جامعة الجزائر 3

معهد العلوم الاقتصادية والتجارية وعلوم التسيير

قسم علوم التسيير

مطبـوعة موجهة لطلبة العلوم الاقتصادية وعلوم التسيير والعلوم التجارية

في مقياس

الرياضيات المالية

السنة الثانية جميع التخصصات

إعداد:

د. نعيمة بسي

السنة الجامعية 2022/2021

المحتوى

المحور الأول: العمليات المالية في الأجل القصير	
I- الفائدة البسيطة	
1-I- تعريف الفائدة...	6
2-I- تعريف الفائدة البسيطة..	6
3-I- العناصر المحددة للفائدة البسيطة................................	6
4-I- حساب الفائدة البسيطة..	7
5-I- حساب القيمة المكتسبة...	9
6-I- الفائدة المسبقة..	10
7 -I- المعدل الوسطي لعدة توظيفاتT	11
8-I- تمارين...	13
II- الخصم التجاري	
1-II- تعريف الخصم التجاري..	15
2-II- حساب الخصم التجاري...	15
3-II- القيمة الحالية لورقة تجارية...................................	16
4-II- الخصم الصحيح (العقلاني).....................................	18
5-II- الأجيو L'Agio..	20

II-6- القيمة الصافية للورقة التجارية والمعدل الحقيقي للخصم..................	21
II-7- تمارين..	22
III- تكافؤ الأوراق التجارية	
III-1- تكافؤ ورقتين تجاريتين	24
III-2- تحديد تاريخ التكافؤ..	26
III-3- تكافؤ عدة أوراق تجارية..	27
III-3-1- تكافؤ ورقة تجارية مع مجموعة من الأوراق التجارية...........	27
III-3-2- تكافؤ مجموعة من الأوراق التجارية مع مجموعة أخرى من الأوراق ...	27
III-4- الاستحقاق المشترك..	28
III-5- الاستحقاق المتوسط..	29
III-6- تمارين..	30
المحور الثاني: العمليات المالية في الأجل الطويل	
I- الفائدة المركبة	
I-1- تعريف الفائدة المركبة..	32
I-2- حساب القيمة المكتسبة بواسطة الفائدة المركبة......................	32
I-3- المعدل المتناسب والمعدل المكافئ....................................	34
I-3-1- المعدل المتناسب..	34
I-3-2- المعدل المكافئ..	35
I-4- حساب القيمة المكتسبة في حالة وجود عدد غير صحيح من الفترات.........	36
I-5- حالة عدم وجود عناصر الفائدة في الجداول المالية...........	37

37	I-5-1- حالة عدم وجود المدة..
38	I-5-2- حالة عدم وجود المعدل..
38	I-6- القيمة الحالية لرأسمال...
39	I-7- تقييم رأسمال في زمن ما...
40	I-8- الخصم بفائدة مركبة..
40	I-9- تكافؤ رؤوس الأموال..
40	I-9-1- تكافؤ مبلغين من رأس المال..
42	I-9-2- تكافؤ رأسمال مع مجموعة من رؤوس الأموال.......................
43	I-9-3- الاستحقاق المتوسط..
43	I-9-4- تكافؤ مجموعتين من رؤوس الأموال..................................
44	I-10- تمارين..
	II- الدفعات الثابتة
48	II-1- تعريف الدفعات الثابتة..
48	II-2- دفعات نهاية المدة..
48	II-2-1- القيمة المكتسبة لجملة دفعات نهاية المدة.........................
51	II-2-2- القيمة الحالية لسلسلة من دفعات نهاية المدة.........................
52	II-3- دفعات بداية المدة..
53	II-3-1- القيمة المكتسبة لجملة دفعات بداية المدة.........................
54	II-3-2- القيمة الحالية لسلسلة من دفعات بداية المدة.........................
55	II-4- تقييم سلسلة من الدفعات الثابتة في أي تاريخ.........................

55	II-4-1- التقييم في تاريخ m حيث $(m > n)$..................................
56	II-4-2- التقييم في تاريخ p حيث $(0 < p < n)$..............................
56	II-4-3- التقييم في تاريخ j حيث $(j < 0)$..
58	II-5- تكافؤ سلسلة من الدفعات الثابتة..
59	II-6- تمارين..
	III- اهتلاك القروض
62	III- 1- القرض ذو المصدر الوحيد..
62	III-1-1- مبدأ اهتلاك القرض بواسطة الأقساط المتساوية............................
62	III-1-2- تحديد قيمة القسط...
63	III-1-3- جدول اهتلاك القرض...
65	III-1-4- بعض العلاقات بين عناصر الاهتلاك.................................
66	III-2- القروض ذات المصادر المتعددة (القروض السندية)................................
66	III-2-1- السندات..
67	III-2-2- طرق تسديد القروض السندية...
71	III-3- تمارين..
72	**قائمة المراجع**..

مقدمة :

تقتضي دراسة أي علم من العلوم التعرف على أساسياته من الناحية النظرية ثم التطبيقية ، وتعتبر الرياضيات المالية من التقنيات الضرورية لمتابعة العمليات الاستغلالية اليومية، أو العمليات المتوسطة والطويلة الأجل. لذلك نسعى من خلال هذه المطبوعة الخاصة بالرياضيات المالية ، والتي تدخل ضمن الرياضيات التي تستخدم في عمليات التمويل و الاستثمار إلى تمكين الطالب من التحَكُم في تقنيات حساب الفوائد وإلمامه بالعمليات المالية المتعلقة بها. واعتمدنا في هذا السياق ، التركيز على الحساب في حد ذاته مع تقديم تطبيقات تُمكّن الطالب من استيعاب تفسيرات هذه الحسابات بالإضافة إلى مجموعة من التمارين مع حلولها بالتفصيل ، وفقا لبرنامج وزارة التعليم العالي والبحث العلمي .

المحور الأول: العمليات المالية في الأجل القصير

I- الفائدة البسيطة : يشمل هذا الجانب من المطبوعة معرفة معنى الفائدة والفائدة البسيطة وطرق حسابها وحساب مختلف عناصرها ثم تطبيقاتها المتمثلة في القيمة المكتسبة والمعدل الحقيقي و المعدل المتوسط.

I-1- تعريف الفائدة:

هي المقابل الذي يدفعه المدين إلى الدائن نتيجة استخدامه أو حيازته لأمواله ، أو هي الدخل الذي يحصل عليه الدائن من المدين مقابل إقراضه مبلغ من المال خلال فترة زمنية معينة ، فهي العائد على استعمال رأس مال الغير، و هي نوعان الفائدة البسيطة و الفائدة المركبة .

I-2- تعريف الفائدة البسيطة:

هي ذلك الدخل الثابت الناجم عن توظيف مبلغ من المال (استثمار أو إقراض أو إيداع مبلغ مالي لدى بنك) لمدة زمنية عادة لا تتجاوز السنة ، تحسب على أصل المبلغ ، دون أن تعلى عليه ، فهي تبقى ثابتة إلى غاية نهاية استحقاقها ، مادام المبلغ المودع بقي ثابتا.

مثال:إذا كان أصل المبلغ المقترض أو المستثمر هو 53000 دج بمعدل سنوي للفائدة البسيطة يقدر ب 6%، فإن الفائدة على هذا المبلغ هي3180دج في السنة الأولى، 3180دج في نهاية السنة الثانية، 3180 دج في نهاية السنة الثالثة وهكذا حتى نهاية المدة المتفق عليها.

I- 3- مبدأ الفائدة البسيطة :نقوم بحساب الفائدة البسيطة ضمن العمليات القصيرة الأجل بصفة خاصة ، أي تلك العمليات التي لا تتجاوز مدتها سنة واحدة ، إذا تجاوزت سنة واحدة فإن الفائدة تحتسب على أصل المال فقط لكل وحدة زمن تليها.

I-4- العناصر المحددة للفائدة البسيطة:

يتوقف احتساب الفائدة البسيطة على ثلاثة عناصر هي:

القيمة الأصلية "C": أو المبلغ الأصلي الموظف أو المودع ، المقترض أو المستثمر، كما أن الفائدة و رأس المال متناسبان طرديا ، فكلما ارتفع المبلغ الموظف ارتفعت الفائدة البسيطة بنفس النسبة .

الفترة الزمنية "n": وهي عبارة عن مدة توظيف المبلغ الأصلي ، القرض أو مدة الاستثمار، و تكون قصيرة الأجل إما سنوية ، أو شهرية أو يومية والتي تمثل المدة الفاصلة بين يوم الإيداع و يوم السحب ، حيث لا يحسب يوم الإيداع و هو اليوم الأول ، و يُحسب يوم السحب و هو اليوم

الأخير ، كما أن الفائدة و مدة التوظيف متناسبان طرديا ، فكلما زادت مدة التوظيف زادت الفائدة البسيطة .

معدل الفائدة "t":هي الفائدة بالنسبة المئوية المحصل عليها من توظيف رأ س مال خلال سنة واحدة وهو عبارة عن معدل توظيف المبلغ الأصلي ، كما أن الفائدة و معدل التوظيف متناسبان طرديا ، فكلما زاد معدل التوظيف زادت الفائدة البسيطة .

مثال :ما هي الفائدة المحصل عليها من توظيف مبلغ15000 دينار بمعدل 7% خلال سنة واحدة

توظيف 100دج ⟵ بعد سنة تنتج ⟵ 7دج

توظيف 1دج ⟵ بعد سنة ينتج ⟵ 100/7

توظيف 15000دج⟵ بعد سنة ينتج ⟵ 15000×100/7=1050دج

ملاحظة: يجب أن تتوافق المدة الزمنية مع معدل الفائدة، بمعنى أنه إذا كان معدل الفائدة سنويا فإن المدة تكون بالسنوات، وإذا كان المعدل شهريا فإن المدة تكون بالأشهر. وسوف نفترض أن معدل الفائدة البسيطة هو معدل سنوي، لذلك من الضروري في هذه الحالة تعديل المدة إلى سنوات لكي تتوافق مع معدل الفائدة السنوي، وذلك بقسمتها على عدد أشهر السنة(12) إذا كانت المدة بالأشهر، أو عدد أيام السنة (360 عدد أيام السنة التجارية) إذا كانت المدة بالأيام.

I-5- طرق حساب الفائدة البسيطة:

يرمز للفائدة البسيطة بالرمز "I"، و يتم حسابها بالعلاقة التالية : $I = C \times t \times n$

علما أن t هو مقدار في المئة .

وهناك طريقتان لحساب الفائدة البسيطة، هما:

- **الطريقة العادية أو المباشرة** : وهي تعطى حسب نوع المدة:

إذا كانت المدة بالسنوات فإن: $I = C \times t \times n/100$

إذا كانت المدة بالأشهر فإن: $I = C \times t \times n/1200$

إذا كانت المدة بالأيام فإن: $I = C \times t \times n/36000$

- **طريقة القاسم الثابت:** وتسمى كذلك طريقة النمر والقاسم وهي طريقة مختصرة يتم من خلالها حساب ما يسمى بالنمر أوالقاسم انطلاقا من القانون العام للفائدة البسيطة

$$I = C \times t \times n/36000$$

نقوم بقسمة البسط والمقام على t فنحصل على العلاقة التالية :

$$I = \frac{C \times n}{36000/t}$$

يطلق على ناتج الضرب $c \times n$ النمر "N" (Nombre) { هي مجموع حاصل ضرب رأس المال في مدته ويشترط أن تكون من طبيعة واحدة (سنوية ، شهرية أو يومية) }

أما القاسم "D" (Diviseur) :فهو يخضع إلى طبيعة وحدة الزمن للنمر لذلك فإن القاسم يمكن أن يأخذ الأشكال التالية :

-النمر يومية ⟵ القاسم = عدد الأيام/ t $360/\ t$

-النمر شهرية ⟵ القاسم = عدد الأشهر/ t $12/\ t$

-النمر سنوية ⟵ القاسم = عدد السنوات/ t $1/\ t$

وبذلك يكون قانون الفائدة البسيطة حسب هذه الطريقة $I = N/D$ أي مجموع النمر على القاسم

هذه الطريقة من أهم الطرق الشائعة الاستخدام في العمليات المصرفية وتعرف بأنها الطريقة التي تحسب بمقتضاها الفائدة على عدة مبالغ مختلفة لمدد مختلفة ولكن بمعدل فائدة ثابت.

لذا إذا كان معدل الفائدة متغير فإنه لا يمكن أن تطبق هذه الطريقة.

العلاقة بين الفائدة التجارية والفائدة الصحيحة :

النسبة بين الفائدتين : تكون النسبة بين الصنفين من الفائدة كما يلي :

$$Ir/Ic = C \times t \times \frac{n}{36500}/C \times t \times n/36000 = 72/73$$

الفرق يبن الفائدتين :

يمكن استنتاج الفرق بين الفائدتين التجارية والصحيحة انطلاقا من العلاقة بينهما :

$$Ic - Ir = 1/72Ir$$

مثال 1 :

أ- ماهي الفائدة البسيطة لرأسمال قيمته 15500 دج موظف بمعدل فائدة بسيطة سنوية 5 % لمدة سنة و احدة ؟

الحل:

$$I = \frac{C \times t \times n}{100} = \frac{15500 \times 5 \times 1}{100} = 775$$
$$\Rightarrow I = 775\ DA$$

ب- ماهي الفائدة البسيطة لو ضاعفنا رأس المال الموظف ليصبح 31000 دج موظف بنفس الشروط السابقة ؟

الحل:

$$I = \frac{C \times t \times n}{100} = \frac{31000 \times 5 \times 1}{100} = 1550$$
$$\Rightarrow I = 1550DA$$

ومنه نستنتج أنه كلما زاد رأس المال الموظف كلما زادت الفائدة البسيطة ، أي أن الفائدة البسيطة تتناسب طرديا مع رأس المال .

ج- ماهي الفائدة البسيطة لو ضاعفنا معدل الفائدة ليصبح 10 % موظف بنفس الشروط السابقة ؟

$$I = \frac{C \times t \times n}{100} = \frac{31000 \times 10 \times 1}{100} = 3100$$

ومنه نستنتج أنه كلما زاد معدل الفائدة كلما زادت الفائدة البسيطة ، أي أن الفائدة البسيطة تتناسب طرديا مع معدل الفائدة .

د- ماهي الفائدة البسيطة لو ضاعفنا مدة التوظيف لتصبح سنتين بنفس الشروط السابقة ؟

$$I = \frac{C \times t \times n}{100} = \frac{31000 \times 5 \times 2}{100} = 3100$$

ومنه نستنتج أنه كلما زادت مدة التوظيف كلما زادت الفائدة البسيطة ، أي أن الفائدة البسيطة تتناسب طرديا مع مدة التوظيف .

مثال 2 : ماهي الفائدة البسيطة لرأسمال قيمته 63000 دج موظف بمعدل فائدة بسيطة سنوية 5 % لمدة ثلاثة أشهر ؟

الحل:

$$I = \frac{C \times t \times n}{1200} = \frac{63000 \times 5 \times 3}{1200} = 787.5$$
$$\Rightarrow I = 787.5\ DA$$

مثال 3 : ماهي الفائدة البسيطة لرأسمال قيمته 39800 دج موظف بمعدل فائدة بسيطة سنوية 4 % من 10 جانفي 2020 إلى 19 أفريل 2020 ؟

الحل: حساب مدة توظيف المبلغ المالي :

بما أن سنة 2020 تقبل القسمة على 4 فإن عدد أيام شهر فيفري هو 29 يوما.

شهر جانفي = (31 – 10) = 21 يوم ؛

شهر فيفري = 29 يوم ؛

شهر مارس = 31 يوم ؛

شهر أفريل = 19 يوم .

إذن عدد أيام توظيف المبلغ المالي هي: $n= 21 + 29 + 31 + 19 = 100\ \ jours$

- الطريقة العادية :

$$I = \frac{C \times t \times n}{36000} = \frac{39800 \times 4 \times 100}{36000}$$
$$\Rightarrow I = 442,22\ \ DA$$

- طريقة القاسم:

$$I = \frac{c \times n}{36000/t} = \frac{39800 \times 100}{36000/4} = 442,22\ DA$$
$$\Rightarrow I = 442,22\ \ DA$$

ملاحظة: عدد أيام السنة البسيطة هو 365 يوم حيث يحتوي شهر فيفري على 28 يوم فهي لا تقبل القسمة على 4 ، أما السنة الكبيسة فعدد أيامها 366 يوم حيث يحتوي شهر فيفري على 29 يوم ، فهي تقبل القسمة على 4 ، أما السنة التجارية فتحتوي على 360 يوم .

حساب مختلف عناصر الفائدة البسيطة :

من الصيغة العامة لقانون الفائدة البسيطة يمكن إيجاد أي عنصر من عناصر الفائدة البسيطة بمعرفة بقية العناصر الأخرى .

الفائدة البسيطة : $I = C \times t \times n$

رأس المال الموظف : $C = \frac{I}{t \times n}$

مدة التوظيف : $n = \frac{I}{C \times t}$

معدل الفائدة البسيطة : $t = \frac{I}{C \times n}$

مثال1: أوجد مقدار رأس المال الموظف لمدة 8 أشهر بمعدل سنوي 4.5% إذا كانت الفائدة المحصل عليها هي 1350 ؟

الحل:

$$I = \frac{C \times t \times n}{1200} \Rightarrow C = \frac{I \times 1200}{t \times n} = \frac{1350 \times 1200}{4.5 \times 8}$$
$$\Rightarrow C = 45000\ DA$$

مثال2: ما هو معدل توظيف مبلغ مالي قدره 65500 خلال الفترة الممتدة من تاريخ 2021/03/17 إلى غاية 2021/05/26، وكان العائد المتحقق في نهاية المدة هو 998 دج.

الحل: بما أن سنة 2019 لا تقبل القسمة على 4 فإن عدد أيام شهر فيفري هو 28 يوما.

$$n = (31 - 17) + 30 + 26 = 70\ jours.$$

$$t = \frac{I \times 36000}{C \times n} = \frac{998 \times 36000}{65500 \times 70} = 7.83\%$$

$$\Rightarrow t = 7.83\%$$

مثال3: ما هي مدة توظيف مبلغ مالي قدره 14500 دج بمعدل فائدة سنوي 3% والذي أنتج فائدة قدرها 2610 دج؟

الحل:

$$I = \frac{C \times t \times n}{100} \Rightarrow n = \frac{I \times 100}{C \times t} = \frac{2610 \times 100}{14500 \times 3}$$

$$\Rightarrow n = 6ans$$

تطبيقات الفائدة البسيطة

I-6- حساب القيمة المكتسبة:

تسمى كذلك القيمة المحصلة أو جملة رأس المال هي حاصل جمع أصل رأس المال مع فوائده المستحقة في نهاية المدة ، ونرمز لها بالرمز A ، حسب العلاقة التالية :

$$A = C + I$$

مثال 1 : تم توظيف رأسمال قيمته 60000 دج بمعدل فائدة 3%، لمدة سنة ، أحسب الجملة المحصلة في نهاية مدة التوظيف ؟

الحل :

$$A = C + I = C + \frac{C \times t \times n}{100} = C\left(1 + \frac{t \times n}{100}\right) = 60000\left(1 + \frac{3 \times 1}{100}\right)$$
$$= 61800$$

$$\Rightarrow A = 61800\ DA$$

مثال2: أودع شخص مبلغ 53500 في بنك بمعدل فائدة بسيطة 7.5 % لمدة 11 أشهر ،

أحسب الجملة المحصلة في نهاية مدة التوظيف ؟

الحل:

$$A = C + I = C + \frac{C \times t \times n}{1200} = C\left(1 + \frac{t \times n}{1200}\right) = 53500\left(1 + \frac{7.5 \times 11}{1200}\right)$$
$$= 57178.125\ DA$$
$$\Rightarrow A = 57178.125 DA$$

مثال3: وظف شخص رأسمال مقداره 90000 ، بمعدل فائدة بسيطة 7 % لمدة تتراوح من 15 /2020/04 إلى غاية 2020/06/30 ، أحسب الجملة المحصلة في نهاية مدة التوظيف ؟

الحل:

$$n = (30 - 15) + 31 + 30 = 76\ jours$$
$$A = C + I = C + \frac{C \times t \times n}{36000} = C\left(1 + \frac{t \times n}{36000}\right) = 90000\left(1 + \frac{7 \times 76}{36000}\right)$$
$$= 91330\ \ DA$$
$$\Rightarrow A = 91330\ DA$$

7-I- المعدل الحقيقي :

هو المعدل الذي يُحسب على أساس معطيات حقيقية (رأس مال حقيقي ، مدة حقيقية و معدل حقيقي) ، و ذلك عكس المعدل الاسمي الذي يُحسب على أساس معطيات اسمية مقدمة من طرف البنك ، مثل حصول صاحب المبلغ على الفائدة في بداية المدة تسمى الفائدة في هذه الحالة بـ "الفائدة المسبقة"، فالفائدة عادة تدفع في نهاية مدة التوظيف، ولكن في بعض الحالات قد تدفع في بداية المدة ، ويكون المبلغ المستثمر فعلا Cr هو المبلغ C مطروحا منه الفوائد المسحوبة عند الإيداع ، أو حصول صاحب المبلغ على مكافأة أو دفع رسم ، نرمز للمعدل الحقيقي بالرمز tr.

مثال1:

أودع شخص مبلغ 120000 دج في بنك لمدة 107 يوم بمعدل فائدة 9%، علما أنه تم منح الفائدة في اليوم الأول من التوظيف ،

المطلوب: أحسب معدل التوظيف الحقيقي ؟

الحل:

$$C_r = C - I$$
$$\Rightarrow C_r = C - \frac{C \times t \times n}{36000} = 120000 - \frac{120000 \times 9 \times 107}{36000}$$
$$= 120000 - 3210 = 116790$$

$$\Rightarrow C_r = 116790 \quad \text{و} \quad I = 3210$$

$$I = \frac{C_r \times tr \times n}{36000} \Rightarrow t_r = \frac{I \times 36000}{C_r \times n} = \frac{3210 \times 36000}{116790 \times 107} = 9{,}25$$

$$\Rightarrow t_r = 9{,}25\%$$

مثال 2: أودع شخص مبلغ 84500 دج في بنك لمدة 110 يوم بمعدل فائدة 9% ، لنفترض أنه في نهاية مدة التوظيف تم منح صاحب رأس لمال بالإضافة إلى الفائدة مكافأة قدرها 500 دج دج.

المطلوب: أحسب معدل التوظيف الحقيقي ؟

الحل : نقوم أولا نقوم بحساب الفائدة الحقيقية (I_r) ، و التي هي حاصل جمع الفائدة البسيطة و المكافأة .

$$I_r = I + bonus$$

$$I = \frac{C \times t \times n}{36000}$$

$$I_r = \frac{84500 \times 9 \times 110}{36000} + 500 = 2323{,}75 + 500 = 2823{,}75$$

لدينا :

$$I_r = \frac{C \times t_r \times n}{36000} \Rightarrow t_r = \frac{I_r \times 36000}{C \times n} = \frac{2823{,}75 \times 36000}{84500 \times 110} = 10{,}93$$

$$\Rightarrow t_r = 10{,}93\%$$

مثال3 : أودع شخص مبلغ 350000 دج على أساس معدل فائدة بسيطة 9 % سنويا لمدة 123 يوم ، علما أنه في نهاية مدة التوظيف سدد رسم على الفائدة مقداره 550 دج .

المطلوب: أحسب معدل التوظيف الحقيقي ؟

الحل : نحسب الفائدة الحقيقية :(I_r)

$$I_r = I - taxes$$

$$I_r = \frac{C \times t \times n}{36000} - taxes = \frac{350000 \times 9 \times 123}{36000} - 550 = 10762.5 - 550$$
$$= 10212.5DA$$

لدينا:

$$I_r = \frac{C \times tr \times n}{36000} \Rightarrow t_r = \frac{I_r \times 36000}{C \times n} = \frac{10212.5 \times 36000}{350000 \times 123} = 8.54\%$$

$$\Rightarrow t_r = 8.54\%$$

8 –I– المعدل المتوسط لعدة توظيفاتT:

لتكن لدينا مجموعة من رؤوس الأموال(C_1, C_2, C_3) لشخص واحد تم توظيفها بمعدلات فائدة بسيطة مختلفة (t_1, t_2, t_3) ، خلال فترات زمنية مختلفة ($n_1 n_2, n_3$) ، في بنوك متعددة ، إذا استطعنا تعويض هذه المعدلات بمعدل واحد حيث تحقق نفس المبلغ الإجمالي للفائدة البسيطة ، عندئذ نكون أمام المعدل المتوسط لعدة توظيفات نرمز له بالرمز T.

فالمعدل المتوسط لعدة توظيفات هو المعدل الوحيد الذي يُعوض مجموعة من المعدلات (t_1, t_2, t_3) ، بحيث مجموع الفوائد المحققة بهذا المعدل الوحيد يُساوي مجموع الفوائد المحققة لهذه المعدلات المختلفة .

$$I = I_1 + I_2 + I_3 \ldots + I_n$$

$$I = C_1 \times t_1 \times n_1 + C_2 \times t_2 \times n_2 + C_3 \times t_3 \times n_3 \ldots + C_n \times t_n \times n_n$$

إذا عوضنا (t_1, t_2, t_3 ...) بالمعدل الوحيدT ، تصبح العلاقة السابقة كما يلي :

$$C_1 \times T \times n_1 + C_2 \times T \times n_2 + C_3 \times T \times n_3 + \cdots + C_n \times t_n \times n_n$$

$$\Rightarrow C_1 \times t_1 \times n_1 + C_2 \times t_2 \times n_2 + C_3 \times t_3 \times n_3 + \cdots + C_n \times t_n \times n_n \quad =$$

$$C_1 \times T \times n_1 + C_2 \times T \times n_2 + C_3 \times T \times n_3 + \cdots + C_k \times T \times n_k$$

ومنه :

$$T = \frac{C_1 \times t_1 \times n_1 + C_2 \times t_2 \times n_2 + C_3 \times t_3 \times n_3 + \cdots + C_n \times t_n \times n_n}{C_1 \times n_1 + C_2 \times n_2 + C_3 \times n_3 + \cdots + C_n \times n_n}$$

$$\Rightarrow T = \frac{\sum_{i=1}^{n} C_i \times t_i \times n_i}{\sum_{i=1}^{n} C_i \times n_i}$$

مثال: وظف شخص ثلاثة مبالغ بتاريخ 15جوان2020 قيمتها على الترتيب 45000 ، 52100 ، 39800 بمعدلات فائدة على التوالي : 5,5 % ، 8,5 % ، 7% إلى غاية : 20 جويلية ، 31 أوت ، 14 سبتمبر على الترتيب ، فماهو المعدل المتوسط للتوظيفات الثلاث؟

الحل:

حساب مدد التوظيف :

$$n_1 = (30 - 15) + 20 = 35 jours.$$
$$n_2 = (30 - 15) + 31 + 31 = 77 jours.$$
$$n_3 \;= (30 - 15) + 31 + 31 + 14 = 91 jours.$$
$$T = \frac{C_1 \times t_1 \times n_1 + C_2 \times t_2 \times n_2 + C_3 \times t_3 \times n_3 + \cdots + C_n \times t_n \times n_n}{C_1 \times n_1 + C_2 \times n_2 + C_3 \times n_3 + \cdots + C_n \times n_n}$$

$$T = \frac{45000 \times 5{,}5 \times 35 + 52100 \times 8{,}5 \times 77 + 39800 \times 7 \times 91}{35000 \times 45 + 47000 \times 68 + 49500 \times 72}$$
$$T = 7{,}39\ \%$$

9-I- تمارين:

تمرين 1 : أودع عميل في أحد البنوك مبلغ 32000 دج لمدة 9 أشهر ، في نهاية المدة بلغت القيمة المحصلة 34150 دج .

المطلوب: 1 – أوجد معدل التوظيف ؟

الحل :

$$A = C + I \Rightarrow A - C = \frac{C \times t \times n}{1200} \Rightarrow t = \frac{(A - C)1200}{C \times n}$$
$$= \frac{(33150 - 32000)1200}{32000 \times 9} = 8.95\%$$

تمرين2: أودع شخص في البنك مبلغين ماليين ، تتناسبان كالأرقام 15 ، 7 ، الأول لمدة سنة بمعدل 8 % و الثاني بمعدل 9 % لمدة 16 شهر . فإذا علمت أن المبلغ الأول أكبر من الثاني ب 4000 دج. **المطلوب:** 1 – أحسب قيمة المبلغين :

2 – أحسب الفائدة الإجمالية ؟

الحل :

1 – حساب قيمة المبلغين :

$$\frac{C_1}{15} = \frac{C_2}{7} \Rightarrow 7C_1 = 15C_2$$
$$C_1 - C_2 = 4000 \Rightarrow C_1 = 4000 + C_2$$

$$\frac{C_1}{15}=\frac{C_2}{7} \Rightarrow 7C_1 = 15C_2 \Rightarrow 7(4000+C_2) = 15C_2 \Rightarrow 28000+7C_2$$
$$= 15C_2 \Rightarrow 8C_2 = 28000 \Rightarrow C_2 = \frac{28000}{8} = 3500$$
$$C_2 = 3500\ DA$$
$$C_1 = C_2 + 4000 \Rightarrow C_1 = 7500DA$$

1- حساب قيمة الفوائد :

$$I = I_1 + I_2$$
$$I = \frac{C_1 \times t_1 \times n_1}{100} + \frac{C_2 \times t_2 \times n_2}{1200} = \frac{7500 \times 8 \times 1}{100} + \frac{3500 \times 16 \times 9}{1200}$$
$$I = 600 + 420 = 1020\ DA$$

تمرين03 : إذا كان الفرق بين الفائدتين التجارية والصحيحة لمبلغ موظف لعدد من الأيام وبمعدل معين هو 100دج ، أحسب كل من الفائدتين ؟

الحل :

$$Ic - Ir = 100$$
$$\frac{1}{72}Ir = 100$$
$$Ir = 7200DA$$
$$\frac{1}{73}Ic = 100$$
$$Ic = 7300DA$$

تمرين 4 : رأس مال قدره 50000 دج تم توظيفه بمعدل فائدة بسيطة لمدة سنتين ، بمعدل سنوي $t\%$ ، المبلغ الإجمالي المحصل عليه بعد سنتين تم سحبه و توظيفه من جديد بفائدة بسيطة لمدة ثلاث سنوات ، و بمعدل سنوي $(3 + t\%)$ ، المبلغ الإجمالي المحصل عليه بعد العمليتين 68200 دج .

المطلوب: 1- أحسب معدل الفائدة ؟

الحل :

$$A_1 = C_2 = C_1 + I_1 = C_1 + \frac{C_1 \times t \times n1}{100} = 50000 + \frac{50000 \times t \times 2}{100}$$
$$= 50000 + 1000t \cdots 1$$
$$A2 = C_2 + I_2$$

$$68200 = 50000 + 1000t + \frac{(50000 + 1000t)(t + 3)3}{100}$$

$$18200 = 1000t + 1500t + 30t^2 + 4500 + 90t$$

$$30t^2 + 2590t - 13700 = 0$$

$$3t^2 + 259t - 1370 = 0$$

$$\Delta = 83521 \qquad \sqrt{\Delta} = 289$$

$$t = 5\ \%$$

تمرين 5: أودعت مؤسسة مالية ثلاثة مبالغ تتناسب فيما بينها كالأعداد 7,5 ، 5,5 ، 2 بمعدل فائدة بمعدل فائدة بسيطة لمدة معينة ، فبلغ مجموع الفوائد 9000 دج .

المطلوب:

1- أحسب فائدة كل مبلغ ؟

2- أحسب مدة الإيداع (بالأيام) إذا كان أول مبلغ 112500 ، و المعدل 12 % ؟

3- أحسب المبلغين الآخرين ؟

4 – في نهاية المدة المحسوبة سابقا تم سحب المبلغ الأول و ترك المبالغ الأخرى بنفس المعدل لمدة 160 يوم أخرى ، أحسب ما تحقق للمؤسسة بعد هذه المدة ؟

الحل :

1- حساب فائدة كل مبلغ :

$$\frac{C_1}{7{,}5} = \frac{C_2}{5{,}5} = \frac{C_3}{2} = \frac{C_1 + C_2 + C_3}{15} \ldots\ldots\ldots 1$$

$$I_1 = \frac{C_1 \times t \times n}{36000} \Rightarrow C_1 = \frac{I_1 \times 36000}{t \times n}$$

$$I_2 = \frac{C_2 \times t \times n}{36000} \Rightarrow C_2 = \frac{I_2 \times 36000}{t \times n}$$

$$I_3 = \frac{C_2 \times t \times n}{36000} \Rightarrow C_3 = \frac{I_3 \times 36000}{t \times n}$$

بالتعويض في 1 نجد :

$$\frac{\frac{I_1 \times 36000}{t \times n}}{7{,}5} = \frac{\frac{I_2 \times 36000}{t \times n}}{5{,}5} = \frac{\frac{I_2 \times 36000}{t \times n}}{2}$$

بضرب كل كسر في $\frac{t \times n}{36000}$ نجد :

$$\frac{I_1}{7{,}5}=\frac{I_2}{5{,}5}=\frac{I_3}{2}=\frac{I_1+I_2+I_3}{15}=\frac{9000}{15}=600$$

$$\frac{I_1}{7{,}5}=600\ \Rightarrow I_1=4500$$

$$\frac{I_2}{5{,}5}=600\ \Rightarrow I_2=3300$$

$$\frac{I_3}{2}=600\ \Rightarrow I_3=1200$$

2- حساب مدة الإيداع (بالأيام) إذا كان أول مبلغ 112500 ، و المعدل 12 % ؟

لدينا :

$$D=\frac{36000}{t}=\frac{36000}{12}=3000$$

$$I_1=\frac{C_1\times t\times n}{36000}=\frac{C_1\times n}{D}\Rightarrow n=\frac{D\times I_1}{C_1}=\frac{3000\times 4500}{112500}=120\,jours$$

3- حساب المبلغين الآخرين :

$$I_2=\frac{C_2\times n}{D}\Rightarrow C_2=\frac{I_2\times D}{n}=\frac{3300\times 3000}{120}=82500$$

$$I_3=\frac{C_3\times n}{D}\Rightarrow C_3=\frac{I_3\times D}{n}=\frac{1200\times 3000}{120}=30000$$

4 - في نهاية المدة المحسوبة سابقا تم سحب المبلغ الأول و ترك المبالغ الأخرى بنفس المعدل لمدة 160 يوم أخرى ، حساب ما تحقق للمؤسسة بعد هذه المدة ؟

$$\grave{I}_2=\frac{C_2\times n}{D}=\frac{82500\times 160}{3000}=4400$$

$$\grave{I}_3=\frac{C_3\times n}{D}=\frac{30000\times 160}{3000}=1600$$

$$I=4400+1600=6000$$

تمرين 6: وظف شخص مبلغ ما لدى بنك لمدة 130 يوم بمعدل فائدة بسيطة 4% سنويا ، ثم وظف جملة هذا المبلغ لدى بنك ثاني لمدة 120 يوم بمعدل فائدة بسيطة 6% سنويا ، فبلغت الفائدة التي تحصل عليها من البنك الثاني فقط 365,2 دج .

المطلوب: أحسب أصل المبلغ الموظف لدى البنك الأول ؟

الحل :

$$I_2 = \frac{C_2 \times t_2 \times n_2}{36000} = 365{,}2 \Rightarrow C_2 = \frac{I_2 \times 36000}{t2 \times n_2} = \frac{I_2 \times 36000}{6 \times 120} = 18260$$

$$C_2 = A_1 = C_1 \left(1 + \frac{t_1 \times n_1}{36000}\right) \Rightarrow C_1 = \frac{A_1}{1 + \frac{t_1 \times n_1}{36000}} = \frac{18260}{1 + \frac{4 \times 130}{36000}} = 18000$$

$$\Rightarrow C_1 = 18000DA$$

تمرين 7:

إستثمر شخص ثلاثة مبالغ مالية بداية من 01 /2020/01 :

المبلغ الأول 64584 بمعدل 12% لمدة 135 يوم ؛

المبلغ الثاني 125000بمعدل 14 % لمدة 153 يوم ؛

المبلغ الثالث 83265 بمعدل 13 % لمدة 216 يوم .

المطلوب:

1- أحسب مجموع فوائد المبالغ الثلاث ؟

2- إذا حصل على فائدة المبلغ الأول في 01 /2020/01 ، ما هو المعدل الحقيقي للتوظيف ؟

3- إذا حصل على فائدة المبلغ الثاني مع مكافأة قدرها 600 دج ، فما هو المعدل الحقيقي للتوظيف؟

4- إذا سدد رسم على فائدة المبلغ الثالث بقيمة 400 دج ، فما هو المعدل الحقيقي للتوظيف؟

الحل :

2- مجموع فوائد المبالغ الثلاث : بداية نقوم بحساب حساب فائدة كل مبلغ .

$$I_1 = \frac{C_1 \times t_1 \times n_1}{36000} = \frac{64584 \times 12 \times 135}{36000} = 2906{,}28\ DA$$

$$I_2 = \frac{C_2 \times t_2 \times n_2}{36000} = \frac{125000 \times 14 \times 153}{36000} = 7437{,}5\ DA$$

$$I_3 = \frac{C_3 \times t_3 \times n_3}{36000} = \frac{83265 \times 13 \times 216}{36000} = 6494{,}67\ DA$$

$$I = 2906{,}28 + 7437{,}5 + 6494{,}67 = 16838{,}45DA$$

2 . حساب المعدل الحقيقي للتوظيف (حالة المكافأة المسبقة)

$$\Rightarrow C_{1r} = C_1 - I_1 = 64584 - 2906{,}28 = 61677{,}72$$

$$\Rightarrow C_r = 61677{,}72$$

$$I_1 = \frac{C_{1r} \times tr \times n1}{36000} \Rightarrow t_r = \frac{2906,28 \times 36000}{61677,72 \times 135} = 12,56\%$$

3 . حساب المعدل الحقيقي للتوظيف(حالة المكافأة) :

$$I_{2r} = I_2 + bonus$$

$$I_2 = \frac{C_2 \times t2 \times n2}{36000}$$

$$I_{2r} = 7437,5 + 600 = 8037,5$$

لدينا :

$$I_{2r} = \frac{C_2 \times tr \times n_2}{36000} \Rightarrow t_r = \frac{I_{2r} \times 36000}{C_2 \times n_2} = \frac{8037,5 \times 36000}{125000 \times 153} = 15,12\ \%$$

4 . حساب المعدل الحقيقي للتوظيف (حالة تسديد رسم) :

$$I_{3r} = I_3 - taxes = 6494,67 - 400 = 6094,67$$

لدينا:

$$I_{3r} = \frac{C_3 \times tr \times n_3}{36000} \Rightarrow t_r = \frac{I_{3r} \times 36000}{C_3 \times n_3} = \frac{6094,67 \times 36000}{83265 \times 216} = 12,19\%$$

تمرين 8 : وظف شخص مبلغ 35000 دج بفائدة بسيطة بمعدل ما ، في نهاية السنة الأولى أعاد توظيف القيمة المحصلة لمدة سنة أخرى بمعدل يقل عن الأول ب 1 % ، كانت في نهاية السنة الثانية القيمة المحصلة 38955 دج .

المطلوب: 1- أحسب معدلات التوظيف ؟

2- أحسب فوائد السنة الأولى و الثانية ؟

الحل :

1 . حساب معدلات التوظيف $(t_1\ , t_2)$:

$$A_1 = C_2 = C_1 + I_1 = C_1 + \frac{C_1 \times t_1 \times n_1}{100} = 35000 + \frac{35000 \times t1 \times 1}{100}$$

$$C_2 = 35000 + 350\ t1$$

$$A_2 = C_2 + I_2 = C_2 + \frac{C_2 \times t_2 \times n_2}{100} = \frac{C_2(t_1 - 1\ )n_2}{100}$$

$$A_2 = 35000 + 350\ t_1 + \frac{35000 + 350\ t_1(t_1 - 1\ )}{100}$$

$$38955 = 35000 + 350\ t_1 + \frac{35000 + 350\ t1(t_1 - 1\ )}{100}$$

$$38955 - 35000 = 350\, t_1 + \frac{35000t_1 - 35000 + 350{t_1}^2 - 350\, t_1}{100}$$

$$3955 - 350\, t_1 = \frac{3500t_1 - 3500 + 35{t_1}^2 - 35\, t_1}{10}$$

$$39550 - 3500\, t_1 = 35{t_1}^2 + 6965t_1 - 35\, t_1 - 3500$$

$$35{t_1}^2 + 3500t_1 - 43050 = 0$$

$$t1^2 + 199t_1 - 1230 = 0$$

$$\Delta = 44521 \qquad \sqrt{\Delta} = 211$$

$$t_1 = 6\,\% \qquad t_2 = 5\,\%$$

2 . حساب الفوائد $(I_2\,, I_1)$

$$I_1 = \frac{C_1 \times t_1 \times n_1}{100} = \frac{35000 \times 6 \times 1}{100} = 2100\, DA$$

$$I_2 = \frac{37100 \times 5 \times 1}{100} = 1855\, DA$$

$$C_2 = A_1 = C_1 + I_1 = 35000 + 2100 = 37100DA$$

التمرين 9: وظف تاجر مبلغ من المال لدى بنك معين لمدة سنة وسبعة أشهر فكانت الفائدة البسيطة في نهاية الفترة تقدر بـ 1425 دينار، إذا علمت أن هذا التاجر وظف مبلغ آخر ضعف الأول في بنك آخر وبمعدل فائدة 4% وفي نفس الفترة فكانت الفائدة البسيطة المحصل عليها نهاية الفترة هي 3800 دينار.

المطلوب:

- أحسب مبلغي التوظيف.
- أحسب معدل الفائدة المطبقة في البنك الأول.
- احسب الجملة المكتسبة في البنك الأول و الثاني.

الحل:

$$C_2 = 2C_1 \qquad I = \frac{C \times t \times n}{1200} \qquad n = 1\, ans\ et\ 7\, mois = 19\, mois$$

حساب مبلغي التوظيف:

$$1425 = \frac{C_1 \times t_1 \times 19}{1200} \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (1)$$

$$3800 = \frac{2C_1 \times 4 \times 19}{1200} \ldots\ldots\ldots\ldots (2)$$

$$C_2 = 60000\ DA(2) \Leftrightarrow C_1 = 30000\ DA$$

حساب معدل الفائدة المطبق في البنك الأول:

$$(1) \Leftrightarrow\ 1425 = \frac{30000 \times t_1 \times 19}{1200} \Longrightarrow t_1 = 3\%$$

حساب الجملة المكتسبة في البنك الأول و الثاني:

$$A_1 = C_1 + I_1 = 30000 + 1425 = 31425\ DA$$

$$A_2 = 60000 + 3800 = 63800\ DA$$

خلاصة العنصر الأول من الباب الأول :

* **الفائدة:** هي الدخل الناتج عن توظيف معين أو تقديم خدمة.

* **الفائدة البسيطة :**هي تلك الفائدة المحصل عليها من توظيف رأس مال خلال مدة زمنية أقل من سنة ؛ وهي متناسبة طرديا مع رأس المال الموظف و معدل التوظيف و مدة التوظيف. $I = C \times t \times n/36000$

***الفائدة البسيطة بطريقة القاسم الثابتD :**بقسمة كل من البسط و المقام على t تصبح العلاقة كالتالي: $I = C \times n/D$ ؛ حيث $D = 36000/t$

* **القيمة المحصلة:**هو المبلغ C مضافا اليه الفائدة I المحصل عليها .فإذا كانت A هي القيمة المحصلة فإن $A = C + I$

* **القوانين :**

$$I = C \times t \times n/36000$$

$$I = C \times n/D$$

$$A = C + I$$

II- الخصم التجاري بالفائدة البسيطة .

يترتب عن إجراء المعاملات التجارية ديونا ، قد تسدد نقدا أو عن طريق شيك بنكي أو بريدي عن طريق الأوراق التجارية (الكمبيالات والسندات الإذنية ...)، فإذا اتفق المدين مع الدائن على تسديد الدين قبل ميعاد استحقاقه ، فتسمى هذه العملية بخصم الأوراق التجارية ، وفي هذه الحالة فإن ما يقوم المدين بتسديده هو مبلغ أقل يدعى القيمة الحالية ، وليس الدين الأصلي الواجب دفعه بتاريخ

الاستحقاق (القيمة الاسمية) وأن الفرق بينهما هو الخصم يحسب كفائدة بين تاريخ استحقاق الدين وتاريخ الاتفاق .

II-1-مفهوم الأوراق التجارية :

إن وسائل الدفع في العمليات المالية و النقدية متعددة ، منها الفورية كالنقود والشيكات ، و منها وسائل دفع آجلة تتمثل في الأوراق التجارية و المتمثلة أساسا في السفتجة (الكمبيالة) ، السند لأمر و الشيك . الورقة التجارية هي وثيقة تحرر على ورقة بنموذج خاص ، و التي تضمن استرجاع الدين عند تاريخ معين يدعى تاريخ الاستحقاق ، و تتمثل في :

1 . **الشيك** : هو تعهد من طرف المدين للدائن بأن يتحصل هذا الأخير على قيمة الشيك في شكل نقود فورا عند تقديمه للبنك ، و نجد شيك بريدي و شيك بنكي أو مصرفي .

2 . **السفتجة (الكمبيالة):** تشمل ثلاثة أطراف المدين الذي يقوم بتحريرها ، و المسحوب عليه الذي يلتزم بدفع قيمتها للدائن في تاريخ الإستحقاق و يتمثل عادة في البنك ، و الدائن الذي يتلقى القيمة الإسمية للسفتجة .

3 . **السند لأمر** : هو تعهد من طرف المدين للدائن بأن يدفع له قيمة السند في تاريخ استحقاق معين

ملاحظة : يعتبر كل من السفتجة و السند لأمر قابلان للإنتقال من يد لأخرى تسديدا لعمليات أو ديون ، و ذلك عن طريق عملية التظهير التي تقتضي توقيع حامل الورقة على ظهرها ليكون ملتزما بدفع قيمتها عند تاريخ استحقاقها .

II-2- تعريف الخصم التجاري:

هو فائدة البنك عن عملية تحويل قيمة ورقة تجارية إلى سيولة نقدية قبل تاريخ استحقاقها ، فهي عملية تسمح بتبادل ملكية الورقة التجارية ، فيصبح بذلك البنك هو المستفيد من القيمة الاسمية (مبلغ الورقة) حيث يحتفظ البنك بمبلغ القيمة الاسمية و يقدم لحامل الورقة مبلغ (القيمة الحالية)، و ذلك قبل حلول تاريخ استحقاقها.
إذا هو المقابل المادي الذي يحصل عليه البنك في مقابل سداد الدين قبل حلول موعد استحقاقه بمعدل يحدده يدعى معدل الخصم.

II-3- حساب الخصم التجاري:

يحسب الخصم التجاري Ec على أساس القيمة الإسمية للورقة التجارية C ، بمعدل محدد من طرف البنك يسمى معدل الخصم ، و مدة الخصم n و هي المدة الفاصلة بين تاريخ إستحقاق الورقة و تاريخ الخصم ، وهناك طريقتان لحساب الخصم التجاري:

الطريقة العادية:

$$Ec = \frac{C \times t \times n}{36000}$$

طريقة القاسم الثابت:

$$Ec = \frac{N}{D}$$

حيث: $N = C \times n$ و $D = 36000/t$

مثال 1: بتاريخ 2020/09/13 قدمت ورقة تجارية للخصم ، قيمتها الإسمية 40000 ، تستحق في 2020/11/30 لدى البنك ، طبق عليها معدل الخصم 6 % . أحسب مبلغ الخصم.

الحل:

$$n = (30 - 13) + 31 + 30 = 78\ jours$$

الطريقة العادية:

$$Ec = \frac{C \times t \times n}{36000}$$

$$= \frac{40000 \times 6 \times 78}{36000} = 520\ DA$$

طريقة القاسم الثابت:

$$Ec = \frac{N}{D} = \frac{C \times n}{36000/t} = \frac{40000 \times 78}{36000/6} = 520\ \ DA$$

مثال 2: ما هي القيمة الاسمية لسند تجاري خصم 100 يوما قبل تاريخ استحقاقه بمعدل خصم 5% ، و كان مبلغ الخصم 1250 دج .

الحل:

$$Ec = \frac{C \times t \times n}{36000} \Rightarrow C = \frac{Ec \times 36000}{t \times n} = \frac{1250 \times 36000}{5 \times 100} = 90000\ DA$$

مثال 3: بتاريخ 2022/03/22 باعت مؤسسة سلعة بمبلغ 148500، حيث تم الإعتراف بالدين بعد تأجيله بورقة تجارية تستحق الدفع في 25 /2022/05 ، إلاّ أن حامل الورقة احتاج لنقود

فتقدم إلى البنك للتفاوض على الورقة قبل تاريخ استحقاقها فخصم منه مبلغ 1550 دج بمعدل 7.5% . المطلوب إيجاد تاريخ الخصم .

الحل:

$$E_C = \frac{C \times t \times n}{36000} \Rightarrow n = \frac{E_C \times 36000}{C \times t} = \frac{1550 \times 36000}{148500 \times 7.5} = 50\ jours$$

تاريخ الخصم هو: 05 /2022/04.

مثال 4:

بتاريخ 03 /2022/07 تم التفاوض مع بنك على ورقة تجارية قيمتها الإسمية 160000 و تاريخ استحقاقها 03 /2022/12 ، تحصل البنك على فائدة من العملية بمقدار 5400 ، أحسب معدل الخصم.

الحل:

$$t = \frac{{}_{C} \times 1200}{C \times n} = \frac{5400 \times 1200}{160000 \times 5} = 8.1\%$$

4-II- القيمة الحالية لورقة تجارية:

هي قيمة رأس المال أو الدين (قيمة الورقة التجارية) بعد ما يتم خصم الفوائد ، ونرمز لها بالرمز V .

هناك طريقتان لحساب القيمة الحالية:

الطريقة العادية:

$$V = C - E_C = C - \frac{C \times t \times n}{36000} = C(1 - \frac{t \times n}{36000})$$

طريقة القاسم الثابت:

$$V = C - \frac{C \times n}{D} = C(\frac{D - n}{D})$$

مثال 1: أحسب القيمة الحالية لورقة تجارية قيمتها الاسمية 120000 دج قدمت للخصم لدى بنك 60 يوما قبل تاريخ استحقاقها بمعدل 8%.

الحل:

الطريقة العادية:

$$V = C\left(1 - \frac{t \times n}{36000}\right) = 120000\left(1 - \frac{8 \times 60}{36000}\right) = 118400DA$$

طريقة القاسم الثابت:

$$V = C\left(\frac{D - n}{D}\right) = 120000\left(\frac{4500 - 60}{4500}\right) = 118400\ DA$$

مثال 2: قدم تاجر ورقة تجارية للخصم لدى بنك4 أشهر قبل تاريخ استحقاقها، إذا علمت أن البنك يطبق معدل خصم 6%، وأن القيمة التي تحصل عليها التاجر بعد عملية الخصم هي 83300 دج. أحسب القيمة الإسمية للورقة التجارية.

الحل:

$$V = C\left(1 - \frac{t \times n}{1200}\right) \Rightarrow C = \frac{V}{1 - \frac{t \times n}{1200}} = \frac{83300}{1 - \frac{6 \times 4}{1200}} = 85000\ DA$$

مثال 3: ورقة تجارية قيمتها الاسمية 60000 دج تستحق الدفع بتاريخ 2017/12/30 قدمت للخصم لدى بنك n يوما قبل تاريخ استحقاقها بمعدل خصم 6 %، إذا علمت أن حاملها قد تحصل على قيمة 59400 دج، حدد تاريخ الخصم.

الحل:

$$V = C - \frac{C \times t \times n}{36000} \Rightarrow n = \frac{(C - V) \times 36000}{C \times t} =$$

$$\Rightarrow n = \frac{(60000 - 59400) \times 36000}{60000 \times 4} = 60\ jours$$

تاريخ الخصم هو 2017/10/31.

مثال 4:ما هو معدل خصم ورقة تجارية قيمتها الاسمية 300000 دج قدمت للخصم 40 يوما قبل تاريخ استحقاقها إذا علمت أن القيمة الحالية تقدر بـ299000دج.

الحل:

$$t = \frac{(C -) \times 36000}{C \times n} = \frac{(300000 - 299000) \times 36000}{300000 \times 40}$$

$$\Rightarrow t = 3\%$$

5-II- الخصم العقلاني (الحقيقي):

هو الخصم الذي يحسب على أساس معطيات حقيقية و بالتحديد على أساس القيمة الحالية العقلانية للورقة التجارية و التي نرمز لها بالرمز $\grave{V}$ وليس على أساس القيمة الإسمية ، ونرمز له بالرمز E_R.

هناك طريقتان لحساب الخصم العقلاني: الطريقة العادية وطريقة القاسم الثابت.

الطريقة العادية:

$$\begin{cases} E_R = \dfrac{\grave{V} \times t \times n}{36000} \\ \grave{V} = C - E_R = C - \dfrac{\grave{V} \times t \times n}{36000} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \grave{V} + \frac{\grave{V} \times t \times n}{36000} = C \Rightarrow \grave{V} \left(1 + \frac{t \times n}{36000} \right) = C$$

$$\Rightarrow \grave{V} = \frac{C}{1 + \frac{t \times n}{36000}} = \frac{36000 \times C}{36000 + t \times n}$$

أما الخصم العقلاني فيحسب بالعلاقة التالية:

$$E_R = C - \grave{V} = C - \frac{36000 \times C}{36000 + t \times n}$$

$$\Rightarrow \boxed{E_R = \frac{C \times t \times n}{36000 + t \times n}}$$

طريقة القاسم الثابت:

$$\begin{cases} E_R = \dfrac{\grave{V} \times n}{D} \\ \grave{V} = C - E_R = C - \dfrac{\grave{V} \times n}{D} \end{cases} \Rightarrow \grave{V} = \frac{C}{1 + n/D} = \frac{C \times D}{D + n}$$

أما الخصم العقلاني فيحسب كما يلي:

$$E_R = C - \grave{V} = C - \frac{C \times D}{D + n} = \frac{C \times n}{D + n}$$

$$\Rightarrow \boxed{E_R = \frac{C \times n}{D + n}}$$

مثال1 : ورقة تجارية قيمتها الإسمية 70000 دج تم التفاوض عليها 42 يوما قبل تاريخ الإستحقاق بمعدل خصم 7,5% .

- أحسب الخصم التجاري ، الخصم العقلاني ، القيمة الحالية و القيمة الحالية العقلانية .

الحل :

1- حساب الخصم التجاري:

$$E_c = \frac{C \times t \times n}{36000} = \frac{70000 \times 7,5 \times 42}{36000} = 612,5\ DA$$

2 - حساب الخصم العقلاني :

$$E_R = \frac{C \times t \times n}{36000 + t \times n} = \frac{70000 \times 7,5 \times 42}{36000 + 7,5 \times 42} = 607,18\ DA$$

3- حساب القيمة الحالية التجارية:

$$V = C - E_c = 70000 - 612,5 = 69387,5\ DA$$

4- حساب القيمة الحالية العقلانية:

$$\grave{V} = C - E_R = 70000 - 607,18 = 69392,82\ DA$$

6-II-بعض العلاقات بين الخصمين التجاري و العقلاني :

- ✓ **المقارنة بين الخصمين :**

$$\begin{cases} E_c = \dfrac{C \times t \times n}{36000} = \dfrac{C \times n}{D} \\ E_R = \dfrac{C \times t \times n}{36000 + t \times n} = \dfrac{C \times n}{D + n} \end{cases} \Longrightarrow \boxed{E_R < E_c \Longrightarrow \grave{V} > V}$$

- ✓ **النسبة بين الخصمين :**

الطريقة العادية:

$$\frac{E_c}{E_R} = \frac{\frac{C \times t \times n}{36000}}{\frac{C \times t \times n}{36000 + t \times n}} \Longrightarrow \boxed{\frac{E_c}{E_R} = \frac{36000 + t \times n}{36000}}$$

طريقة القاسم الثابت:

$$\frac{E_c}{E_R} = \frac{\frac{C \times n}{D}}{\frac{C \times n}{D + n}} = \frac{D + n}{D} \Longrightarrow \boxed{\frac{E_c}{E_R} = \frac{D + n}{D}}$$

- ✓ **الفرق بين الخصمين :**

الطريقة العادية :

$$E_C - E_R = \frac{C \times t \times n}{36000} - \frac{C \times t \times n}{36000 + t \times n}$$

$$= C \times t \times n\left[\frac{36000 + t \times n - 36000}{36000(36000 + t \times n)}\right]$$

$$E_c - E_R = \frac{C \times t^2 \times n^2}{36000(36000 + t \times n)}$$

$$E_c - E_R = \frac{C \times t \times n}{36000} \times \frac{t \times n}{36000 + t \times n} = \frac{E_c \times E_R}{C}$$

$$\Rightarrow \boxed{E_c - E_R = \frac{E_c \times E_R}{C}}$$

طريقة القاسم الثابت:

$$E_c - E_R = \frac{C \times n}{D} - \frac{C \times n}{D + n} = C \times n\left[\frac{D + n - D}{D(D + n)}\right]$$

$$= \frac{C \times n^2}{D(D + n)} = \frac{C \times n}{D} \times \frac{n}{D + n} = \frac{E_c \times E_R}{C}$$

$$\Rightarrow \boxed{E_c - E_R = \frac{E_c \times E_R}{C}}$$

- ✓ **العلاقة بين القيمة الإسمية و الخصمين :**

من العلاقة السابقة لدينا :

$$E_c - E_R = \frac{E_c \times E_R}{C} \Rightarrow \boxed{C = \frac{E_c \times E_R}{E_c - E_R}}$$

$$\mathbf{C} = \frac{\boldsymbol{Ec \times Er}}{\mathbf{Ec - Er}}$$

مثال2 : سند تجاري قيمته الإسمية 36630 دج و قيمته الحالية التجارية 36297 دج .

أحسب القيمة الحالية العقلانية و الخصم العقلاني .

الحل :

1- حساب الخصم التجاري:

$$V = C - E_c \Rightarrow E_c = C - V = 36630 - 36297 = 333\ DA$$

2 - حساب الخصم العقلاني :

$$C = \frac{E_c \times E_R}{E_c - E_R} \Rightarrow E_R = \frac{C \times E_c}{C + E_c} = \frac{36630 \times 333}{36630 + 333} = 330\ DA$$

3- حساب القيمة الحالية العقلانية:

$$\grave{V} = C - E_R = 36630 - 330 = 36300\ DA$$

مثال 3 : إذا علمت أن الفرق ما بين الخصم التجاري و الخصم العقلاني هو 25 دج لدين يستحق الدفع بعد 10 أشهر ، بمعدل فائدة بسيطة سنوي 8 % سنوي .

المطلوب :1- أوجد القيمة الإسمية للدين ؟

2-أحسب الخصم التجاري و الخصم العقلاني ؟

الحل : حساب القيمة الإسمية :

$$E_C - E_R = \frac{C \times t \times n}{1200} - \frac{C \times t \times n}{1200 + t \times n} = 25$$

$$C\left(\frac{tn}{1200} - \frac{tn}{1200 + tn}\right) = E_C - E_R$$

$$\Longrightarrow C = \frac{E_C - E_R}{\frac{tn}{1200} - \frac{tn}{1200+tn}} = \frac{25}{\frac{8\times10}{1200} - \frac{8\times10}{1200+8\times10}} = 6000\ \ DA$$

حساب الخصم التجاري:

$$E_C = \frac{C \times t \times n}{1200} = \frac{6000 \times 8 \times 10}{1200} = 400\ DA$$

حساب الخصم العقلاني :

$$E_C - E_R = 25 \Longrightarrow E_R = E_C - 25 = 400 - 25 = 375\ DA$$

7-II- الأجيو L'Agio:

هي شروط خصم ورقة تجارية يتم التفاوض عليها بين البنك و حامل الورقة ، حيث يتقاضى البنك بالإضافة إلى الخصم التجاري جملة من العملات و الرسوم تسمى بإجمالي تكاليف عملية الخصم و تعرف بالآجيو . يشمل الآجيو العناصر لتالية :

الخصم التجاري : $E_C = \frac{C\times t\times n}{36000}$ ؛

العمولات: تنقسم إلى عدة أنواع :

عمولات مرتبطة بالزمن: تحسب كالخصم التجاري ، مثل عمولة التظهير و التي تطبق نتيجة نقل ملكية الورقة التجارية من طرف حاملها إلى البنك قبل تاريخ استحقاقها، ويكون الهدف منها تغطية إعادة خصم محتملة مع البنك المركزي، وهي تحسب بالعلاقة التالية:

$$Com_{dt} = \frac{C \times \grave{t} \times n}{36000}$$

عمولات غير مرتبطة بالزمن: تحسب على أساس القيمة الإسمية ، مثل عمولة تحويل المكان التي تدفع بسبب اختلاف عناوين وأماكن المظهرين والمسحوب عليه، وهي تحسب بالعلاقة التالية:

$$Com_{indt} = \frac{C \times \grave{t}}{100}$$

عمولات ثابتة F : وهي مبالغ مالية ثابتة ومحددة يفرضها البنك على حامل الورقة التجارية عند خصمها.

عمولات مختلفة: خاصة بكل بنك حسب الأوراق التجارية المقدمة له.

الرسوم : تقتطع من طرف البنك لصالح إدارة الضرائب كالرسم على القيمة المضافة TVA

(و التي هي نسبة مئوية تطبق على مجموع العمولات غير المرتبطة بالزمن والعمولات الثابتة)

إذن يحسب الآجيو بالعلاقة التالية:

الأجيو= الخصم + العمولات + الرسوم.

$$\boxed{\boldsymbol{Agio} = E_c + \text{commissions} + \text{taxes}}$$

8-II- القيمة الصافية للورقة التجارية والمعدل الحقيقي للخصم:

القيمة الصافية لورقة تجاريةV_n هي القيمة الحقيقية المحصلة من طرف المستفيد من الخصم، وهي تحسب كما يلي: $V_n = C - Agio$

أما المعدل الحقيقي للخصم فهو المعدل الذي يأخذ بكل التكاليف الحقيقية ونرمز له بـ t_r.

مثال: بتاريخ 2021/03/06 تم التفاوض مع بنك على ورقة تجارية قيمتها الإسمية 78000 تستحق في 2021/08/13 و كانت شروط الخصم كالتالي : معدل الخصم 5 % ، عمولة التظهير 0,5 % ، عمولة تحويل المكان 1,5 % ، عمولة ثابتة 200 دج ، الرسم على القيمة المضافة 17%.

المطلوب: حساب قيمة الأجيو، القيمة الصافية والمعدل الحقيقي للخصم.

الحل: الحل:

1- حساب قيمة الأجيو:

$$n = (31 - 6) + 30 + 31 + 30 + 31 + 13 = 160\ jours$$

مبلغ الخصم:

$$E_C = \frac{C \times t \times n}{36000} = E_C = \frac{78000 \times 5 \times 160}{36000} = 1733{,}5\ DA$$

عمولة التظهير:

$$Com_{dt} = \frac{C \times \grave{t} \times n}{36000} = \frac{78000 \times 0{,}5 \times 160}{36000} = 173.33\ DA$$

عمولة تحويل المكان:

$$Com_{indt} = \frac{C \times \grave{\grave{t}}}{100} = \frac{78000 \times 1{,}5}{100} = 1170\ DA$$

عمولة ثابتة: $Com_F = 200\ DA$

$$Agio_{H.T} = 1733.33 + 173.33 + 1170 + 200 = 3276.66\ DA$$

الرسم على القيمة المضافة:

$$TVA = (1170 + 200) \times \frac{17}{100} = 232.9\ DA$$

$$Agio_{TTC} = Agio_{HT} + TVA = 3276.66 + 232.9 = 3509{,}56\ DA$$

2–حساب القيمة الصافية:

$$V_n = C - Agio = 78000 - 3509{,}56 = 74490{,}44\ DA$$

3–حساب المعدل الحقيقي للخصم:

$$t_r = \frac{Agio \times 36000}{C \times n} = \frac{3509{,}56 \times 36000}{78000 \times 160} = 10{,}12\ \%$$

7–II– تمارين :

تمرين 1: إذا علمت أن الفرق بين الخصم التجاري و الخصم العقلاني 45, 454 دج و نسبتهما $\frac{12}{11}$ المطلوب : 1 – أحسب القيمة الإسمية ؟

2 – أحسب القيمة الحالية التجارية و القيمة الحالية العقلانية ؟

3 – أحسب الخصم التجاري و الخصم العقلاني ؟

الحل :

1 – حساب القيمة الإسمية :

$$C = \frac{E_C \times E_R}{E_C - E_R} \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots 1$$

لدينا العلاقة : $\frac{E_C}{E_R} = \frac{\frac{C\times n}{D}}{\frac{C\times n}{D+n}} = \frac{D+n}{D} = \frac{12}{11} \Longrightarrow D = 11\,n \cdots\cdots 2$

نعوض 2 في 1 نجد :

$$C = \frac{E_C \times E_R}{E_C - E_R} = \frac{\frac{C\times n}{11\,n} \times \frac{C\times n}{12\,n}}{45{,}454} = \frac{\frac{C^{\,2}}{11\times 12}}{45{,}454}$$

$$C = 11 \times 12 \times 45{,}454 = 6000\ DA$$

2 – حساب القيمة الحالية التجارية و القيمة الحالية العقلانية:

$$V = C - E_C = C - \frac{C \times n}{D} = C - \frac{C \times n}{11n} = \frac{10C}{11} = \frac{10 \times 6000}{11}$$
$$= 5454{,}5454\ DA$$

حساب القيمة الحالية العقلانية :

$$\grave{V} = C - E_R = \frac{C \times D}{D + n} = \frac{C \times 11\,n}{11\,n + n} = \frac{C \times 11\,n}{12\,n} = \frac{C \times 11}{12} = \frac{6000 \times 11}{12}$$
$$= 5500\ DA$$

3 – حساب الخصم التجاري و الخصم العقلاني :

$$E_C = \frac{C \times n}{D} = \frac{C \times n}{11\,n} = \frac{C}{11} = \frac{6000}{11} = 545{,}4545\ DA$$

$$E_R = \frac{C \times n}{D + n} = \frac{C \times n}{11 + n} = \frac{C \times n}{11n + n} = \frac{C \times n}{12n} = \frac{C}{12} = 500\ DA$$

تمرين 2: إذا علمت أن الفرق بين الخصم التجاري و الخصم العقلاني 45,454 دج و نسبتهما $\frac{12}{11}$ ، أحسب كل من الخصم التجاري و العقلاني ؛و القيمة الإسمية للدين .؟

الحل : 1 – حساب كل من الخصم التجاري و العقلاني :

$$E_C - E_R = 45{,}454$$

$$\frac{E_C}{E_R} = \frac{12}{11} = \frac{E_C}{12} = \frac{E_R}{11} = \frac{E_C - E_R}{12 - 11} = 45{,}454$$

$$\frac{E_C}{12} = 45{,}454 \Longrightarrow E_C = 545{,}45\ DA$$

$$\frac{E_R}{11} = 45{,}454 \Longrightarrow E_R = 500\ DA$$

2 – حساب القيمة الإسمية للدين :

$$C = \frac{E_C \times E_R}{E_C - E_R} = \frac{545,45 \times 500}{45,454} = 6000\ \ DA$$

تمرين 03: تقدم أحد التجار إلى البنك لخصم ثلاث أوراق تجارية بقيمة إسمية إجمالية 15000 ، اقتطع البنك إضافة إلى الخصم التجاري عمولة غير مرتبطة بالزمن 0,85 % و عمولة ثابتة ب 0,6 دج لكل ورقة ، ليتحصل التاجر على قيمة صافية إجمالية 14764,26 دج ، إذا علمت أن القيم الإسمية للأوراق الثلاثة متناسبة طردا مع الأعداد 4 ، 5 ، 6 ، و تستحق هذه الأوراق بعد 18 ، 25 ، 47 يوم على التوالي .

المطلوب : أحسب القيمة الإسمية لكل ورقة ، الخصم التجاري و معدل الخصم ؟

الحل :

$$\frac{C_1}{4} = \frac{C_2}{5} = \frac{C_3}{6} = \frac{C1 + C_2 + C_3}{15} = \frac{15000}{15} = 1000$$

$$\frac{C_1}{4} = 1000\ \ \Rightarrow C_1 = 4000\ DA$$

$$\frac{C_2}{5} = 1000\ \ \Rightarrow C_2 = 5000\ DA$$

$$\frac{C_3}{6} = 1000\ \ \Rightarrow C_3 = 6000\ DA$$

$$Agio = C - V_n = \ 15000 - 14764,26 = 235,74DA$$

$$\boldsymbol{Agio} = \mathrm{Ec}\ +\ Com_{indt} +\ Com_F$$

$$Com_{indt} = \frac{C \times \grave{t}}{100} = \frac{15000 \times 0,85}{100} = 127,5\ DA$$

$$Com_F = 0,6 \times 3 = 1,8$$

$$E_C = \boldsymbol{Agio} -\ Com_{indt} -\ Com_{F=}\ 235,74 - 127,5 - 1,8 = 106,44\ DA$$

$$E_C = \frac{C_1 \times t \times n_1}{36000} + \frac{C_2 \times t \times n_2}{36000} + \frac{C_3 \times t \times n_3}{36000} = 106,44$$

$$E_C = \frac{4000 \times t \times 18}{36000} + \frac{5000 \times t \times 25}{36000} + \frac{C_3 \times t \times 47}{36000} = 106,44$$

$$\Rightarrow\ \ t = 8\%$$

تمرين 04: تم خصم ورقة تجارية بتاريخ 05/15/ن بمعدل 7 % فبلغت قيمتها الحالية 133582,5 دج ، فلو خصمت هذه الورقة ب 99 يوم قبل تاريخ استحقاقها لارتفعت قيمة الخصم بمبلغ 2281,25 دج عن قيمة الخصم السابق .

المطلوب :

1-أحسب القيمة الإسمية لهذه لورقة ؟

2- ما هي مدة و تاريخ إستحقاق الورقة ؟

3-أحسب الآجيو الإجمالي للورقة و المبلغ الصافي الذي يتحصل عليه حامل الورقة ، إذا كانت نسبة فائدة البنك على العملية 0,6 % و العمولة 10 دج ؟

4-حدد نسبة هذه العملية التي يتحملها حامل الورقة لتجارية ؟

الحل :

1-حساب القيمة الإسمية لهذه لورقة :

$$E_{C1} = C - V \cdots\cdots\cdots\cdots (1)$$
$$E_{C2} - E_{C1} = 1181{,}25 \cdots\cdots\cdots\cdots (2)$$

نعوض 1 في 2 نجد: $\frac{C \times t \times n_2}{36000} - C + V = 1181{,}25$

$$\frac{C \times 7 \times 99}{36000} - C + 133582{,}5 = 1181{,}25$$
$$C \left(\frac{7 \times 99}{36000} - 1\right) = 1181{,}25 - 133582{,}5$$
$$\Longrightarrow C = 135000\ DA$$

2 - حساب مدة و تاريخ إستحقاق الورقة :

$$E_{C1} = C - V = 135000 - 133582{,}5 = 1417{,}5$$
$$E_{C1} = \frac{C \times t \times n_1}{36000} = \frac{135000 \times 7 \times n_1}{36000} = 1417{,}5$$
$$n_1 = 54\ jours$$

إذن تاريخ استحقاق الورقة هو : 08 أوت2020 . 08/08/ن

3 - حساب الآجيو الإجمالي للورقة و المبلغ الصافي الذي يتحصل عليه حامل الورقة ، إذا كانت نسبة فائدة البنك على العملية 0,6 % و العمولة 10 دج.

$$\boldsymbol{Agio} = E_c + Com_{dt} + \text{commissions}$$
$$= 1417{,}5 + \frac{135000 \times 0{,}6 \times 54}{36000} + 10 = 1549$$

$$V_n = C - Agio = 135000 - 1549 = 133451\ DA$$

4– تحديد نسبة هذه العملية التي يتحملها حامل الورقة التجارية:

$$t_r = \frac{Agio \times 36000}{C \times n} = \frac{1549 \times 36000}{135000 \times 54} = 7{,}65\ \%$$

تمرين 5 :

مؤسسة مدينة بورقتين تجاريتين ، الأولى تستحق الدفع بعد 90 يوما و قيمتها الإسمية 67000 دج ، أما الورقة تستحق بعد 180 يوم ، بمعدل فائدة 8 % للورقتين .

1 – إذا كان الخصم التجاري للورقة الأولى يساوي الفرق بين الخصمين التجاري و العقلاني للورقة الثانية. أحسب القيمة الإسمية للورقة الثانية ؟

2 – إذا خصمت الورقة التجارية الأولى بعد 60 يوما بالشروط التالية : معدل الخصم 8 %

عمولة التظهير 0,5 % و عمولة ثابتة 20 دج .أحسب مبلغ الآجيو و المعدل الحقيقي للخصم ؟

3– تريد المؤسسة استبدال الورقتين بورقة تجارية أخرى تستحق الدفع بعد 60 يوم .

أحسب القيمة الإسمية لهذه الورقة ؟

الحل :

لدينا:

$$E_{C1} = \frac{C_1 \times t \times n_1}{36000} = \frac{67000 \times 8 \times 90}{36000} = 1340\ DA$$

$$E_{C1} = E_{C2} - E_{R2} = \frac{C_2 \times n_2}{D} - \frac{C_2 \times n_2}{D + n_2} = C_2\left(\frac{n_2}{D} - \frac{n_2}{D + n_2}\right)$$

$$\Rightarrow C_2 = \frac{1340}{\frac{180}{4500} - \frac{180}{4500+180}} = 871000\ DA$$

$$\boldsymbol{Agio} = \text{Ec} + Com_{dt} + Com_F$$

$$E_C = \frac{C \times t \times n}{36000} = \frac{67000 \times 8 \times 60}{36000} = 893.33\ DA$$

$$Com_{dt} = \frac{C \times \grave{t} \times n}{36000} = \frac{67000 \times 0{,}5 \times 60}{36000} = 55.83\ DA$$

$$Agio = 893.33 + 58.33 + 20 = 969.16\,DA$$

$$t_r = \frac{Agio \times 36000}{C \times n} = \frac{969.16 \times 36000}{67000 \times 60} = 8,68\ \%$$

3-حساب القيمة الإسمية للورقة المعوضة :

$$V = V_1 + V_2$$

$$C - \frac{C \times t \times n}{36000} = C_1 - \frac{C_1 \times t \times n_1}{36000} + C_2 - \frac{C_2 \times t \times n_2}{36000}$$

$$C - \frac{C \times 8 \times 60}{36000} = 67000 - \frac{67000 \times 8 \times 90}{36000} + 871000 - \frac{871000 \times 8 \times 180}{36000}$$

$$\Rightarrow \boxed{C = 914012,93\,DA}$$

تمرين 6

- ورقة تجارية وحيدة قيمتها الإسمية 60000 دج وتستحق في06/30، خصمت في 05/15 وفقا للشروط التالية:معدل الخصم t، عمولة التظهير 0.5 %، عمولة تحويل المكان 0.7 ‰، عمولة ثابتة 30 دج، الرسم على القيمة المضافة 17%. وكانت القيمة الصافية بعد الـ TVA تساوي 59379.09 دج. أحسب معدل الخصم.

<u>الحل:</u>

$$1/ \quad V_n = C - Agio$$

$$\Rightarrow 59379,09 = 60000 - \left[\frac{60000 \times t \times 46}{36000} + \frac{60000 \times 0,5 \times 46}{36000} + \frac{60000 \times 0,7}{1000} + 30 + (42 + 30) \times \frac{17}{100}\right]$$

$$\Rightarrow \boldsymbol{t = 6,5\%}$$

تمرين 7 تاجر يريد الاختيار بين بنكين (البنك أ والبنك ب) لخصم ورقة تجارية قيمتها 43200 دج قبل 42 يوم من تاريخ استحقاقها.

	بنك أ	بنك ب
معدل الخصم عمولة التظهير عمولة تحويل المكان عمولة ثابتة	% 7 0,6‰(في الألف) 0,8‰(في الألف) 15 دج	7,5% 0,4‰(في الألف) لا يوجد 20 دج

ما هو البنك الذي تنصحه باختياره، إذا علمت أن الTVA =19%؟

<u>**الحل:**</u>

Banque (A) :

$$Agio = E_c + C_E + C_t + C_f + TVA$$

$$Agio = \frac{43200 \times 7 \times 42}{36000} + \frac{43200 \times 0,6 \times 42}{360000} + \frac{43200 \times 0,8}{1000} + 15$$
$$+(\frac{43200 \times 0,8}{1000} + 15) \times 0,19$$
$$= 352,8 + 3,024 + 34,56 + 15 + 9,42 = 414,804\ DA$$

Banque (B) :

$$Agio = E_c + C_E + C_t + C_f + TVA$$

$$Agio = \frac{43200 \times 7,5 \times 42}{36000} + \frac{43200 \times 0,4 \times 42}{360000} + 20 + (20 \times 0,19)$$
$$= 378 + 2,016 + 20 + 3,8 = 403,816\ DA$$

$$\boldsymbol{Agio_A > Agio_B}$$

ومنه نختار البنك "ب" لأنه أقل تكلفة

تمرين 8 : يملك شخص ورقة تجارية قيمتها الإسمية وتستحق بعد 90 يوم، قدمها للخصم وأمامه عرضين:

<u>العرض الأول</u>: معدل الخصم 3% - عمولة تحويل المكان $\frac{1}{12}$‰ - عمولة $\frac{1}{5}$% (غير مرتبطة بالزمن)

<u>العرض الثاني</u>: معدل الخصم 3.5% - عمولة تحويل المكان $\frac{1}{8}$‰ - عمولة $\frac{1}{4}$% (غير مرتبطة بالزمن)

1-ماهو العرض المشجع بدلالة القيمة الإسمية ؛

2- علما أن الفرق بين القيمتين الصافيتين هي 86 دج، ماهي القيمة الإسمية لهذه الورقة؛

<u>الحل</u>:

$$1/\ \ Agio\ 1 = \frac{C \times 3 \times 90}{36000} + \frac{C}{12000} + \frac{C}{500} = C\left(\frac{270+3+72}{36000}\right) = \frac{345}{36000}C$$

$$Agio\ 2 = \frac{C \times 3,5 \times 90}{36000} + \frac{C}{8000} + \frac{C}{400} = C\left(\frac{315+4,5+90}{36000}\right) = \frac{409,5}{36000}C$$

$$Agio\ 1 < Agio\ 2$$

$$2/\ V_{n1} - V_{n2} = 86 \Rightarrow C - \frac{345}{36000}C - C + \frac{409,5}{36000}C = 86 \Rightarrow C = 48\ 000\ DA$$

خلاصة العنصر الثاني من الباب الأول :

1-الخصم التجاري: هو فائدة البنك عن عملية تحويل قيمة ورقة تجارية إلى سيولة نقدية قبل تاريخ استحقاقها ، أي هو مقدار من المال يحسب بنفس قانون الفائدة البسيطة لصالح البنك مقابل تسديد الدين قبل ميعاد استحقاقه.

2-حساب الخصم التجاري: هناك طريقتان لحساب الخصم التجاري:

الطريقة العادية: $EC = \frac{C \times t \times n}{36000}$

طريقة القاسم الثابت: $EC = \frac{N}{D}$

حيث: $N = C \times n$ و $D = \frac{36000}{t}$

3-القيمة الحالية لورقة تجارية: هي قيمة رأس المال أو الدين (قيمة الورقة التجارية) بعد ما يتم خصم الفوائد ، ونرمز لها بالرمز V . هناك طريقتان لحساب القيمة الحالية:

الطريقة العادية: $V = C - E_c = C - \frac{C \times t \times n}{36000} = C(1 - \frac{t \times n}{36000}$

طريقة القاسم الثابت: $V = C - \frac{C \times n}{D} = C(\frac{D-n}{D})$

4-الخصم العقلاني (الحقيقي): هو الخصم الذي يحسب على أساس معطيات حقيقية و بالتحديد على أساس القيمة الحالية العقلانية للورقة التجارية و التي نرمز لها بالرمز $\grave{V}$ وليس على أساس القيمة الإسمية ، ونرمز له بالرمز E_R. هناك طريقتان لحساب الخصم العقلاني: الطريقة العادية وطريقة القاسم الثابت.

الطريقة العادية : $\boxed{E_R = \frac{C \times t \times n}{36000 + t \times n}}$

طريقة القاسم الثابت : $\boxed{E_R = \frac{C \times n}{D + n}}$

بعض العلاقات بين الخصمين التجاري و العقلاني :

✓ **المقارنة بين الخصمين :**

$$\begin{cases} E_c == \dfrac{C \times n}{D} \\ E_R == \dfrac{C \times n}{D + n} \end{cases} \Rightarrow \boxed{E_R < E_c \Rightarrow \grave{V} > V}$$

✓ **النسبة بين الخصمين :**

الطريقة العادية $\boxed{\frac{E_C}{E_R} = \frac{36000 + t \times n}{36000}}$

طريقة القاسم الثابت $\boxed{\frac{E_C}{E_R} = \frac{D+n}{D}}$

✓ **الفرق بين الخصمين :**

الطريقة العادية : $E_C - E_R = \frac{C\times t\times n}{36000+t\times n}$

طريقة القاسم الثابت : $E_C - E_R = \frac{C\times n^2}{D(D+n)}$

$$\boxed{E_C - E_R = \frac{E_C\times E_R}{C}}$$

✓ **العلاقة بين القيمة الإسمية و الخصمين :**

من العلاقة السابقة لدينا: $\mathbf{C = \frac{Ec\times Er}{Ec-Er}}$

الأجيو L'Agio: هي شروط خصم ورقة تجارية يتم التفاوض عليها بين البنك و حامل الورقة ، حيث يتقاضى البنك بالإضافة إلى الخصم التجاري جملة من العملات و الرسوم تسمى بإجمالي تكاليف عملية الخصم و تعرف بالآجيو

$$\boxed{Agio = E_C + \text{commissions} + \text{taxes}}$$

$$Agio = E_c + Com_{dt} + Com_{indt} + C_f + TVA$$

Com_{dt}: **عمولات مرتبطة بالزمن:** تحسب بالعلاقة التالية: $Com_{dt} = \frac{C\times \grave{t}\times n}{36000}$

Com_{indt}: **عمولات غير مرتبطة بالزمن:** تحسب بالعلاقة التالية: $Com_{indt} = \frac{C\times \grave{t}}{100}$

C_f: **عمولات ثابتة:**

TVA : **الرسم على القيمة المضافة**

III- تكافؤ الأوراق التجارية بالفائدة البسيطة.

تسمى كذلك بعملية استبدال الديون ، التكافؤ هو عملية مالية يتمكن من خلالها أطراف الأوراق التجارية من استبدالها بصفة عادلة، بشرط تكافؤ الأوراق المستبدلة سواء لورقتين أو لعدة أوراق تجارية يوم التعويض (يوم الإستبدال) .

III-1- تكافؤ ورقتين تجاريتين: نقول عن ورقتين تجاريتين أنهما متكافئتين ، إذا خصمتا في تاريخ ما (يسمى تاريخ التكافؤ) و بنفس المعدل ، و كان لهما نفس القيمة الحالية ، أي أن التكافؤ يؤدي إلى تساوي القيم الحالية : $V_1 = V_2$.

التحديد الجبري لتكافؤ ورقتين تجاريتين.

الطريقة العادية:

$$V_1 = V_2 \Rightarrow C_1 - \frac{C_1 \times t \times n_1}{36000} = C_2 - \frac{C_2 \times t \times n_2}{36000}$$
$$\Rightarrow C_1\left(1 - \frac{t \times n_1}{36000}\right) = C_2\left(1 - \frac{t \times n_2}{36000}\right)$$

حيث:

C_1، C_2 : هي القيم الاسمية للورقتين التجاريتين.

t :معدل الخصم.

n_1،n_2 :هي الفترة الفاصلة بين تاريخ التكافؤ وتاريخ استحقاق الورقة التجارية.

طريقةالقاسم:

$$V_1 = V_2 \;\; \Rightarrow \;\; C_1 - \frac{C_1 \times n_1}{D} = C_2 - \frac{C_2 \times n_2}{D}$$
$$\Rightarrow C_1\left(1 - \frac{n_1}{D}\right) = C_2\left(1 - \frac{n_2}{D}\right)$$
$$\Rightarrow C_1(D - n_1) = C_2(D - n_2)$$

مثال 1: قام تاجر باستبدال ورقة تجارية قيمتها الإسمية 2000 دج تستحق الدفع بعد 40 يوما بورقة تجارية أخرى تستحق الدفع بعد 90 يوما ، ماهي القيمة الإسمية للورقة الثانية إذا كان معدل الخصم هو 6 %؟

الحل:

$$V_1 \Rightarrow V_2 \;\; \Rightarrow C_1(D - n_1) = C_2(D - n_2)$$
$$2000(6000 - 40) = C_2(6000 - 90)$$
$$\Rightarrow C_2 = 2016{,}92\; DA$$

مثال 2: قام تاجر باستبدال ورقة تجارية قيمتها الاسمية12700 دج تستحق بعد 40 يوم بورقة تجارية قيمتها الاسمية 12780 دج تستحق في بعد 90 يوما ، أحسب معدل الخصم.

الحل:

$$V_1 \Rightarrow V_2 \;\; \Rightarrow C_1(D - n_1) = C_2(D - n_2)$$
$$D = \frac{C_1 n_1 - C_2 n_2}{C_1 - C_2} = \frac{12700 \times 40 - 12780 \times 90}{12700 - 12780} = 8000$$

$$\Rightarrow t = 4,5\%$$

مثال 3: قام تاجر باستبدال ورقة تجارية قيمتها الاسمية 17850 دج تستحق بعد n_1 يوم بورقة أخرى قيمتها الاسمية 17960 دج تستحق بعد 89 يوم. إذا علمت أن معدل الخصم هو 4,5 %، أحسب n_1 .

الحل:

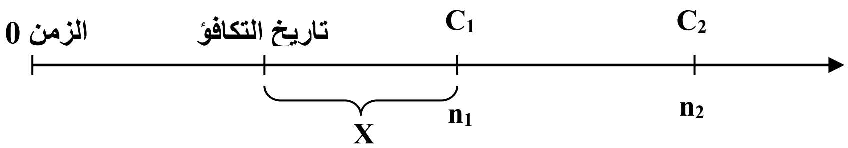
$$V_1 \Rightarrow V_2 \quad \Rightarrow C_1(D - n_1) = C_2(D - n_2)$$

$$\Rightarrow n_1 = \frac{C_1 D - C_2(D - n_2)}{C_1}$$

$$\Rightarrow n_1 = \frac{17850 \times 8000 - 17960(8000 - 89)}{17850}$$

$$\Rightarrow n_1 = 40 \text{ jours}$$

2-III- تحديد تاريخ التكافؤ:



$$V_1 = V_2 \quad \Rightarrow C_1(D - n_1) = C_2(D - n_2)$$

$$\Rightarrow C_1(D - X) = C_2[D - (X + (n_2 - n_1))]$$

مثال: ورقة تجارية قيمتها الاسمية 7932 دج تستحق بتاريخ 2020/07/31 تم استبدالها بورقة أخرى تستحق بتاريخ 2020/08/30، وقيمتها الاسمية 7962 دج. إذا علمت أن معدل الخصم 4,5 %، حدد تاريخ التكافؤ.

الحل:

$$V_1 \Rightarrow V_2 \quad \Rightarrow C_1(D - X) = C_2\big[D - \big(X + (n_2 - n_1)\big)\big]$$

$$\Rightarrow 7932(8000 - X) = 7962\ [8000 - (X + 30)]$$

$$\Rightarrow X = 38\ jours$$

تاريخ التكافؤ هو38 يوم قبل تاريخ استحقاق الورقة الأولى ، و 68 يوم قبل تاريخ استحقاق الورقة الثانية ، و هو : 22 جوان 2020 .

ملاحظات :

إذا كان هناك ورقتان تجاريتان متكافئتان في تاريخ معين ، فهي ليست متكافئة قبل هذا التاريخ و لا يمكن أن تتكافأ بعده ؛

لكي يكون للتكافؤ معنى ، يجب أن يكون تاريخ التكافؤ بعد تاريخ إنشاء الورقتين التجاريتين حتى و لو لم يُذكر ؛

يمكن أن لا يكون للمعادلة حلاّ ، أي لا يوجد تاريخ تكافؤ ورقتين تجاريتين ، و هذا يوافق ورقتان تجاريتان لهما نفس القيمة الإسمية و تاريخ الإستحقاق مختلف ، و بالتالي لا يمكن لهما ن يتكافآ .

يمكن أن يكون للمسألة أو المعادلة عدة حلول ، و هذه الحالة توافق ورقتين تجاريتين لهما نفس القيمة الإسمية ، و نفس تاريخ الإستحقاق ، و باتالي متكافئتين تماما في أي تاريخ .

III-3- تكافؤ عدة أوراق تجارية:

III-3-1- تكافؤ ورقة تجارية مع مجموعة من الأوراق التجارية:

نقول عن ورقة تجارية أنها متكافئة مع مجموعة من الأوراق التجارية إذا تساوت القيمة الحالية للورقة الوحيدة مع مجموع القيم الحالية لهذه الأوراق المخصومة بنفس المعدل و في التاريخ المسمى تاريخ التكافؤ، حيث: $V = \sum_{i=1}^{n} \mathrm{V_i}$

$$V = V_1 + V_2 + V_3 \ldots\ldots\ldots\ldots \mathrm{v_n}$$

$$C(D-n) = C_1(D-n_1) + C_2(D-n_2) + C_3(D-n_3) + \cdots + C_\mathrm{n}(D-n_\mathrm{n})$$

أو :

$$V = V_1 + V_2 + V_3$$

$$C - \frac{C \times t \times n}{36000} = C_1 - \frac{C_1 \times t \times n_1}{36000} + C_2 - \frac{C_2 \times t \times n_2}{36000} + C_3 - \frac{C_3 \times t \times n_3}{36000} \ldots + C_\mathrm{n} - \frac{C_\mathrm{n} \times t \times n_n}{36000}$$

مثال: بتاريخ 06 / 09 أراد شخص تعويض ثلاث سندات تجارية بسند وحيد يُستحق في 12/15 ، القيمة الإسمية للسند الأول 10000 دج يستحق في 31 / 10 ، القيمة الإسمية للسند الثاني 30000 دج يستحق في 30 / 11 ، أما القيمة الإسمية للسند الثالث 20000 دج يستحق في 31 / 12 . ماهي القيمة الإسمية للسند الوحيد علما أن معدل الخصم هو 4,5 % .

الحل :

$$V = V_1 + V_2 + V_3$$

$$C(D-n) = C_1(D-n_1) + C_2(D-n_2) + C_3(D-n_3)$$

$$C(8000-100) = 10000(8000-55) + 30000(8000-85)$$

$$+20000(8000-116)$$

$$\Rightarrow\ C = 60073{,}4\ DA$$

مثال : شركة مدينة بالمبالغ التالية :

2000 دج تستحق السداد بعد 5 أشهر ؛

4000 دج تستحق السداد بعد 7 أشهر ؛

7000 دج تستحق السداد بعد 9 أشهر .

أرادت الشركة المدينة استبدال الديون الثلاثة السابقة بدين واحد يستحق بعد 10 أشهر ، أحسب قيمة هذا الدين ، إذا علمت أن معدل الفائدة 8 % سنويا

الحل :

$$V = V_1 + V_2 + V_3$$

$$C - \frac{C \times t \times n}{36000} = C_1 - \frac{C_1 \times t \times n_1}{36000} + C_2 - \frac{C_2 \times t \times n_2}{36000} + C_3 - \frac{C_3 \times t \times n_3}{36000}$$

$$C - \frac{C \times 8 \times 10}{1200} =$$

$$2000 - \frac{2000 \times 8 \times 5}{1200} + 4000 - \frac{4000 \times 8 \times 7}{1200} + 7000 - \frac{7000 \times 8 \times 9}{1200}$$

$$0,934C = 12326,68$$

$$\Rightarrow \boxed{C = 13197,730\ DA}$$

مثال: بتاريخ 16 /09 إشترى تاجر بضاعة ب 50000 يتم التسديد عن طريق تحرير ورقتين تجاريتين ، القيمة الإسمية للورقة الأولى 30000 دج تستحق في 15 / 01 أما الثانية فتستحق في 14 / 02 ، إذا علمت أن معدل الخصم هو 06 % أحسب القيمة الإسمية للورقة الثانية.

الحل:

$$V = V_1 + V_2$$

$$V = C_1 - \frac{C_1 \times t \times n_1}{36000} + C_2 - \frac{C_2 \times t \times n_2}{36000}$$

$$50000 = 30000 - \frac{30000 \times 6 \times 60}{36000} + C_2 - \frac{C_2 \times 6 \times 90}{36000}$$

$$\Rightarrow C_2 = 20609\ DA$$

2-3-III- تكافؤ مجموعة من الأوراق التجارية مع مجموعة أخرى من الأوراق التجارية:

نقول عن مجموعة أوراق تجارية أنها تكافئ مجموعة أخرى من الأوراق التجارية إذا تساوت القيم الحالية لمجموعة الأوراق الأولى مع مجموع القيم الحالية للمجموعة الثانية من الأوراق ، و ذلك عند تاريخ التكافؤ و بمعدل خصم واحد حيث:

$$V = \sum_{i=1}^{n} V_i = \sum_{i=1}^{n} \grave{V}_i \qquad :$$

$$V_1 + V_2 + V_3 + \ldots\ldots\ldots + V_n = \grave{V}_1 + \grave{V}_2 + \grave{V}_3 + \ldots\ldots\ldots + \grave{V}_n$$

مثال: في 2020/03/01 تم تعويض ثلاث سندات ، قيمها الإسمية على الترتيب : 20000 ، 30000 و 50000 تواريخ استحقاقها بعد 30 ، 40 ، 60 يوم على الترتيب بسندين الأول قيمته الإسمية 40000 دج يستحق بعد 90 يوما و الثاني يستحق بعد 120 يوم . إذا إذا علمت أن معدل الخصم 6 %، أوجد القيمة الإسمية للسند الثاني ؟

$$V_1 + V_2 + V_3 = \grave{V}_1 + \grave{V}_2$$

$$C_1(D - n_1) + C_2(D - n_2) + C_3(D - n_3) = \grave{C}_1(D - \grave{n}_1) + \grave{C}_2(D - \grave{n}_2)$$

$$20000(6000 - 30) + 30000(6000 - 40) + 50000(6000 - 60)$$
$$= 40000\,(6000 - 90) + \grave{C}_2(6000 - 120)$$

$$\Rightarrow \grave{C}_2 = 61020{,}4\ DA$$

مثال 2 : تاجر مدين بالمبالغ التالية :

4000 دج تستحق السداد بعد 100 يوم ؛

5000 دج تستحق السداد بعد 150 يوم ؛

2000 دج تستحق السداد بعد 180 يوم ؛

أراد التاجر استبدال الديون الثلاثة بدينين جديدين متساويين ، يستحق أولهما بعد 80 يوم ، و الآخر بعد 170 يوم ، فإذا كان معدل الخصم هو 8 % سنويا أحسب قيمة الدينين .

الحل :

$$V_1 + V_2 + V_3 = \grave{V}_1 + \grave{V}_2$$

$$C_1(D - n_1) + C_2(D - n_2) + C_3(D - n_3) = \grave{C}_1(D - \grave{n}_1) + \grave{C}_2\,(D - \grave{n}_2)$$

$$4000(4500 - 100) + 5000(4500 - 150) + 2000(4500 - 180)$$
$$= \grave{C}\,(4500 - 80) + \grave{C}(4500 - 150)$$

$$\Rightarrow 8740\,\grave{C} = 47990000$$

$$\Rightarrow \boxed{\grave{C} = 5490{,}84\ DA}$$

ملاحظة : إذا كانت ورقة تجارية متكافئة مع مجموعة من أوراق أخرى في تاريخ ما ، فإن التكافؤ لا يمكن أن يتحقق في تاريخ آخر باستثناء حالة تساوي القيمة الإسمية للورقة الوحيدة مع مجموع القيم الإسمية للأوراق الأخرى ، ففي هذه الحالة التكافؤ يتحقق في كل تاريخ .

تطبيقات على التكافؤ :

III-4- الاستحقاق المشترك:

هو تاريخ استحقاق الورقة الوحيدة التي تعوض مجموعة من الأوراق التجارية الأخرى .

مثال : في 20 / 04 / 2020 تم تعويض ورقة تجارية قيمتها الإسمية 10100 دج بثلاث أوراق تجارية حيث القيمة الإسمية للورقة الأولى 4000 دج تستحق بعد 15 يوم ، أما القيمة الإسمية للورقة الثانية 3500 دج تستحق 30 يوم ، أما القيمة الإسمية للورقة الثالثة 2500 دج تستحق بعد 40 يوم ، حدد تاريخ الاستحقاق المشترك إذا علمت أن معدل الخصم 6 %.

الحل :

$$C(D-n) = C_1(D-n_1) + C_2(D-n_2) + C_3(D-n_3)$$
$$\Rightarrow n = \frac{CD - [C_1(D-n_1) + C_2(D-n_2) + C_3(D-n_3)]}{C}$$

$$n = \frac{10100 \times 6000 - [4000(6000-15) + 3500(6000-30) + 2500(6000-40)]}{10100}$$
$$\Rightarrow n = 86\ jours$$

تاريخ الإستحقاق المشترك يقع 86 يوم بعد تاريخ التكافؤ : 20 / 04

إذن تاريخ الإستحقاق المشترك هو : 07/15 / 2020.

III-5- الاستحقاق المتوسط:

هو حالة خاصة من الاستحقاق المشترك ، فهو تاريخ استحقاق ورقة وحيدة تعوض مجموعة من الأوراق بحيث القيمة الاسمية للورقة الوحيدة، تكون مساوية لمجموع القيم الاسمية للأوراق المعوضة أي أن:

$$V = \sum_{i=1}^{n} V_i = V_1 + V_2 + V_3 + \dots\dots\dots + V_n$$

ولدينا: $C = \ \sum_{i=1}^{n} \quad {}_{i} = C_1 + C_2 + C_3 + \dots\dots\dots + C_{\mathrm{n}}$

$$\Rightarrow C - \frac{C \times t \times n}{36000} =$$

$$C_1 - \frac{C_1 \times t \times n_1}{36000} + C_2 - \frac{C_2 \times t \times n_2}{36000} + \ \ldots + C_\mathrm{n} - \frac{C_\mathrm{n} \times t \times n_n}{36000}$$

$$\Rightarrow \frac{C \times t \times n}{36000} = \frac{C_1 \times t \times n_1}{36000} + \frac{C_2 \times t \times n_2}{36000} + \ \ldots\ldots + \frac{C_\mathrm{n} \times t \times n_n}{36000}$$

$$\Rightarrow C \times t \times n = C_1 \times t \times n_1 + C_2 \times t \times n_2 + \ \ldots\ldots + C_\mathrm{n} \times t \times n_n$$

$$\Rightarrow C \times n = C_1 \times n_1 + C_2 \times n_2 + \ \ldots\ldots + C_\mathrm{n} \times n_n$$

$$\Rightarrow \boxed{n = \frac{C_1 \times n_1 + C_2 \times n_2 + \ \ldots\ldots + C_\mathrm{n} \times n_n}{C}}$$

$$n = \frac{\sum_{i=1}^{n} C_i \times n_i}{C}$$

$$V = V_1 + V_2 + V_3 + \ \ldots\ldots\ldots + V_n$$

$$\Rightarrow C - \frac{C \times n}{D} =$$

$$C_1 - \frac{C_1 \times n_1}{D} + C_2 - \frac{C_2 \times n_2}{D} + C_3 - \frac{C_3 \times n_3}{D} \cdots\cdots C_\mathrm{n} - \frac{C_\mathrm{n} \times n_\mathrm{n}}{D}$$

$$\Rightarrow C \times n = C_1 \times n_1 + C_2 \times n_2 + C_3 \times n_3 \cdots\cdots C_\mathrm{n} \times n_\mathrm{n}$$

$$\Rightarrow \boxed{n = \frac{C_1 \times n_1 + C_2 \times n_2 + \ \ldots\ldots + C_\mathrm{n} \times n_n}{C}}$$

ملاحظة : تاريخ الاستحقاق المتوسط غير متعلق بالمعدل وأي تاريخ هو تاريخ التكافؤ

مثال: نفس المثال السابق، إذا افترضنا أن القيمة الاسمية للورقة الوحيدة هي 10000 دج، أوجد تاريخ الاستحقاق المتوسط.

الحل:

$$n = \frac{C_1 \times n_1 + C_2 \times n_2 + \ \ldots\ldots + C_\mathrm{n} \times n_n}{C}$$

$$n = \frac{4000 \times 15 + 3500 \times 30 + \ 2500 \times 40}{10000} = 27 \ \ jours$$

تاريخ الاستحقاق المتوسط هو 2020/05/17.

6-III- تمارين:

التمرين 01: مزارع مدين لأحد شركات بالمبالغ التالية :

3000 دج تستحق في 8 / 01 / 2021 ؛

2000دج تيتحق في 19 / 03 / 2021 .

و في 19 / 11 / 2021 ، اتفق المزارع مع الشركة الدائنة على أن يدفع لها 1000 دج نقدا ، و يحرر بالباقي ورقتين تجاريتين ، القيمة الإسمية للأولى ضعف القيمة الإسمية للثانية ، تستحق الأولى في 19 / 12/ 2021 ، بينما تستحق الثانية في 27 / 02 / 2021 .

المطلوب : – أوجد القيمة الإسمية للورقتين إذا كان معدل الخصم السائد 6 % ؟

الحل:

$$n_1 = 50j\,, \quad n_2 = 120\,j\,, \grave{n}_1 = 0 \;\; \grave{n}_2 = 40 \;\; \grave{n}_3 = 100$$
$$V_1 + V_2 = \grave{V}_1 + \grave{V}_2 + \grave{V}_3$$
$$C_1(D - n_1) + C_2(D - n_2) = \grave{C}_1(D - \grave{n}_1) + \grave{C}_2(D - \grave{n}_2) + \grave{C}_3(D - n_3)$$

بحيث :

$$\grave{C}_2 = 2\grave{C}_3$$
$$3000(6000 - 50) + 2000(6000 - 120)$$
$$= 1000\,(6000 - 0) + 2\grave{C}_3(6000 - 40) + \grave{C}_3(6000 - 100)$$
$$23610000 = 17820\grave{C}_3$$
$$\Rightarrow \boxed{\grave{C}3 = 1324{,}91 \quad DA}$$

قيمة الورقة الثانية : $\grave{C}_3 = 1324{,}91 \quad DA$

قيمة الورقة الأولى : $\grave{C}_2 = 264982\,DA$

التمرين 02: تاجر مدين بثلاث مبالغ ، تستحق بعد 120 ، 150 ، 300 يوم على الترتيب ، قرر التاجر استبدالها بدين واحد قيمته 5008,374 دج يستحق بعد 140 يوما ، أوجد قيمة الديون الثلاثة ، علما أن قيمة الدين الأول هو ضعف الثاني و الثالث نصف الأول .

المطلوب : أوجد قيمة الديون الثلاثة مع العلم أن معدل الخصم السنوي هو : 9% ؟

الحل :

$$V = V_1 + V_2 + V_3$$
$$C(D - n) = C_1(D - n_1) + C_2(D - n_2) + C_3(D - n_3)$$

علما : $C_1 = 2C_2 \;\; , C_3 = \frac{1}{2}C_1 \;\; = \frac{1}{2}(2C_2) = C_2$

$$5008{,}374(4000-140) = 2C2(4000-120) + C2(4000-150) + C2(4000-300)$$

$$19332323{,}64 = 15310\ C2$$

$$\Rightarrow \boxed{C_2 = 1262{,}72 \quad DA}$$

$$\Rightarrow \boxed{C_1 = 2525{,}45 \quad DA}$$

$$\Rightarrow \boxed{C_3 = 631{,}36 \ DA}$$

التمرين 03: يريد تاجر استبدال ورقتين تجاريتين الأولى بقيمة 67000 دج تستحق بعد 90 يوم ، و الثانية بقيمة 134000 تستحق بعد 180 يوم بورقة وحيدة تستحق بعد 60 يوم ، فإذا علمت أن معدل الخصم هو 8 % أحسب القيمة الإسمية للورقة الوحيدة ؟

الحل :

$$V = V_1 + V_2$$

$$C - \frac{C \times t \times n}{36000} = C_1 - \frac{C_1 \times t \times n_1}{36000} + C_2 - \frac{C_2 \times t \times n_2}{36000}$$

$$C - \frac{C \times 8 \times 60}{36000} = 67000 - \frac{67000 \times 8 \times 90}{36000} + 134000 - \frac{134000 \times 8 \times 180}{36000}$$

$$\Rightarrow C = 196919\ DA$$

التمرين الأول:

1- ورقة تجارية قيمتها الإسمية 36000 دج تستحق بعد 80 يوم ، عوضت بورقتين تجاريتين القيمة الإسمية للورقة الأولى 27000 دج تستحق بعد 75 يوم ، أما القيمة الإسمية للورقة الثانية 9000 تستحق بعد مدة معينة n ، فإذا علمت أن معدل الخصم المطبق هو 5 %

المطلوب : حساب مدة استحقاق الورقة الثانية n ؟

<u>الحل</u>:

$$V = V_1 + V_2$$

$$C - \frac{C \times t \times n}{36000} = C_1 - \frac{C_1 \times t \times n_1}{36000} + C_2 - \frac{C_2 \times t \times n_2}{36000}$$

$$\Rightarrow 36\,000 - \frac{36\,000 \times 5 \times 80}{36000} = 27\,000 - \frac{27\,000 \times 5 \times 75}{36000} + 9\,000 - \frac{9\,000 \times 5 \times n}{36000}$$

$$\Rightarrow \boxed{n = 95\ jours}$$

التمرين الثاني:

ورقة تجارية وحيدة قيمتها الإسمية 65000 دج وتستحق في09/30 ، في 08/15 من نفس السنة تم تعويضها بثلاث أوراق تجارية كما يلي: الأولى قيمتها الإسمية 17500 دج تستحق في 08/23، الثانية قيمتها الإسمية (C) تستحق في 09/11، الثالثة قيمتها الإسمية 25000 دج تستحق في 09/16. ما هي القيمة الإسمية للورقة الثانية إذا علمت ن معدل الخصم 7 % ؟.

الحل:

$$n = 46 jours\ , n_1 = 8\ jours\ , \quad n_2 = 27\ jours\ , \quad n_3 = 32\ jours$$

$$V = V_1 + V_2 + V_3$$

$$C - \frac{C \times t \times n}{36000} = C_1 - \frac{C_1 \times t \times n_1}{36000} + C_2 - \frac{C_2 \times t \times n_2}{36000} + C_3 - \frac{C_3 \times t \times n_3}{36000}$$

$$\Rightarrow 65000 - \frac{65000 \times 7 \times 46}{36000} = 17500 - \frac{17500 \times 7 \times 8}{36000} + C_2 - \frac{C_2 \times 7 \times 27}{36000} + 25000 - \frac{25000 \times 7 \times 32}{36000}$$

$$\Rightarrow C_2 = 22218{,}03\ DA$$

التمرين الثالث:

في 01 /2020/03 كانت شركة مدينة بالمبالغ التالية :2000 دج تستحق في 2020/05/31 ، 1800 دج تستحق في 2020/08/31، 3200 تستحق في 2018/10/31 .

و في 01 /2018/04 اتفقت الشركة مع الدائن على تسوية هذه الديون بالطريقة التالية :

أ – سداد مبلغ 642 نقدا ؛

ب – أن تحرر بالباقي سندين حيث القيمة الإسمية للسند الأول ثلث القيمة الإسمية للسند الثاني و يستحق الأول بعد 6 أشهر و الثاني بعد شهرين .

- إذا علمت أن معدل الفائدة السنوي 9 % أحسب القيمة الإسمية لكل سند ؟

بفرض أن الشركة لم تتمكن من سداد قيمة السندين في موعدهما و طلبت تأجيل السداد حتى 31 /2020/12 ، فماهو المبلغ الذي تسدده في هذا التاريخ ؟

الحل :

1 – حساب القيمة الإسمية لكل سند :

$$V_1 + V_2 + V_3 = 642 + \grave{V}_1 + \grave{V}_2$$

$$n_1 = 2\,mois\ , \qquad n_2 = 5mois\ \ , \qquad n_3 = 7\,mois$$

$$C_1 - \frac{C_1 \times t \times n_1}{36000} + C_2 - \frac{C_2 \times t \times n_2}{36000} + C_3 - \frac{C_3 \times t \times n_3}{36000}$$
$$= 642 + \grave{C}_1 - \frac{\grave{C}_1 \times t \times \grave{n}_1}{36000} + \grave{C}_2 - \frac{\grave{C}_2 \times t \times \grave{n}_2}{36000}$$

$$2000 - \frac{2000 \times 9 \times 2}{1200} + 1800 - \frac{1800 \times 9 \times 5}{1200} + 3200 - \frac{3200 \times 9 \times 7}{36000}$$
$$= 642 + \ \grave{C}_1 - \frac{\grave{C}_1 \times 9 \times 6}{36000} + \grave{C}_2 - \frac{\grave{C}_2 \times 9 \times 2}{36000}$$

لدينا : $\grave{C}_1 \ = \frac{1}{3}\grave{C}_2 \Rightarrow \grave{C}_2 \ = 3\grave{C}_1$

$$6092{,}5 = 3{,}94\ \acute{C}_1$$

$$\Rightarrow \grave{C}_1 = 1546\ DA \text{ و } \grave{C}_2 = 4638\ DA$$

2 – حساب المبلغ الذي تسدده الشركة في 2020/12/31 .

بافتراض أن تاريخ التكافؤ هو تاريخ استحقاق السند الثاني و منه :

$$\grave{n}_1 = 4mois\ , \quad \grave{n}_2 = 0\ \ , \ \ n = 7\,mois$$

$$C - \frac{C \times 9 \times 7}{36000} = \ 1546 - \frac{1546 \times 9 \times 4}{36000} + 4638 - \frac{4638 \times 9 \times 0}{1200}$$
$$\Rightarrow \ C = 6477{,}69\ DA$$

التمرين الرابع: في 15 / 04 / 2020 إشترى تاجر بضاعة اقترح عليه المورد ثلاث طرق للتسديد :

الأولى: تسديد مبلغ فوري 20000 دج، و 35000 في 04 / 07 / 2020 ؛

الثانية: التسديد بثلاث أوراق تجارية قيمة كل منها 18000 دج ، تستحق في 05/15 /2020 ، 14 / 06 / 2020 ، 13 / 08 / 2020 ؛

الثالثة : دفع مسبقا مبلغ 10000 دج بتاريخ 01 / 03 / 2020 ، ثم دفع مبلغ 10000 دج يوم الشراء ، ثم 36000 دج في 13 / 08 / 2020 على التوالي.

المطلوب: 1 – ماهي الطريقة التي تنصح بها التاجر، إذا كان معدل التكافؤ 8%؟

2 – كم يجب أن تكون القيمة الإسمية للأوراق الثلاثة كي تكون الطريقة الثانية متكافئة مع الأولى؟

3 – كم يجب أن يكون معدل الخصم كي تكون الطريقة الأولى متكافئة مع الطريقة الثالثة ؟

الحل :

الطريقة الأولى :

تاريخ التكافؤ هو : 15 / 04 / 2020 (يوم الشراء).

$$n_1 = 0 \ , \qquad n_2 = 80$$

$$V = V_1 + V_2$$

$$V = C_1 - \frac{C_1 \times t \times n_1}{36000} + C_2 - \frac{C_2 \times t \times n_2}{36000}$$

$$V = 2000 - \frac{2000 \times 8 \times 0}{36000} + 35000 - \frac{35000 \times 8 \times 80}{36000}$$

$$V = 2000 + 34377{,}77$$

$$\Rightarrow V = 54377{,}77 \ DA$$

الطريقة الثانية :

$$C_1 = C_2 = C_3 = 18000$$

$$n_1 = 30 \ jours \ , \qquad n_2 = 60 \ jours \ , \qquad n_3 = 120 \ jours$$

$$V = V_1 + V_2 + V_3$$

$$V = C_1 - \frac{C_1 \times t \times n_1}{36000} + C_2 - \frac{C_2 \times t \times n_2}{36000} + C_3 - \frac{C_3 \times t \times n_3}{36000}$$

$$V = 18000(1 - \frac{8 \times 30}{36000}) + 18000(1 - \frac{8 \times 60}{36000}) + 18000(1 - \frac{8 \times 120}{36000})$$

$$= 0{,}9933 \ (18000) + 0{,}9866(18000) + 0{,}9733(18000)$$

$$V = 18000(2{,}93)$$

$$\Rightarrow \; V = 53160\, DA$$

الطريقة الثالثة :

$$n_1 = 45\, jours\,, \qquad n_2 = 0\, jours\,, \qquad n_3 = 120\, jours$$

$$V = V_1 + V_2 + V_3$$

$$V = C_1 + \frac{C_1 \times t \times n_1}{36000} + C_2 - \frac{C_2 \times t \times n_2}{36000} + C_3 - \frac{C_3 \times t \times n_3}{36000}$$

$$V = 10000 + \frac{10000 \times 8 \times 45}{36000} + 10000 + 36000 - \frac{36000 \times 8 \times 120}{36000}$$

$$\Rightarrow \; V = 55140\, DA$$

إذن الطريقة الثالثة هي : الأفضل .

2 - الطريقة الثانية متكافئة مع الأولى:

$$\Rightarrow 54377{,}77 = C(2{,}93\,)$$

$$\Rightarrow \; C = 18537{,}87\, DA$$

3 - الطريقة الأولى متكافئة مع الطريقة الثالثة.

$$C_1 - \frac{C_1 \times t \times n_1}{36000} + C_2 - \frac{C_2 \times t \times n_2}{36000}$$

$$2000 \quad + 35000 - \frac{35000 \times t \times 80}{36000}$$

$$= \; 10000 + \frac{10000 \times t \times 45}{36000} + 10000 + 36000$$

$$- \frac{36000 \times t \times 120}{36000}$$

$$\Rightarrow t \; = 33{,}64\ \%$$

خلاصة الجزء الثالث:

1–تكافؤ ورقتين تجاريتين:نقول عن ورقتين تجاريتين أنهما متكافئتين ، إذا خصمتا في تاريخ ما (يسمى تاريخ التكافؤ) و بنفس المعدل ، و كان لهما نفس القيمة الحالية ، أي أن التكافؤ يؤدي إلى تساوي القيم الحالية : $V_1 = V_2$.

التحديد الجبري لتكافؤ ورقتين تجاريتين.

$$V_1 = V_2 \Rightarrow C_1 - \frac{C_1 \times t \times n_1}{36000} = C_2 - \frac{C_2 \times t \times n_2}{36000}$$

$$\Rightarrow C_1\left(1-\frac{t\times n_1}{36000}\right)=C_2\left(1-\frac{t\times n_2}{36000}\right)$$

2-تكافؤ عدة أوراق تجارية:

$$V=\sum_{i=1}^{n}\mathrm{V_i}$$

$$V=V_1+V_2+V_3\ldots\ldots\ldots\mathrm{v_n}$$

$$C(D-n)=C_1(D-n_1)+C_2(D-n_2)+C_3(D-n_3)+\cdots+C_{\mathrm{n}}(D-n_{\mathrm{n}})$$

أو :

$$V=V_1+V_2+V_3$$

$$C-\frac{C\times t\times n}{36000}=\ C_1-\frac{C_1\times t\times n_1}{36000}+C_2-\frac{C_2\times t\times n_2}{36000}+\ C_3-\frac{C_3\times t\times n_3}{36000}\ldots+C_{\mathrm{n}}-\frac{C_{\mathrm{n}}\times t\times n_n}{36000}$$

3-تكافؤ مجموعة من الأوراق التجارية مع مجموعة أخرى من الأوراق التجارية:

$$V=\sum_{i=1}^{n}\mathrm{V_i}=\ \sum_{i=1}^{n}\grave{V}_{\mathrm{i}}$$:

$$V_1+\mathrm{V_2}+\mathrm{V_3}+\ \ldots\ldots\ldots+\mathrm{V_n}=\grave{V}_1+\grave{\mathrm{V}}_2+\grave{\mathrm{V}}_3+\ \ldots\ldots\ldots+\grave{\mathrm{V}}_{\mathrm{n}}$$

4-تطبيقات على التكافؤ :الاستحقاق المشترك:

هو تاريخ استحقاق الورقة الوحيدة التي تعوض مجموعة من الأوراق التجارية الأخرى .

$$C(D-n)=C_1(D-n_1)+C_2(D-n_2)+C_3(D-n_3)$$

$$\Rightarrow n=\frac{CD-[C_1(D-n_1)+C_2(D-n_2)+C_3(D-n_3)]}{C}$$

المحور الثاني: العمليات ذات الفائدة المركبة

I- الفائدة المركبة : تدخل الفائدة المركبة ضمن العمليات المالية المتوسطة والطويلة الأجل.و التي تتجاوز مدتها السنة و مبدأ هذا النظام هو احتساب الفائدة على الفوائد المستحقة و المتراكمة خلال فترات التوظيف أو الإقتراض ، أي أن الفائدة تصبح منتجة لفوائد بدورها.

I-1- تعريف الفائدة المركبة: هي ذلك العائد من رأس المال موظف لمدة معينة و بمعدل محدد حيث أن الفائدة تضاف إلى رأس المال في نهاية كل دورة إلى أصل المبلغ و يعاد توظيف الجملة المحصل عليها خلال الدورة الموالية ، و هكذا . و تسمى إضافة الفوائد إلى رأس المال برسملة الفوائد . كما يمكن أن تحسب الفوائد المركبة سنويا ، سداسيا ، شهريا أو كل ثلاثة أشهر .

مثال: استثمر شخص مبلغ 75000 دج لمدة 3 سنوات بمعدل فائدة مركبة سنوي 7%. أحسب قيمة الفائدة لكل سنة.

الحل:

$$I_1 = 75000 \times 7\% = 5250\ DA$$

$$I_2 = (75000 + 5250) \times 7\% = 80250 \times 7\% = 5617{,}5\ DA$$
$$I_3 = (80250 + 5617{,}5) \times 7\% = 85867{,}5 \times 7\% = 6010725\ DA$$

الجزء الأول : الفائدة المركبة: القيمة المحصلة :

I-2- حساب القيمة المحصلة (المكتسبة) بواسطة الفائدة المركبة:

تعريف القيمة المحصلة : تُعرف القيمة المحصلة بأنها المبلغ الإجمالي الذي يتحصل عليه الموظف أو المقرض لأمواله في نهاية مدة القرض أو التوظيف ، فهي عبارة عن الرأس مال الأصلي مضافا إليه الفوائد المستحقة عليه خلال مدة زمنية معينة .

قانون القيمة المحصلة :

لتكن لدينا الرموز التالية:

A الجملة المحصلة أو القيمة المكتسبة.

C رأس المال الموظف.

t معدل الفائدة المركبة.

n عدد الفترات أو الدورات.

$$A_1 = C + C \times t = C(1+t)$$
$$A_2 = A_1 + A_1 \times t = A_1(1+t) = C(1+t)(1+t) = C(1+t)^2$$
$$A_3 = A_2 + A_2 \times t = A_2(1+t) = C(1+t)^2(1+t) = C(1+t)^3$$

.

.

.

$$A_n = A_{n-1} + A_{n-1} \times t = A_{n-1}(1+t) = C(1+t)^{n-1}(1+t) = C(1+t)^n$$
$$\Leftrightarrow \boxed{\boldsymbol{A_n = C(1+t)^n}}$$

ملاحظات :

1 – نستعمل الجدول المالي رقم (1) من الجداول المالية المستخدمة في الرياضيات المالية لحساب الفوائد المركبة لإستخراج القيمة $(1+t)^n$ نختار عموديا الزمن المطلوب و المعدل المطلوب أفقيا ، كما يمكن استعمال الآلة الحاسبة العلمية لحساب اللوغاريتم أو الأس.

2 – يجب أن يكون هناك تجانس بين المعدل و المدة حسب عملية الرسملة ، فإذا كان المعدل سنوي فالمدة تكون سنوية ، و إذا كان المعدل سداسي فالمدة تكون سداسية ، أما إذا كان المعدل شهري فالمدة تكون بالأشهر ...إلخ .

3 – في العلاقات الأساسية للفائدة البسيطة نحصل مباشرة على الفائدة $I = C \times t \times n$ ، أما في الفائدة المركبة ، فإن العلاقة الأساسية الأخيرة تحسب مباشرة القيمة المحصلة ، و بالتالي يتم الحصول على مبلغ الفائدة المركبة كالتالي :

$$\boldsymbol{I = A_n - C = C(1+t)^n - C}$$

$$\Rightarrow \boxed{\boldsymbol{I = C[(1+t)^n - 1]}}$$

مثال 1: ما هي الجملة المحصلة من توظيف مبلغ قيمته 50000 دج بمعدل فائدة مركبة سنوي 5% لمدة 5 سنوات.

الحل:

$$A = C(1+t)^n = 50000(1+0{,}05)^5$$

من الجدول المالي رقم (1) لدينا: $(1{,}05)^5 = 1{,}276281$

ومنه: $A = 50000 \times 1{,}276281 = 63814{,}07\ DA$

مثال2 : وظف شخص مبلغ 48000 في بنك يقدم فائدة مركبة بمعدل 4 % للسداسي ، ماهي القيمة المحصلة بعد 5 سنوات .

الحل :

$$A = C(1+t)^n = 48000(1+0{,}04)^{10} = 48000(1{,}04)^{10}$$

من الجدول المالي رقم (1) لدينا: $(1{,}04)^{10} = 1{,}480244$

ومنه: $A = 48000 \times 1{,}480244 = 71051{,}72\ DA$

مثال3 : وظف شخص مبلغ 12000 في بنك يقدم فائدة مركبة بمعدل 4 % للثلاثي ، ماهي القيمة المحصلة بعد سنتين ؟

الحل :

$$A = C(1+t)^n = 12000(1+0{,}04)^8 = 12000(1{,}04)^8$$

من الجدول المالي رقم 1 لدينا : $(1{,}04)^8 = 1{,}368569$

$$A = 12000 \times 1{,}368569 = 16422{,}82\ DA$$

ملاحظة: نأخذ 6 أرقام بعد الفاصلة عند حساب $(1+t)^n$ و$(1+)^{-n}$ حسب ما هو مستعمل في الجداول المالية.

إستعمال قانون الفائدة المركبة :

مثال1 :قام شخص بتوظيف مبلغ معين لمدة 4 سنوات بمعدل فائدة مركبة 8% فتحصل على مبلغ 1360,489 دج في نهاية مدة التوظيف. أحسب المبلغ الموظف.

الحل:

$$A = C(1+t)^n \Rightarrow C = A(1+t)^{-n} = 1360{,}489(1+0{,}08)^{-4}$$

من الجدول المالي رقم (2) لدينا: $(1{,}08)^{-4} = 0{,}735029$

$$C = 1360{,}489 \times 0{,}735029 = 1000\ DA$$

مثال2: تم توظيف مبلغ 72800 لمدة 6 سنوات بفائدة مركبة لينتج قيمة محصلة في نهاية التوظيف 125491,9848 دج ، أحسب معدل التوظيف.

الحل:

$$A = C(1+t)^n \Rightarrow (1+t)^n = \frac{A}{C} \Rightarrow\ (1+t)^6 = \frac{125491{,}9848}{72800}$$
$$= 1{,}723791$$

من الجدول المالي رقم 1 نجد :

$$\boxed{t = 9{,}5\ \%}$$

مثال3:قام شخص بتوظيف مبلغ 2000 دج بمعدل فائدة مركبة 6% لمدة معينة فتحصل في نهاية المدة على مبلغ 2676,452 دج.أحسب مدة التوظيف.

الحل:

$$(1+t)^n = \frac{A}{C} = \frac{2676{,}452}{2000} = 1{,}338226$$

من الجدول المالي رقم 1 نجد أن هذه القيمة تقابل المعدل 6% و المدة 5 سنوات .

$5 \Rightarrow n = 5ans$

I-3- المعدلات المتناسبة والمعدلات المتكافئة:

تستعمل معدلات الفائدة عادة سنوية مع المدة بالسنوات ، و تكون رسملة الفوئد سنوية ، لكن قد تكون المعدلات أجزاء من السنة كالسداسي ، الثلاثي ، الرباعي ، أو الشهري ، فحسب مبدأ

التجانس بين المعدل و المدة ، نقوم بتحويل المدة إلى فترات جزئية من السنة لتتلاءم مع المعدل المعطى ، أو نقوم بالبحث عن المعدل الملائم لكل فترة جزئية ، فإذا كان لدينا المعدل(t) سداسي و المدة (n)بالسنوات ، نقوم بتحويل المدة (n) سداسية ليصبح عدد الفترات (n2) أو نقوم بتحويل المعدل(t) السداسي إلى معدل سنوي ، عندئذ نكون أمام نوعين من المعدلات :

المعدلات المتناسبة: تستعمل في العمليات المالية قصيرة الأجل في نظام الفائدة البسيطة ؛

المعدلات المتكافئة : تستعمل في العمليات المالية طويلة الأجل في نظام الفائدة المركبة.

I-3-1- المعدلات المتناسبة:

نقول عن معدلين أنهما متناسبين عندما تكون نسبتهما تساوي إلى النسبة بين وحداتهما الزمنية المقابلة. ويحققان نفس القيمة المحصلة خلال نفس المدة بفترة رسملة مختلفة .

مثال: ما هي المعدلات المتناسبة للمعدل السنوي: $t_a = 24\ \%$

المعدل السداسي المتناسب مع المعدل السنوي 24 % هو: $t_s = \frac{24}{2} = 12\ \%$

المعدل الفصلي المتناسب مع المعدل السنوي 12% هو: $t_t = \frac{24}{4} = 6\ \%$

المعدل الشهري المتناسب مع المعدل السنوي 12% هو: $t_m = \frac{24}{12} = 2\ \%$

ملاحظة : إن معدلين متناسبين يؤديان إلى نفس القيمة المحصلة في نفس المدة بالفائدة البسيطة ، لكن الأمر ليس كذلك في الفائدة المركبة حيث تتضاعف القيمة المحصلة عند تخفيض فترة الرسملة .

I-3-2- المعدلات المتكافئة:

نقول عن معدلين موافقين لمراحل زمنية مختلفة أنهما متكافئين عندما يؤديان إلى نفس القيمة المحصلة بواسطة الفائدة المركبة خلال نفس مدة التوظيف لنفس المبلغ الموظف، فإذا كان (t_a) هو المعدل السنوي و (t_k) هو معدل لمرحلة معينة فإن:

$$C(1+t_a) = C(1+t_k)^k \Rightarrow (1+t_a) = (1+t_k)^k$$

مثال: ما هي المعدلات المتناسبة للمعدل السنوي: $t_a = 24\ \%$

المعدل السداسي المتكافئ مع المعدل السنوي 24 % هو:

$$(1+t_a)^1 = (1+t_s)^2 \Rightarrow (1+t_s) = (1+0,24)^{\frac{1}{2}}$$

$$\Rightarrow t_s = (1+0,24)^{\frac{1}{2}} - 1 = 11,35\ \%$$

المعدل الفصلي المتكافئ مع المعدل السنوي 24 % هو:

$$(1+t_a)^1 = (1+t_t)^4 \Rightarrow (1+t_t) = (1+0{,}24)^{\frac{1}{4}}$$
$$\Rightarrow t_t = (1+0{,}24)^{\frac{1}{4}} - 1 = 5{,}52\ \%$$

المعدل الشهري المتكافئ مع المعدل السنوي 24 % هو:

$$(1+t_a)^1 = (1+t_m)^{12} \Rightarrow (1+t_m) = (1+0{,}12)^{\frac{1}{12}}$$
$$\Rightarrow t_m = (1+0{,}12)^{\frac{1}{12}} - 1 = 1{,}8\ \%$$

ملاحظة : المعدل المتكافئ أصغر من المعدل المتناسب .

أ – حالات خاصة في حساب القيمة المكتسبة :

إن عملية حساب القيمة المحصلة في حالة وجود المعدل و المدة في الجدول المالي رقم 1 تكون سهلة ، لكن في حالة عدم ووجود أحدهما أو كلاهما نقوم باستعمال الإستكمال الخطي لأجزاء متناسبة بين القيم الواردة في الجدول .

1 .حالة عدم وجود المدة في الجدول المالي :

I-4- و هي حالة تخص حساب القيمة المحصلة عندما تكون المدة عدد غيرصحيح ، و هناك 3 حلول ممكنة:، سنستعرضها من خلال المثال الموالي :

مثال:أحسب القيمة المكتسبة لرأسمال قدره 150000 دج موظف لمدة 3 سنوات و4 أشهر بمعدل فائدة مركبة سنوي 8 %.

أ- الطريقة العقلانية:

طبقا لهذه الطريقة يتم حساب جملة 3 سنوات بقانون جملة الفائدة المركبة ، أما جملة 4 أشهر فيتم حسابها باستعمال قانون جملة الفائدة البسيطة.

$$A = C(1+t)^3 + C(1+t)^3 \times t \times 4/12$$
$$A = C(1+t)^3 \times [1 + t \times 4/12]$$
$$A = 150000(1+0{,}08)^3 \times [1 + 0{,}08 \times 4/12]$$
$$\Rightarrow \boxed{A = 193995{,}648\ DA}$$

ب- الطريقة التجارية: طبقا لهذه الطريقة يتم حساب القيمة المحصلة باستعمال الجدولين الماليين (1) و (6) حيث يتم استعمال الجدول المالي رقم (1) لحساب القيمة المحصلة لثلاث سنوات و الجدول المالي رقم (6) لحساب القيمة المحصلة للأربع أشهر .

$$A = C(1+t)^3(1+t)^{\frac{4}{12}} = C(1+t)^3(1+t)^{\frac{1}{3}} = 150000(1{,}08)^3(1{,}08)^{\frac{1}{3}}$$

$$= 150000(1,08)^3(1,08)^{\frac{1}{3}}$$

من الجدول المالي رقم(1) لدينا : $(1,08)^3 = 1,259712$

من الجدول المالي رقم (6) لدينا : $(1,08)^{\frac{1}{3}} = 1,0259855$

$$\Rightarrow A = 150000(1,259712)(1,0259855) = 193866,94$$

$$\boxed{A = 193866,94\, DA}$$

ج – **طريقة الإستكمال الخطي** : تعتمد هذه الطريقة على حصر المدة 3 سنوات و 4 أشهر بين مدتين متتاليتين صحيحتين موجودتين في الجداول المالية و هما : 3 سنوات و 4 سنوات .من أجل حساب :

$$A = 150000(1,08)^{3+\frac{4}{12}}$$

حيث أن :

$$3 < n < 4 \Rightarrow (1,08)^3 < (1,08)^{3+\frac{4}{12}} < (1,08)^4$$

$$\begin{cases}(1,08)^3 = 1,259712 \\ (1,08)^4 = 1,360489\end{cases} \Rightarrow \Delta = 0,100777$$

$$\begin{cases}0,100777 \longrightarrow 12\, mois \\ \grave{\Delta} \longrightarrow 4 mois\end{cases} \Rightarrow \grave{\Delta} = \frac{4 \times 0,100777}{12} = 0,033592$$

تعتبر 4 أشهر زيادة على 3 سنوات ، و بالتالي يضاف x إلى القيمة الصغرى ، و ذلك كما يلي :

$$(1,08)^{3+\frac{4}{12}} = (1,08)^3 + \grave{\Delta} = 1,259712 + 0,033592 = 1,293304$$

$$A = 150000\,(1,293304) = 193995,6 DA$$

كما يمكننا استعمال 8 أشهر نقصان على أربع سنوات ، و ينقص من القيمة الكبرى ، و ذلك كما يلي:

$$\begin{cases}0,100777 \longrightarrow 12\, mois \\ \grave{\Delta} \longrightarrow 8 mois\end{cases} \Rightarrow \grave{\Delta} = \frac{8 \times 0,100777}{12} = 0,067184$$

$$1,08)^{3+\frac{4}{12}} = (1,08)^4 - \grave{\Delta} = 1,360488 - 0,067184 = 1,293304$$

$$A = 150000\,(1,293304) = 193995,6\, DA$$

$$\boxed{A = 193995,6\, DA}$$

ملاحظة : بالمقارنة بين الحلول الثلاثة نلاحظ أن الحلين العقلاني و بالإستكمال الخطي هما الأقرب في النتيجة لبعضهما البعض .

مثال: رأسمال قيمته 100000 دج موظف لمدة 10 سنوات بمعدل فائدة مركبة 9,2 %،

أوجد القيمة المحصلة عند نهاية مدة التوظيف .

الحل:

$$A = C(1+t)^n = 100000(1{,}092)^{10}$$

القيمة $(1{,}092)^{10}$غير موجودة في الجدول المالي رقم (01)، إلا أننا نلاحظ أنها محصورة بين9 % و 9,25 %.

$$\begin{cases} (1{,}090)^{10} = 2{,}367364 \\ (1{,}0925)^{10} = 2{,}422225 \end{cases} \Rightarrow \Delta = 0{,}054861$$

$$(1{,}092)^{10} = \alpha$$

$$\begin{cases} 0{,}054861 \longrightarrow 0{,}25\% \\ \grave{\Delta} \longrightarrow 0{,}05 \end{cases} \Rightarrow \grave{\Delta} = \frac{0{,}05 \times 0{,}054861}{0{,}25\%} = 0{,}0109722\ \%$$

$$\alpha = 2{,}422225 - 0{,}0109722 = 2{,}4112528$$

$$\boxed{(1{,}092\,)^{10} = 2{,}4112528}$$

$$A = 100000(1{,}092)^{10} = 100000(\,2{,}4112528) = 241125.28\ DA$$

$$\boxed{A = 241125.28\ DA}$$

3 . حالة عدم وجود المدة و المعدل في الجدول المالي .

مثال : تم توظيف رأس مال قدره 274500 دج لمدة 10 سنوات و 5 أشهر ، بمعدل فائدة مركبة 8,10 % ، أوجد القيمة المحصلة عند نهاية مدة التوظيف .

الحل :

$$A = C(1+t)^n = 274500(1{,}081)^{10+\frac{5}{12}}$$

القيمة $(1{,}081)^{10+\frac{5}{12}}$غير موجودة في الجدول المالي رقم (01)، إلا أننا نلاحظ أن المعدل محصور بين8 % 8,25 % ، و المدة محصورة بين 10 سنوات و 11 سنة .

$$(1{,}081)^{10} < (1{,}081)^{10+\frac{5}{12}} < (1{,}081)^{11}$$

أولا نحسب القيمة $(1{,}081)^{10}$ /حيث :

$$(1{,}0800)^{10} < (1{,}081)^{10} < (1{,}0825)^{10}$$

$$\begin{cases} (1{,}0800)^{10} = 2{,}158925 \\ (1{,}0825)^{10} = 2{,}209424 \end{cases} \Rightarrow \Delta = 0{,}050499$$

$$(1{,}081)^{10} = \alpha$$

$$\begin{cases} 0,050499 \longrightarrow 0,25\ \% \\ \grave{\Delta} \longrightarrow 0,15\ \% \end{cases} \Rightarrow \grave{\Delta} = \frac{0,15 \times 0,050499}{0,25} = 0,0302994$$

$$\alpha = 2,209424 - 0,0302994 = 2,1791246$$

$$\boxed{(1,081)^{10} = 2,1791246}$$

ثانيا: نحسب القيمة $(1,081)^{11}$ /حيث :

$$(1,0800)^{11} < (1,081)^{11} < (1,0825)^{11}$$

$$\begin{cases} (1,0800)^{11} = 2,331639 \\ (1,0825)^{11} = 2,391701 \end{cases} \Rightarrow \Delta = 0,060062$$

$$(1,081)^{11} = \alpha$$

$$\begin{cases} 0,060062 \longrightarrow 0,25\ \% \\ \grave{\Delta} \longrightarrow 0,15\ \% \end{cases} \Rightarrow \grave{\Delta} = \frac{0,15 \times 0,060062}{0,25} = 0,0360372$$

$$\alpha = 2,391701 - 0,0360372 = 2,3556638$$

$$\boxed{(1,081)^{11} = 2,3556638}$$

ثالثا: نحسب القيمة $(1,081)^{10+\frac{5}{12}}$ حيث :

$$(1,081)^{10} < (1,081)^{10+\frac{5}{12}} < (1,081)^{11}$$

$$\begin{cases} (1,081)^{10} = 2,1791246 \\ (1,081)^{11} = 2,3556638 \end{cases} \Rightarrow \Delta = 0,1765392$$

$$(1,081)^{10+\frac{5}{12}} = \alpha$$

$$\begin{cases} 0,1765392 \longrightarrow 12\ mois \\ \grave{\Delta} \longrightarrow 5\ mois \end{cases} \Rightarrow \grave{\Delta} = \frac{5 \times 0,1765392}{12} = 0,073558$$

$$\alpha = 2,3556638 - 0,073558 = 2,2526826$$

$$(1,081)^{10+\frac{5}{12}} = 2,2526826$$

بالتعويض في قانون القيمة المحصلة نجد :

$$A = 274500(1,081)^{10+\frac{5}{12}} = 274500(2,2526826) = 618361,37\ DA$$

$$\boxed{A = 618361,37\ DA}$$

تمارين :

التمرين 01:

أودع شخص مبلغ 98200 دج في بنك تجاري بمعدل فائدة مركبة سنوي 8,5 % لمدة 7 سنوات.

المطلوب: حساب ما يلي:

1- الفائدة المحصل عليها في نهاية السنة الأولى من الإيداع.

2- الفائدة المحصل عليها في نهاية السنة الخامسة فقط.

3- الجملة المحصل عليها في نهاية المدة .

الحل :

1- حساب الفائدة المحصل عليها في نهاية السنة الأولى من الإيداع.

$$I_1 = C \times t = 98200 \times 8,5\,\% = 8347\ DA$$

2- الفائدة المحصل عليها في نهاية السنة الخامسة فقط.

$$I_5 = A_4 \times t = C(1+t)^4 \times t = 98200(1+0,085)^4 \times 0,085$$
$$= 98200(1,085)^4 \times 0,085 = 11567,76257\,DA$$

3- الجملة المحصل عليها في نهاية المدة .

$$A_n = C(1+t)^n$$
$$A_7 = C(1+t)^7 = 98200(1+0,85)^7 = 98200(1,085)^7$$
$$= 173827,9687\,DA$$

تمرين 2: أودعا في نفس اليوم و لمدة 6 سنوات مبلغان (C_1 و C_2) بفائدة مركبة مجموعهما 80000 دج ، بحيث أودع المبلغ C_1 بمعدل 8 % سنويا برسملة سنوية للفوائد ، أما المبلغ C_2 أودع بمعدل سداسي 3,75 % ، برسملة سداسية للفوائد ، بعد 6 سنوات بلغ مجموع الفوائد للمبلغين 46007,32 دج .

المطلوب : حساب C_1 و C_2 .

الحل :

$$C_1 + C_2 = 80000$$
$$n_1 = 6\ ans\ et\ n_2 = 12\ s$$
$$I = C[(1+t)^n - 1] = I_1 + I_2 = 46007,32$$
$$I = C_1[(1+t)^{n_1} - 1] + C_2[(1+t)^{n_2} - 1]$$
$$= C_1[(1.08)^6 - 1] + C_2[(1.0375)^{12} - 1]$$
$$C_1[0.586874] + C_2[0.555454] = 46007,32 \cdots\cdots (1)$$
$$C_1 = 80000 - C_2 \cdots\cdots (2)$$

بتعويض (2) في (1) نجد :

$$80000 - C_2[0.586874] + C_2[0.555454] = 46007,32$$

$$\boxed{C_2 = 30000\ DA}$$

$$\boxed{C_1 = 50000\ DA}$$

تمرين 3: لتسديد قيمة دين لأحد الدائنين بتاريخ 03 / 03 / 2019 كان لزاما على المدين توظيف مبلغا من المال في بنك قيمته 50000 دج منذ 4 سنوات و 6 أشهر ، بمعدل سنوي 8% سنويا .

المطلوب :

1 . حساب قيمة الدين بتاريخ 03 / 03 / 2019 بطريقتين :

أ . طريقة الفوائد المركبة كل نهاية سنة و الفوائد البسيطة للمدد التي تقل عن سنة ؛

ب . طريقة الفوائد المركبة طول السنة .

2 . ما هو المبلغ الواجب توظيفه بتاريخ 03 / 03 / 2013 لتسديد نفس الدين .

3 . أحسب المعدل السداسي المكافئ للمعدل السنوي 8 % .

4 . برسملة سداسية للفوائد و بمعدل سداسي مكافئ من أجل نفس المبلغ الموظف : أحسب المدة اللازمة لتسديد نفس الدين .

الحل :

1 . حساب قيمة الدين بتاريخ 03 / 03 / 2019 :

أ . طريقة الفوائد المركبة كل نهاية سنة و الفوائد البسيطة للمدد التي تقل عن سنة :

الطريقة العقلانية :

$$A_{2019} = C(1+t)^4 + C(1+t)^4 \times t \times 6/12$$
$$= C(1+t)^4 \times [1 + t/2]$$
$$= 50000(1{,}08)^4[1 + t/2]$$
$$= 50000(1{,}360489)(\ 1 + 0{,}04)$$
$$\boxed{A_{2019} = 70745{,}428\ DA}$$

ب . طريقة الفوائد المركبة طول السنة :

$$A_{2019} = C(1+t)^{4+\frac{6}{12}} = 50000(1{,}08)^{4+\frac{6}{12}} =$$

$$= C(1+t)^4(1+t)^{\frac{6}{12}} = \ C(1+t)^4(1+t)^{\frac{1}{2}} = 50000(1{,}08)^4(1{,}08)^{\frac{1}{2}}$$

من الجدول المالي رقم(1) لدينا : $(1{,}08)^4\ = 1{,}36048896$

من الجدول المالي رقم (6) لدينا : $(1,08)^{\frac{1}{2}} = 1,039230485$

$$\Rightarrow A = 50000(1,36048896)(1,039230485) =$$

$$\boxed{A_{2019} = 70693,08\, DA}$$

2 . حساب المبلغ الواجب توظيفه بتاريخ 03 / 03 / 2013 لتسديد نفس الدين :

$$A_{2013} = A_{2019}(1,08)^{-6} = 70745,428\ (0,630170) = 44581,64$$

$$\boxed{A_{2013} = 44581,64\, DA}$$

3 . حساب المعدل السداسي المكافئ للمعدل السنوي 8 %:

$$(1+t_a)^1 = (1+t_s)^2 \Rightarrow (1+t_s) = (1+0,08)^{\frac{1}{2}}$$

4 $t_s = (1+0,08)^{\frac{1}{2}} - 1 = (1,08)^{\frac{1}{2}} - 1 = 3,92\ \%$

$$\boxed{t_s = 3,92\ \%}$$

5 : حساب المدة اللازمة لتسديد نفس الدين :

$$C(1,092)^n = 70745,428 \Rightarrow (1,092)^n = \frac{70745,428}{50000} = 1,4149085$$

$$(1,0392)^n = 1,4149085$$

$$\log(1,0392)^n = \log 1,4149085$$

$$n = \frac{\log 1,4149085}{\log(1,0392)} = \frac{0.150728}{0.016699} = 9,0261159\ s$$

$$0,0261159 \times 6 = 0,1566954\ mois = 0,1566954 \times 30 = 5 jrs$$

المدة اللازمة لتسديد نفس الدين هي:9سداسيات و 5 أيام .

تمرين4 : مبلغ مالي قدره 9000 دج موظف بمعدل فائدة مركبة سنوي 7%، فكانت الجملة المحصلة 13818,575 دج. أحسب مدة التوظيف.

الحل:

$$A = C(1+t)^n \Rightarrow (1+t)^n = \frac{A}{C} \Rightarrow (1,07)^n = \frac{13818,575}{9000} = 1,535397$$

القيمة غير موجودة في الجدول المالي رقم (01)، إلا أننا نلاحظ أنها محصورة بين 6 و7 سنوات.

$$\begin{cases}(1,07)^7 = 1,605781 \\ (1,07)^6 = 1,500730\end{cases} \Rightarrow \Delta = 0,105051$$

$$\begin{cases}(1,07)^n = 1,535397 \\ (1,07)^6 = 1,500730\end{cases} \Rightarrow \grave{\Delta} = 0,03466$$

$$\begin{cases}0,105051 \longrightarrow 12\, mois \\ 0,03466 \longrightarrow x\end{cases} \Rightarrow \text{x} = \frac{0,03466 \times 12\, mois}{0,105051} = 4\, mois$$

بما أننا استعملنا القيمة الصغرى لحساب x إذن نضيف قيمة x لـ6 سنوات فنتحصل على n:

$$n = 6\ ans\ et\ 4\ mois$$

تمرين 5 :– حالة عدم وجود المعدل:

مثال: رأسمال قيمته 1000 دج موظف لمدة 10 سنوات بمعدل فائدة مركبة t، نتج عنه جملة بقيمة 2500 دج. أحسب معدل التوظيف.

الحل:

$$(1+t)^n = \frac{A}{C} = \frac{2500}{1000} \Rightarrow (1+t)^3 = 2{,}5$$

القيمة غير موجودة في الجدول المالي رقم (01)، إلا أننا نلاحظ أنها محصورة بين9,5 % و9,75 %.

$$\begin{cases} (1{,}095)^{10} = 2{,}478228 \\ (1{,}0975)^{10} = 2{,}535393 \end{cases} \Rightarrow \Delta = 0{,}057165$$

$$\begin{cases} (1+t)^{10} = 2{,}500000 \\ (1{,}095)^{10} = 2{,}478228 \end{cases} \Rightarrow \grave{\Delta} = 0{,}021772$$

$$\begin{cases} 0{,}057165 \longrightarrow 0{,}25\% \\ 0{,}021772 \longrightarrow x \end{cases} \Rightarrow \mathrm{x} = \frac{0{,}021772 \times 0{,}25\%}{0{,}057165} = 0{,}0952\ \%$$

بما أننا استعملنا القيمة الصغرى لحساب x إذن نضيف قيمة x 9,5 % فنتحصل على t:

$$t = 9{,}5\ \% + 0{,}09\ \% = 9{,}59\ \%$$

تمرين 6: وظف شخص مبلغا من المال قدره 200000 دج بمعدل فائدة مركبة 10 % سنويا في البنك (A) وبعد 5 سنوات من التوظيف سحب 3/2 من رصيده ، و وظفه في البنك (B) بمعدل سنوي 9 % .

المطلوب : إيجاد رصيد هذا الشخص في البنك(A) و البنك (B) في نهاية السنة العاشرة .

الحل :

إيجاد رصيد هذا الشخص في البنك(A)

(A_1): رصيد الشخص في البنك (A) بعد 5 سنوات .

(A_2) رصيد الشخص في البنك (A) بعد 10 سنوات .

$$A_1 = C_1(1+t)^{n_1}$$
$$A_1 = 200000(1{,}1)^5 = 200000(1{,}61051)$$

$$A_1 = 322102$$
$$A_2 = C_2(1+t)^{n_2}$$
$$C_2 = \frac{1}{3}(A_1) = 107367{,}33$$
$$A_2 = \frac{1}{3}(322102)(1{,}1)^5 = 107367{,}33(1{,}1)^5 = 172916{,}164\ DA$$
$$\boxed{A_2 = 172916{,}164\ DA}$$

إيجاد رصيد هذا الشخص في البنك (B):

$$A = C(1+t)^n = \frac{2}{3}(A_1)(1+t)^n = \frac{2}{3}(322102)(1{,}09)^5$$
$$A = \frac{2}{3}(322102)(1{,}09)^5 = 330395{,}9021$$
$$\boxed{A = 330395{,}9021\ DA}$$

تمرين 7:

بتاريخ 01 / 01 / 2018 إقترض شخص مبلغ 20000 دج من البنك الوطني الجزائري ، و في 01 / 07 / 2018 إقترض 40000 دج من بنك التنمية المحلية ، و في 01 / 01 / 2020 إقترض مبلغ 60000 دج من القرض الشعبي الجزائري ، تعهد بتسديد هذه الديون في 31 / 12 / 2020 ، **المطلوب :**

أوجد المبلغ الإجمالي الذي يسدده هذا الشخص في تاريخ استحقاق هذه الديون ، إذا كان معدل الفائدة المركبة المطبق من طرف البنوك الثلاثة كان على التوالي : 10 % سنويا ، 9 % سداسيا ، 8 % سداسيا .

الحل :

$$A_n = C_1(1+t)^{n_1} + C_2(1+t)^{n_2} + C_3(1+t)^{n_3}$$
$$A_n = 20000(1{,}1)^3 + 40000(1{,}09)^5 + 60000(1{,}08)^2$$
$$A_n = 26620 + 61544{,}9582 + 69984 = 158148{,}9582$$
$$\boxed{A_n = 158148{,}9582\ DA}$$

تمرين 8: أراد أب توزيع مبلغ 200000دج دج على أبنائه الإثنين ، عمرهما 9 و 13 سنة ، حيث يتم إيداع حصة كل منهما لدى الصندوق الوطني للتوفير و الإحتياط ، بمعدل فائدة مركبة 7 % سنويا ، إلى أن يبلغا 20 سنة كاملة .

المطلوب : إيجاد الحصة الموزعة على كل طفل حتى يتحصلا على نفس القيمة عند 20 سنة .

الحل :

إيجاد الحصة الموزعة على كل إبن (C_2 و C_1):

$$n_1 = (20 - 9) = 11\ , n_2 = (20 - 13) = 7$$
$$C_1 + C_2 = 200000 \ \Rightarrow C_2 = 200000 - C_1$$
$$A_1 = A_2$$
$$C_1(1+t)^{n_1} = \ C_2(1+t)^{n_2}$$
$$C_1(1{,}07)^{11} = \ 200000 - C_1(1{,}07)^7$$
$$C_1(2{,}104851952) = (\ 200000 - C_1)(1{,}6057811476)$$
$$(2{,}104851952)C_1 = 321156{,}2953 - 1{,}6057811476\ C_1)$$
$$3{,}710633099\ C_1 = 321156{,}2953$$
$$C_1 = \frac{321156{,}2953}{3{,}710633099} = 86550{,}26965$$
$$\boxed{C_1 = 86550{,}26965\ \ DA}$$
$$C_2 = 200000 - C_1 = \ 200000 - 86550{,}26965 = 113449{,}7303$$

$$\boxed{C_2 = 113449{,}7303\ DA}$$

تمرين 9: توفي أب عن تركة مقدارها 200000 دج ، و ولدين و بنت أعمارهم على التوالي 14 ، 15 ، 17 سنة و زوجة عمرها 50 سنة ، ومن نصوص الوصية أن توزع التركة على الوجه التالي :

1 . للأولاد نصيب متساوي ، يستحق عند بلوغ كل منهم 20 سنة ؛

2 . للبنت نصف نصيب الولد ، يستحق عند بلوغها 22 سنة ؛

3 . للزوجة نصف نصيب البنت ، يستحق عند بلوغها 60 سنة .

المطلوب : تحديد نصيب الورثة من التركة في حالتين

الحالة الأولى : عند تاريخ استحقاق نصيب كل شخص ؛

الحالة الثانية : عند لحظة قراءة الوصية .

مع العلم أن معدل الخصم المطبق هو : 7 % سنويا .

الحل :

تحديد نصيب الورثة من التركة عند تاريخ استحقاق نصيب كل شخص :

مبلغ التركة لحظة قراءة الوصية :

$$n_1 = (20-14) = 6 \,, n_2 = (20-15) = 5 \,,$$
$$n_3 = (22-17) = 5 \,, \qquad n_4 = (60-50) = 10 \,.$$

$$V = V_1 + V_2 + V_3$$

$$V = C_1(1+t)^{-n_1} + C_2(1+t)^{-n_2} + C_3(1+t)^{-n_3}$$

$$200000 = 4C(1{,}07)^{-6} + 4C(1{,}07)^{-5} + 2C\,(1{,}07)^{-5} + C(1{,}07)^{-10}$$

$$200000 = 4C(0{,}666342223) + 4C(0{,}712986179) + 2\,C(0{,}712986179) + C(0{,}508349292)$$

$$200000 = 2{,}665368892\,C + 2{,}851944716\,C + 1{,}425972358\,C + 0{,}508349292\,C$$

$$200000 = 7{,}451635258\,C$$

$$\boxed{C = 26839{,}74632\,DA}$$

و هو نصيب الزوجة .

أما نصيب البنت هو :

$$\grave{C} = 2C = 2 \times 26839{,}74632 = 53679{,}49264\,DA$$

$$\boxed{\grave{C} = 53679{,}49264\,DA}$$

أما نصيب كل ولد هو:

$$\bar{\bar{C}} = 4C = 4 \times 26839{,}74632 = 107358{,}9853\,DA$$

$$\boxed{\bar{\bar{C}} = 107358{,}9853\,DA}$$

2 . تحديد نصيب نصيب الورثة من التركة لحظة قراءة الوصية :

نصيب الإبن الأول :

$$V_1 = \bar{\bar{C}}(1+t)^{-n_1} = 107358{,}9853\,(1{,}07)^{-6} = 71537{,}82501$$
$$V_1 = 71537{,}82501\,DA$$

نصيب الإبن الثاني :

$$V_2 = \bar{\bar{C}}(1+t)^{-n_2} = 107358{,}9853(1{,}07)^{-5} = 76545{,}47276$$
$$V_2 = 76545{,}47276\,DA$$

نصيب البنت :

$$V_3 = \grave{C}(1+t)^{-n_3} = 53679{,}49264\ (1{,}07)^{-5} = 38272{,}73637$$

$$\boxed{V_3 = 38272{,}73637\ DA}$$

نصيب الزوجة :

$$V_4 = C\ (1+t)^{-n_4} = 26839{,}74632\ (1{,}07)^{-10} = 13643{,}96604$$

$$\boxed{V_4 = 13643{,}96604\ DA}$$

تمرين10 : تمتلك مؤسسة في 31 /01 / 2019 مبلغ 390000 دج تود توظيفه على جزئين :

الجزء الأول بمعدل فائدة بسيطة 6 % سنويا من تاريخ 31 /01 / 2019 إلى غاية 31 /01 / 2020 ، فتحصلت على جملة في نهاية مدة التوظيف قدرها 233200 دج ؛

الجزء الثاني بمعدل فائدة بسيطة 6 % سنويا من تاريخ 31 /01 / 2019 فتحصلت على جملة في نهاية مدة التوظيف قدرها 221000 دج .

المطلوب:

لو افترضنا أن المؤسسة استثمرت مبلغ454200 دج في البنك لمدة 7 سنوات ، بمعدل فائدة مركبة ثلاثي 2% برسملة سنوية ، ماهو المعدل السنوي المتناسب للمعدل الثلاثي 2% ، حدد ما تجمع للمؤسسة في نهاية السنوات السبعة .

الحل :

1. المعدل السنوي المتناسب :

$$\frac{t_a}{t} = \frac{12}{3} \Rightarrow \frac{t_a}{2} = \frac{12}{3} \Rightarrow \boxed{t_a = 8\ \%}$$

2 . ما تجمع للمؤسسة بعد 7 سنوات:

$$A_n = C(1+t)^n = 454200(1{,}08)^7 = 454200(1{,}713824) = 778418{,}86$$

$$\boxed{\grave{A} = 778418{,}86\ DA}$$

تمرين 11: أودعت مؤسسة مبلغ 100000 دج لمدة 7 سنوات بمعدل فائدة مركبة سنوي يقدر ب 12 %.

1 . أحسب جملة المبلغ في نهاية المدة ؛

2 . أحسب قيمة الفائدة للسنوات السبعة ؛

3 . أحسب قيمة الفائدة للسنة الرابعة فقط ؛

4 . إذا تم سحب مبلغ 100000 دج في نهاية السنة الرابعة و وضع في بنك آخر بمعدل فائدة 3,5% ثلاثيا .

– أحسب ما تجمع للمؤسسة بعد نهاية السنوات السبعة للمبلغين .

الحل :

1 . حساب جملة المبلغ في نهاية المدة :

$$A_n = C(1+t)^n$$

$$A_n = 100000(1{,}12)^7 = 221068{,}1407\ DA$$

$$\boxed{A_n = 221068{,}1407\ DA}$$

2 . حساب قيمة الفائدة للسنوات السبعة :

$$I = A_n - C = 221068{,}1407 - 100000 = 121068{,}1407$$

$$\boxed{I = 121068{,}1407\ DA}$$

3 . حساب قيمة الفائدة للسنة الرابعة فقط :

$$I_4 = A_3 \times t = C(1+t)^3 \times t = 100000(1{,}12)^3 \times 0{,}12$$
$$= 16859{,}136$$

$$\boxed{I_4 = 16859{,}136\ DA}$$

4 . حساب ما تجمع للمؤسسة بعد نهاية السنوات السبعة للمبلغين :

$$A_n = C(1+t)^n$$

$$A_n = 100000(1{,}12)^4 = 157351{,}936\ DA$$

$$\boxed{A_4 = 157351{,}936\ DA}$$

C_1 : المبلغ الموظف في البنك الأول بعد نهاية السنة الرابعة

$$C_1 = 157351{,}936 - 100000 = 57351{,}936$$

A_1: ما تجمع للمؤسسة بعد نهاية السنة السابعة بالنسبة للمبلغ الأول :

$$A_n = C(1+t)^n$$

$$A_1 = 57351{,}936(1{,}12)^3 = 80575{,}34\ DA$$

$$\boxed{A_1 = 80575{,}34\ DA}$$

C_2 : المبلغ الموظف في البنك الآخر

$$C_2 = 100000\ DA$$

$$A_n = C(1+t)^n$$

A_2: ما تجمع للمؤسسة بعد نهاية السنة السابعة بالنسبة للمبلغ الثاني :

$$A_2 = 100000(1{,}035)^{12} = 151106{,}8657\ DA$$

$$\boxed{A_2 = 151106{,}8657\ DA}$$

ما تجمع للمؤسسة بعد نهاية السنوات السبعة للمبلغين :

$$A_n = A_1 + A_2 = 80575{,}34 + 151106{,}8657 = 231682{,}2057$$

$$\boxed{A_n = 231682{,}2057\ DA}$$

تمرين12 : وظف مبلغ من المال قدره C بفائدة مركبة لمدة 10 سنوات و بمعدل t ، باعتبار أن A_n تمثل القيمة المكتسبة من توظيف المبلغ C إلى آخر السنة n.

المطلوب : حساب C و معدل الفائدة t علما أن:

$$\begin{cases} \mathrm{C} + A_5 = 240260\ DA \\ A_2 + A_7 = 275070\ DA \end{cases}$$

الحل :

$$\frac{A_2 + A_7}{\mathrm{C} + A_5} = \frac{275070}{240260}$$

$$\frac{C(1+t)^2 + C(1+t)^7}{\mathrm{C} + C(1+t)^5} = 1.144884708$$

$$\frac{C(1+t)^2[1 + (1+t)^5]}{\mathrm{C}[1 + (1+t)^5]} = 1.144884708$$

$$(1+t)^2 = 1.144884708$$

من الجدول المالي رقم (1) نجد : $\boxed{t = 7\ \%}$

$$\mathrm{C} + A_5 = 240260\ DA$$

$$C[1+(1+t)^5] = 240260$$

$$C = \frac{240260}{[1+(1+0{,}07)^5]} = \frac{240260}{[1+(1{,}07)^5]} = \frac{240260}{2{,}402552} = 100000$$

$$\boxed{C = 100000\ DA}$$

التمرين13:

أودع شخص مبلغ 98200 دج في بنك تجاري بمعدل فائدة مركبة سنوي 8,5 % لمدة 7 سنوات.

المطلوب: حساب ما يلي:

1- الفائدة المحصل عليها في نهاية السنة الأولى من الإيداع.

2- الفائدة المحصل عليها في نهاية السنة الخامسة فقط.

3- الجملة المحصل عليها في نهاية المدة .

الحل :

1- حساب الفائدة المحصل عليها في نهاية السنة الأولى من الإيداع.

$$I_1 = C \times t = 98200 \times 8{,}5\,\% = 8347\ DA$$

2- الفائدة المحصل عليها في نهاية السنة الخامسة فقط.

$$I_5 = A_4 \times t = C(1+t)^4 \times t = 98200(1+0{,}085)^4 \times 0{,}085$$
$$= 98200(1{,}085)^4 \times 0{,}085 = 11567{,}76257\ DA$$

3- الجملة المحصل عليها في نهاية المدة .

$$A_n = C(1+t)^n$$

$$A_7 = C(1+t)^7 = 98200(1+0{,}85)^7 = 98200(1{,}085)^7$$
$$= 173827{,}9687\ DA$$

تمرين 14: رأس مالين تم توظيفهما لمدة 3 سنوات ، رأس المال الأول تم توظيفه بمعدل فائدة بسيطة 7 % سنويا ، بينما رأس المال الثاني فتم توظيفه بمعدل فائدة مركبة 10 % سنويا ، علما أن رأس المال الأول يزيد عن رأس المال الثاني ب 500 دج ، و الرأس ماليين أنتجا نفس نفس القيمة المحصلة في نهاية مدة التوظيف .

- أحسب قيمة كل رأس مال .

الحل : C_1 : المبلغ الموظف بالفائدة البسيطة

C_2 : المبلغ الموظف بالفائدة المركبة

$$t_1 = 7\ \%\ , t_2 = 10\ \%$$
$$C_1 = C_2 + 500 \cdots\cdots (1)$$
$$A_1 = A_2$$

$$A_1 = C_1 + I_1 = C_1 + \frac{C_1 \times t_1 \times n}{100} = C_1\left(1 + \frac{t_1 \times n}{100}\right)$$
$$= C_1\left(1 + \frac{7 \times 3}{100}\right) = 1{,}21 C_1$$
$$A_2 = C_2(1 + t_2)^n = C_2(1 + 0{,}1)^3 = C_2(1{,}1)^3 = 1{,}331\ \ C_2$$
$$1{,}21\ C_1 = 1{,}331\ \ C_2 \cdots\cdots (2)$$

نعوض (1) في (2) نجد :

$$1{,}21\ (C_2 + 500) = 1{,}331\ \ C_2$$

$$1{,}21\ C_2 + 605 = 1{,}331\ \ C_2$$

$$0{,}121\ C_2 = 605$$
$$C_2 = \frac{605}{0{,}121} = 5000$$
$$\boxed{C_2 = 5000\ DA}$$
$$C_1 = C_2 + 500 = 5000 + 500 = 5500$$
$$\boxed{C_1 = 5500\ DA}$$

تمرين15 : وظف شخص مبلغ من المال لدى بنك فبلغت فائدته المركبة عن السنة الثالثة فقط 5512,5 دج ، بينما فائدته المركبة عن السنة الحادية عشر فقط 8144,47 دج ، علما أنه عند سحب الرصيد من البنك بعد مدة من الزمن بلغ 207892,8 دج .

المطلوب :

1 . حساب معدل الفائدة المركبة ؛

2 . حساب المبلغ الموظف ؛

3 . حساب مدة التوظيف .

الحل :

1 . حساب معدل الفائدة المركبة ؛

$$I_3 = 5512{,}5$$
$$I_{11} = 8144{,}47$$
$$A_n = 207892{,}8$$

$$\frac{I_{11}}{I_3} = \frac{A_{10} \times t}{A_2 \times t} = \frac{C(1+t)^{10} \times t}{C(1+t)^2 \times t} = (1+t)^8 = \frac{8144,47}{5512,5}$$
$$= 1,477454$$

$$(1+t)^8 = 1,477454$$

من الجدول المالي رقم 1 نجد : $\boxed{t = 5\ \%}$

2 . حساب المبلغ الموظف :

$$I_3 = Ct(1+t)^2 = 5512,5$$

$$\Rightarrow C = \frac{5512,5}{t(1+t)^2} = \frac{5512,5}{0.05(1.05)^2} = \frac{5512,5}{0.055125} = 100000$$

$$\boxed{C = 100000\ DA}$$

3 . حساب مدة التوظيف :

$$A_n = C(1+t)^n = 100000(1,05)^n = 207892,8$$
$$(1,05)^n = \frac{207892,8}{100000} = 2,078928$$

$$(1,05)^n = 2,078928$$

من الجدول المالي رقم 1 نجد : $\boxed{n = 15 \text{ ans}}$

II– الجزء الثاني : القيمة الحالية و الخصم و بالفائدة المركبة .

6-I– القيمة الحالية لرأسمال: إذا كانت القيمة المحصلة (المكتسبة) تمثل تقييم مبلغ مالي ما بعد مدة من توظيفه ، فإن القيمة الحالية تمثل تقييم ذلك المبلغ بمدة قبل ذلك .

تعريفها : هي عملية عكسية للرسملة (الإستثمار) هي قيمة مبلغ قبل تاريخ استحقاقه ، هي تحديد قيمة مبلغ ما في الوقت الحالي علما أنه يُستحق أو يسدد في المستقبل .

قانون القيمة الحالية :

من القانون العام للفائدة المركبة : $A = C(1+t)^n$ نبحث عن C التي تمثل القيمة الحالية نجد :

$$A = C(1+t)^n \Rightarrow C = \frac{A}{(1+t)^n} = A(1+t)^{-n}$$

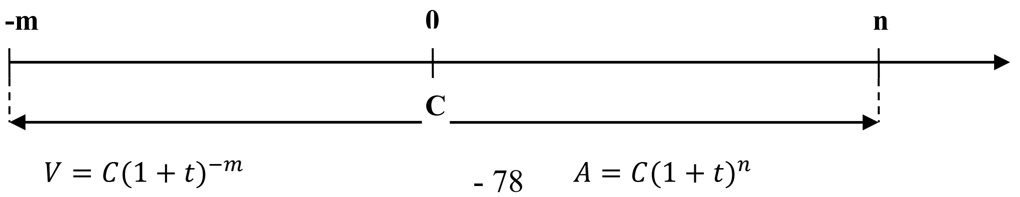
هذه العلاقة تعطي لنا القيمة الحالية عند الزمن 0 لمبلغ مستحق عند الزمن n إذن :

$$\boxed{V = C(1+t)^{-n}}$$

فإذا كان لدينا:

C رأسمال يدفع في الزمن (0).

ما هي قيمته في الزمن n؟ ما هي قيمته في التاريخ m–؟



ملاحظة : نستعمل الجدول المالي رقم (2) من الجداول المالية لإستخراج القيمة$(1+t)^{-n}$.

مثال: ما هي القيمة الحالية لرأسمال قيمته 100000 دج يستحق بعد 7 سنوات بمعدل فائدة مركبة 10 % ؟

الحل:

$$V = C(1+t)^{-n} = 100000(1,1)^{-7} = 51315,81\ DA$$

تقييم رأس مال في تاريخ ما :هو إيجاد قيمة أي مبلغ في أي زمن ، بحيث يكون هذا المبلغ مستحق في أي تاريخ أو زمن قبل أو بعد تاريخ الإستحقاق ، و ذلك بالإعتماد أساسا على العمليتين التاليتين:

أ . عملية الرسملة التي تمكن من حساب القيمة المحصلة ، أي تحديد القيمة المستقبلية لمبلغ مالي ، و ذلك باستعمال قانون القيمة المحصلة ؛

ب . عملية التحيين التي تمكن من حساب القيمة الحالية أي تحديد قيمة مبلغ في الزمن الحالي أو الماضي ، و ذلك باستعمال قانون القيمة الحالية .

مثال: إشترى صناعي آلة بقيمة 500000 دج ، تستحق التسديد بعد 10 سنوات ، بمعدل فائدة مركبة 9 % سنويا ، اقترح على المدين ثلاث طرق للتسديد :

الطريقة الأولى : التسديد عند الشراء ؛

الطريقة الثانية : التسديد قبل 4 سنوات من التاريخ المحدد للتسديد؛

الطريقة الثالثة : التسديد بعد 3 سنوات من التاريخ المحدد للتسديد .

المطلوب :

1 . تحديد المبالغ الواجبة الدفع حسب الطرق الثلاثة ؟

2 . ما هي قيمة الآلة في حال شراؤها بسنتين قبل تاريخ الشراء المحدد ؟

الحل :

1 – تحديد المبالغ الواجبة الدفع حسب الطرق الثلاثة

أ . الطريقة الأولى : التسديد عند الشراء (قبل 10 سنوات) :

$$V = C(1+t)^{-n} = 500000(1,09)^{-10} = 211205,40\ DA$$

ب . الطريقة الثانية : التسديد قبل أربع سنوات من التاريخ المحدد للتسديد؛

$$V = C(1+t)^{-n} = 500000(1{,}09)^{-4} = 354212{,}60\ DA$$

أو بطريقة أخرى:

$$A = C(1+t)^{n} = 211205{,}40(1{,}09\ )^{6} = 354212{,}60\ DA$$

ج . الطريقة الثالثة : التسديد بعد 3 سنوات من التاريخ المحدد للتسديد .

$$A = C(1+t)^{n} = 500000(1{,}09)^{3} = 647514{,}5\ DA$$

أو بطريقة أخرى:

$$A = C(1+t)^{n} = 211205{,}40(1{,}09)^{13} = 647514{,}5\ DA$$

2 . تحديد قيمة الآلة في حال شراؤها بسنتين قبل تاريخ الشراء المحدد:

$$V = C(1+t)^{-n} = 211205{,}40\ (1{,}09)^{-2} = 1777767{,}023\ DA$$

أو بطريقة أخرى:

$$V = C(1+t)^{-n} = 500000(1{,}09)^{-12} = 1777767{,}023\ DA$$

حالات خاصة في إستعمال قانون القيمة الحالية :

إن عملية حساب القيمة الحالية سهلة في حالة وجود المعدل و المدة الزمنية ، لكن هناك حالات تكون هذه المعطيات غير معلومة ، فيتم الإعتماد على عدة طرق منها اللوغاريتم العشري أو الآلة الحاسبة العلمية ، أو طريقة الإستكمال الخطي لأجزاء متناسبة بين القيم الواردة في الجدول المالي رقم 2 ، سوف نستعرض هذه الحالات حسب الأمثلة التالية :

1 . حالة عدم وجود المدة في الجدول المالي :

مثال : بعد 10 سنوات و 5 أشهر و بمعدل 8 % سنويا تحصل شخص على مبلغ 200000 دج.

أوجد القيمة الحالية لهذا المبلغ عند تاريخ التوظيف ؟

الحل :

$$V = C(1+t)^{-n} = 15000(1{,}08)^{-(10+\frac{5}{12})}$$

إن القيمة $(1{,}08)^{-(10+\frac{5}{12})}$غير موجودة في الجدول المالي رقم 2 ،

$$10 < n < 11 \Rightarrow (1{,}08)^{-10} < (1{,}08)^{-(10+\frac{5}{12})} < (1{,}08)^{-11}$$

$$\begin{cases}(1{,}08)^{-10} = 0{,}463193 \\ (1{,}08)^{-11} = 0{,}428882\end{cases} \Rightarrow \Delta = 0{,}034311$$

$$\begin{cases}0{,}034311 \longrightarrow 12\ mois \\ \grave{\Delta} \longrightarrow 5mois\end{cases} \Rightarrow \grave{\Delta} = \frac{5 \times 0{,}034311}{12} = 0{,}01429625$$

$$1{,}08)^{-(10+\frac{5}{12})} = 0{,}463193 - 0{,}01429625 = 0{,}44889675$$

$$\boxed{1{,}08)^{-(10+\frac{5}{12})} = 0{,}44889675}$$

بالتعويض في قانون القيمة الحالية نجد :

$$V = 200000(1{,}08)^{-\left(10+\frac{5}{12}\right)} = 200000(0{,}44889675\ ) = 8977935\ DA$$

2. المعدل غير موجود في الجدول المالي :

مثال : دين قدره 160000 دج يستحق بعد 5 سنوات ، أوجد القيمة الحالية . إذا كان معدل التوظيف 8,8 % .

الحل :

$$V = C(1+t)^{-n} = 160000(1{,}088)^{-5}$$

إن القيمة $(1{,}088)^{-5}$غير موجودة في الجدول المالي رقم (02)، إلا أننا نلاحظ أنالمعدل محصور بين 8,75 % و9 %.

$$\begin{cases}(1{,}0875)^{-5} = 0{,}657436 \\ (1{,}0900)^{-5} = 0{,}649931\end{cases} \Rightarrow \Delta = 0{,}007505$$

$$(1{,}088)^{-5} = \alpha$$

$$\begin{cases}0{,}007505 \longrightarrow 0{,}25\% \\ \grave{\Delta} \longrightarrow 0{,}05\ \ \%\end{cases} \Rightarrow \grave{\Delta} = \frac{0{,}007505 \times 0{,}05\ \%}{0{,}25\%} = 0{,}001501$$

بما أننا استعملنا القيمة الصغرى لحساب x إذن نضيف قيمة x إلى المعدل 8,75 % فنتحصل على t:

$$\alpha = 0{,}657436 - 0{,}001501 = 0{,}655935$$

$$\boxed{(1{,}088)^{-5} = 0{,}655935}$$

نعوض في قانون القيمة الحالية :

$$V = C(1+t)^{-n} = 160000(1{,}088)^{-5} = 160000(0{,}655935) = 1049496$$

$$\boxed{V = 1049496DA}$$

3 – حالة عدم وجود المدة و المعدل في الجدول المالي : هنا نقوم بتحشية المدة متبوعة بتحشية المعدل أو العكس .

مثال : دين قدره 180000 دج يستحق بعد 6 سنوت و 8 أشهر بمعدل فائدة 9,3 سنويا ، أوجد القيمة الحالية ؟

الحل :

$$V = C(1+t)^{-n} = 180000(1{,}093)^{-(6+\frac{8}{12})}$$

إن القيمة $(1{,}093)^{-(6+\frac{8}{12})}$غير موجودة في لجدول المالي رقم 2

$$6 < n < 7 \Rightarrow (1{,}093)^{-7} < (1{,}093)^{-(6+\frac{8}{12})} < (1{,}093)^{-6}$$

نجسب كل منهما :

نحسب أولا : $(1{,}093)^{-7}$

$$\begin{cases}(1{,}0925)^{-7} = 0{,}538331 \\ (1{,}095)^{-7} = 0{,}529787\end{cases} \Rightarrow \Delta = 0{,}008544$$

$$(1{,}093\,)^{-7} = \alpha$$

$$\begin{cases}0{,}008544 \longrightarrow 0{,}25\% \\ \grave{\Delta} \longrightarrow 0{,}05\,\%\end{cases} \Rightarrow \grave{\Delta} = \frac{0{,}008544 \times 0{,}05\%}{0{,}25\%} = 0{,}007088\ \%$$

$$\alpha = 0{,}538331 - 0{,}07088 = 0{,}536622$$

$$\boxed{(1{,}093\,)^{-7} = 0{,}536622}$$

نحسب$(1{,}093)^{-6}$:

$$\begin{cases}(1{,}0925)^{-6} = 0{,}588127 \\ (1{,}095)^{-6} = 0{,}580116\end{cases} \Rightarrow \Delta = 0{,}008011$$

$$(1{,}093\,)^{-6} = \alpha$$

$$\begin{cases}0{,}008011 \longrightarrow 0{,}25\% \\ \grave{\Delta} \longrightarrow 0{,}05\,\%\end{cases} \Rightarrow \grave{\Delta} = \frac{0{,}008011 \times 0{,}05\%}{0{,}25\%} = 0{,}0016022\ \%$$

$$\alpha = 0{,}588127 - 0{,}0016022 = 0{,}586525$$

$$\boxed{(1{,}093\,)^{-6} = 0{,}586525}$$

نحسب قيمة $(1{,}093)^{-(6+\frac{8}{12})}$ حيث :

$$6 < n < 7 \Rightarrow (1{,}093)^{-7} < (1{,}093)^{-(6+\frac{8}{12})} < (1{,}093)^{-6}$$

$$\begin{cases}(1{,}093)^{-6} = 0{,}586525 \\ (1{,}093)^{-7} = 0{,}536622\end{cases} \Rightarrow \Delta = 0{,}049903$$

$$(1{,}093)^{-\left(6+\frac{3}{12}\right)}$$

$$\begin{cases}0{,}049903 \longrightarrow 12\ mois \\ \grave{\Delta} \longrightarrow 3\ mois\end{cases} \Rightarrow \grave{\Delta} = \frac{3 \times 0{,}049903}{12} = 0{,}01247575$$

$$\alpha = 0{,}586525 - 0{,}01247575 = 0{,}574049$$

$$\boxed{(1{,}093)^{-\left(6+\frac{3}{12}\right)} = 0{,}574049}$$

بالتعويض في قانون القيمة الحالية نجد :

$$V = 180000(1{,}093)^{-\left(6+\frac{3}{12}\right)} = 180000(\,0{,}574049\,) = 103328{,}82\ DA$$

$$\boxed{V = 103328{,}82\ DA}$$

I-8- الخصم بفائدة مركبة:

تعريف الخصم : هو ذلك المبلغ الذي يأخذه البنك ، و يقتطعه من القيمة الإسمية للورقة التجارية على أساس معدل فائدة معين يسمى بمعدل الخصم و مدة معينة هي المدة الفاصلة بين تاريخ الخصم و تاريخ استحقاق الورقة و تسمى مدة الخصم .

قانون الخصم : يتم حساب الخصم بفائدة مركبة بالفرق بين القيمة الإسمية و القيمة الحالية للورقة التجارية وفقا للعلاقة التالية :

$$E_s = C - V = C - C(1+t)^{-n} = C[1-(1+t)^{-n}]$$

مثال 1: ورقة تجارية قيمتها الإسمية 178000 دج تستحق الدفع بعد 5 سنوات ، أراد صاحبها الحصول على مبلغ نقدي فقدمها إلى البنك للخصم بمعدل سنوي 7% .

المطلوب :

1) أوجد القيمة لحالية للورقة التجارية .

2) أوجد مبلغ الخصم .

الحل :

1) إيجاد القيمة الحالية للورقة التجارية .

$$V = C(1+t)^{-n} = 178000(1{,}07)^{-5} = 178000(0{,}712986)$$
$$= 126911{,}508\ DA$$

$$\boxed{V = 126911{,}508\ DA}$$

2) إيجاد مبلغ الخصم .

$$E_s = C - V = 178000 - 126911{,}508 = 51088{,}492$$

$$\boxed{E_s = 51088{,}492\ DA}$$

أو بتطبيق علاقة الخصم كالتالي :

$$E_s = C[1-(1+t)^{-n}] = 178000[1-(1{,}07)^{-5}] = 51088{,}492$$

$$\boxed{E_s = 51088{,}492\ DA}$$

مثال 2: ما هو مبلغ الخصم لورقة تجارية قيمتها 15000 دج تستحق بعد 3 أشهر بمعدل سنوي 6%؟

الحل:

$$E_s = 15000\left[1-(1+0{,}06)^{-\frac{3}{12}}\right]$$
$$E_s = 216{,}92\ DA$$

تمارين :

<u>تمرين 1</u> : أودع شخص مبلغ ما بفائدة مركبة 8 % سنويا ، و بعد 6 سنوات من التوظيف تحصل على 134884,31 دج .

المطلوب : – أوجد المبلغ الذي تم إيداعه في البنك ؟

الحل :

$$V = C(1+t)^{-n} = 134884{,}31(1{,}08)^{-6} = 85000\ DA$$

إذن المبلغ الذي تم إيداعه في البنك(القيمة الحالية) هو :85000 دج .

<u>تمرين 2 :</u>

بتاريخ 13 / 03 / 2020 أراد شخص معرفة ما يتوفر لديه من أموال بغرض إنجاز مشروع ، فتبين من كشف حسابه البنكي أن رصيده يقدر ب 1000000 دج ، و كان نتيجة توظيفه لمبلغ

مالي منذ 10 سنوات ، كما توجد بحوزته ورقتين تجاريتين قيمتهما الإسمية على التوالي 400000 دج و 700000 دج ، تستحق الأولى بعد سنتين ، و الثانية بعد 4 سنوات ، كما يتوفر على مبلغ 100000 دج تحت تصرفه فورا .

إذا كان معدل الفائدة المركبة السائد 7,5 % سنويا .

المطلوب : حساب ما يلي :

1 – المبلغ الأصلي الموظف لدى البنك ؛

2 – مبلغ الخصم و القيمة الحالية لكل ورقة تجارية ؛

3 – المبلغ الإجمالي الذي يتوفر هذا الشخص حاليا .

الحل :

1 . المبلغ الأصلي الموظف لدى البنك :

$$V = C(1+t)^{-n} = 1000000(1+0{,}075)^{-10} = 1000000(1{,}075)^{-10}$$
$$= 485193{,}9283\ DA$$

2. حساب مبلغ الخصم و القيمة الحالية لكل ورقة تجارية :

$$E_s = C[1-(1+t)^{-n}]$$

$$E_{s1} = C_1[1-(1+t)^{-n_1}] = 400000[1-(1{,}075)^{-2}]$$
$$= 53866{,}95511\ DA$$

$$V_1 = C_1 - E_s = 400000 - 53866{,}95511 = 346133{,}0449\ DA$$

$$E_{s2} = C_2[1-(1+t)^{-n_2}] = 700000[1-(1{,}075)^{-4}]$$
$$= 175839{,}6292\ DA$$

$$V_2 = C_2 - E_{s2} = 700000 - 175839{,}6292 = 524160{,}3708\ DA$$

3 . المبلغ الإجمالي الذي يتوفر لدى هذا الشخص حاليا (13 / 03 / 2020):

$$1000000 + 346133{,}0449 + 524160{,}3708 + 100000 =$$
$$1970293{,}416\ DA$$

تمرين : إشترى شخص سيارة ، و قد اتفق على طريقة التسديد كالتالي :

دفع 200000 دج فورا ؛

دفع 300000 دج بعد سنة ؛

دفع 600000 دج بعد ثلاث سنوات .

المطلوب : إيجاد قيمة هذه السيارة في تاريخ الشراء ، علما أن معدل الفائدة 11% سنويا .

الحل :

$$V = V_1 + V_2 + V_3$$

$$\begin{aligned} V &= 200000(1{,}11)^{-0} + 300000(1{,}11)^{-1} + 600000(1{,}11)^{-3} \\ &= 200000 + 270270{,}2703 + 450788{,}8805 \\ &= 921059{,}1508 \end{aligned}$$

$$\boxed{V = 921059{,}1508\ DA}$$

تمرين : شخص مدين بالمبالغ التالية :

الدين الأول قيمته 30000 دج يستحق الدفع بعد 3 سنوات ؛

الدين الثاني قيمته C_2 يستحق الدفع بعد 4 سنوات ؛

الدين الثالث قيمته 50000 دج يستحق الدفع بعد 5 سنوات .

و قد تم خصم هذه الديون فبلغ مجموع قيمها الحالية 97999,52 دج منها 39176,3 دج تخص الدين الثالث فقط .

المطلوب : حساب معدل الخصم و قيمة الدين الثاني .

الحل :

1 . حساب معدل الخصم :

$$V_1 + V_2 + V_3 = 97999{,}52$$

$$V_3 = 39176{,}3$$

$$C_3(1+t)^{-n_3} = 39176{,}3$$

$$50000(1+t)^{-5} = 39176{,}3$$

$$(1+t)^{-5} = \frac{39176{,}3}{50000} = 0{,}783526$$

$$(1+t)^5 = 1{,}276281834$$

من الجدول المالي رقم 1 نجد نجد $t = 5\ \%$

طريقة 2 :

$$\sqrt[5]{(1+t)^5} = \sqrt[5]{1{,}276281834}$$

$$1 + t = (1{,}276281834)^{\frac{1}{5}}$$

$$t = (1{,}276281834)^{\frac{1}{5}} - 1 = 1{,}05 - 1 = 0{,}05 = 5\ \%$$

$$\boxed{t = 5\ \%}$$

2 . حساب قيمة الدين الثاني .

$$V_1 + V_2 + V_3 = 97999{,}52$$
$$V_1 + V_2 = 97999{,}52 - V_3$$
$$V_1 + V_2 = 97999{,}52 - 39176{,}3$$
$$V_1 + V_2 = 97999{,}52 - 39176{,}3 = 58823{,}22$$
$$V_1 + V_2 = 58823{,}22$$
$$C_1(1+t)^{-n_1} + C_2(1+t)^{-n_2} = 58823{,}22$$

$$30000(1{,}05)^{-3} + C_2(1{,}05)^{-4} = 58823{,}22$$
$$C_2(1{,}05)^{-4} = 58823{,}22 - 30000(1{,}05)^{-3}$$
$$C_2(1{,}05)^{-4} = 58823{,}22 - 25915{,}12796$$
$$C_2(1{,}05)^{-4} = 32908{,}09204$$
$$C_2 = \frac{32908{,}09204}{(1{,}05)^{-4}} = \frac{32908{,}09204}{0{,}822702474} = 40000$$
$$\boxed{C_2 = 40000\ DA}$$

III- تكافؤ الأوراق التجارية بالفائدة المركبة :

مفهوم التكافؤ :إن طبيعة العمليات التجرية ، تتطلب الإستفادة من السيولة النقدية بأقصى درجة و سرعة ممكنة ، فالتاجر الدائن الذي لديه دين يستحق في المستقبل ، قد يكون في شكل وراق تجارية أو سندات ، لا ينتظر حتى يحين تاريخ استحقاقها للحصول على ماله من الدين ، بل يقوم إما ب :

خصم ما لديه من أوراق تجارية لدى البنوك ، كما أن المدين يفضل كذلك تسديد ما عليه من ديون قبل استحقاقها ليتجنب تحمله أكثر للفوائد ؛

إستبدال ما عليه من ديون بديون أخرى مستحقة في مواعيد استحقاق أخرى ، أو تعديل بعض أو كل شروط الديون و بالتالي التأثير على تاريخ استحقاقها بالتقديم أو التأخير ، أو بتغيير عددها أو بتسديد جزء منها ...إلخ ، و ذلك تفاديا لإنخفاض أو إرتفاع شديد في الأسعار قد يؤثر على مركزه المالي عند الإستحقاق المحدد ، أو لظروف أخرى قد تجعله عاجزا عن الدفع في المستقبل عند هذا التاريخ ، فيفضل دفعها بطريقة أخرى ، كأن يدفع عدة ديون مرة أو دفعة ، أو يجزء الدين إلى عدة ديون مستحقة في فترات متباعدة ، و قد يستبدل تواريخ استحقاق بأخرى ، أو مبالغ مستحقة بأخرى

...إلخ ، و هذا طبعا يتم بالإتفاق بين الدائن و المدين بكيفية لا تؤدي إلى الإضرار بالمصلحة التجارية و المالية لكلا الطرفين .

تعريف التكافؤ : هو تعادل قيم الديون التي بصدد استبدالها أو تسويتها ، و هذا بتساوي القيم الحالية لهذه الديون في تاريخ الإستبدال أو التعويض ، بمعدل ثابت وحيد .

I-9-1- حالة تكافؤ رأسمالان : نقول عن رأسمالان أنهما متكافئآن ، إذا تساوت قيمتهما الحالية في تاريخ معين هو تاريخ التكافؤ بمعدل خصم واحد ، كما يلي:

$$V_1 = V_2$$
$$C_1(1+t)^{-n_1} = C_2(1+t)^{-n_2}$$

مثال1: نظرا للصعوبات المالية التي يمر بها مدين ، أراد استبدال دينه المقدر ب 155000 دج ، و المستحق بعد ثلاث سنوات ، بدين آخر يستحق بعد 6 سنوات .

فإذا علمت أن معدل الخصم السنوي بالفائدة المركبة السائد هو 8 % .

المطلوب: أوجد القيمة الإسمية للدين الجديد .

الحل:

$$V_1 = V_2$$
$$C_1(1+t)^{-n_1} = C_2(1+t)^{-n_2}$$
$$\Rightarrow 155000(1+0{,}08)^{-3} = C_2(1+0{,}08)^{-6}$$
$$155000(1{,}08)^{-3} = C_2(1{,}08)^{-6}$$
$$155000(0{,}793832) = C_2(0{,}630170)$$
$$\Rightarrow C_2 = \frac{123043{,}96}{0{,}630170} = 195255{,}18\ DA$$
$$\Rightarrow C_2 = 195255{,}18\ DA$$

مثال2: يرغب شخص في استبدال دين قيمته 700000 دج يستحق بعد 6 سنوات بدين آخر قيمته 850000 دج يستحق بعد n_2 بمعدل تكافؤ 9 % .

المطلوب: أحسب n_2.

الحل:

$$C_1(1+t)^{-n_1} = C_2(1+t)^{-n_2}$$
$$700000(1{,}09)^{-6} = 850000(1{,}09)^{-n_2}$$
$$700000(0{,}596267) = 850000(1{,}09)^{-n_2}$$

$$(1{,}09)^{-n_2} = \frac{417386{,}9}{850000} = 0{,}491043$$

$$\log(1{,}09)^{-n_2} = \log 0{,}491043$$

$$\Rightarrow -n_2 \log(1{,}09) = \log(0{,}491043)$$

$$-n_2 = \frac{\log(0{,}491043)}{\log(1{,}09)} = \frac{-0{,}308880}{0{,}037426} = 8{,}25$$

$$\Rightarrow \boxed{n_2 = 8ans + 3mois}$$

أو بطريقة الإستكمال الخطي :

$$(1{,}09)^{-n_2} = 0{,}491043$$

إن القيمة 0,491043 غير موجودة في الجدول المالي رقم 2 ، فالمدة

$$V = C(1+t)^{-n} = 15000(1{,}08)^{-(10+\frac{5}{12})}$$

إن القيمة $(1{,}08)^{-(10+\frac{5}{12})}$غير موجودة في الجدول المالي رقم 2 ،فالمدة n_2 محصورة بين 8 و 9 سنوات .

$$8 < n_2 < 9 \Rightarrow (1{,}09)^{-9} < (1{,}09)^{-n_2} < (1{,}09)^{-8}$$

$$\begin{cases} (1{,}09)^{-8} = 0{,}501866 \\ (1{,}09)^{-9} = 0{,}450428 \end{cases} \Rightarrow \Delta = 0{,}051438$$

$$(1{,}09)^{-n_2} = 0{,}491043$$

$$\begin{cases} (1{,}09)^{-8} = 0{,}501866 \\ (1{,}09)^{-n_2} = 0{,}491043 \end{cases} \Rightarrow \grave{\Delta} = 0{,}010823$$

$$\begin{cases} 0{,}051438 \longrightarrow 12\, mois \\ 0{,}010823 \longrightarrow \times\ mois \end{cases} \Rightarrow \times = \frac{12 \times 0{,}010823}{0{,}051438} = 3$$

$$\Rightarrow \boxed{n_2 = 8ans + 3mois}$$

مثال3: أحسب معدل تكافؤ رأسمال قيمته 71800دج موظف لمدة 4 سنوات مع رأسمال آخر قيمته 55000 دج موظف لمدة سنتين.

الحل:

الطريقة الأولى:

$$C_1(1+t)^{-n_1} = C_2(1+t)^{-n_2}$$

$$71800(1+t)^{-4} = 55000(1+t)^{-2}$$

$$(1+t)^2 = \frac{71800}{55000} = 1,305454545$$
$$(1+t)^2 = 1,305454545$$

من الجدول المالي رقم (01)، نجد $t = 14,25\ \%$.

$$\boxed{t = 14,25\ \%}$$

I-9-2- تكافؤ رأسمال مع مجموعة رؤوس أموال:

نقول عن رأسمال أنه متكافئ مع مجموعة من رؤوس أموال أو العكس إذا تساوت قيمته الحالية مع مجموع القيم الحالية لمجموعة رؤوس أموال في تاريخ معين يسمى تاريخ التكافؤ،بمعجل خصم واحد حيث:

$$V = V_1 + V_2 + V_3 + \ \dots\dots\dots + V_n$$

مثال: مدين عليه تسديد الديون التالية :

الدين 1: 20000 دج يستحق بعد سنة؛

الدين 2: 50000 دج يستحق بعد سنتين؛

الدين 3: 70000 دج يستحق بعد 3 سنوات.

بتاريخ 16/04/ 2020 ، و لظروف تتعلق بمركزه المالي ، أراد هذا المدين استبدال الديون الثلاثة بدين وحيد ، يستحق السداد بعد 4 سنوات بمعدل فائدة مركبة سنوي 9%.

المطلوب: حساب قيمة الدين الجديد.

الحل:

تاريخ التكافؤ هو : 16/04/ 2020.

$$V = V_1 + V_2 + V_3$$
$$C(1+t)^{-n} = C_1(1+t)^{-n_1} + \ C_2(1+t)^{-n_2} + \ C_3(1+t)^{-n_3}$$
$$C(1+t)^{-n} = 20000(1,09)^{-1} + \ 50000(1,09)^{-2} + \ 70000(1,09)^{-3}$$
$$C(1,1)^{-4} = 18348,62 + 42084 + 54052,84$$
$$\Rightarrow \boxed{C = 114485,46\ DA}$$

I-9-4- تكافؤ مجموعتين من رؤوس الأموال:

نقول عن مجموعة من رؤوس الأموال أنها متكافئة مع مجموعة أخرى من رؤوس الأموال إذا تساوى مجموع القيم الحالية لمجموعة رؤوس الأموال الأولى مع مجموع القيم الحالية لرؤوس الأمول الثانية عند تاريخ التكافؤ بمعدل خصم واحد ، حيث:

$$V_1 + V_2 + V_3 + \ \dots\dots\dots + V_n = \grave{V}_1 + \grave{V}_2 + \grave{V}_3 + \ \dots\dots\dots + \grave{V}_n$$

مثال 3 : شخص مدين بالمبلغين التاليين :

الدين 1: 80000 دج يستحق بعد 3 سنوت ؛

الدين 2: 120000 دج يستحق بعد 5 سنوات ؛

أراد أن يستبدل هذين الدينين ، بدينين جديدين متساويين ، الدين لأول يستحق بعد 4 سنوات و الثاني بعد 7 سنوات .

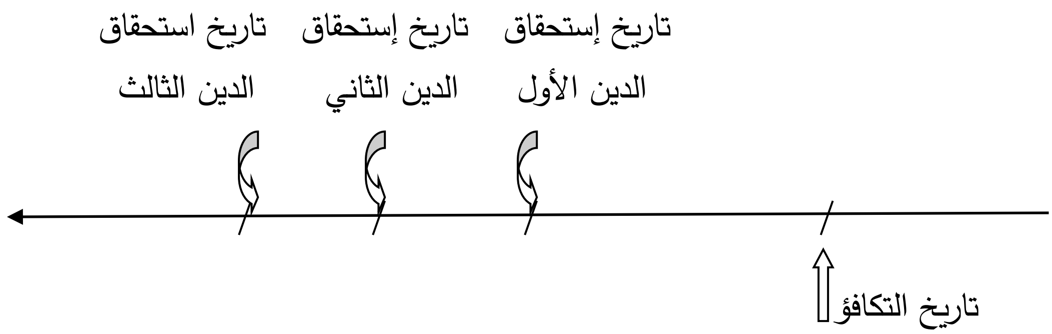
أوجد القيمة الإسمية للدينين الجديدين إذا كان معدل الفائدة 9% سنويا .

الحل:

$$V_1 + V_2 = \grave{V}_1 + \grave{V}_2$$
$$80000(1{,}09)^{-3} + 120000(1{,}09)^{-5} = C(1{,}09)^{-4} + C(1{,}09)^{-7}$$
$$61774{,}6784 + 77991{,}76636 = C(0{,}708425211) + C(0{,}547034244)$$
$$139766{,}4448 = C(1{,}255459455)$$
$$\Rightarrow\ C = \frac{139766{,}4448}{1{,}255459455} = 111326{,}92$$
$$\Rightarrow\ \boxed{C = 111326{,}92\ DA}$$

إستعمال مبدأ التكافؤ : يستخدم مبدأ التكافؤ في إيجاد القيمة الإسمية لأي دين ، أو معدل الخصم المطبق ، كما يستعمل خاصة لتحديد أي تاريخ استحقاق أو مدة استحقاق لديون معينة عند الإستبدال، أو مدة استحقاق واحدة مشتركة لدفع عدة ديون مرة واحدة ، و في مسألة الإستبدال أو التكافؤ نجد ثلاثة تواريخ معروفة و هامة و هي : تاريخ التكافؤ ، تاريخ الإستحقاق المشترك و تاريخ الإستحقاق المتوسط .

1 . تاريخ التكافؤ : هو التاريخ الذي يختاره كل من المدين و الدائن لاستبدال أو تعويض ديون قديمة بديون جديدة ، و يكون دائما قبل أقرب أول استحقاق ، لأنه لا يمكن استبدال دين بعد مضي تاريخ استحقاقه ، و قد يكون عند استحقاق أول دين .



لتحديد تاريخ التكافؤ نقوم بحساب مدة استحقاق أي دين ، ثم نقوم بالرجوع إلى الماضي بنفس المدد المحسوبة .

مثال :

كان شخص مدين بمبلغ 50000 دج يستحق بعد سنتين أي بتاريخ 05 / 03 / 2021 ، أراد تعويضه بدين جديد قيمته الإسمية 100000 دج ، بمعدل فائدة مركبة سداسي 7% .

المطلوب : تحديد تاريخ التكافؤ .

إيجاد تاريخ استحقاق الدين الجديد ؟

الحل :

1 . تحديد تاريخ التكافؤ:

تاريخ التكافؤ يقع قبل سنتين من 05 / 03 / 2021 **أي** 05 / 03 / 2019.

$$n = 2\ ans\ (\ 4\ s)$$

2 . إيجاد تاريخ استحقاق الدين الجديد:

$$V_1 = V_2$$
$$C_1(1+t)^{-n_1} = C_2(1+t)^{-n_2}$$
$$50000(1{,}07)^{-4} = 100000(1{,}07)^{-n_2}$$
$$(1{,}07)^{-n_2} = 0{,}381447606$$

من الجدول المالي رقم 2 نجد المدة محصورة بين 14 و 15 سداسي .

$$(1{,}07)^{n_2} = 2.621592$$

$$n_2 = \frac{\log(2.621592)}{\log\ (1{,}07)} = \frac{0.418565103}{0.029383777} = 14.24476857$$

إذن مدة الاستحقاق الدين الثاني هي: 14 سداسي و شهر واحد و 14 يوم .

تاريخ الإستحقاق المشترك :

هوتاريخ استحقاق ورقة وحيدة تعوض مجموعة من الأوراق بحيث تكون القيمة الإسمية لهذه الورقة تختلف عن مجموع القيم الإسمية للأوراق المعوضة .

$$C \neq C_1 + C_2 + C_3 + \ \ldots\ldots\ldots. + C_k$$

$$C(1+t)^{-n} = C_1(1+t)^{-n_1} + C_2(1+t)^{-n_2} + \ \ldots\ldots\ldots + C_k(1+t)^{-n_k}$$

سواء بطريقة الإستكمال الخطي أو الوغاريتم .

$$(1+t)^{-n} = [C_1(1+t)^{-n_1} + C_2(1+t)^{-n_2} + \ \ldots\ldots\ldots + C_k(1+t)^{-n_k}]/C$$

$$(1+t)^{n} = C/[C_1(1+t)^{-n_1} + C_2(1+t)^{-n_2} + \ \ldots\ldots\ldots + C_k(1+t)^{-n_k}]$$

$$n = \frac{\log C - \log[C_1(1+t)^{-n_1} + C_2(1+t)^{-n_2} + \ \ldots\ldots\ldots + C_k(1+t)^{-n_k}]}{log(1+t)}$$

مثال 1: بتاريخ 01 / 01 / 2018 قامت مؤسسة بجرد ديونها ، فوجدت نفسها مدينة تجاه البنك بالمبالغ التالية :

40000 دج يستحق بعد سنتين ؛

60000 دج يستحق بعد 4 سنوت ؛

90000 دج يستحق بعد 7 سنوات .

قررت هذه المؤسسة بالإتفاق مع البنك تسديد هذه الديون بمبلغ وحيد قيمته الإسمية 200000 دج، بمعدل فائدة مركبة 7% سنويا .

1 . أحسب مدة الإستحقاق المشترك .

2 . حدد تاريخ الإستحقاق المشترك .

الحل :

1 . حساب مدة الإستحقاق المشترك .

$$C(1+t)^{-n} = C_1(1+t)^{-n_1} + C_2(1+t)^{-n_2} + C_3(1+t)^{-n_3}$$

$$200000(1{,}07)^{-n} = 40000(1{,}07)^{-2} + 60000(1{,}07)^{-4} + 90000(1{,}07)^{-7}$$

$$200000(1{,}07)^{-n} = 34937{,}54913 + 45773{,}71272 + 56047{,}47677$$

$$(1{,}07)^{-n} = 0{,}683793693$$

$$(1{,}07)^{n} = 1{,}4624294$$

من الجدول المالي رقم 1 نلاحظ أن المدة محصورة بين 5 و 6 سنوات .

$$n_2 = \frac{\log(1,4624294)}{\log\,(1,07)} = \frac{0,165074909}{0,029383777} = 5,61$$

مدة الإستحقاق المشترك هي :5 سنوات و7 أشهر و 10 أيام .

طريقة 2 : باستعمال الإستكمال الخطي :

$$5 < n < 6 \Rightarrow (1,09)^5 < (1,07)^n < (1,09)^6$$

$$\begin{cases}(1,07)^5 = 1,402552 \\ (1,07)^6 = 1,500730\end{cases} \Rightarrow \Delta = 0,098178$$

$$(1,07)^n = 1,4624294$$

$$\begin{cases}(1,07)^5 = 1,402552 \\ (1,07)^n = 1,4624294\end{cases} \Rightarrow \grave{\Delta} = 0,0598774$$

$$\begin{cases}0,098178 \longrightarrow 12\,mois \\ 0,0598774 \quad \longrightarrow \times\ mois\end{cases} \Rightarrow \times = \frac{12 \times 0,0598774}{0,098178} = 7,318633502$$

$$\Rightarrow \boxed{n = 5ans + 7mois + 10\,jrs}$$

2 . تحديد تاريخ الإستحقاق المشترك .

بما أن مدة الإستحقاق المشترك هي 5 سنوات و7 أشهر و 10 أيام ، أي أن تاريخ الإستحقاق المشترك يقع بعد 5 سنوات و7 أشهر و 10 أيام من التاريخ 01 / 01 / 2018 ، فيكون في 10 / 07 / 2023 ، و هو تاريخ تسديد الديون الثلاثة مرة واحدة .

تمرين 1 : شخص مدين بمبلغين :

المبلغ الأول 50000 دج يستحق بعد 5 سنوات ؛

المبلغ الثاني :100000 دج يستحق بعد 10 سنوات .

أراد استبدالهما بمبلغ وحيد يستحق بعد 7 سنوات ، و ذلك للتخلص نهائيا من هذه الديون . فإذا علمت أن معدل الفائدة المركبة السائد 9% سنويا .

- أوجد القيمة الإسمية لهذا الدين .

الحل :

$$C(1+t)^{-n} = C_1(1+t)^{-n_1} + C_2(1+t)^{-n_2}$$

$$C(1,09)^{-7} = 50000(1,09)^{-5} + 100000(1,09)^{-10}$$

$$C(0,547034244) = 32496,56931 + 42241,08069$$

$$C(0,547034244) = 74737,65$$
$$C = \frac{74737,65}{0,547034244} = 136623,34$$
$$\Rightarrow \boxed{C = 136623,34DA}$$

3-9-I- تاريخ الاستحقاق المتوسط:

هو تاريخ استحقاق ورقة وحيدة تعوض مجموعة من الأوراق بحيث القيمة الإسمية لهذه الورقة الوحيدة تساوي مجموع القيم الإسمية للأوراق المعوضة .

يتحقق تاريخ الاستحقاق المتوسط بحساب تاريخ لمجموع القيم الاسمية لمختلف الديون باعتبارها كقيمة اسمية لورقة أو دين، حيث: $C = C_1 + C_2 + C_3 + \ldots\ldots\ldots + C_k$

$$C(1+t)^{-n} = C_1(1+t)^{-n_1} + C_2(1+t)^{-n_2} + \ldots\ldots\ldots + C_k(1+t)^{-n_k}$$
$$(1+t)^{-n} = [C_1(1+t)^{-n_1} + C_2(1+t)^{-n_2} + \ldots\ldots\ldots + C_k(1+t)^{-n_k}]/C$$
$$n = \frac{\log C - \log[C_1(1+t)^{-n_1} + C_2(1+t)^{-n_2} + \ldots\ldots\ldots + C_k(1+t)^{-n_k}]}{log(1+t)}$$

مثال: بأخذ معطيات المثال السابق و بنفس الشروط الواردة فيه ، مع اختلاف القيمة الإسمية للورقة الإسمية و التي تقدر ب 190000 دج .

المطلوب: 1 . أحسب مدة الإستحقاق المتوسط ؛

2 . حدد تاريخ الإستحقاق المتوسط .

الحل:

$$C(1+t)^{-n} = C_1(1+t)^{-n_1} + C_2(1+t)^{-n_2} + C_3(1+t)^{-n_3}$$
$$190000(1,07)^{-n} = 40000(1,07)^{-2} + 60000(1,07)^{-4} + 90000(1,07)^{-7}$$
$$190000(1,07)^{-n} = 34937,54913 + 45773,71272 + 56047,47677$$
$$(1,07)^{-n} = 0,719782834$$
$$(1,07)^{n} = 1,389307931$$

نلاحظ من الجدول المالي رقم 1 أن المدة محصورة بين 4 و 5 سنوات .

باستعمال قاعدة الإستكمال الخطي نجد :

$$4 < n < 5 \Rightarrow (1,07)^4 < (1,07)^n < (1,09)^5$$
$$\begin{cases}(1,07)^4 = 1,310796 \\ (1,07)^5 = 1,402552\end{cases} \Rightarrow \Delta = 0,091756$$

$$(1{,}07)^n = 1{,}389307931$$

$$\begin{cases} (1{,}07)^4 = 1{,}310796 \\ (1{,}07)^n = 1{,}389307931 \end{cases} \Rightarrow \grave{\Delta} = 0{,}078511931$$

$$\begin{cases} 0{,}091756 \longrightarrow 12\ mois \\ 0{,}078511931 \quad \longrightarrow \times\ mois \end{cases} \Rightarrow \times = \frac{12 \times 0{,}078511931}{0{,}091756} = 10{,}26791896$$

$$\Rightarrow \boxed{n = 4ans + 10mois + 8\ jrs}$$

طريقة 2 : باستعمال الوغاريتم :

$$(1{,}07)^n = 1{,}389307931$$

$$n = \frac{\log(1{,}389307931)}{\log\,(1{,}07)} = \frac{0{,}142798514}{0{,}029383777} = 4{,}859773$$

مدة الاستحقاق المتوسط هي 4 سنوات و 10 أشهر و 8 أيام .

2 . تحديد تاريخ الإستحقاق المتوسط :

تاريخ الإستحقاق المتوسط يقع بعد 4 سنوات و 10 أشهر و 8 أيام من تاريخ التكافؤ(01 / 01 / 2018) إذن تاريخ الإستحقاق المتوسط يكون في : 09 / 11 / 2022

تمرين 2 : مؤسسة مدينة بالمبلغين التاليين :

المبلغ الأول : 20000 دج يستحق بعد 3 سنوات؛

المبلغ الثاني : 35000 يستحق بعد n_2 .

أرادت تعويضهما بدين وحيد قيمته 55000 دج ، يسدد بعد 5 سنوات ، بمعدل فائدة مركبة 10% سنويا .

- أوجد مدة إستحقاق المبلغ الثاني .

الحل :

$$C(1+t)^{-n} = C_1(1+t)^{-n_1} + C_2(1+t)^{-n_2}$$

$$55000(1{,}1)^{-5} = 20000(1{,}1)^{-3} + 35000(1{,}1)^{-n_2}$$

$$34150{,}67277 = 15026{,}29602 + 35000(1{,}1)^{-n_2}$$

$$19124{,}37675 = 35000(1{,}1)^{-n_2}$$

$$(1{,}1)^{-n_2} = 0{,}546410764$$

$$(1{,}1)^{n_2} = 1{,}830125001$$

نلاحظ من الجدول المالي رقم 1 أن n_2 محصورة بين 6 و 7 سنوات .

$$6 < n_2 < 7 \Rightarrow (1,1)^6 < (1,1)^{n_2} < (1,1)^7$$

$$\begin{cases} (1,1)^6 = 1,771561 \\ (1,1)^7 = 1,948717 \end{cases} \Rightarrow \Delta = 0,177156$$

$$\begin{cases} (1,1)^6 = 1,771561 \\ (1,1)^n = 1,830125001 \end{cases} \Rightarrow \grave{\Delta} = 0,058564001$$

$$\begin{cases} 0,177156 \longrightarrow 12\ mois \\ 0,058564001 \longrightarrow \times\ mois \end{cases} \Rightarrow \times = \frac{12 \times 0,058564001}{0,177156} = 3,966944456$$

$$\Rightarrow \boxed{n_2 = 6ans + 3mois + 29\ jrs}$$

تمرين :شخص مدين للبنك بالمبالغ التالية :

الدين الأول : 10000 دج يستحق بعد سنة ؛

الدين الثاني : 20000 دج يستحق بعد سنتين ؛

الدين الثالث : 40000 دج يستحق 4 سنوات .

طلب من بنكه استبدال هذه الديون الثلاثة بدين وحيد ، و كان اقتراح البنك كالتالي :

أ – إستبدالها بدين وحيد قيمته الإسمية 72000 دج ؛

ب– إستبدالها بدين وحيد قيمته الإسمية 70000 دج ؛

ج – تسديدها بدفع وحيد في أجل 3 سنوات .

المطلوب :

إذا علمت أن معدل الفائدة المركبة المطبق لدى البنك هو 10 %، حدد ما يلي :

1 – الإستحقاق المشترك للديون الثلاثة حسب الإقتراح الأول ؛

2 – الإستحقاق المتوسط للديون الثلاثة حسب الإقتراح الثاني ؛

3 – القيمة الإسمية للدفع الوحيد حسب الإقتراح الثاث .

الحل :

1 – تحديد الإستحقاق المشترك للديون الثلاثة حسب الإقتراح الأول :

$$C(1+t)^{-n} = C_1(1+t)^{-n_1} + C_2(1+t)^{-n_2} + C_3(1+t)^{-n_3}$$

$$72000(1,1)^{-n} = 10000(1,1)^{-1} + 20000(1,1)^{-2} + 40000(1,1)^{-4}$$

$$72000(1,1)^{-n} = 9090,909091 + 16528,92562 + 27320,53821$$

$$72000(1,1)^{-n} = 52940,37293$$

$$(1,1)^{-n} = 0,735282957$$

$$(1,1)^n = 1,360020643$$

من الجدول المالي رقم (1) نجد : n محصورة بين 3 و 4 سنوات .

$$3 < n < 4 \Rightarrow (1,1)^3 < (1,1)^n < (1,1)^4$$

$$\begin{cases}(1,1)^3 = 1,331000 \\ (1,1)^4 = 1,464100\end{cases} \Rightarrow \Delta = 0,1331$$

$$\begin{cases}(1,1)^3 = 1,331000 \\ (1,1)^n = 1,360020643\end{cases} \Rightarrow \grave{\Delta} = 0,029020643$$

$$\begin{cases}0,1331 \longrightarrow 12\,mois \\ 0,029020643 \longrightarrow \times\ mois\end{cases} \Rightarrow \times = \frac{12 \times 0,029020643}{0,1331} = 2,616436634$$

$$\Rightarrow \boxed{n = 3ans + 2mois + 18\,jrs}$$

2– تحديد الإستحقاق المتوسط للديون الثلاثة حسب الإقتراح الثاني :

$$C(1+t)^{-n} = C_1(1+t)^{-n_1} + C_2(1+t)^{-n_2} + C_3(1+t)^{-n_3}$$

$$70000(1,1)^{-n} = 10000(1,1)^{-1} + 20000(1,1)^{-2} + 40000(1,1)^{-4}$$

$$70000(1,1)^{-n} = 9090,909091 + 16528,92562 + 27320,53821$$

$$70000(1,1)^{-n} = 52940,37293$$

$$(1,1)^{-n} = 0,756291041$$

$$(1,1)^n = 1,322242293$$

من الجدول المالي رقم (1) نجد : n محصورة بين 2 و 3 سنوات .

$$3 < n < 4 \Rightarrow (1,1)^2 < (1,1)^n < (1,1)^3$$

$$\begin{cases}(1,1)^2 = 1,210000 \\ (1,1)^3 = 1,331000\end{cases} \Rightarrow \Delta = 0,121$$

$$\begin{cases}(1,1)^2 = 1,210000 \\ (1,1)^n = 1,322242293\end{cases} \Rightarrow \grave{\Delta} = 0,112242293$$

$$\begin{cases}0,121 \longrightarrow 12\,mois \\ 0,112242293 \longrightarrow \times\ mois\end{cases} \Rightarrow \times = \frac{12 \times 0,112242293}{0,121} = 11,13146707$$

$$\Rightarrow \boxed{n = 2ans + 11mois + 4\,jrs}$$

3 – تحديد القيمة الإسمية للدفع الوحيد حسب الإقتراح الثاث .

$$C(1+t)^{-n} = C_1(1+t)^{-n_1} + C_2(1+t)^{-n_2} + C_3(1+t)^{-n_3}$$

$$C(1,1)^{-3} = 10000(1,1)^{-1} + 20000(1,1)^{-2} + 40000(1,1)^{-4}$$

$$C(1,1)^{-3} = 52940,37293$$

$$C = \frac{52940,37293}{(1,1)^{-3}} = \frac{52940,37293}{0,7513148} = 70463,63645$$

$$\Rightarrow \boxed{C = 70463{,}63645\ DA}$$

تمرين : أراد شخص شراء عقار و كان له الإختياربين طريقتين للتسديد :

الطريقة الأولى : دفع فورا مبلغ 400000 دج ؛

الطريقة الثانية : قبول ورقتين تجاريتين قيمة كل منهما 240000 دج مستحقتي الدفع على الترتيب سنتين و 3 سنوات .

المطلوب :

ماهي أحسن طريقة للدفع التي يختارها المدين ، علما أن معدل الخصم بالفائدة المركبة 7 % سنويا ؟

الحل : نحسب القيمة الحالية للطريقتين ثم نختار الطريقة الأقل قيمة حالية .

الطريقة الأولى:

$$\boxed{V_1 = 400000\ DA}$$

الطريقة الثانية :

$$\begin{aligned} V_2 &= C_1(1+t)^{-n_1} + C_2(1+t)^{-n_2} \\ &= 240000(1{,}07)^{-2} + 240000(1{,}07)^{-3} \\ &= 209625{,}2948 + 195911{,}4905 \\ &\boxed{V_2 = 405536{,}7853\ DA} \end{aligned}$$

نلاحظ أن $V_1 < V_2$ و بالتالي أحسن طريقة للدفع هي الطريقة الأولى .

تمرين : إشترى موظف سيارة في 2017/12/11 ، حيث يقوم بعملية التسديد بإحدى الطريقتين التاليتين :

الطريقة الأولى : دفع فورا مبلغ 600000 دج ، ثم مبلغ 400000 دج بعد سنة ،ثم مبلغ 400000 دج بعد سنتين ، ثم مبلغ 200000 بعد أربع سنوات .

الطريقة الثانية : التسديد يتم بمبلغ وحيد في 2019/12/11 .

فإذا علمت أن معدل الفائدة المركبة سنويا هو 10 % .

المطلوب : حساب ما يلي :

1 . قيمة السيارة في يوم الشراء ؛

2 . قيمة السيارة عند آخر دفع ، حسب الطريقة الأولى ؛

3 . ما قيمة المبلغ الوحيد المدفوع يوم 2019/12/11 .

الحل :

1 . حساب قيمة السيارة في يوم الشراء (2017/12/11) :

إن قيمة السيارة هي مجموع القيم الحالية للمبالغ المدفوعة بالتقسيط ، عند الزمن 0 :

$$C = V_1 + V_2 + V_3 + V_4$$

$$= C_1(1+t)^{-n_1} + C_2(1+t)^{-n_2} + C_3(1+t)^{-n_3} + C_4(1+t)^{-n_4}$$

$$= 600000 + 400000(1{,}1)^{-1} + 400000(1{,}1)^{-2} + 200000(1{,}1)^{-4}$$

$$= 600000 + 363636{,}3636 + 330578{,}5124 + 136602{,}6911$$

$$\boxed{C = 1430817{,}567\ DA}$$

2 . حساب قيمة السيارة عند آخر دفع ، حسب الطريقة الأولى(بعد 4 سنوات).

قيمة السيارة هي القيمة المحصلة للمبالغ المدفوعة بالتقسيط عند الزمن 4 :

$$\boldsymbol{A_4 = C_1(1+t)^{n_1} + C_2(1+t)^{n_2} + C_3(1+t)^{n_3} + C_4(1+t)^{n_4}}$$

$$= 600000(1.1)^4 + 400000(1.1)^3 + 400000(1.1)^2 + 200000(1.1)^0$$

$$= 878460 + 532400 + 484000 + 200000$$

$$\boxed{\boldsymbol{A_4} = 2094860\ DA}$$

أو :

$$\boldsymbol{A_4} = C(\boldsymbol{1+t})^{\boldsymbol{4}} = 1430817{,}567\ (\boldsymbol{1,1})^{\boldsymbol{4}} = 1430817{,}567(1{,}4641)$$
$$= 2094860DA$$

2 . حساب قيمة المبلغ المدفوع يوم 2019/12/11:

$$\grave{C} = C(1{,}1)^2 = C(1{,}1)^2 = 1430817{,}567(1{,}1)^2 = 1731289\text{\textquotedbl}256$$

$$\boxed{C = 1731289\text{\textquotedbl}256\ DA}$$

تمرين : تاجر مدين بأربعة ديون كالتالي :

الدين الأول : 29000 دج يستحق بعد سنة ؛

الدين الثاني : 20000 دج يستحق بعد سنة و نصف ؛

الدين الثالث : 35000 يستحق بعد سنتين ؛

الدين الرابع : 45000 يستحق بعد سنتين و نصف .

إلاّ أنه لم يتمكن من سداد هذه الديون فاتفق مع دائنه على أن يسدد هذه الديون بموجب دين واحد يستحق بعد 5 سنوات من تاريخ استحقاق الدين الأول .

المطلوب : أحسب مبلغ الدين الجديد علما أن معدل الفائدة المركبة السنوي 5,5 %.

الحل :

$$V = V_1 + V_2 + V_3 + V_4$$

$$C(1+t)^{-n} = C_1(1+t)^{-n_1} + C_2(1+t)^{-n_2} + C_3(1+t)^{-n_3} + C_4(1+t)^{-n_4}$$

$$C(1{,}055)^{-6} = 29000(1{,}055)^{-1} + 20000(1{,}055)^{-(1+\frac{6}{12})} + 35000(1{,}055)^{-2} + 45000(1{,}055)^{-(2+\frac{6}{12})}$$

$$C(0{,}725246) = 29000(0{,}947867) + 20000(0{,}922829) + 35000(0{,}898452) + 45000(0{,}874719)$$

$$C = \frac{116752{,}898}{0{,}725246} = 160983{,}8565$$

$$\boxed{C = 160983{,}8565\ DA}$$

تمرين : في 01 / 08 / 2018 كانت شركة مدينة بثلاثة ديون تستحق بعد 4 ، 6 و 8 سنوات على التوالي، القيمة الإسمية للدين الأول ثلاثة أمثال القيمة الإسمية للدين الثاني ، و القيمة الإسمية للدين الثالث نصف القيمة الإسمية للدين الثاني .

طلبت الشركة من الدائن في 01 / 08 / 2020 تأجيل استحقاق الديون التي عليها لمدة سنتين ، فعرض عليها الدائن البديلين التاليين كمقابل للتأجيل :

أ. سداد مبلغ 2885,6 دج نقدا ؛

أو :

ب. أن تحرر ورقة تجارية قيمتها الإسمية 4000 دج تستحق في نهاية 3 سنوات .

المطلوب :

1 . حساب معدل الفائدة ؛

2 . القيمة الإسمية للديون الثلاثة.

الحل :

تاريخ التكافؤ هو : 01 / 08 / 2020

C_1 : القيمة الإسمية للدين الأول ؛

C_2 : القيمة الإسمية للدين الثاني ؛

C_3 : القيمة الإسمية للدين الثالث .

$$C_1 = 3C_2 \ , C_3 = \frac{1}{2}C_2$$

$$2885{,}6 = 4000(1+t)^{-3}$$

$$2885{,}6 = 4000(1+t)^{-3} = \frac{2885{,}6}{4000} = 0{,}7214$$

من الجدول المالي رقم (2) نجد :

$$\boxed{t = 11{,}5\ \%}$$

$$V_1 + V_2 + V_3 = 2885{,}6 + \grave{V}_1 + \grave{V}_2 + \grave{V}_3$$

$$C_1(1+t)^{-n_1} + C_2(1+t)^{-n_2} + C_3(1+t)^{-n_3}$$
$$= 2885{,}6 + \grave{C}_1(1+t)^{-\grave{n}_1} + \grave{C}_2(1+t)^{-\grave{n}_2} + \grave{C}_3(1+t)^{-\grave{n}_3}$$

بحيث :

$$C_1 = \grave{C}_1 \ , \ C_2 = \grave{C}_2 \ , C_3 = \grave{C}_3$$

$$3C_2\,(1{,}115)^{-2} + C_2(1{,}115)^{-4} + \frac{1}{2}C_2\,(1{,}115)^{-6}$$
$$= 2885{,}6 + 3C_2\,(1{,}115)^{-4} + C_2\,(1{,}115)^{-6}$$
$$+ \frac{1}{2}C_2\,(1{,}115)^{-8}$$

$$C_2\,(3 \times 0{,}804360 + 0{,}646994 + \frac{1}{2} \times 0{,}520416)$$
$$= 2885{,}6 + C_2\,(3 \times 0{,}646994 + 0{,}520416 + \frac{1}{2}\ 0{,}418602)$$

$$C_2\,(0{,}649583) = 2885{,}6$$

$$\boxed{C_2 = 4442}\ \boxed{C_1 = 133326}\ \boxed{C_3 = 2221}$$

تمارين

تمرين 1: عميل مدين للمؤسسة بالمبالغ الآتية: 2450 دج تستحق بعد سنتين ، 5000 دج تستحق بعد 5 سنوات ، 7500 دج تستحق بعد 7 سنوات ، طلب هذا المتعامل استبدال هذه الديون بدين واحد يستحق بعد 4 سنوات ، فإذا كان معدل الفائدة 10 % سنويا .

المطلوب : 1 . أحسب قيمة الدين الجديد ؛

2 . أحسب تاريخ الإستحقاق المتوسط لهذه الديون .

الحل :

1 . حساب قيمة الدين الجديد :

$$V = V_1 + V_2 + V_3$$
$$C(1+t)^{-n} = C_1(1+t)^{-n_1} + C_2(1+t)^{-n_2} + C_3(1+t)^{-n_3}$$
$$C(1{,}1)^{-4} = 2450(1{,}1)^{-2} + 5000(1{,}1)^{-5} + 7500(1{,}1)^{-7}$$
$$C(1{,}1)^{-4} = 2450(0{,}826446) + 5000(0{,}620921) + 7500(0{,}513158)$$
$$C(0{,}683013) = 2024{,}7933 + 3104{,}6066 + 3848{,}6858$$
$$C(0{,}683013) = 8978{,}085787$$
$$C = \frac{8978{,}085787}{0{,}683013} = 13144{,}82$$
$$\boxed{C = 13144{,}82\ DA}$$

2. حساب تاريخ الإستحقاق المتوسط لهذه الديون :

$$C = 7500 + 5000 + 2450 = 14950$$
$$V = V_1 + V_2 + V_3$$
$$C(1+t)^{-n} = C_1(1+t)^{-n_1} + C_2(1+t)^{-n_2} + C_3(1+t)^{-n_3}$$
$$14950(1{,}1)^{-n} = 2450(1{,}1)^{-2} + 5000(1{,}1)^{-5} + 7500(1{,}1)^{-7}$$
$$14950(1{,}1)^{-n} = 2450(0{,}826446) + 5000(0{,}620921) + 7500(0{,}513158)$$
$$14950(1{,}1)^{-n} = 2024{,}7933 + 3104{,}6066 + 3848{,}6858$$
$$14950(1{,}1)^{-n} = 8978{,}085787$$
$$(1{,}1)^{-n} = \frac{8978{,}085787}{14950} = 0{,}600540$$

$$(1,1)^n = 1,665168$$

من الجدول المالي رقم (1) نجد :المدة محصورة بين 5 و 6 سنوات .

باستعمال الوغاريتم :

$$\log(1,1)^n = \log(1,665168)$$

$$n\log(1,1) = \log(1,665168)$$

$$n = \frac{\log(1,665168)}{\log(1,1)} = \frac{0,221458}{0,041392} = 5,35$$

مدة الاستحقاق المتوسط هي 5 سنوات و 4 أشهر و 6 أيام .

تمرين2 : ثلاثة رؤوس أموال متساوية وظفت بفائدة مركبة لمدة ثلاث سنوات وفق الشروط التالية:

رأس المال الأول بمعدل فائدة سنوي 10 % الرسملة سنوية ؛

رأس المال الثاني بمعدل فائدة سداسي 5 % الرسملة سداسية ؛

رأس المال الثالث بمعدل فائدة ثلاثي 2,5 % الرسملة ثلاثية .

1 . إذا كان الفرق بين الفوائد الناتجة بالنسبة لرأس المال الأول و رأس المال الثاني في نهاية مدة التوظيف هي : ($I_2 - I_1 =$ 272,88 دج)، أحسب قيمة رؤوس الأموال الثلاثة ؛

2 . أحسب الفرق بين الفوائد الناتجة بالنسبة لرأس المال الثاني و رأس المال الثالث في نهاية مدة التوظيف $(I_3 - I_2)$؛

3 . بأي معدل فائدة بسيطة يمكن توظيف رأس المال الأول لمدة 3 سنوات حتى نتحصل على نفس الجملة بالفائدة البسيطة و الفائدة المركبة ، مع العلم أن معدل الفائدة المركبة هو : 10 % سنويا .

الحل :

1 . حساب قيمة رؤوس الأموال الثلاثة :

$$I_2 - I_1 = 272,88$$

$$(A_2 - C) - (A_1 - C) = 272,88$$

$$A_2 - C - A_1 + C = 272,88$$

$$A_2 - A_1 = 272,88$$

$$C(1+t_2)^{n_2} - C(1+t_1)^{n_1} = 272,88$$

$$C[(1+t_2)^{n_2} - (1+t_1)^{n_1}] = 272,88$$

$$C = \frac{272,88}{[(1+t_2)^{n_2} - (1+t_1)^{n_1}]}$$

$$C = \frac{272,88}{[(1,05)^6 - (1,1)^3]} = \frac{272,88}{[1,340095641 - 1,331]}$$

$$= \frac{272,88}{[0,0090095]} = 30000$$

$$\boxed{C = 30000\ DA}$$

2 . حساب $(I_3 - I_2)$:

$$I_3 - I_2 = (A_3 - C) - (A_2 - C) = A_3 - C - A_2 + C = A_3 - A_2$$

$$= C(1+t_3)^{n_3} - C(1+t_2)^{n_2}$$

$$= C(1,025)^{12} - C(1,05)^6$$

$$= C[(1,025)^{12} - (1,05)^6]$$

$$= C[1,344888 - 1,340095]$$

$$= 30000[1,344888 - 1,340095]$$

$$= 30000[0,004793] = 143,79$$

$$\boxed{I_3 - I_2 = 143,79\ DA}$$

3 . بأي معدل فائدة بسيطة يمكن توظيف رأس المال الأول لمدة 3 سنوات حتى نتحصل على نفس الجملة بالفائدة البسيطة و الفائدة المركبة ، مع العلم أن معدل الفائدة المركبة هو : 10 % سنويا .

$$A_1 = A$$

$$C(1+t_1)^{n_1} = C + I$$

$$30000(1+0,1)^3 = C + \frac{C \times t \times n}{100}$$

$$30000(1,1)^3 - C = \frac{C \times t \times n}{100}$$

$$30000(1,331) - 30000 = \frac{30000 \times t \times 3}{100}$$

$$39930 - 30000 = 900t$$

$$9930 = 900t$$

$$t = \frac{9930}{900} = 11$$

$$\boxed{t = 11\ \%}$$

التمرين 3: مؤسسة تجارية مدينة بالديون الثلاثة التالية:

- الدين الاول قدره 000 25 دج، ويُستحق الدفع في1999/08/31؛
- الدين الثاني قدره 500 48 دج، ويُستحق الدفع في 2003/08/31؛
- الدين الثالث قدره 600 54 دج، ويُستحق الدفع في 2005/08/31.

لم تتمكن المؤسسة من سداد أي مبلغ في 2002/08/31، إذ اتفقت مع الدائن في هذا التاريخ على، ما يلي:

- تعويضه بدين آخر لصالح الدائن بمبلغ 200 75 دج، يُستحق في 2006/08/31؛
- تسديد باقي الدين نقدًا وفورًا.

ما هو مقدار المبلغ النقدي المدفوع، إذا كان معدل الخصم السنوي المركب هو 9%؟.

الحل:

تاريخ التكافؤ 2002/08/31

$$25000(1{,}09)^{3} + 48500(1{,}09)^{-1} + 54600(1{,}09)^{-3} = 75200(1{,}09)^{-4} + X$$
$$\Rightarrow X = 65\ 758{,}78\ DA$$

التمرين 4: إشترى تاجر عقار بمبلغ 000 500دج، وتعهد بالدفع على النحو الآتي:

- دفع نصف(1/2)المبلغ فورًا؛
- دفع الباقي على 7 دفعات سنوية متساوية القيمة، الأولى تُستحق في نهاية السنة الأولى.

1. إذا علمت أن معدل الفائدة المركبة السنوي 6%. فما هي قيمة الدفعة الواحدة؟؛
2. أحسب قيمة الدفعات في الحالات التالية: – في حالة تسديد الدين مرة واحدة في نهاية السنة الخامسة.

– في حالة تأجيل الدفع وتسديده مرة واحدة في نهاية السنة العاشرة.

ملاحظة: اختر طريقة واحدة في كل حالة.

الحل:

$$V = \frac{500\ 000}{2} = 250\ 000\ DA$$

1/ $V = a\frac{1-(1+t)^{-n}}{t} \Rightarrow 250\ 000 = a\frac{1-(1,06)^{-7}}{0,06} \Rightarrow a = 44\ 783,75\ DA$

2/1- $A_5 = V \times (1,06)^5 = 250\ 000 \times (1,06)^5 = 334\ 556,4\ DA$

Ou $A_5 = A_7 \times (1,06)^{-2} = 44783,75\frac{(1,06)^7-1}{0,06} \times (1,06)^{-2}$ =334 556,4 DA

$ou\quad A_5 = 44\ 783,75\frac{(1,06)^5-1}{0,06} + 44\ 783,75\frac{1-(1,06)^{-2}}{0,06} = 334\ 556,4\ DA$

2/2-

$$A_{10} = V \times (1,06)^{10} = 250\ 000 \times (1,06)^{10} = 447\ 711,9\ DA$$

او $A_{10} = A_7 \times (1,06)^3 = 44783,75\frac{(1,06)^7-1}{0,06} \times (1,06)^3$ =447 711,9 DA

التمرين 5: مؤسسة تجارية مدينة بالديون الثلاثة التالية:

- الدين الاول قدره 37 000 دج، ويُستحق الدفع في2008/05/31؛
- الدين الثاني قدره 65 700 دج، ويُستحق الدفع في 2015/05/31؛
- الدين الثالث قدره 73 400 دج، ويُستحق الدفع في 2016/05/31.

لم تتمكن المؤسسة من سداد أي مبلغ في 2012/05/31، إذ اتفقت مع الدائن في هذا التاريخ على، ما يلي:

- تعويضه بدين آخر لصالح الدائن بمبلغ 96 200 دج، يُستحق في 2017/05/31؛
- تسديد باقي الدين نقدًا وفورًا.

ما هو مقدار المبلغ النقدي المدفوع، إذا كان معدل الخصم السنوي المركب هو 8%؟.

الحل:

تاريخ التكافؤ 2012/05/31

$$37000(1,08)^4 + 65700(1,08)^{-3} + 73400(1,08)^{-4} = 96200(1,08)^{-5} + X$$
$$\Rightarrow X = 90\ 971,96\ DA$$

التمرين 6: إشترى تاجر عقار بمبلغ 400 000دج، وتعهد بالدفع على النحو الآتي:

- دفع ربع (1/4) المبلغ فورًا؛

- دفع الباقي على 9 دفعات سنوية متساوية القيمة، الأولى تُستحق في نهاية السنة الأولى.

1. إذا علمت أن معدل الفائدة المركبة السنوي 8%. فما هي قيمة الدفعة الواحدة؟؛

2. أحسب قيمة الدفعات في الحالات التالية: - في حالة تسديد الدين مرة واحدة في نهاية السنة السابعة.

- في حالة تأجيل الدفع وتسديده مرة واحدة في نهاية السنة الحادية عشر.

ملاحظة: اختر طريقة واحدة في كل حالة.

الحل:

$$V = \frac{400\ 000 \times 3}{4} = 300\ 000\ DA$$

1/ $$V = a\frac{1-(1+t)^{-n}}{t} \Rightarrow 300\ 000 = a\frac{1-(1{,}08)^{-9}}{0{,}08} \Rightarrow a = 48\ 023{,}9\ DA$$

2/1- $$A_7 = V \times (1{,}08)^7 = 300\ 000 \times (1{,}08)^7 = 514\ 147{,}2\ DA$$

Ou $$A_7 = A_9 \times (1{,}08)^{-2} = 48\ 023{,}9\frac{(1{,}08)^9-1}{0{,}08} \times (1{,}08)^{-2} = 514\ 147{,}1$$ DA

$$ou \quad A_7 = 48\ 023{,}9\frac{(1{,}08)^7-1}{0{,}08} + 48\ 023{,}9\frac{1-(1{,}08)^{-2}}{0{,}08} = 514\ 147{,}1\ DA$$

2/2- $$A_{11} = V \times (1{,}08)^{11} = 300\ 000 \times (1{,}08)^{11} = 699\ 491{,}6\ DA$$

Ou $$A_{11} = A_9 \times (1{,}08)^2 = 48\ 023{,}9\frac{(1{,}08)^9-1}{0{,}08} \times (1{,}08)^2 = 699\ 491{,}5$$ DA

التمرين 7: مؤسسة تجارية مدينة بالديون الثلاثة التالية:

- الدين الاول قدره 52 000 دج، ويُستحق الدفع في2001/10/31؛
- الدين الثاني قدره 96 500 دج، ويُستحق الدفع في 2005/10/31؛
- الدين الثالث قدره 103 300 دج، ويُستحق الدفع في 2009/10/31.

لم تتمكن المؤسسة من سداد أي مبلغ في 2003/10/31، إذ اتفقت مع الدائن في هذا التاريخ على، ما يلي:

- تعويضه بدين آخر لصالح الدائن بمبلغ 150 400 دج، يُستحق في 2013/10/31؛

- تسديد باقي الدين نقدًا وفورًا.

ما هو مقدار المبلغ النقدي المدفوع، إذا كان معدل الخصم السنوي المركب هو 7%؟.

الحل:

تاريخ التكافؤ 2003/10/31

$$52000(1{,}07)^{2}+96500(1{,}07)^{-2}+103300(1{,}07)^{-6} = 150400(1{,}07)^{-10}+X$$

$$\Rightarrow X = 136\ 199{,}06\ DA$$

التمرين 8: إشترى تاجر عقار بمبلغ 000 600دج، وتعهد بالدفع على النحو الآتي:

- دفع ثلث (1/3) المبلغ فورًا؛
- دفـع البـاقي علـى 8 دفعـات سـنوية متسـاوية القيمـة، الأولـى تُسـتحق فـي نهايـة السـنة الأولى.

1. إذا علمت أن معدل الفائدة المركبة السنوي 7%. فما هي قيمة الدفعة الواحدة؟؛

2. أحسـب قيمـة الـدفعات فـي الحـالات التاليـة: - فـي حالـة تسـديد الـدين مـرة واحـدة فـي نهاية السنة السادسة.

- في حالة تأجيل الدفع وتسديده مرة واحدة في نهاية السنة الحادية عشر.

ملاحظة: اختر طريقة واحدة في كل حالة.

الحل:

$$V = \frac{600\ 000 \times 2}{3} = 400\ 000\ DA$$

1/ $$V = a\frac{1-(1+t)^{-n}}{t} \Rightarrow 400\ 000 = a\frac{1-(1{,}07)^{-8}}{0{,}07} \Rightarrow a = 66\ 987{,}1\ DA$$

2/1- $$A_6 = V \times (1{,}07)^{6} = 400\ 000 \times (1{,}07)^{6} = 600\ 292{,}1\ DA$$

Ou $$A_6 = A_8 \times (1{,}07)^{-2} = 66\ 987{,}1\frac{(1{,}07)^{8}-1}{0{,}07} \times (1{,}07)^{-2} = 600\ 292{,}1\ \text{DA}$$

$$ou\quad A_6 = 66\ 987{,}1\frac{(1{,}07)^{6}-1}{0{,}07} + 66\ 987{,}1\frac{1-(1{,}07)^{-2}}{0{,}07} = 600\ 292{,}1\ DA$$

$$2/2- \quad A_{11} = V \times (1{,}07)^{11} = 400\,000 \times (1{,}07)^{11} = 841\,940{,}8\ DA$$

$$\text{Ou} \quad A_{11} = A_8 \times (1{,}07)^3 = 66\,987{,}1\frac{(1{,}07)^8-1}{0{,}07} \times (1{,}07)^3 = 841\,940{,}8\ \text{DA}$$

التمرين 09: لتسديد المؤسسة دينها في 2011/06/30 عرضت عليها ثلاثة طرق، وهي:

الطريقة الأولى: دفع مبلغ 36.000 د.ج يوم الشراء 52.000 د.ج في 2016/06/30.

الطريقة الثانية: التسديد بثلاثة ديون متساوية القيمة 36.000 د.ج وتستحق في 2013/06/30، 2016/06/30، 2017/06/30 سنوات على الترتيب.

الطريقة الثالثة: دفع مبلغ مسبق قدره 13500 د.ج 2007/06/30، ومبلغ 29.000 د.ج يوم الشراء ومبلغ 33.000 د.ج 2017/06/30.

المطلوب: ما هي الطريقة التي تنصح بها المؤسسة إذا كان معدل الفائدة المركبة السنوي 10%، وتاريخ التعويض هو تاريخ الشراء المحدد في 2011/06/30.

الحل:

$$V_{n1} = 36000 + 52000(1{,}1)^{-5} = 68.287{,}91\ DA$$
$$V_{n2} = 36000(1{,}1)^{-2} + 36000(1{,}1)^{-5} + 36000(1{,}1)^{-6} = 72.426{,}3\ DA$$
$$V_{n3} = 13500(1{,}1)^{3} + 29000 + 33000(1{,}1)^{-6} = 65.596{,}14\ DA$$

ننصح المؤسسة بالطريقة (3) لأنها أقل تكلفة.

التمرين 10: لتسديد المؤسسة دينها في 2010 /05/25 عرضت عليها ثلاثة طرق، وهي:

الطريقة الأولى: دفع مبلغ 24.000 د.ج يوم الشراء و43.000 د.ج في 2014 /05/25.

الطريقة الثانية: التسديد بثلاثة ديون متساوية القيمة 32.000 د.ج وتستحق في 2013 /05/25، 2014 /05/25، 2016 /05/25 سنوات على الترتيب.

الطريقة الثالثة: دفع مبلغ مسبق قدره 13500 د.ج 2007 /05/25، ومبلغ 31.200 د.ج يوم الشراء ومبلغ 46.000 د.ج 2017 /05/25.

المطلوب: ما هي الطريقة التي تنصح بها المؤسسة إذا كان معدل الفائدة المركبة السنوي 9%، وتاريخ التعويض هو تاريخ الشراء المحدد في 2010/05/25.

الحل:

$$V_{n1} = 24000 + 43000(1{,}09)^{-4} = 54.462{,}28\ DA$$

$$V_{n2} = 32000(1{,}09)^{-3} + 32000(1{,}09)^{-4} + 32000(1{,}09)^{-6} = 66.460{,}03\ DA$$

$$V_{n3} = 13500(1{,}09)^{3} + 31200 + 46000(1{,}09)^{-7} = 73.846{,}47\ DA$$

ننصح المؤسسة بالطريقة (1) لأنها أقل تكلفة.

خلاصة المحور الثاني: الفائدة المركبة: القيمة المحصلة :

قانون القيمة المحصلة :

لتكن لدينا الرموز التالية:

A الجملة المحصلة أو القيمة المكتسبة.

C رأس المال الموظف.

t معدل الفائدة المركبة.

n عدد الفترات أو الدورات.

$$\Leftrightarrow \boxed{\boldsymbol{A_n = C(1+t)^n}}$$

- المعدلات المتناسبة:

نقول عن معدلين أنهما متناسبين عندما تكون نسبتهما تساوي إلى النسبة بين وحداتهما الزمنية المقابلة. ويحققان نفس القيمة المحصلة خلال نفس المدة بفترة رسملة مختلفة .

مثال: ما هي المعدلات المتناسبة للمعدل السنوي: t_a

المعدل السداسي المتناسب مع المعدل السنوي هو: $t_s = \frac{t_a}{2}$

المعدل الفصلي المتناسب مع المعدل السنوي هو: $t_t = \frac{t_a}{4}$

المعدل الشهري المتناسب مع المعدل السنوي هو: $t_m = \frac{t_a}{12}$

ملاحظة : إن معدلين متناسبين يؤديان إلى نفس القيمة المحصلة في نفس المدة بالفائدة البسيطة ، لكن الأمر ليس كذلك في الفائدة المركبة حيث تتضاعف القيمة المحصلة عند تخفيض فترة الرسملة .

2-3-I- المعدلات المتكافئة:

نقول عن معدلين موافقين لمراحل زمنية مختلفة أنهما متكافئين عندما يؤديان إلى نفس القيمة المحصلة بواسطة الفائدة المركبة خلال نفس مدة التوظيف لنفس المبلغ الموظف، فإذا كان (t_a) هو المعدل السنوي و (t_k) هو معدل لمرحلة معينة فإن:

$$C(1+t_a) = C(1+t_k)^k \Rightarrow (1+t_a) = (1+t_k)^k$$

قانون القيمة الحالية :

من القانون العام للفائدة المركبة : $A = C(1+t)^n$ نبحث عن C التي تمثل القيمة الحالية نجد :

$$A = C(1+t)^n \Rightarrow C = \frac{A}{(1+t)^n} = A(1+t)^{-n}$$

هذه العلاقة تعطي لنا القيمة الحالية عند الزمن 0 لمبلغ مستحق عند الزمن n إذن :

$$\boxed{V = C(1+t)^{-n}}$$

نماذج إمتحانات لسداسيات سابقة بجامعة الجزائر 3 مع الحلول

موضوع إمتحان سنة 2016 مع الحل :

تمرين 01: إقترضت مؤسسة مبلغا ماليا C من أحد البنوك و بعد مدة 6 أشهر طلب البنك من المؤسسة تسديد ما عليها و التي قدرت ب 245600 دج ، و لكي يتم تسديد ذلك توجهت إلى بنك آخر ، حيث اقترضت و بنفس المعدل مبلغ يساوي ضعف المبلغ الأول ، و بعد 10 أشهر دفعت إلى البنك الثاني فوائد بلغت 32000دج .

المطلوب: 1- أوجد المبلغ C المقترض من البنك الأول ، ثم استنتج المبلغ المقترض من البنك الثاني ؟

2- أوجد معدل سعر الفائدة ؟

الحل :

1 – حساب المبلغ $C1$ و $C2$:

$$uC_2 = 2C_1$$

$$I_2 = \frac{2C_1 \times t \times n_1}{1200} = \frac{2C_1 \times t \times 10}{1200} = 32000$$

$$\Rightarrow C_1 \times t = 1920000 \cdots 1$$

$$A_1 = C_1 + \frac{C_1 \times t \times n_1}{100} = C_1 + \frac{1920000 \times 6}{1200} = 245600$$

$$\Rightarrow C_1 = 236000 \qquad C_2 = 2C_1 = 472000$$

2 – حساب معدل الفائدة t:

$$C_1 \times t = 1920000$$

$$\Rightarrow t = \frac{1920000}{236000} = 8{,}14\ \%$$

التمرين 02: خصمت ثلاث أوراق تجارية في نفس اليوم ، القيمة الإسمية للورقة الأولى 11000 دج ، تستحق بعد 165 يوم ، القيمة الإسمية للورقة الثانية 10820 دج ، تستحق بعد 68 يوم ، أما القيمة الإسمية للورقة الثالثة 10750 دج ، تستحق بعد n يوم **.المطلوب** :

1- أحسب معدل الخصم التجاري ؟ 2 - حدد تاريخ استحقاق الورقة الثاثة ؟

الحل :

1 - حساب معدل الخصم التجاري : لدينا : $V_1 = V_2 = V_3$

$$V_1 = V_2 \Rightarrow C_1 - E_{C1} = C_2 - E_{C2}$$

$$C_1 - \frac{C_1 \times t \times n_1}{36000} = C_2 - \frac{C_2 \times t \times n_2}{36000}$$

$$11000 - \frac{11000 \times t \times 165}{36000} = 10820 - \frac{10820 \times t \times 68}{36000}$$

$$\Rightarrow C = 6\ \%$$

2 - تحديد تاريخ استحقاق الورقة الثاثة:

$$V_1 = C_1 - \frac{C_1 \times t \times n_1}{36000} = 11000 - \frac{11000 \times 6 \times 165}{36000} = 10697{,}5$$

$$V_1 = V_3 \Rightarrow C_3 - \frac{C_3 \times t \times n}{36000} = 10697{,}5$$

$$\Rightarrow\ 10750 - \frac{10750 \times 6 \times n}{36000} = 10697{,}5$$

$$\Rightarrow n = 30\ jours$$

إذن الورقة الثالثة تستحق بعد 30 يوما من تاريخ الخصم .

التمرين 03: لتسديد قيمة دين لأحد الدائنين بتاريخ 2017/03/03 كان لزاما عليك توظيف مبلغا من المال في بنك قيمته 50000دج منذ 4 سنوات و6 أشهر بمعدل سنوي 8 % . والمطلوب :

1- حساب قيمة الدين بتاريخ 2017/03/03 بطرقتين :

أ- طريقة الفوائد المركبة كل نهاية سنة و الفوائد البسيطة للمدد التي تقل عن سنة

ب-طريقة الفوائد المركبة لطول المدة .

2- ما هو المبلغ الواجب توظيفه بتاريخ 2011/03/03 لتسديد نفس الدين

3- أحسب المعدل السداسي المكافئ مع المعدل السنوي 8 %

4- برسملة سداسية للفوائد وبمعدل سداسي مكافئ من أجل نفس المبلغ الموظف ، أحسب المدة اللازمة لتسديد نفس الدين.

الحل :

1-حساب قيمة الدين بتاريخ 2017/03/03 بطرقتين :

أ- طريقة الفوائد المركبة كل نهاية سنة و الفوائد البسيطة للمدد التي تقل عن سنة

$_{2017}= C(1+0,08)^4+\frac{C(1+0,08)^4\times t\times 6}{12} = 70745.428C$

ب-طريقة الفوائد المركبة لطول المدة

$_{2017}= C(1+0,08)^{4+6/12} = 70745.425C$

2-المبلغ الواجب توظيفه بتاريخ 2011/03/03 لتسديد نفس الدين

$C_{2011}=C_{2017}(1+0,08)^6= 44581.64$

3-المعدل السداسي المكافئ مع المعدل السنوي 8 %

$1+t=(1+ts)^2= \rightarrow ts= \sqrt{1+t}-1 \rightarrow \sqrt{1,08}-1 = 3.92\ \%$

$ts=3.92\%.$

4-حساب المدة اللازمة لتسديد نفس الدين.

$C(1,0392)^n=70745.425 \rightarrow (1,0392)^n = \frac{70745,425}{5000}=1,4149085$

$\text{Ln}\ (1,0392)^n = \text{Ln}\ (1,4149085) \rightarrow n = \text{Ln}\ (1,4149085)/ \text{Ln}(1,0392)$

n = 9,0261159.5

0.0261159.5 x 6 = 0.156695

0.156695 x 30 = 5

n=9 semestres et 5 jours

المدة اللازمة لتسديد نفس الدين هي 9 سداسيات و 5 أيام

موضوع إمتحان سنة 2017 مع الحل

التمرين 01: بتاريخ n/05/02 ،قام شخص بخصم ورقة تجارية فكانت النسبة بين الخصم التجاري و الخصم العقلاني 1,01 ، ثم بتاريخ n/07/01 قرر خصم ورقة تجارية أخرى و بنفس معدل الخصم الأول ، تقدر قيمتها الإسمية ب 90000دج و تستحق بتاريخ 07/31/ n ، فقدر الخصم التجاري الثاني ب 270 دج .

المطلوب : 1 – أحسب معدل الخصم ؟

2 – حدد تاريخ استحقاق الورقة الأولى ؟

3 – أحسب قيمة خصم الورقة الأولى ، إذا علمت أن القيمة الإسمية للورقة الثانية تزيد عن القيمة الإسمية للورقة الأولى ب 37500 دج ؟

الحل :

1 – حساب معدل الخصم:

$$E_{C2} = \frac{C_1 \times t \times n_2}{36000} = \frac{90000 \times t \times 30}{36000} = 270$$
$$\Longrightarrow \ t = \frac{36000 \times 270}{90000 \times 30} = 3,6 \ \%$$

2 – تحديد تاريخ استحقاق الورقة الأولى:

$$\frac{E_C}{E_R} = \frac{36000 + 3,6 \times n}{36000} = 1,01 \ \Longrightarrow n = 100 \ jours$$

إذن تاريخ استحقاق الورقة الأولى هو : n / 08/10

3 – حساب قيمة خصم الورقة الأولى ، علما أن : $C_2 = C_1 + 37500$

$$C_1 = C_2 - 37500 \ = 90000 - 37500 = 52500 \ DA$$
$$E_{C1} = \frac{C_1 \times t \times n_1}{36000} = \frac{52500 \times 3,6 \times 100}{36000} = 525 \ \ DA$$

التمرين 02 : إشترى موظف سيارة في 2015/01/02 ، حيث يقوم بعملية التسديد بإحدى الطريقتين التاليتين :

الطريقة الأولى : دفع فورا مبلغ 300000 دج ، ثم مبلغ 200000 دج بعد سنة ،ثم مبلغ 200000 دج بعد سنتين ، ثم مبلغ 100000 بعد أربع سنوات .

الطريقة الثانية : التسديد يتم بمبلغ وحيد في 2017/01/02 .

فإذا علمت أن معدل الفائدة المركبة سنويا هو 10 % .

المطلوب : حساب ما يلي :

1 . قيمة السيارة في يوم الشراء ؛

2 . قيمة السيارة عند آخر دفع ، حسب الطريقة الأولى ؛

3 . قيمة المبلغ الوحيد المدفوع يوم 2017/01/02 .

الحل :

1 . حساب قيمة السيارة في يوم الشراء(2017/01/02) :

إن قيمة السيارة هي مجموع القيم الحالية للمبالغ المدفوعة بالتقسيط ، عند الزمن 0 :

$$C = V_1 + V_2 + V_3 + V_4$$
$$= C_1(1+t)^{-n_1} + C_2(1+t)^{-n_2} + C_3(1+t)^{-n_3} + C_4(1+t)^{-n_4}$$
$$= 300000 + 200000(1{,}1)^{-1} + 200000(1{,}1)^{-2} + 100000(1{,}1)^{-4}$$
$$= 300000 + 200000(0.909090) + 200000(0.826446) + 100000(0.683013) = 715408.5$$
$$\boxed{C = 715408.5DA}$$

2 . حساب قيمة السيارة عند آخر دفع ، حسب الطريقة الأولى(بعد 4 سنوات).

قيمة السيارة هي القيمة المحصلة للمبالغ المدفوعة بالتقسيط عند الزمن 4 :

$$\boldsymbol{A_4 = C_1(1+t)^{n_1} + C_2(1+t)^{n_2} + C_3(1+t)^{n_3} + C_4(1+t)^{n_4}}$$

$$= 300000(1.1)^4 + 200000(1.1)^3 + 200000(1.1)^2 + 100000(1.1)^0$$
$$\boxed{\boldsymbol{A_4} = 1047430\ DA}$$

أو :

$$\boldsymbol{A_4} = C(\boldsymbol{1+t})^{\boldsymbol{4}} = 715403.5\ (\boldsymbol{1,1})^{\boldsymbol{4}} = 715403.5(1{,}4641)$$
$$= 1047430DA$$

3 . حساب قيمة المبلغ المدفوع يوم 2017/01/02:

$$\grave{C} = C(1{,}1)^2 = C(1{,}1)^2 = 715408.5(1{,}1)^2 = 865644.285$$

$$\boxed{C = 865644.285\ DA}$$

التمرين03 : تمتلك مؤسسة في 31 /01 / 2019 مبلغ 390000 دج تود توظيفه على جزئين :

الجزء الأول بمعدل فائدة بسيطة 6 % سنويا من تاريخ 31 /01 / 2019 إلى غاية 31 /01 / 2020 ، فتحصلت على جملة في نهاية مدة التوظيف قدرها 233200 دج ؛

الجزء الثاني بمعدل فائدة بسيطة 6 % سنويا من تاريخ 31 /01 / 2019 فتحصلت على جملة في نهاية مدة التوظيف قدرها 221000 دج .حدد قيمة المبلغ الموظف ومدة التوظيف (بالسنوات) وتاريخ نهاية التوظيف.

لو افترضنا أن المؤسسة استثمرت جملة ما تحصلت عليه من جراء توظيف الجزأين في البنك لمدة 7 سنوات بمعدل فائدة مركبة ثلاثي 2 % برسملة سنوية – ما هو المعدل السنوي المتناسب للمعدل الثلاثي 2 % . حدد ما تجمع للمؤسسة في نهاية السنوات السبعة للمبلغين.

الحل :

1 . تحديد قيمة المبلغ الموظف(الجزء الأول) C_1 و قيمة الفائدة I_1:

$$A_1 = C_1 + \frac{C_1 \times t \times n_1}{100} = C_1 + \frac{C_1 \times 6 \times 1}{100} = 233200$$

$$C_1(1{,}06) = 233200 \Rightarrow C_1 = 220000 DA$$

$$I_1 = \frac{C_1 \times t \times n_1}{100} = \frac{220000 \times 6 \times 1}{100} = 13200\ DA$$

تحديد قيمة المبلغ الموظف(الجزء الثاني) C_2 و قيمة الفائدة I_2 ،

$$C_2 = C - C_1 = 390000 - 220000 = 170000\ DA$$

$$A_2 = C_2 + I_2 \Rightarrow I_2 = A_2 - C_2 = 221000 - 170000 = 51000\ DA$$

تحديد مدة التوظيف :

$$I_2 = \frac{C_2 \times t \times n_2}{100} \Rightarrow n_2 = \frac{I_2 \times 100}{C_2 \times t} = \frac{51000 \times 100}{170000 \times 6} = 5\ ans$$

تاريخ نهاية التوظيف بعد 5 سنوات .

المبلغ الإجمالي المتحصل عليه :

$$A = A_1 + A_2 = 233200 + 221000 = 454200\ DA$$

المعدل السنوي المتناسب :

$$\boldsymbol{\frac{ta}{ttr} = \frac{12}{3}} \Rightarrow \frac{ta}{2} = \frac{12}{3} \Rightarrow ta = 8\%$$

ما تجمع للمؤسسة بعد 7 سنوات من التوظيف A'

$$A' = A(1+0.08)^7 = 454200(1.1713824) = 778418.86$$

موضوع إمتحان سنة 2018 مع الحل

التمرين الأول :

في 01 مارس 2018 كانت شركة مدينة بالمبالغ التالية : 2000دج تستحق في 31 مارس 2018 ، 1800 تستحق في 31 أوت 2018، 3200 تستحق في 31 أكتوبر 2018.

وفي 1 أفريل 2018 اتفقت الشركة مع الدائن على تسوية هذه الديون بالطريقة التالية :

أ – سداد مبلغ 642دج نقدا

ب–أن تحرر بالباقي سندين حيث القيمة الاسمية للسند الأول ثلث القيمة الاسمية للسند الثاني ويستحق الأول بعد 6 شهور والثاني بعد شهرين . المطلوب :

- ✓ إيجاد القيمة الاسمية لكل سند إذا كان معدل الفائدة 9% سنويا .
- ✓ بفرض أن الشركة لم تتمكن من سداد قيمة السندين في موعدهما وطلبت تأجيل السداد حتى 31 ديسمبر 2018 ، فما هو المبلغ الذي تسدده في هذا التاريخ.

الحل :

1 – حساب القيمة الإسمية لكل سند :

$$V_1 + V_2 + V_3 = 642 + \grave{V}_1 + \grave{V}_2$$

$$n_1 = 2\, mois\ , \qquad n_2 = 5 mois\ , \qquad n_3 = 7\, mois$$

$$C_1 - \frac{C_1 \times t \times n_1}{36000} + C_2 - \frac{C_2 \times t \times n_2}{36000} + C_3 - \frac{C_3 \times t \times n_3}{36000}$$

$$= 642 + \grave{C}_1 - \frac{\grave{C}_1 \times t \times \grave{n}_1}{36000} + \grave{C}_2 - \frac{\grave{C}_2 \times t \times \grave{n}_2}{36000}$$

$$2000 - \frac{2000 \times 9 \times 2}{1200} + 1800 - \frac{1800 \times 9 \times 5}{1200} + 3200 - \frac{3200 \times 9 \times 7}{36000}$$

$$= 642 + \grave{C}_1 - \frac{\grave{C}_1 \times 9 \times 6}{36000} + \grave{C}_2 - \frac{\grave{C}_2 \times 9 \times 2}{36000}$$

لدينا : $\grave{C}_1 = \frac{1}{3}\grave{C}_2 \Rightarrow \grave{C}_2 = 3\grave{C}_1$

$$6092{,}5 = 3{,}94\, \acute{C}_1$$

$$\Rightarrow \grave{C}_1 = 1546\ DA \text{ و } \grave{C}_2 = 4638\ DA$$

2 – حساب المبلغ الذي تسدده الشركة في 2020/12/31 .

بافتراض أن تاريخ التكافؤ هو تاريخ استحقاق السند الثاني و منه :

$$\grave{n}_1 = 4mois\ ,\quad \grave{n}_2 = 0\ ,\ \ n = 7\ mois$$

$$C - \frac{C \times 9 \times 7}{36000} = 1546 - \frac{1546 \times 9 \times 4}{36000} + 4638 - \frac{4638 \times 9 \times 0}{1200}$$

$$\Rightarrow\ C = 6477{,}69\ DA$$

التمرين الثاني :مجموع مبلغين (C_1 و C_2) هو 80000 دج أودعا في نفس اليوم و لمدة 6 سنوات بفائدة مركبة ؛ أودع المبلغ C_1 بمعدل 8 % سنويا برسملة سنوية للفوائد ، أما المبلغ C_2 أودع بمعدل سداسي 3,75 % ، برسملة سداسية للفوائد ، بعد 6 سنوات بلغ مجموع الفوائد للمبلغين 46007,32 دج .

المطلوب : حساب C_1 و C_2 .

الحل :

$$C_1 + C_2 = 80000$$

$$n_1 = 6\ ans\ et\ n_2 = 12\ s$$

$$I = C[(1+t)^n - 1] = I_1 + I_2 \ =\ 46007{,}32$$

$$I = C_1[(1+t)^{n_1} - 1] + C_2[(1+t)^{n_2} - 1]$$

$$= C_1[(1.08)^6 - 1] + C_2[(1.0375)^{12} - 1]$$

$$C_1[0.586874] + C_2[0.555454] =\ 46007{,}32\ \cdots\cdots (1)$$

$$C_1 = 80000 -\ C_2 \cdots\cdots (2)$$

بتعويض (2) في (1) نجد :

$$80000 -\ C_2[0.586874] + C_2[0.555454] =\ 46007{,}32$$

$$\boxed{C_2 = 30000\ DA}$$

$$\boxed{C_1 = 50000\ DA}$$

التمرين الثالث :

حسب الخصمان التجاري و العقلاني بالنسبة لمبلغ ما يستحق بعد n من السنوات فوجد أن النسبة بينهما تساوي $\frac{12}{11}$ كما وجد أن الفرق بين الخصمين يساوي 45, 454 دج والمطلوب حساب كل من :

1 – القيمة الإسمية ؟

2 – القيمة الحالية التجارية و القيمة الحالية العقلانية ؟

3 – الخصم التجاري و الخصم العقلاني ؟

الحل :

1 – حساب القيمة الإسمية :

$$C = \frac{E_C \times E_R}{E_C - E_R} \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots 1$$

لدينا العلاقة : $\frac{E_C}{E_R} = \frac{\frac{C\times n}{D}}{\frac{C\times n}{D+n}} = \frac{D+n}{D} = \frac{12}{11} \Longrightarrow D = 11\,n \cdots\cdots 2$

نعوض 2 في 1 نجد :

$$C = \frac{E_C \times E_R}{E_C - E_R} = \frac{\frac{C\times n}{11\,n} \times \frac{C\times n}{12\,n}}{45{,}454} = \frac{\frac{C^{\,2}}{11\times 12}}{45{,}454}$$

$$C = 11 \times 12 \times 45{,}454 = 6000\ DA$$

2 – حساب القيمة الحالية التجارية و القيمة الحالية العقلانية:

$$V = C - E_C = C - \frac{C \times n}{D} = C - \frac{C \times n}{11n} = \frac{10C}{11} = \frac{10 \times 6000}{11}$$
$$= 5454{,}5454\ DA$$

حساب القيمة الحالية العقلانية :

$$\grave{V} = C - E_R = \frac{C \times D}{D + n} = \frac{C \times 11\,n}{11\,n + n} = \frac{C \times 11\,n}{12\,n} = \frac{C \times 11}{12} = \frac{6000 \times 11}{12}$$
$$= 5500\ DA$$

3 – حساب الخصم التجاري و الخصم العقلاني :

$$E_C = \frac{C \times n}{D} = \frac{C \times n}{11\,n} = \frac{C}{11} = \frac{6000}{11} = 545{,}4545\ DA$$

$$E_R = \frac{C \times n}{D + n} = \frac{C \times n}{11 + n} = \frac{C \times n}{11n + n} = \frac{C \times n}{12n} = \frac{C}{12} = 500\ DA$$

موضوع إمتحان سنة 2019 مع الحل

التمرين الأول:

مؤسسة مدينة بورقتين تجاريتين ، الأولى تستحق الدفع بعد 90 يوما و قيمتها الإسمية 67000 دج ، أما الورقة الثانية تستحق بعد 180 يوم ، بمعدل فائدة 8 % للورقتين .

1 – إذا كان الخصم التجاري للورقة الأولى يساوي الفرق بين الخصمين التجاري و العقلاني للورقة الثانية. أحسب القيمة الإسمية للورقة الثانية ؟

2 – إذا خصمت الورقة التجارية الأولى بعد 60 يوما بالشروط التالية : معدل الخصم 8 % عمولة التظهير 0,5 % و عمولة ثابتة 20 دج .أحسب مبلغ الآجيو و المعدل الحقيقي للخصم ؟

3– تريد المؤسسة استبدال الورقتين بورقة تجارية أخرى تستحق الدفع بعد 60 يوم .

أحسب القيمة الإسمية لهذه الورقة ؟

الحل :

حساب القيمة الاسمية للورقة الثانية :

لدينا:

$$E_{C1} = \frac{C_1 \times t \times n_1}{36000} = \frac{67000 \times 8 \times 90}{36000} = 1340\ DA$$

$$E_{C1} = E_{C2} - E_{R2} = \frac{C_2 \times n_2}{D} - \frac{C_2 \times n_2}{D + n_2} = C_2 \left(\frac{n_2}{D} - \frac{n_2}{D + n_2} \right)$$

$$\Longrightarrow C_2 = \frac{1340}{\frac{180}{4500} - \frac{180}{4500+180}} = 871000\ DA$$

$$\boldsymbol{Agio} = \mathrm{Ec} + Com_{dt} + Com_F$$

$$E_C = \frac{C \times t \times n}{36000} = \frac{67000 \times 8 \times 60}{36000} = 893.33\ DA$$

$$Com_{dt} = \frac{C \times \grave{t} \times n}{36000} = \frac{67000 \times 0,5 \times 60}{36000} = 55.83\ DA$$

$$Agio = 893.33 + 55.83 + 20 = 969.16\ DA$$

$$t_r = \frac{Agio \times 36000}{C \times n} = \frac{969.16 \times 36000}{67000 \times 60} = 8.68\ \%$$

3-حساب القيمة الإسمية للورقة المعوضة :

$$V = V_1 + V_2$$

$$C - \frac{C \times t \times n}{36000} = C_1 - \frac{C_1 \times t \times n_1}{36000} + C_2 - \frac{C_2 \times t \times n_2}{36000}$$

$$C - \frac{C \times 8 \times 60}{36000}$$

$$= 67000 - \frac{67000 \times 8 \times 90}{36000} + 871000 - \frac{871000 \times 8 \times 180}{36000}$$

$$\Rightarrow \boxed{C = 914012.93\ DA}$$

التمرين الثاني : أودعت مؤسسة مبلغ 100000 دج لمدة 7 سنوات بمعدل فائدة مركبة سنوي يقدر ب 12 %.

1. أحسب جملة المبلغ في نهاية المدة ؛
2. أحسب قيمة الفائدة للسنوات السبعة ؛
3. أحسب قيمة الفائدة للسنة الرابعة فقط ؛

4 . إذا تم سحب مبلغ 100000 دج في نهاية السنة الرابعة و وضع في بنك آخر بمعدل فائدة 3,5% ثلاثيا . – أحسب ما تجمع للمؤسسة بعد نهاية السنوات السبعة للمبلغين .

الحل :

1- حساب جملة المبلغ في نهاية المدة :

$$A_n = C(1+t)^n$$

$$A_n = 100000(1{,}12)^7 = 221068{,}1407\ DA$$

$$\boxed{A_n = 221068{,}1407\ DA}$$

2-حساب قيمة الفائدة للسنوات السبعة :

$$I = A_n - C = 221068{,}1407 - 100000 = 121068{,}1407$$

$$\boxed{I = 121068{,}1407\ DA}$$

3-حساب قيمة الفائدة للسنة الرابعة فقط :

$$I_4 = A_3 \times t = C(1+t)^3 \times t = 100000(1{,}12)^3 \times 0{,}12$$
$$= 16859{,}136$$

$$\boxed{I_4 = 16859{,}136\ DA}$$

4حساب ما تجمع للمؤسسة بعد نهاية السنوات السبعة للمبلغين :

$$A_n = C(1+t)^n$$

$$A_n = 100000(1{,}12)^4 = 157351{,}936\ DA$$

$$\boxed{A_4 = 157351{,}936\ DA}$$

C_1 : المبلغ الموظف في البنك الأول بعد نهاية السنة الرابعة

$$C_1 = 157351{,}936 - 100000 = 57351{,}936$$

A_1: ما تجمع للمؤسسة بعد نهاية السنة السابعة بالنسبة للمبلغ الأول :

$$A_n = C(1+t)^n$$

$$A_1 = 57351{,}936(1{,}12)^3 = 80575{,}34\ DA$$

$$\boxed{A_1 = 80575{,}34\ DA}$$

C_2 : المبلغ الموظف في البنك الآخر

$$C_2 = 100000\ DA$$

$$A_n = C(1+t)^n$$

A_2: ما تجمع للمؤسسة بعد نهاية السنة السابعة بالنسبة للمبلغ الثاني :

$$A_2 = 100000(1{,}035)^{12} = 151106{,}8657\ DA$$

$$\boxed{A_2 = 151106{,}8657\ DA}$$

ما تجمع للمؤسسة بعد نهاية السنوات السبعة للمبلغين :

$$A_n = A_1 + A_2 = 80575{,}34 + 151106{,}8657 = 231682{,}2057$$

$$\boxed{A_n = 231682{,}2057\ DA}$$

التمرين الثالث : رأس مالين تم توظيفهما لمدة 3 سنوات ، رأس المال الأول تم توظيفه بمعدل فائدة بسيطة 7 % سنويا ، بينما رأس المال الثاني فتم توظيفه بمعدل فائدة مركبة 10 % سنويا ، علما أن رأس المال الأول يزيد عن رأس المال الثاني ب 500 دج ، و الرأس ماليين أنتجا نفس نفس القيمة المحصلة في نهاية مدة التوظيف .

- أحسب قيمة كل رأس مال .

الحل : C_1 : المبلغ الموظف بالفائدة البسيطة

C_2 : المبلغ الموظف بالفائدة المركبة

$$t_1 = 7\ \%\ , t_2 = 10\ \%$$

$$C_1 = C_2 + 500 \cdots\cdots (1)$$

$$A_1 = A_2$$

$$A_1 = C_1 + I_1 = C_1 + \frac{C_1 \times t_1 \times n}{100} = C_1\left(1 + \frac{t_1 \times n}{100}\right)$$

$$= C_1\left(1 + \frac{7 \times 3}{100}\right) = 1{,}21C_1$$

$$A_2 = C_2(1 + t_2)^n = C_2(1 + 0{,}1)^3 = C_2(1{,}1)^3 = 1{,}331\ \ C_2$$

$$1{,}21\ C_1 = 1{,}331\ \ C_2 \cdots\cdots (2)$$

نعوض (1) في (2) نجد :

$$1{,}21\ (C_2 + 500) = 1{,}331\ \ C_2$$

$$1{,}21\ C_2 + 605 = 1{,}331\ \ C_2$$

$$0{,}121\ C_2 = 605$$

$$C_2 = \frac{605}{0{,}121} = 5000$$

$$\boxed{C_2 = 5000\ DA}$$

$$C_1 = C_2 + 500 = 5000 + 500 = 5500$$

$$\boxed{C_1 = 5500\ DA}$$

موضوع إمتحان سنة 2020 مع الحل

التمرين الأول : شخص وظف رأس مال قدره18000 دج من 18 أفريل الى غاية 20سبتمبر من نفس السنة في بنك بمعدل فائدة 12% . المطلوب:

1- أحسب قيمة الفائدة والقيمة المحصلة

2- لنفرض أن الشخص تحصل على الفائدة (المحسوبة في السؤال 1) بتاريخ 1سبتمبر من نفس السنة ، أحسب معدل الفائدة الجديدة .

3- ماهي مدة التوظيف اللازمة للحصول على فائدة قدرها 1200دج

الحل :

1 – حساب قيمة الفائدة والقيمة المحصلة :

$$n = (30 - 18) + 31 + 30 + 31 + 31 + 20 = 155j$$

$$A = C + I = 18000 + \frac{18000 \times 12 \times 155}{36000} = 18930$$

2 –حساب معدل الفائدة الجديدة

$$n' = 136j; I = 930$$

$$t' = \frac{I \times 36000}{C \times n} = \frac{930 \times 36000}{18000 \times 136} = 13.67\%$$

3–حساب مدة التوظيف اللازمة للحصول على فائدة قدرها 1200دج

$$n = \frac{I \times 36000}{C \times t} = \frac{1200 \times 36000}{18000 \times 12} = 200j$$

$$n = (30 - 18) + 31 + 30 + 31 + 31 + 30 + 31 + 4 = 200j$$

4نوفمبر من نفس السنة .

التمرين الثاني :

بتاريخ 20 جويلية 2020 اشترى شخص بضاعة ولتسديد قيمتها اقترح المورد طريقة التسديد التالية:

1- تحرير 3 أوراق تجارية حيث الورقة الأولى قيمتها الاسمية 2000دج وتستحق بتاريخ 29 أوت 2020، الورقة الثانية قيمتها الاسمية 4000دج وتستحق بتاريخ 18 سبتمبر 2020، أما الورقة الثالثة قيمتها الاسمية 3000دج وتستحق بتاريخ 28 أكتوبر 2020.

إلا أن الشخص فضّل تسديد قيمة البضاعة بورقة واحدة قيمتها الاسمية 9000دج .

حدد تاريخ استحقاق هذه الورقة .

2- وبتاريخ 24 أوت 2020 قام التاجر بخصم الورقة التجارية لدى بنك بشروط الخصم التالية: معدّل الخصم 9 %، عمولة ثابتة 3دج ، عمولة التظهير 1.5% ، عمولة غير مرتبطة بالزمن 0.5 ٪ . أوجد قيمة الاجيو ، وما هو المعدّل الحقيقي للخصم؟.

الحل :

بما أن 2000+4000+3000 =9000 ، القيمة الاسمية للورقة الوحيدة تساوي مجموع القيم الاسمية للأوراق المعوّضة؛ فإن التكافؤ يتحقق دوما ، وعليه فإن أي تاريخ هو تاريخ التكافؤ.

لنفرض أن تاريخ التكافؤ هو تاريخ استحقاق الورقة الأولى 2020/02/29 :

$$\boxed{n_1 = 0}$$

$$\boxed{n_2 = (31 - 29) + 18 = 20j}$$

$$\boxed{n_3 = (31 - 29) + 30 + 28 = 60j}$$

$$\boxed{n = \sum_{i=0}^{k} \frac{\text{ci} \times \text{ni}}{\text{ci}}}$$

$$n = \frac{2000 \times 0 + 4000 \times 20 + 3000 \times 60}{9000} = 29j$$

تستحق الورقة بعد 29 يوم من تاريخ التكافؤ أي 27 سبتمبر من نفس السنة

2-أ قيمة الاجيو :

$$n = (31 - 24) + 27 = 34j$$

$$\boldsymbol{Agio} = \text{Ec} + Com_{dt} + Com_{indt} + Com_f$$

$$E_C = \frac{9000 \times 8 \times 34}{36000} = 76.5\ DA$$

$$Com_{dt} = \frac{9000 \times 1.5 \times 34}{36000} = 12.75\ DA$$

$$Com_{indt} = \frac{9000 \times 0.5}{1000} = 4.5$$

$$\boldsymbol{Agio} = \mathbf{76.5} + 12.75 + 4.5 + 3 = 96.75DA$$

ب –المعدَّل الحقيقي للخصم

$$t_r = \frac{Agio \times 36000}{C \times n} = \frac{96.75 \times 36000}{9000 \times 34} = 11.38\ \%$$

موضوع إمتحان سنة 2021 مع الحل

التمرين الاول :

أ–تقدم تاجر إلى بنك لخصم 3 أوراق تجارية بقيمة اسمية اجمالية 9000 دج ، حيث أن القيم الاسمية للأوراق التجارية تتناسب فيما بينها كالأرقام 2،4،3، وتستحق كل منها بعد 60،30،45 يوم على التوالي . عند عملية الخصم ، اقتطع البنك زيادة على الخصم التجاري ، عمولة غير بالزمن مرتبطة بالزمن 0.75 % من القيمة الاسمية و عمولة ثابتة تقدر ب0.30 دج على كل ورقة ، ليأخذ التاجر في الأخير مبلغ صافي 8866.6 دج

.أحسب :

- القيمة الاسمية لكل ورقة
- الخصم الإجمالي (الأجيو)
- معدل الخصم التجاري.

ب– المبلغ الصافي المحصل عليه أضاف له مبلغ 1133.4 دج ووظف الكل لمدة سنتين بمعدل t و لكن بفائدة بسيطة ، لتحصَّل على مبلغ أقل مما تحصَّل عليه في الأول ب 5.29 دج . أحسب المعدل t .

الحل :

1– حساب القيمة الاسمية لكل ورقة :

$$C_1 + C_2 + C_3 = 9000\,; \frac{C_1}{2} = \frac{C_2}{4} = \frac{C_3}{3} = \frac{9000}{9} = 1000$$

$$\frac{C_1}{2} = 1000 \Rightarrow C_1 = 2000$$

$$\frac{C_2}{4} = 1000 \Rightarrow C_2 = 4000$$

$$\frac{C_3}{3} = 1000 \Rightarrow C_1 = 3000$$

2- حساب الخصم الاجمالي (الاجيو)

$$\boxed{\boldsymbol{Agio} = C - V = 9000 - 8866.6 = 133.4}$$

3- معدل الخصم التجاري :

نحسب الآجيو الخاص بكل ورقة بدلالة : t

$$\boxed{\boldsymbol{Agio} = E_C + \text{commissions} + \text{taxes}}$$

$$\boldsymbol{Agio1} = \frac{2000 \times 45 \times t}{36000} + \frac{2000 \times 0.75}{100} + 0.3$$

$$\boldsymbol{Agio1} = 2.5t + 15.3$$

$$\boldsymbol{Agio2} = \frac{4000 \times 30 \times t}{36000} + \frac{4000 \times 0.75}{100} + 0.3$$

$$\boldsymbol{Agio1} = \frac{10t}{3} + 30.3$$

$$\boldsymbol{Agio3} = \frac{3000 \times 60 \times t}{36000} + \frac{3000 \times 0.75}{100} + 0.3$$

$$\boldsymbol{Agio3 = 5}t\,\boldsymbol{+ 22.8}$$

$$\boldsymbol{Agio} = Agio1 + Agio2 + Agio3$$

$$\boldsymbol{Agio} = 10.8t + 68.4$$

$$\boldsymbol{t = 6}\%$$

/ حساب المبلغ الإجمالي الموظف:

$$C = 8866.6 + 1133.4 = 10000$$

$$\boldsymbol{I1} = 10000(1+t)^2 - 10000$$

$$\boldsymbol{I2} = 10000 * 2t$$

$$I1 - I2 = 5.29 = I = 10000[(1+t)^2 - 1 - 2t] = 5.29$$

$$t = 2.3\%$$

التمرين الثاني : إشترى موظف سيارة في 2020/01/02 ، حيث يقوم بعملية التسديد بإحدى الطريقتين التاليتين :

الطريقة الأولى : دفع فورا مبلغ 300000 دج ، ثم مبلغ 200000 دج بعد سنة ،ثم مبلغ 200000 دج بعد سنتين ، ثم مبلغ 100000 بعد أربع سنوات .

الطريقة الثانية : التسديد يتم بمبلغ وحيد في 2022/01/02 .

فإذا علمت أن معدل الفائدة المركبة سنويا هو 10 % .

المطلوب : حساب ما يلي :

1 . قيمة السيارة في يوم الشراء ؛

2 . قيمة السيارة عند آخر دفع ، حسب الطريقة الأولى ؛

3 . قيمة المبلغ الوحيد المدفوع يوم 2022/01/02 .

الحل :

1 . حساب قيمة السيارة في يوم الشراء(2020/01/02) :

إن قيمة السيارة هي مجموع القيم الحالية للمبالغ المدفوعة بالتقسيط ، عند الزمن 0 :

$$C = V_1 + V_2 + V_3 + V_4$$

$$= C_1(1+t)^{-n_1} + C_2(1+t)^{-n_2} + C_3(1+t)^{-n_3} + C_4(1+t)^{-n_4}$$

$$= 300000 + 200000(1,1)^{-1} + 200000(1,1)^{-2} + 100000(1,1)^{-4}$$

$$= 300000 + 200000(0.909090) + 200000(0.826446) + 100000(0.683013) = 715408.5$$

$$\boxed{C = 715408.5DA}$$

2 . حساب قيمة السيارة عند آخر دفع ، حسب الطريقة الأولى(بعد 4 سنوات).

قيمة السيارة هي القيمة المحصلة للمبالغ المدفوعة بالتقسيط عند الزمن 4 :

$$\boldsymbol{A_4 = C_1(1+t)^{n_1} + C_2(1+t)^{n_2} + C_3(1+t)^{n_3} + C_4(1+t)^{n_4}}$$

$$= 300000(1.1)^4 + 200000(1.1)^3 + 200000(1.1)^2 + 100000(1.1)^0$$

$$\boxed{\boldsymbol{A_4} = 1047430\ DA}$$

أو :

$$\boldsymbol{A_4} = C(\boldsymbol{1+t})^{\boldsymbol{4}} = 715403.5\ (\boldsymbol{1,1})^{\boldsymbol{4}} = 715403.5(1,4641) = 1047430DA$$

4 . حساب قيمة المبلغ المدفوع يوم 2022/01/02:

$$\grave{C} = C(1{,}1)^2 = C(1{,}1)^2 = 715408.5(1{,}1)^2 = 865644.285$$

$$\boxed{C = 865644.285\ DA}$$

قائمة المراجع

I- باللغة العربية:

- المشهداني خالد أحمد فرحان ، **الرياضيات المالية** ، الجنابي عباس خضير الجنابي ، دار الأيام ، الأردن ، 2016 .
- باشيوة لحسن عبد الله ، **مدخل إلى الرياضيات المالية** ، اليازوري ، الأردن ، 2011 .
- بن طلحة صليحة، **الرياضيات المالية**، منشورات الدار الجزائرية، الجزائر، 2015.
- بن كراديجة محمد ، **الرياضيات المالية** ، الصفحات الزرقاء العالمية ، الجزائر، 2005.
- حمدان فتحي خليل ، الرياضيات للعلوم الإدارية و المالية ، الطبعة الأولى ، دار وائل ، الأردن ، 2006 .
- شاهر ثائر فيصل ، عكور سامر محمد ، **الرياضيات في العلوم المالية والإدارية و الإقتصادية** ، الطبعة الثانية ، الدار ، الأردن ، 2010 .
- شقيري نوري موسى و آخرون ، الطبعة الأولى ، دار المسيرة ، الأردن ، 2009 .

- عبد ربه إبراهيم علي إبراهيم ، أساسيات الرياضيات البحتة و المالية ، ، الدار ، مصر ، 2004 .
- غازي فلاح المومني ، **الرياضيات المالية المعاصرة** ، دار المناهج ، الأردن ، 2016 .
- قنان براهيم ، الرياضيات المالية ، الصفحات الزرقاء ، الجزائر ، 2016 .
-
- منصور بن عوف عبد الكريم ، مدخل إلى الرياضيات المالية ، الطبعة الرابعة ، ديوان المطبوعات الجامعية ، الجزائر ، 2006 .

- ناصر دادي عدون، **تقنيات مراقبة التسيير " الرياضيات المالية"** ، دار المحمدية العامة ، الجزائر، 1997 .
-

II- باللغة الفرنسية:

- Abdelaziz Guertaoui et autres, **Gestion et organisation**, Editions Bréal, 2003.
- Catherine Deffains-Crapsky, **Comptabilité générale**, Editions Bréal, 4e édition, 2006.
- Hippolyte Charlon, **Théorie mathématique des opérations financières**, Gauthier-Villars, France, 1869.
- Michelle Marcoux, **Organisation & activités comptables**, Editions Bréal, 2003.
- Octave Jokung-Nguena, **Mathématiques et gestion financière : Application avec exercices corrigés**, De Boeck, Supérieur, 24 février 2004.
- Oscar Assoumou MENYE, **Mathématiques financières : Cours, travaux pratiques, exercices et corrigés**, Editions Publibook, 2016.
- Pierre Devolder et autres, **Mathématiques Financières**, Pearson Education, France, 12 Octobre 2012.
- https://www2.ac-lyon.fr/enseigne/math/IMG/pdf/mathfi.pdf
- http://www.univ-montp3.fr/miap/ens/site/pub/uploads/Main.MathBeziers/escompte1.pdf