$

$$D_7 = 522.22$$

التفسير:

70% من الأسر إنفاقها اليومي أقل من 522.22دج، 30% من الأسر إنفاقها اليومي أكبر من 522.22 دج.

حساب المئوي 65:

تحديد الفئة المئوية 65: وهي الفئة التي تكررها المتجمع الصاعد أكبر أو يساوي $\frac{\sum_{i=1}^{k} n_i}{100}$، أي:

$F_{\uparrow} \geq 97.5$

ومنه الفئة المئوية 65 هي: [400-500[

حساب المئوي 65:

$$\boldsymbol{C_{65} = A + \frac{\frac{65\sum_{i=1}^{k} n_i}{100} - F^{\nearrow}{}_{-1}}{n_{C65}} . L_{C65}}$$

$$C_{65} = 400 + \frac{97.5 - 63}{40} . 100$$

$$C_{65} = 486.25$$

التفسير:

65% من الأسر إنفاقها اليومي أقل من 486.25دج، 35% من الأسر إنفاقها اليومي أكبر من 486.25 دج.

حساب الربيع الأول والربيع الثالث:

الربيع الأول:

تحديد الفئة الربيعية الأولى: وهي الفئة التي تكررها المتجمع الصاعد أكبر أو يساوي $\frac{\sum_{i=1}^{k} \quad i}{4}$، أي:

$F_{\uparrow} \geq 37.5$

ومنه الفئة الربيعية الأولى هي: [200-400[

حساب الربيع الأول:

$$\boldsymbol{Q_1 = A + \frac{\frac{\sum_{i=1}^{k} n_i}{4} - F^{\nearrow}{}_{-1}}{n_{Q1}} . L}$$

$$\boldsymbol{Q_1 = 200 + \frac{37.5 - 28}{35} . 200}$$

$$Q_1 = 254.28$$

الربيع الثالث:

تحديد الفئة الربيعية الثالثة: وهي الفئة التي تكررها المتجمع الصاعد أكبر أو يساوي $\frac{\sum_{i=1}^{k}\quad i}{4}$، أي:

$F_{\uparrow} \geq 112.5$

ومنه الفئة الربيعية الثالثة هي [500-800[

حساب الربيع الثالث:

$$\boldsymbol{Q_3 = A + \frac{\frac{3\sum_{i=1}^{k} n_i}{4} - F^{\nearrow}{}_{-1}}{n_{Q3}} \;.L}$$

$$\boldsymbol{Q_3 = 500 + \frac{112.5 - 103}{27}.300}$$

$$Q_3 = 605.55$$

تمارين مقترحة:

التمرين الأول:

في اطار تقديم المساعدات الى العائلات المعوزة اخذت مصالح الإحصاء البلدية عيينة من 100 عائلة من ذوي الدخل المحدود و احصت عدد الأولاد في كل عائلة حسب الجدول التالي:

عدد الاولاد	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
عدد العائلات	2	4	6	8	10	12	18	20	14	4	2

-احسب المنوال، الوسيط و المتوسط الحسابي

-احسب الرباعيات الأول و الثاني

-اوجد العشري الثاني و العشري التاسع

-اوجد المئين الثلاثون و المئين السادس و الستون

التمرين الثاني:

الجدول التالي يبين توزيع 100 مستفيد من السكن لبلدية ما حسب العمر:

العمر	التكرار
35-25	6
45-35	18
55-45	20
75-55	32
105-75	24
المجموع	**100**

- حدد المجتمع الاحصائي ، و المتغير و طبيعته؟
- احسب متوسط عمر المستفيدين ، المنوال و الوسيط؟
- اوجد عدد ونسبة المستفيدين الذين أعمارهم اقل من 75 سنة ؟
- احسب المتوسط الحسابي بطريقة النحراف على وسط فرضي قدره:40
- احسب الربيع الأول و الثالث و العشير الثالث و الثامن.

التمرين الثالث:

الجدول التكراري التالي يمثل توزيع 100 اسرة في احدى المدن الصغيرة حسب الاستهلاك الشهري من الطاقة الكهربائية (بالكيلووات)

فئات الاستهلاك الشهري	100-50	150-100	200-150	250-200	300-250	المجموع
عدد الاسر	12	28	30	20	10	**100**

- احسب كلا من المتوسط الحسابي و المتوسط الهندسي و المتوسط التربيعي و المتوسط التوافقي.
- تحقق من العلاقة التي تربط هذه المواصفات.

التمرين الرابع:

اختيرت عيينة من طلاب جامعة ما حجمها 100 طالب ووجد ان اوزانهم (بالكيلوغرام) كما هي في الجدول التكراري التالي:

فئات الوزن بالكيلوغرام	65-60	70-65	75-70	80-75	85-80	المجموع
عدد الطلبة	22	28	35	8	7	**100**

- احسب المنوال و الوسيط
- احسب المتوسط الحسابي بطرق مختلفة.
-

التمرين الخامس: الجدول التكراري التالي يمثل توزيع 1000 ناخب حسب الفئات العمرية

الاعمار	40-20	60-40	80-60	المجموع
عدد الناخبين	401	368	231	**1000**

1- احسب المنوال بطريقتين.

2- احسب الوسيط و الربيع الأول و الثالث و العشري السادس و المئوي التسعون.

3- احسب المتوسط الحسابي.

الفصل الخامس

مقاييس التشتت

Les mesures de dispersion مقاييس التشتت

تمهيد:

يعرف التشتت على انه قياس مدى تباعد البيانات عن بعضها البعض او عن وسطها الحسابي، يقاس التشتت المطلق بالمدى، المدى الربيعي، الانحراف المتوسط، الانحراف المعياري، التباين. وللمقارنة بين التوزيعات التكرارية نستبعد وحدات القياس باستخدام التشتت النسبي الذي يقاس بمعامل المدى، معامل الانحراف الربيعي، معامل الاختلاف.

I- مقاييس التشتت المطلق:

1- المدى: étendue

لتكن لدينا البيانات التالية $X_1, X_2, \dots, X_k$ مرتبة ترتيبا تصاعديا، يعرف المدى على انه الفرق بين اكبر قيمة و اصغر قيمة.

$$E = X_{max} - X_{min}$$

خواص المدى:

- بسيط وسهل الفهم
- يتأثر بالقيم المتطرفة.

2- المدى الربيعي: écart interQuartile

يعرف المدى الربيعي على انه الفرق بين الربيع الثالث و الربيع الأول :

$$E_Q = Q_3 - Q_1$$

خواص المدى الربيعي:

- صعب الفهم والحساب
- يشمل فقط 50% من القيم
- لا يتاثر بالقيم المتطرفة.

3- الانحراف المتوسط: écart moyenne

يعرف الانحراف المتوسط على انه متوسط انحرافات القيم عن متوسطها الحسابي مأخوذة بالقيم المطلقة و يحسب حسب طبيعة البيانات:

1.3. بيانات غير مبوبة:

يحسب الانحراف المتوسط n مشاهدة $X_1, X_2, \dots, X_n$ بالعلاقة:

$$E_m = \frac{\sum_{i=1}^{n}|X_i - \bar{X}|}{n}$$

2.3. بيانات مبوبة متغيرة متقطعة:

اذا كانت $X_1, X_2, \dots, X_k$ قيم المتغير المتقطع X و $n_1, n_2, \dots, n_k$ تكراراتها يعرف الانحراف المتوسط بالعلاقة:

$$E_m = \frac{\sum_{i=1}^{k} n_i|X_i - \bar{X}|}{\sum_{i=1}^{k} n_i}$$

3.3. بيانات مبوبة متغيرة مستمرة:

اذا كانت $X_1, X_2, \dots, X_k$ قيم المتغير المستمر X. و $n_1, n_2, \dots, n_k$ تكراراتها يعرف الانحراف المتوسط بالعلاقة:

$$E_m = \frac{\sum_{i=1}^{k} n_i|x_i - \bar{X}|}{\sum_{i=1}^{k} n_i}$$

حيث $x_1, x_2, \dots, x_k$ مراكز الفئات.

خواص الانحراف المتوسط:

- سهل الفهم والحساب والتطبيق.
- يقيس مدى تباعد المشاهدات عن وسطها الحسابي.
- يعتمد في حسابه على جميع المشاهدات.

4- الانحراف المعياري: écart type

يعتبر الانحراف المعياري اهم مقاييس التشتت و اكثرها استخداما، يعرف على انه الجذر التربيعي لمتوسط مربعات انحرافات القيم عن متوسطها الحسابي و يحسب حسب حالة البيانات المدروسة.

4-1- بيانات غير مبوبة:

يحسب الانحراف المعياري لـn مشاهدة $X_1, X_2, \dots, X_n$ بالعلاقة:

$$\delta = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n}(X_i - \bar{X})^2}{n}}$$

4–2– بيانات مبوبة متغيرة متقطعة:

اذا كانت $X_1, X_2, \dots, X_k$ قيم المتغير المتقطع X و $n_1, n_2, \dots, n_k$ تكراراتها يعرف الانحراف المعياري بالعلاقة:

$$\delta = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{k} n_i(X_i - \bar{X})^2}{\sum_{i=1}^{k} n_i}}$$

4–3– بيانات مبوبة متغيرة مستمرة:

اذا كانت $X_1, X_2, \dots, X_k$ قيم المتغير المستمر X و $n_1, n_2, \dots, n_k$ تكراراتها يعرف الانحراف المعياري بالعلاقة:

$$\delta = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{k} n_i(x_i - \bar{X})^2}{\sum_{i=1}^{k} n_i}}$$

حيث x_i مركز الفئة i.

خواص الانحراف المعياري:

- سهل الفهم والحساب والتطبيق
- يقيس مدى تباعد المشاهدات عن وسطها الحسابي
- يعتمد في حسابه على جميع المشاهدات

5– التباين la variance:

يعرف على انه متوسط مربعات انحرافات المشاهدات عن وسطها الحسابي فهو مربع الانحراف المعياري أي ان:

$$V(X) = \delta^2$$

$$V(X) = \frac{\sum_{i=1}^{k} n_i(x_i - \bar{X})^2}{\sum_{i=1}^{k} n_i}$$

خواص التباين:

- نفص خواص الانحراف المعياري
- التباين لا يتاثر بجمع او طرح مقدار ثابت من المتغيرة X أي:

$$V(X \pm C) = V(X) \pm V(C) = V(X) \qquad V(C) = 0$$

- التباين يتاثر بضرب (او قسمة) مقدار ثابت في المتغيرة X أي:

$$V(aX) = a^2 V(X)$$

- وحسب علاقة كونيغ (formule de Koeing) فان التباين يساوي مربع المتوسط التربيعي منقوصا منه مربع المتوسط الحسابي أي:

$$V(X) = \frac{\sum_{i=1}^{k} n_i X_i^2}{\sum_{i=1}^{k} n_i} - \bar{X}^2$$

مثال1:

اوجد المدى، والمدى الربيعي، الانحراف المتوسط، النحراف المعياري، التباين للبيانات التالية:

5 7 11 3 8 4 1 9 12 2 19 25

- المدى

$$E = 25 - 1 = 24$$

- المدى الربيعي
  - أولا الترتيب التصاعدي: 1 2 3 4 5 7 8 11 13 19 22 25
  - رتبة الربيع الأول : الرابع $Q_1 = 4$ ورتبة الربيع الثالث : التاسع $Q_3 = 13$
  - المدى الربيعي:

$$E_Q = 13 - 4 = 9$$

- الانحراف المتوسط:

أولا حساب المتوسط الحسابي:

$$\overline{\mathrm{X}} = \frac{\sum_{\mathrm{i}=1}^{\mathrm{n}} \mathrm{X_i}}{\mathrm{n}} = \frac{1+2+3+4+5+7+8+11+13+19+22+25}{12}$$

$$= \frac{120}{12} = 10$$

ثانيا: حساب الانحراف المتوسط:

$$E_m = \frac{\sum_{i=1}^{n} |X_i - \overline{X}|}{n} = \frac{|1-10| + |2-10| + \cdots + |25-10|}{12}$$

$$E_m = \frac{80}{12} = 6.66$$

- التباين: من السهل حساب التباين قبل حساب الانحراف المعياري

$$V(X) = \frac{\sum_{i=1}^{k} X_i^2}{n} - \bar{X}^2$$

$$V(X) = \frac{1^2 + 2^2 +,,, +25^2}{12} - 10^2$$

$$V(X) = \frac{1928}{12} - 100 = 60.66$$

- الانحراف المعياري:

$$\delta = \sqrt{V(X)} = \sqrt{60.66} = 7.78$$

مثال2:

في اطار تقديم المساعدات الى العائلات المعوزة اخذت مصالح الإحصاء بالبلدية عيينة من 100 عائلة من ذوي الدخل المحدود و احصت عدد الأولاد في كل عائلة حسب الجدول التالي:

عدد الاولادX	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
عدد العائلاتn	2	4	6	8	10	12	15	18	12	8	5

المطلوب:

- حساب المدى
- حساب المدى الربيعي
- حساب الانحراف المتوسط
- الانحراف المعياري والتباين

الحل:

قبل الإجابة على السؤال ننجز الجدول الموالي:

X_i	n_i	n_iX_i	$X_i-\bar{X}$	$(X_i-\bar{X})^2$	$n_i(X_i-\bar{X})^2$	$\lvert X_i-\bar{X}\rvert$	$n_i\lvert X_i-\bar{X}\rvert$	$F^{\uparrow}$
0	2	0	-5.75	32.9476	0	5.74	0	2
1	4	4	-4.75	22.4676	22.4676	4.74	4.74	6
2	6	12	-3.75	13.9876	27.9752	3.74	7.48	12
3	8	24	-2.75	7.5076	22.5228	2.74	8.22	20
4	10	10	-1.75	3.0276	12.1104	1.74	6.96	30
5	12	60	-0.75	0.5476	2.738	0.74	3.7	42
6	15	90	0.26	0.0676	0.4056	0.26	1.56	57
7	18	126	1.26	1.5876	11.1132	1.26	8.82	75
8	12	96	2.26	5.1076	40.8608	2.26	18.08	87
9	8	72	3.26	10.6276	95.6484	3.26	29.34	95
10	5	50	4.26	18.1476	181.476	4.26	42.6	100
المجموع	100	574	574	-	417.318	-	131.5	-

- حساب المدى : $E = 10 - 0 = 10$
- حساب المدى الربيعي:
  - إيجاد الربيع الأول و الثالث: رتبة الربيع الأول=25 ، رتبة الربيع الثالث=75

$$Q_1 = 3, \qquad Q_3 = 7$$

  - المدى الربيعي:

$$E_Q = 7 - 3 = 4$$

- حساب الانحراف المتوسط:

$$E_m = \frac{\sum_{i=1}^{k} n_i \lvert X_i - \bar{X}\rvert}{\sum_{i=1}^{k} n_i} = \frac{131.5}{100} = 1.315$$

- حساب الانحراف المعياري:

$$\delta = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{k} n_i (X_i - \bar{X})^2}{\sum_{i=1}^{k} n_i}} = \sqrt{\frac{417.318}{100}} = 2.04$$

- حساب التباين:

$$V(X) = \delta^2 = 2.04^2 = 4.17$$

مثال3:

الجدول التالي يمثل توزيع 100 مستفيد من السكن لبلدية ورقلة حسب العمر:

فئة العمر	35-25	45-35	55-45	65-55	75-65	المجموع
عدد المستفيدين	16	18	24	30	12	100

اوجد المدى، المدى الربيعي، الانحراف المتوسط، الانحراف المعياري و التباين.

الحل:

قبل الإجابة عن الأسئلة ننجز الجدول الموالي:

X_i	n_i	x_i	$n_i x_i$	$X_i - \bar{X}$	$\lvert X_i - \bar{X}\rvert$	$n_i\lvert X_i - \bar{X}\rvert$	$(X_i - \bar{X})^2$	$n_i(X_i - \bar{X})^2$	$F^{\uparrow}$
25-35	16	30	480	-20.4	20.4	326.4	416.16	6658.56	16
35-45	18	40	720	-10.4	10.4	187.2	108.16	1946.88	34
45-55	24	50	1200	-0.4	0.4	9.6	0.16	3.84	58
55-65	30	60	1800	9.6	9.6	288	92.16	2764.8	88
65-75	12	70	840	19.6	19.6	235.2	384.16	4609.92	100
المجموع	100	-	5040	-	-	1046.4	-	15984	-

- المدى.

$$E = 75 - 25 = 50$$

- المدى الربيعي:

أولا: حساب الربيعي الأول: رتبة الربيع الأول =25 ، فئته 35-45

$$Q_1 = 35 + \frac{25 - 16}{8} * 10 = 40$$

ثانيا: حساب الربيع الثالث: رتبة الربيع الثالث =75 ، فئته 55-65

$$Q_3 = 55 + \frac{75 - 58}{30} * 10 = 60.66$$

ثالثا: حساب المدى الربيعي:

$$E_Q = Q_3 - Q_1 = 60.66 - 40 = 20.66$$

- حساب الانحراف المتوسط:

أولا: حساب المتوسط الحسابي:

$$\bar{X} = \frac{\sum_{i=1}^{k} x_i n_i}{\sum_{i=1}^{k} n_i} = \frac{5040}{100} = 50.4$$

ثانيا : الانحراف المتوسط:

$$E_m = \frac{\sum_{i=1}^{k} n_i |x_i - \bar{X}|}{\sum_{i=1}^{k} n_i} = \frac{1046.4}{100} = 10.464$$

- حساب الانحراف المعياري:

$$\delta = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{k} n_i (x_i - \bar{X})^2}{\sum_{i=1}^{k} n_i}} = \sqrt{\frac{15984}{100}} = \sqrt{159.84} = 12.64$$

- حساب التباين:

$$V(X) = \delta^2 = 12.64^2 = 159.84$$

II– مقاييس التشتت النسبي:

1- معامل المدى Coefficient de l'étendu :

يرمز له بالرمز Ce و يعرف بالصيغة التالية:

$$C_e = \frac{X_{max} - X_{min}}{X_{max} + X_{min}}$$

2- معامل الانحراف الربيعي: Coefficient de Quartile

يرمز له بالرمز C_{IQ} و يعرف بالصيغة التالية:

$$C_{IQ} = \frac{Q_3 - Q_1}{Q_3 + Q_1}$$

3- معامل الاختلاف: Coefficient deVariation

و يرمز له بالرمز cv و يعرف بالصيغة التالية:

$$\boldsymbol{CV = \frac{\delta}{\bar{X}} 100}$$

مثال4:

استخدام معطيات المثال 3 لحساب معامل المدى، معامل الانحراف الربيعين معامل الاختلاف.

- معامل المدى:

$$C_e = \frac{X_{max} - X_{min}}{X_{max} + X_{min}} = \frac{75 - 25}{75 + 25} = \frac{50}{100} = 0.5$$

- معامل المدى الربيعي

$$C_{IQ} = \frac{Q_3 - Q_1}{Q_3 + Q_1} = \frac{60.66 - 40}{60.66 + 40} = \frac{20.66}{100.66} = 0.20$$

- معامل الاختلاف

$$CV = \frac{\delta}{\bar{X}} 100 = \frac{12.64}{50.4} * 100 = 25\%$$

تمارين محلولة:

التمرين الأول:

الجدول التالي يمثل توزيع 120 مؤسسة حسب مبيعاتها الشهرية (الوحدة: مليون دج).

الفئات	08-02	14-08	20-14	26-20	32-26
التكرار المطلق	35	15	20	15	35

المطلوب

- حددالمجتمع الاحصائي , المتغير المدروس ونوعه .
- احسب تكرارات المطلقة الصاعدة النازلة, ثم اشرح
- حدد قيمة المتوسط الحسابي , والمنوال.
- حدد قيمة الوسيط.
- احسب الانحراف المتوسط للوسط الحسابي
- ماهي اقل قيمة للمبيعات الشهرية التي يمكن ان تحققها 48 مؤسسة .

حل التمرين الأول:

X_i	n_i	x_i	$F^{\uparrow}$	$F^{\downarrow}$	$n_i x_i$	$\lvert x_i - \bar{X}\rvert$	$n_i\lvert x_i - \bar{X}\rvert$
8–2	35	05	35	120	175	12	420
14–8	15	11	50	85	165	06	90
20–14	20	17	70	70	340	0	0
26–20	15	23	85	50	345	06	90
32–26	35	29	120	35	1045	12	420
المجموع	120	–	–	–	2040	–	1020

- تحديد المجتمع الاحصائي المتغير المدروس ونوعه:

المجتمع الاحصائي	المتغير المدروس	نوعه
المؤسسات	المبيعات الشهرية	كمي مستمر

- حساب التكرارات المطلقة الصاعدة النازلة

-التكرار المتجمع الصاعد و النازل انظر الجدول أعلاه

- n_4: هناك 15 مؤسسة من بين 120 مؤسسة مبيعاتها تتراوح بين 20 و 26 مليون دج

- $F_3 \uparrow$: هناك 70 مؤسسة من بين 120 مؤسسة مبيعاتها الشهرية اقل تماما من 20 مليون دينار

-$F_2 \downarrow$:هناك 85 مؤسسة من بين 120 مؤسسة مبيعاتها الشهرية اكبر او تساوي 8 مليون دينار

- حساب المتوسط الحسابي والمنوال:

- المتوسط الحسابي:

$$\bar{X} = \frac{\sum_{i=1}^{5} n_i \; x_i}{\sum n_i} = \frac{2040}{120} = 17$$

-المنوال: من خلال البيانات يتبين ان هناك منوالين

- المنوال الأول:

تحديد الفئة المنوالية: هي الفئة المقابلة لاكبر تكرار.

الفئة المنوالية الأولى: $]02 - 08[$

$$M_o = A + \frac{\Delta_1}{\Delta_1 + \Delta_2} . L$$

$$M_o = 2 + \frac{35}{35 + 20} * 06 = 5.82$$

-المنوال الثاني:

الفئة المنوالية الثانية و هي:$[26 - 32[$

$$\mathrm{M_0} = \mathrm{A} + \left[\frac{\Delta_1}{\Delta_1 + \Delta_2}\right] \mathrm{L}$$

$$M_o = 26 + \frac{20}{20 + 35} * 06 = 28.82$$

-تحديد الوسيط:

-تحديد الفئة الوسيطية: وهي الفئة التي تكرارها المتجمع الصاعد اكبر او يساوي $\frac{\sum_{i=1}^{k} n_i}{2}$.اي $F^{\uparrow} \geq 60$

ومنه الفئة الوسيطية هي: $[14 - 20[$

-حساب الوسيط:

$$Me = A + \frac{\frac{\sum_{i=1}^{k} n_i}{2} - F^{\nearrow}_{-1}}{n_{Me}} . L$$

$$Me = 14 + \frac{60 - 50}{20} * 06 = 17$$

- حساب الانحراف المتوسط للوسط الحسابي:

$$E_m = \frac{\sum_{i=1}^{k} n_i |x_i - \bar{X}|}{\sum_{i=1}^{k} n_i} = \frac{1020}{120} = 8.5$$

-حساب اقل قيمة للمبيعات الشهرية التي يمكن ان تحققها 48 مؤسسة:

48 مؤسة تمثل 40% من المؤسسات وبالتالي نستخدم في حساب ذلك العشير الرابع:

-تحديد فئة العشير الرابع: وهي الفئة التي تكرارها المتجمع الصاعد اكبر او يساوي $\frac{4\sum_{i=1}^{k} n_i}{10}$.اي: $F^{\uparrow} \geq 48$

ومنه فئة العشير الرابع هي: $[08 - 14[$

-حساب العشير الرابع:

$$D4 = A + \frac{\frac{4\sum_{i=1}^{k} n_i}{10} - F^{\nearrow}_{-1}}{n_{D4}} .L$$

$$D4 = 8 + \frac{48 - 35}{15} * 6 = 13.2$$

وبالتالي اقل قيمة للمبيعات الشهرية التي يمكن ان تحققها 48 مؤسسة هي 13.2.

التمرين الثاني:

عند مراقبة الوصول الى مقر العمل في احدى المؤسسات تم الحصول على معلومات تتعلق ب 40 عامل بالمؤسسة حسب زمن تاخرهم، فكانت النتائج كما هي موضحة في الجدول التالي:

الفئات	B – A	C – B	D – C	E – D
مراكز الفئات	7.5	12.5	17.5	22.5
التكرار	15	10	06	09

المطلوب:

- حدد المجتمع الاحصائي، المتغير المدروس ونوعه.
- اذا علمت ان اطوال الفئات متساوية احسب طول الفئة وحدود الفئات.
- احسب المتوسط الحسابي و الانحراف المعياري.
- ما هو اقل زمن تأخر ل60 من العمال.
- اذا علمت ان الوسط الحسابي لزمن التاخر في مؤسسة أخرى قدر ب13.62 دقيقة، وان الانحراف المعياري لها قدر ب 4 دقائق، قارن مستوى التأخر و التشتت في المؤسستين، وماهي القراءة الإحصائية لذلك.

حل التمرين الثاني:

- تحديد المجتمع الاحصائي، المتغير المدروس ونوعه:

المجتمع الاحصائي	المتغير المدروس	نوعه
عدد العمال	زمن التأخر	كمي مستمر

- **حساب طول وحدود الفئات:**

لدينا:

مركز الفئة الأولى

$$\frac{A+B}{2} = 7.5 \Rightarrow A + B = 15 \ldots\ldots (1)$$

مركز الفئة الثانية

$$\frac{C+B}{2} = 12.5 \Rightarrow C + B = 25 \ldots\ldots (2)$$

وبما ان الفئات متساوية الطول فإن:

$$B - A = C - B \Rightarrow A = 2B - C \ldots\ldots (3)$$

بتعويض المعادلة (3) في المعادلة (1) نجد:

$$2B - C + B = 15 \qquad C = 3B - 15 \ \ldots\ldots (4)$$

بتعويض المعادلة (4) في المعادلة (2) نجد:

$$B + 3B - 15 = 25 \qquad 4B = 25 + 15$$
$$B = 10$$

لدينا من المعادلة (1):

A + B = 15 A + 10 = 15 A = 05

ومنه نستنتج ان طول الفئة 05

وبالتالي المجال $]B - A]$ هو $]10 - 5]$

وبما ان الفئات متساوية الطول فتكون بالشكل التالي:

الفئات	10 – 05	15 – 10	20 – 15	25 – 20
مراكز الفئات	7.5	12.5	17.5	22.5
التكرار	15	10	06	09

- **حساب المتوسط الحسابي:**

$$\bar{X} = \frac{\sum_{i=1}^{4} n_i \ x_i}{\sum n_i} = \frac{545}{40} = 13.625$$

- **حساب الانحراف المعياري:**

$$\delta = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{4} n_i \ (x_i - \bar{X})^2}{\sum_{i=1}^{4} n_i}}$$

$$\delta = \sqrt{\frac{1374.375}{40}} = 5.86$$

- حساب اقل زمن تأخر ل 60 من العمال:

نستخدم في الحساب ذلك العشير السادس:

- **تحديد فئة العشير السادس:** و هي الفئة التي تكرارها المتجمع الصاعد اكبر او يساوي $\frac{6\sum_{i=1}^{k} n_i}{10}$، أي $F^{\nearrow} \geq 24$

و منه فئة العشير السادس هي: 10-15

- **حساب العشير السادس:**

$$D_6 = A + \frac{\frac{6\sum_{i=1}^{k} n_i}{10} - F^{\nearrow}_{-1}}{n_{D6}} . L$$

$$D_6 = 10 + \frac{24 - 15}{10} * 5 = 14.5$$

- المقارنة بين مستوى التاخرو التشتت في المؤسستين:

الأولى المؤسسة $\delta_1 = 5.86 \qquad \bar{X}_1 = 13.625$

المؤسسة الثانية: $\delta_2 = 4 \qquad \bar{X}_2 = 13.62$

- **مقارنة مستوى التاخر:**

نلاحظ ان $\bar{X}_1 = \bar{X}_2$ وعليه فإن على العموم مستوى تأخر العمال في المؤسستين متساوي.

- **مقارنة تشتت التأخر:**

بما ان $\bar{X}_1 = \bar{X}_2$ فإننا نستخدم مقاييس التشتت المطلقة لمقارنة تشتت المتأخر في المؤسستسن.

ولدينا $\delta_1 \geq \delta_2$ فإننا نقول ان تشتت التأخر في المؤسسة الأولى اكبر مما هي عليه المؤسسة الثانية، أي ان الفوارق في زمن التاخر اكبر في المؤسسة الأولى، وعليه فإن زمن التأخر في المؤسسة الثانية اكبر تجانس من زمن التأخر في المؤسسة الأولى.

عمال المؤسسة الأولى و الثانية لهما على العموم نفس زمن التأخر، غير ان زمن تأخر عمال المؤسسة الثانية اكثر تجانس او تقارب من المؤسسة الأولى، أي ان المؤسسة الثانية هي الاحسن من حيث زمن التأخر.

تمارين مقترحة:

التمرين الأول:

الجدول التالي يمثل توزيع السياح بدلالة عدد الأسابيع التي قضوها بأحد المنتجعات السياحية بالجنوب في سنة 2015.

عدد الاسابيع	1	2	3	4	5	6	7	8
عدد السياح	12	34	58	37	22	8	2	1

المطلوب:

1. حساب المدى، المدى الربيعي، الانحراف المتوسط، الانحراف المعياري و التباينز
2. معامل المدى، معامل المدى الربيعي، معامل الاختلاف.

التمرين الثاني:

الجدول التالي يمثل علامات مجموعتين من الطلاب في مادة الرياضيات المؤسسة، المجموعة الأولى تخصص ثانية اقتصاد و المجموعة الثانية تخصص ثانية تسيير

طلاب الاقتصاد	11	13	12	10	12	15	18	14
طلاب التسيير	13	14	15	16	14	13	12	8

المطلوب: بين اذا ما كانت المجموعتين متماثلتين من حيث التوسط و التشتت

التمرين الثالث:

الجدول التكراري التالي يمثل توزيع 100 اسرة في احدى المدن الصغيرة حسب الاستهلاك الشهري من الطاقة الكهربائية (بالكيلووات)

فئات الاستهلاك الشهري	50–100	100–150	150–200	200–250	250–300	**المجموع**
عدد الاسر	12	28	30	20	10	**100**

المطلوب:

- حساب المدى، المدى الربيعي،الانحراف المتوسط، الانحراف المعياري و التباين.
- معامل المدىن معامل المدى الربيعي، معامل الاختلاف.

التمرين الرابع:

اختيرت عيينة من طلاب جامعة الجزائر3 حجمها100 طالب ووجد ان اوزانهم (بالكيلوغرام) كما هي في الجدول التكراري التالي:

فئات الوزن بالكيلوغرام	60-65	65-70	70-75	75-80	80-85	المجموع
عدد الطلبة	22	28	35	8	7	**100**

المطلوب:

- حساب المدى، المدى الربيعي،الانحراف المتوسط، الانحراف المعياري و التباين.
- معامل المدىن معامل المدى الربيعي، معامل الاختلاف.

التمرين الخامس:

الجدول التكراري التالي يمثل توزيع 1000 ناخب حسب الفئات العمرية

الاعمار	20-40	40-60	60-80	المجموع
عدد الناخبين	401	368	231	**1000**

المطلوب: قارن بين تشتت المجموعتين، أي المجموعتين اكثر تجانس.

الفصل السادس

مقاييس الشكل

مقاييس الشكل Les Mesure de forme:

تمهيد:

مقاييس النزعة المركزية و مقاييس التشتت غير كافية لوصف شكل المنحنى، فقد نجد توزيعين تكراريين لهما نفس المتوسط و الانحراف المعياري و لكنهما يختلفان في التمثيل البياني للمنحنيين. و عليه علينا دراسة مقاييس أخرى تسمى مقاييس الشكل تقيس درجة تماثل التوزيعات. قبل التطرق لهذه المقاييس نعرف العزوم باعتبارها تدخل في تعريف مقاييس الشكل :

I- العزوم: Les moments

عرفنا مصطلح العزم بمعناه الملموس في دروس الفيزياء، حيث يشير الى مقياس القوة حول نقطةمركزية. و تستخدم العزوم في الإحصاء حسب درجتها و القيمة التي تحسب حولها في قياس النزعة المركزية، او قياس التشتت، او قياس درجة الالتواء و التفرطح.

1- العزم حول أي قيمة X_0:

لتكن $X_1, X_2, \ldots, X_n$ سلسلة بيانات من n قيمة، يعرف العزم من الدرجة k حول أي قيمة X_0 بالصيغة:

$$m_k = \frac{\sum_{i=1}^{n}(X_i - X_0)^k}{n} \qquad k = 0,1,2,3, \ldots.$$

وفي حالة البيانات المبوبة نرجح بوزن القيمة (مركز الفئة) المتمثل في التكرار المطلق.

2- العزم حول الصفر:

لتكن $X_1, X_2, \ldots, X_n$ سلسلة بيانات من n قيمة، يعرف العزم من الدرجة k حول القيمة صفر بالصيغة:

$$m_k = \frac{\sum_{i=1}^{n}(X_i)^k}{n} \qquad k = 0,1,2, \ldots.$$

وفي حالة البيانات المبوبة نرجح بوزن القيمة (مركز الفئة) المتمثل في التكرار المطلق.

$$m_k = \frac{\sum_{i=1}^{n} n_i (X_i)^k}{\sum_{i=1}^{n} n_i} \qquad k = 0,1,2, \ldots$$

حيث x_i قيم متغيرة ان كانت متقطعة او مراكز الفئات ان كانت مستمرة و n_i تكرارها المطلق.

ملاحظة:

من اجل $k = 0$ $\qquad m_0 = 1$

$k = 1$ $\qquad m_1 = \bar{X}$

3- العزم المركزي او العزم حول المتوسط الحسابي:

لتكن $X_1, X_2, \dots, X_n$ سلسلة بيانات من n قيمة، متوسطها $\bar{X}$ يعرف العزم من الدرجة k حول المتوسط الحسابي بالصيغة:

$$\mu_k = \frac{\sum_{i=1}^{n}(X_i - \bar{X})^k}{n} \qquad k = 0,1,2,3,\dots.$$

و في حالة البيانات المبوبة في جدول توزيعات تكرارية نستعمل الصيغة التالية:

$$\mu_k = \frac{\sum_{i=1}^{L} n_i (X_i - \bar{X})^k}{\sum_{i=1}^{L} n_i} \qquad k = 0,1,2,3,\dots.$$

حيث X_i قيم المتغيرة ان كانت متقطعة او مراكز الفئات ان كانت مستمرة و n_i تكرارها المطلق.

ملاحظة:

- من اجل $k = 0$ فان $\mu_0 = 1$
- من اجل $k = 1$ فان $\mu_0 = 0$
- من اجل $k = 2$ فان $\mu_0 = \delta^2$

II- مقاييس الالتواء: (**coefficients d'asymétrie**)

يعرف الالتواء على انه درجة تباعد وتقارب المنحنى من شكل التماثل الذي تتساوى عنده مقاييس النزعة المركزية (المتوسط الحسابي و المنوال و الوسيط)، و عليه تنقسم التوزيعات التكرارية الى توزيعات ملتوية نحو اليمين، توزيعات ملتوية نحو اليسار، توزيعات متماثلة كما في الشكل.

التمثيل البياني لحالة الالتواء:

1- **معامل بيرسون (Coefficient de Pearson) :**

لبيرسون معاملين للالتواء الأول و الثاني مشتقان من وضع التماثل و من العلاقة التي تربط مقاييس النزعة المركزية حيث في وضع التماثل يكون لدينا: $\bar{X} = M_e = M_o$ ، اما اذا كان التوزيع مائل الى اليمين فان: $\bar{X} > M_e > M_o$ ، واما اذا كان التوزيع مائل الى اليسار فإن: $\bar{X} < M_e < M_o$
وان العلاقة :

$$\bar{X} - M_o = 3(\bar{X} - M_e)$$

محققة في حالة التوزيعات القريبة من التماثل، و منه استنتج بيرسون معامليه

- **معامل بيرسون الأول للالتواء:**

$$Cp_1 = \frac{\bar{X} - M_o}{\delta}$$

حيث:

$Cp_1 = 0$ توزيع متماثل.

$Cp_1 > 0$ التواء موجب (التواء الى اليسار).

$Cp_1 < 0$.التواء سالب (التواء من جهة اليمين).

- **معامل بيرسون الأول للالتواء:**

$$Cp_2 = \frac{\overline{3(X - M_e)}}{\delta}$$

- حيث:

$Cp_2 = 0$ توزيع متماثل.

- $Cp_2 > 0$.التواء موجب (التواء الى اليسار).

- $Cp_2 < 0$ التواء سالب (التواء من جهة اليمين).

2- معامل يول كيندال او معامل باولي(Coefficient du yule kendall ou de Bowley) :

يقيس الالتواء بالاعتماد على الربيعيات، اذا كان التوزيع متماثل يكون البعد بين الربيع الأول و الربيع الثاني يساوي البعد بين الربيع الثاني والثالث.وعليه اقترح كل من كيندالو يول او باولي الصيغة التالية:

$$C_k = \frac{(Q_3 - Q_2) - (Q_2 - Q_1)}{Q_3 - Q_1} = \frac{(Q_3 + Q_1 - 2Q_2)}{Q_3 - Q_1}$$

حيث:

- $C_k = 0$ توزيع متماثل.
- $C_k > 0$ التواء موجب (التواء الى اليسار).
- $C_k < 0$ التواء سالب (التواء من جهة اليمين).

3- **معامل الالتواء لفيشر(coefficient de Fisher) :**

اعتمد فيشر على العزوم في قياس الالتواء و يعرف على انه نسبة العزم المركزي من الدرجة الثالثة الى الانحراف المعياري مرفوع الى قوة ثلاثة:

$$C_f = \frac{\mu_3}{\delta^3}$$

حيث:

- $C_f = 0$ توزيع متماثل.
- $C_f > 0$ التواء موجب (التواء الى اليسار).
- $C_f < 0$ التواء سالب (التواء من جهة اليمين).

مثال:

الجدول التكراري التالي يمثل توزيع 100 عامل في احد المصانع الكبيرة حسب العمر.

فئات العمر	20-25	25-30	30-35	35-40	40-45	45-50	50-55	55-60	المجموع
عدد العمال	50	110	180	200	250	100	70	40	1000

المطلوب:

- حساب معامل بيرسون
- حساب معامل يول كيندال للالتواء
- حساب معامل فيشر للالتواء

الحل:

فئات العمر	n_i	x_i	$n_i x_i$	$x_i - \bar{X}$	$n(x_i - \bar{X})^2$	$n_i(x_i - \bar{X})^3$	$F^{\uparrow}$
20-25	50	32.5	1625	-6.85	2346.125	-16040.9563	50
25-30	110	27.5	3025	-11.85	15446.475	-183040.729	160
30-35	180	32.5	5850	-6.85	8446.05	-57855.4425	340
35-40	200	37.5	7500	-1.85	674.5	-1266.325	540
40-45	250	42.5	10625	3.15	2480.625	7813.96875	790
45-50	100	47.5	4750	8.15	6642.25	54134.3375	890
50-55	70	52.5	3675	13.15	12104.575	159175.161	960
55-60	40	57.5	2300	18.15	13176.9	239160.735	1000
المجموع	1000	-	39350	-	261327.5	202050.75	-

- **حساب معامل بيرسون:**

$$Cp_2 = \frac{3(\bar{X} - M_e)}{\delta}$$

1. حساب المتوسط الحسابي:

$$\bar{X} = \frac{\sum_{i=1}^{k} n_i x_i}{\sum_{i=1}^{k} n_i} = \frac{39350}{1000} = 39.35$$

2. حساب الانحراف المعياري:

$$\delta = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{k} n_i (x_i - \bar{X})^2}{\sum_{i=1}^{k} n_i}} = \sqrt{\frac{61327.5}{1000}} = 7.83$$

2. حساب الوسيط: رتبته: 500 فئته: 35-40

$$M_e = 35 + \frac{500 - 340}{540 - 340} * 5 = 39$$

4. حساب معامل بيرسون:

$$Cp_2 = \frac{3(39.3 - 39)}{7.83} = 0.11$$

النتيجة: $Cp_2 > 0$ التواء موجب (اتواء من جهة اليسار)

- **حساب معامل يول كيندال:**

1.حساب الربيعات: الربيع الأول: رتبته: 250 فئته:30-35

$$Q_1 = 30 + \frac{250 - 160}{180}.5 = 32.5$$

الربيع الثاني: رتبته: 500 فئته: 35-40

$$Q_2 = M_e = 39$$

الربيع الثالث: رتبته: 750 فئته: 40-45

$$Q_3 = 40 + \frac{750 - 540}{250}.5 = 44.2$$

2- حساب معامل يول:

$$C_k = \frac{Q_1 + Q_3 - 2Q_2}{Q_3 - Q_1} = \frac{44.2 + 32.5 - 2 * 39}{44.2 - 32.5} = -0.11$$

النتيجة: $C_k < 0$ التواء من جهة اليمين

- **حساب معامل فيشر للالتواء:**

1. حساب العزم المركز من الدرجة ثلاثة:

$$\mu_3 = \frac{\sum_{i=1}^{k} n_i (x_i - \bar{X})^3}{\sum_{i=1}^{k} n_i} = \frac{202050.75}{1000} = 202.05$$

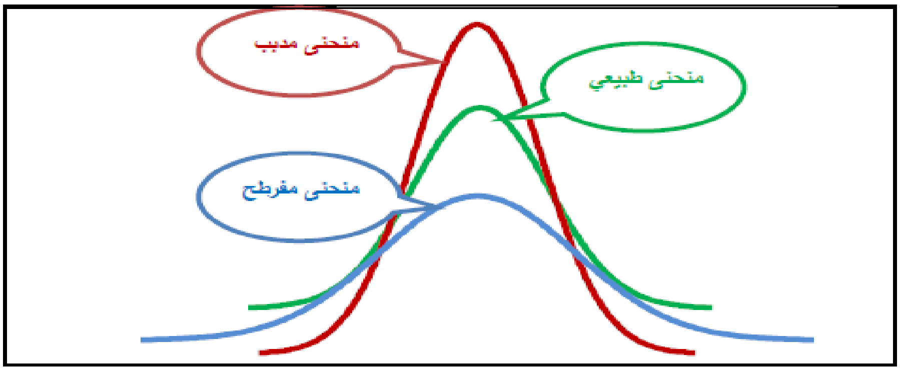
3. حساب معامل فيشر:

$$C_f = \frac{\mu_3}{\delta^3} = \frac{202.05}{480.26} = 0.42$$

النتيجة: $C_f > 0$ التواء من جهة اليمين.

III- مقاييس التفرطح: (coefficient d'aplatissement)

يعرف التفرطح على انه درجة تدبب او انبساط منحنى التوزيع التكراري، و يعرف على درجة انه اختلاف منحنى التوزيع المدروس على منحنى التوزيع الطبيعي شكل الجرس (انظر الشكل).



1- مقياس التفرطح لبيرسون (coefficient d'aplatissement de Pearson) :

استخدم بيرسون العزوم في قياس التفرطح باعتباره انه وجد ان نسبة العزم المركز الرابع لمنحنى التوزيع الطبيعي الى مربع التباين يساوي ثلاثة.

فاذا رمزنا لمقياس التفرطح β_2

$$\beta_2 = \frac{\mu_4}{\delta^4}$$

حيث:

- $\beta_2 = 3$ توزيع طبيعي
- $\beta_2 > 3$ التوزيع مدبب او حاد القمة.
- $\beta_2 < 3$ التوزيع منبسط القمة او مفرطح.

2- مقياس التفرطح لفيشر (coefficient d'aplatissement de Fisher):

استخدم فيشر مؤشر بيرسون مطروح منه العدد ثلاثة.

$$g_2 = \frac{\mu_4}{\delta^4} - 3$$

حيث:

- $g_2 = 0$ توزيع طبيعي
- $g_2 > 0$ التوزيع مدبب او حاد القمة.

- $g_2 < 0$ التوزيع منبسط القمة او مفرطح

مثال2:

احسب مقياس التفرطح لبيرسون و فيشر مستخدما بيانات المثال1:

$n_i(x_i - \bar{X})^4$	$n_i x_i$	x_i	عدد العمال n	فئات العمر
110086.05	1625	32.5	50	20-25
2169032.64	3035	27.5	110	25-30
396309.781	5850	32.5	180	30-35
2342.70125	7500	37.5	200	35-40
24614.0016	10625	42.5	250	40-45
441194.851	4750	47.5	100	45-50
2093153.37	3675	52.5	70	50-55
4340767.34	2300	57.5	40	55-60
9577500.75	39350	-	1000	المجموع

الحل:

أولا: حساب العزم المركز مندرجة الرابعة:

$$\mu_4 = \frac{\sum_{i=1}^{k} n_i (x_i - \bar{X})^4}{\sum_{i=1}^{k} n_i} = \frac{9577500.73}{1000} = 9577.5$$

ثانيا: حساب معامل التفرطح لبيرسون:

$$\beta_2 = \frac{\mu_4}{\delta^4} = \frac{9577.5}{7.83^4} = 2.54$$

النتيجة$\beta_2 < 3$ التوزيع منبسط القمة او مفرطح

ثالثا: حساب معامل فيشر :

$$g_2 = \frac{\mu_4}{\delta^4} - 3 = 2.54 - 3 = -0.46$$

النتيجة: $g_2 < 0$ التوزيع منبسط القمة او مفرطح.

تمارين مقترحة:

التمرين الأول:

الجدول التالي يمثل توزيع السياح بدلالة عدد الأسابيع التي قضوها بأحد المنتجعات السياحية بالجنوب في سنة 2015

عدد الأسابيع	1	2	3	4	5	6	7	8
عدد السياح	12	34	58	37	22	8	2	1

المطلوب:

- حساب معامل بيرسون.
- حساب معامل كيندال للالتواء.
- حساب معامل فيشر للالتواء.

التمرين الثاني:

الجدول التكراري يمثل توزيع 100 اسرة في احدى المدن الصغيرة حسب الاستهلاك الشهري من الطاقة الكهربائية (بالكيلووات).

فئات الاستهلاك الشهري	50–100	100–150	150–200	200–250	250–300	المجموع
عدد الاسر	12	28	30	20	10	100

المطلوب:

- ادرس شطل التوزيع.

التمرين الثالث:

اختيرت عينة من طلاب جامعة الجزائر3 حجمها 100 طالب ووجد ان اوزانهم (باكيلوغرام) كما هي في الجدول التكراري التالي :

فئات الوزن بالكيلوغرام	60–65	65–70	70–75	75–80	80–85	المجموع
عدد الطلبة	22	28	35	8	7	**100**

المطلوب:

- حساب مقاييس الالتواء و التفرطح

التمرين الرابع:

الجدول التكراري التالي يمثل توزيع 1000 ناخب حسب الفئات العمرية

الاعمار	40-20	60-40	80-60	المجموع
عدد الناخبين	401	368	231	1000

المطلوب:

- حساب مقاييس الالتواء والتفرطح

مسائل شاملة:

المسألة الأولى:

البيانات التالية تمثل منتوج التمر (بالقنطار) ل 60 مستصلحة زراعية مساحة كل منها هكتار، كل مزرعة بها 100 نخلة.

41	42	43	45	44	47	46	45	40	60	59	58	60	55	50
41	42	43	45	44	47	46	45	40	55	59	78	75	70	80
41	42	43	45	44	47	46	45	40	60	59	58	60	55	50
41	42	43	45	44	47	46	45	40	55	59	78	75	70	80

المطلوب:

1- تحديد المتغيرة الإحصائية وتحديد طبيعتها.

2- تبويب البيانات في جدول توزيع تكراري.

3- مثل بيانيا هذا التوزيع.

4- اوجد التكرار المتجمع الصاعد و النازل.

5- مثل بيانيا التكرار المتجمع الصاعد والنازل.

6- ماهي نسبة المزارع التي يفوق انتاجها 60 قنطار.

7- ماهي نسبة المزارع التي يقل انتاجها عن 50 قنطار.

8- احسب المنوال، الوسيط، والمتوسط الحسابي.

9- ما هو متوسط انتاج النخلة الواحدة.

10- حساب المدى الربيعي، الانحراف المتوسط، الانحراف المعياري والتباين.

11- معامل المدى، معامل المدى الربيعي، معامل الاختلاف.

12- ادرس تماثل التوزيع.

المسالة الثانية:

البيانات التالية تمثل عدد الاجهزة التي تدخل الى الورشة من اجل تصليحها خلال 60 يوم.

4	4	3	4	3	2	2	3	2	4	2	7	4	4	5	5	6	6	7	8
7	5	7	4	5	4	5	5	4	1	4	2	4	0	4	4	8	6	5	5
4	3	1	3	1	7	3	1	3	1	2	3	0	2	0	5	6	8	6	3

المطلوب

1- تحديد المتغيرة الإحصائية و تحديد طبيعتها.
2- تبويب البيانات في جدول تكراري.
3- مثل بيانيا هذا التوزيع.
4- اوجد التكرار المتجمع الصاعد و النازل.
5- مثل بيانيا التكرار المتجمع الصاعد و النازل.
6- احسب المنوال، الوسيط والمتوسط الحسابي.
7- ما هو متوسط الاجهزة التي تدخل الى الورشة من اجل تصليحها
8- حساب المدى الربيعي، الانحراف المتوسط، الانحراف المعياري والتباين.
9- معامل المدى، معامل المدى الربيعي، معامل الاختلاف.
10- ادرس تماثل التوزيع.

المسألة الثالثة:

لديك السلسلة التالية والتي تمثل انتاج تعاونية زراعية بالقنطار.

10 15 25 12 20 46

المطلوب:

- اوجد المدى
- احسب المدى الربيعي
- احسب الانحراف المتوسط و الانحراف المعياري
- احسب معامل الاختلاف.

المسألة الرابعة:

الجدول التالي يمثل عدد تدخلات لخطيرة اليومية في عيادة طب بيطري مسجلة لمدة سنة.

عدد التدخلات اليومية	0	1	2	3	4	5	6	**المجموع**
التكرار	84	105	72	59	28	15	2	365

المطلوب:

1- تحديد المتغيرة الإحصائية و تحديد طبيعتها.

2- تبويب البيانات في جدول تكراري.

3- مثل بيانيا هذا التوزيع.

4- اوجد التكرار المتجمع الصاعد و النازل.

5- مثل بيانيا التكرار المتجمع الصاعد و النازل.

6- حساب المدى الربيعي، الانحراف المتوسط، الانحراف المعياري و التباين.

7- معامل المدى، معامل المدى الربيعي، معامل الاختلاف.

8- ادرس تماثل التوزيع.

المسألة الخامسة:

البيانات التالية تمثل جدول الوفيات في الجزائر خلال الفترة (1988-1993)

العمر	0-40	40-50	50-60	60-70	70-80	80-90	90-100	100-110
عدد الوفيات التجمع الصاعد	0	4743	7341	13688	28960	57691	89909	100000

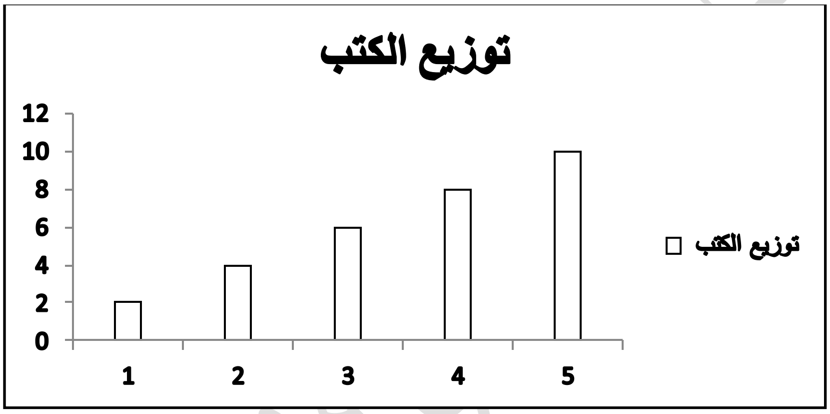
المطلوب: اوجد جدول للتكرار المطلق و التكرار النسبي بدلالة الفئات.

- اوجد الفئة المنوالية.
- احسب المتوسط الحسابي و الوسيط.
- احسب المدى، التباين والانحراف المعياري.
- احسب الربيع الأول و الثالث و الانحراف الربيعي.

المسألة السادسة: التمثيل البياني التالي يمثل توزيع الكتب في احدى المكتبات الجامعية.

المطلوب:

- تحديد طبيعة المتغيرة الإحصائية.
- احسب المنوال.
- احسب المتوسط الحسابي و الوسيط.
- احسب التباين و الانحراف المعياري.
- احسب المتوسط الحسابي بطريقة الانحراف عن المنوال.



قائمة المراجع

1- جيلالي جلاطو" .**الإحصاء مع تمارين و مسائل محلولة** "، ديوان المطبوعات الجامعية، الجزائر،2002

2- إبراهيم مراد الدعمة ومازن حسن الباشا " **أساسيات في علم الإحصاء مع تطبيقات spss** دار المناهج للنشر المناهج، الأردن، الطبعة الأولى 2013

3- محمد صبحي أبو صالح، و عدنان محمد عوض " .**مقدمة في الإحصاء** "مركز الكتب الاردني، الاردن، 1997

4- دومينيك سلفادور ،" **الإحصاء و الاقتصاد القياسي**"، الطبعة الثانية، ديوان المطبوعات الجامعية، الجزائر،2000

5- نصيب رجم، "**الإحصاء التطبيقي**"، دار العلوم للنشر و التوزيع ، عنابة ، الجزائر،2004

6- علي عبد السلام العماري وعلي حسين العجيلي " :**الإحصاء والاحتمالات النظرية والتطبيق**"، منشوراتELGA مالطا،. 2000

7- محمد راتول " :**الإحصاء الوصفي**"، ديوان المطبوعات الجامعية، الجزائر، الطبعة الثانية2006

8- إبراهيم مراد الدعمة ومازن حسن الباشا " **أساسيات في علم الإحصاء مع تطبيقات** "دار المناهج للنشر والتوزيع، الأردن، الطبعة الأولى ،SPSS"، 2013

9- عبد الرزاق عزوز " :**الكامل في الإحصاء**" ، الجزء الأول، ديوان المطبوعات الجامعية، الجزائر،.2010

10- Catherine Maurice-Baumont, **Statistiques et Probabilités en Mathématiques** , Edition marketing , Paris , 1990.

11- Bernard Py : « **Statistique Descriptive** », 4 ème Edition Economica, Paris, 1996.