UNIVERSITE D'ALGER (3)

FACULTE DES SCIENCES ECONOMIQUES, COMMERCIALES ET SCIENCES DE GESTION

SUPPORT DE COURS

MODULE : MICROECONOMIE 1

NIVEAU : PREMIERE ANNEE PREPARATOIRE

Réalisée par enseignante : **IMANSOUREN SOUHILA**

Année universitaire 2018/2019

Sommaire :

Chapitre III : le choix optimum du consommateur.

Chapitre IV : la demande en fonction du revenu

Chapitre V : la demande en fonction du prix

LISTE DES GRAPHIQUES

LISTE DES TABLEAUX

Singles utilisés

DCB droit de contrainte budgétaire

DD courbe de demande

E élasticité

E p élasticité prix

E_R élasticité revenu

£ fonction de Lagrange

Max maximiser

P prix

P1, p2 prix du bien 1, du bien 2

Q ou q quantité

Q1, Q2 quantité de biens1 et 2

R revenue ou budget

U utilité totale

Um utilité marginale

Um_x, Um_y utilité marginale du bien x, du bien y

UM utilité moyenne

UM_x, UM_y utilité moyenne du bien x, du bien y

X , y biens x et y

X1, x2 biens 1 et 2

Introduction

La science économique est la branche du savoir humain qui s'intéresse à la gestion de **la rareté**. Selon Mauris Allais : « l'économie a pour objet de recherche comment satisfaire au mieux les besoins pratiquement illimités des hommes avec les ressources et les connaissances limitées qui sont leurs, et de définir les institutions dans le cadre desquelles cet objectif peut être atteint ».

La rareté ne doit pas être confondue avec la pénurie. Cette dernière ne représente pas une tension inévitable entre les biens disponibles et les besoins, mais le manque absolu de produit de consommation courante.

La loi de la rareté est la caractéristique fondamentale de l'économie. Elle signifie que les besoins, ou désirs, de l'homme sont de loin supérieurs aux ressources existantes pour les satisfaire (matière premières, travail, capital, etc.). Cette loi permet de définir l'objet de la science économique : trouver les moyens permettant de déterminer en quelle quantité ces ressources rares doivent être allouées parmi l'éventail des biens et services susceptibles de satisfaire les besoins humains.

La microéconomie correspond à l'étude du comportement des agents (consommateurs, entreprises) dans une perspective qui est celle de l'analyse néoclassique. On suppose que ces agents ont un comportement rationnel et que leur comportement peut être décrit à partir de la maximisation d'une fonction objectif (l'utilité pour le consommateur, le profit pour l'entreprise) sous contrainte de ressources.

La microéconomie repose sur l'analyse des décisions individuelles. Par opposition la macroéconomie est l'étude des relations globales portant sur des agrégats (revenu national, formation brute de capital fixe….).

Rappels essentiels de mathématiques :

Rappels d'algèbre

A. L'opposé et l'inverse d'un nombre et d'un rapport

- Soit un nombre **a.** son opposé est : -a et son inverse **:**$\frac{1}{a}$
- Soit le rapport $\frac{a}{b}$.Son opposé est : - $\frac{a}{b}$ et son inverse : $\frac{b}{a}$**.**

B. Identités remarquables

- $(a + b)^2 = a^2+2ab+b^2$**.**
- $(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$**.**
- $a^2 + b^2 = (a+ b)(a - b)$.

C. Inéquations

Si l'on multiplie les deux membres d'une inéquation par un nombre négatif doit changer le sens de l'inéquation.

Ainsi : $a>b \Longrightarrow -5a < -5b$.

D. Fractions, puissances et radicaux

1) $\frac{\frac{a}{b}}{\frac{C}{D}} = \frac{a}{b} . \frac{d}{c} = \frac{ad}{bc}$.

2) $\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$.

3) $X^4 = x .x .x .x$

4) $(x^n)^m = x^n . x^m = x^{n.m}$

Exemple :

- $(x^3)^2 = x^3 . x^3$

$= (x.x.x)(x.x.x)$

$= x^{3.2} = x^6$

5) $x^{-n} = \frac{1}{x^n}$

Exemples :

- $x^{-2} = \frac{1}{X^2}$
- $x^3 = \frac{1}{x^{-3}}$

6) $\frac{X^n}{X^m} = X^{n-m}$

Exemples :

- $\frac{x^2}{x} = x^{2-1} = x^1 = x$
- $\frac{x^2}{x^3} = x^{2-3} = x^{-1} = \frac{1}{x}$

7) $x^{-1/2} = \frac{1}{\sqrt{x}}$.

8) $\sqrt{x} . \sqrt{x} = \sqrt{x.x}$.

9) $(\sqrt{x})^2 = x$.

10) $\sqrt[n]{x^m} = x^{m/n}$

Exemples :

- $\sqrt[3]{x^2} = x^{2/3}$
- $\sqrt[5]{x^{-3}} = x^{-3/5} = \frac{1}{x^{3/5}}$

11) $\sqrt[n]{x} = x^{1/n}$

Exemples :

- $\sqrt{x} = x^{1/2}$
- $\sqrt[5]{x} = x^{1/5}$

12) $\sqrt[n]{x} = a \Longleftrightarrow x^{1/n} = a \Longrightarrow x = a^n$

Exemples :

$\sqrt[3]{x} = 2 \Longleftrightarrow x^{1/3} = 2 \Longrightarrow x = 2^3 = 8$

$\sqrt[3]{x^2} = 3 \Longleftrightarrow x^{2/3} = 3 \Longrightarrow x^2 = 3^3 = 27$

D'où $x = \sqrt{27}$

13) $x^n = a \Longrightarrow x = a^{1/n}$

Exemples :

$x^n = 9 \Longrightarrow x = 9^{1/n}$

$x^4 = 16 \Longrightarrow x = 16^{1/4} = 2$

14) $x^n = a^m \Longrightarrow x = a^{m/n} \Longleftrightarrow x = (a^m)^{1/n} \Longleftrightarrow x\left(a^{1/n}\right)^m$

Exemple :

- $x^2 = 4^3 \Longrightarrow x = 4^{\frac{3}{2}} \Longleftrightarrow x = \left(4^{1/2}\right)^3 = 2^3 = 8$
- $x^3 = 2^4 \Longrightarrow x = 2^{4/3} \Longleftrightarrow x = (2^4)^{1/3} = 16^{1/3}$

E . Résolution d'une équation du deuxième degré

Soit **:** $ax^2 + bx + c = 0$.

Le discriminant est égal à **:** $\Delta = b^2 - 4ac$.

1°) $\Delta > 0 \Longrightarrow$ 2 racines **:**

$$X_1 = \frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a} \quad \text{Et} \quad X_2 = \frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a}.$$

Si le terme b de l'équation est pair, soit $b = 2b'$,le discriminant devient égal à $\Delta' = b'^2 - ac$ et les deux racines sont égales à **:**

$$X_1 = \frac{-b'+\sqrt{\Delta'}}{a} \quad \text{Et} \quad X_2 = \frac{-b'-\sqrt{\Delta'}}{a}.$$

2°) $\Delta = 0 \Longrightarrow$ une racine double égale à **:** $X = -\frac{b}{2a}$.

3°) $\Delta < 0 \Longrightarrow$ pas de racines réelles**.**

2-Pente d'une droite

Définition

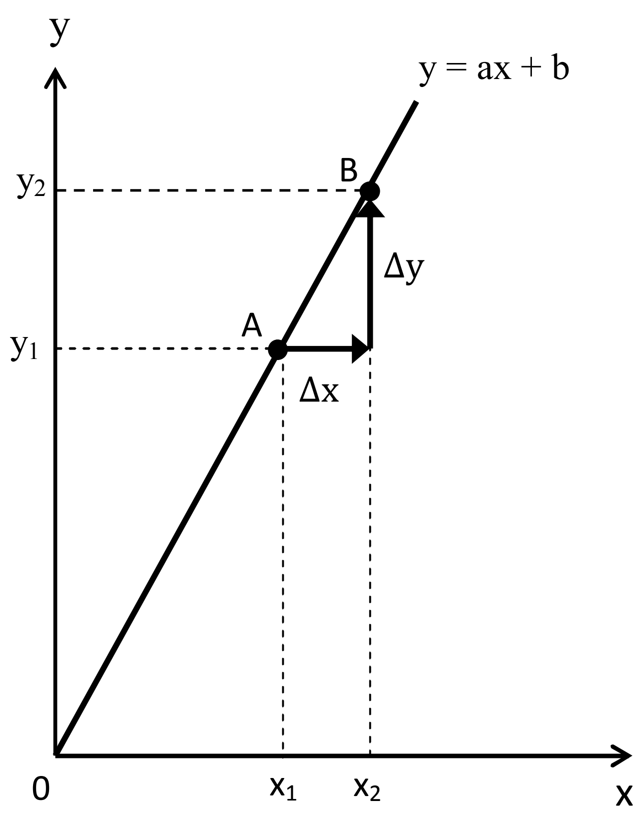
La valeur de la pente d'une droite d'équation y = ax + b est égale à **:**

$a = \frac{\Delta y}{\Delta x}$.

Considérons deux points A(x_1 ,y_1) et B(x_2 ,y_2) de la droite d'équation y = ax + b ,représentée sur la figure 1 . Afin de se déplacer sur la droite **,** Du point A au point B , faisons subir à x un accroissement $\Delta x = x_2 - x_1$,à partir du point A ; l'accroissement considéré dex doit entrainer un accroissement $\Delta y = y_2 - y_1$.

Le rapport des accroissements finis $\Delta y/\Delta x$, qui mesure le taux de variation de y pour une variation donnée de x , est appelé pente de la droite **AB(**ou coefficient angulaire , ou coefficient directeur**).**

Figure 1



La valeur de la pente de la droite AB est égale à **:**

$$\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{y_2 - y_1}{X_2 - X_1} = \frac{(ax_2 + b) - (ax_1 + b)}{X_2 - X_1} = a.$$

La valeur de la pente est constante et égale au coefficient a, quels que soient les points de la droite entre lesquels elle est mesurée**.**

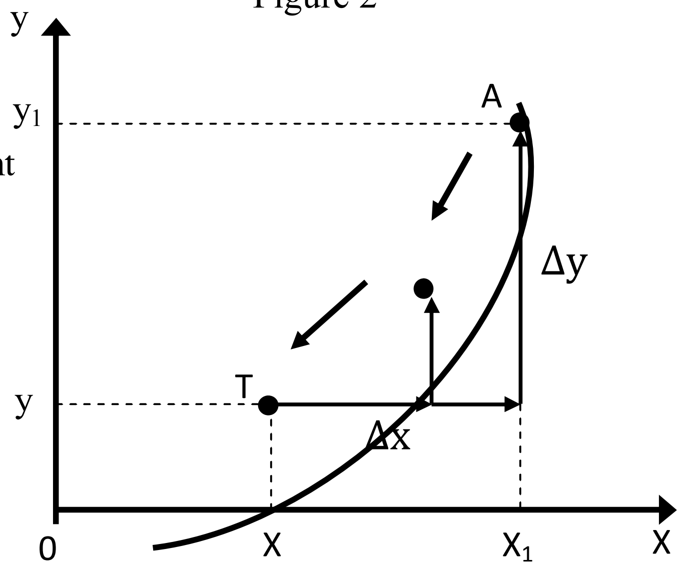
3-Dérivée d'une fonction

Définition

Une fonction y = f(x)admet pour dérivée, quand elle existe, la limite vers laquelle tend le rapport entre l'accroissement de la fonction (Δy) et l'accroissement de la variable (Δx)lorsqueΔxtend vers zéro. La fonction dérivée est notée :

$y' = f'(x) = \frac{dy}{dx}$.

Figure 2



Comme on peut l'observer sur lafigure 2 , en rapprochant le point A du point T ou , ce qui revient au même, en faisant tendre Δxvers zéro , on fait varier la valeur du rapport$\frac{\Delta y}{\Delta x}$.

Quand Δx tend vers zéro ,$\frac{\Delta y}{\Delta x}$tend vers une limite notée $y' = \frac{dy}{dx}$.

la valeur limite du rapport$\Delta y / \Delta x$ est la valeur prise par la fonction dérivée de la fonction y = f(x) ,au point T(x,y), pour la valeur x de la variable.

Soulignons que les fonctions continues ne sont pas toujours dérivables en tout point.

Le tableau suivant présente les fonctions dérivées de quelques fonctions usuelles **:**

Dérivées		Exemples numériques	
Fonction	Dérivées	Fonction	Dérivées
$y=c^{te}$	$y'=0$	$y=5$	$y'= 0$
$y=x$	$y'= 1$	$y=3X$	$y'=3$
$y=ax+b$	$y'= a$	$y=8x + 7$	$y'= 8$
$y=ax^n$	$y'= nax^{n-1}$	$y=-4x^3$	$y'= 3(-4)x^{3-1} = -12x^2$
$y=\frac{a}{x}$	$y'= - \frac{a}{x^2}$	$y=\frac{3}{x}$	$y'= -\frac{3}{x^2}$
$y= a\sqrt{x}= ax^{1/2}$	$y'= \frac{a}{2\sqrt{x}}$	$y= 4\sqrt{x}$	$y'= \frac{4}{2\sqrt{x}} = \frac{2}{\sqrt{x}}$
$y =u.v$	$y'= u'v + uv'$	$y = \underbrace{(x^2 + 5)}_{u}\underbrace{(3x-1)}_{v}$	$y'= \underbrace{2x}_{(u')}\underbrace{(3x-1)}_{v}+\underbrace{(x^2+5)}_{u}\times\underbrace{3}_{v'}$ $= 6x^2 - 2x + 3x^2 + 15$ $= 9x^2 - 2x + 15$
$y=\frac{u}{v}$	$y' =\frac{u'v-u v'}{v^2}$	$y= \frac{3X^2}{4X-1}$ ($u= 3x^2$ et $u'= 6x$ $v= 4x-1$ et $v'=4$)	$y' = \frac{6x\,(4x-1)-3X^2(4)}{(4X-1)^2}$ $y'= \frac{24x^2-6x-12x^2}{(4X-1)^2}$ $= \frac{12X^2-6x}{(4X-1)^2}$
$y = u + v$	$y'= u' + v'$	$y=x^3 + x^4$	$y'=3x^2+ 4x^3$

4-Dérivée seconde d'une fonction

A – Définition :

Une fonction $y = f(x)$ admet une dérivée $y'= f'(x)$ qui est la limite vers laquelle tend le rapport des accroissements finis $\frac{\Delta y}{\Delta x}$ quand Δx tend vers zéro.

La fonction dérivée $y' = f'(x)$ peut aussi être dérivée par rapport à x , elle admet une dérivée notée $y'' = f''(x)$ qui est la limite vers laquelle tend le rapport des accroissements finis $\frac{\Delta y'}{\Delta x}$ quand Δx tend vers zéro.

la fonction $y'' = f''(x)$ est la dérivée seconde de la fonction $y = f(x)$.

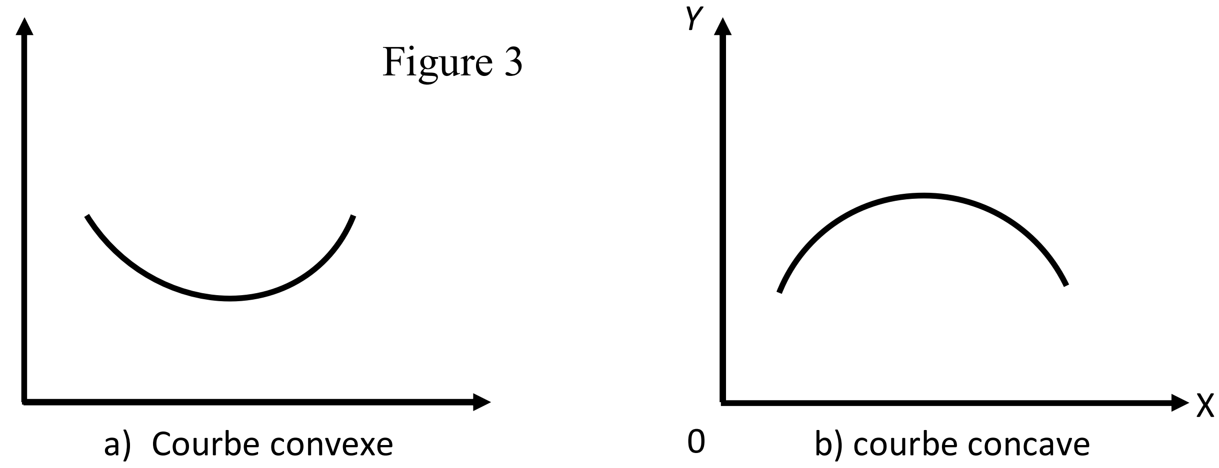
Remarque :

La dérivée seconde d'une fonction $y = f(x)$ est aussi notée :

$$Y'' = \frac{d^2y}{dx^2}$$

B – Convexité et concavité d'une courbe

La courbe représentative d'une fonction peut être convexe ou concave comme l'illustre la **figure 3.**



Soit une fonction $y = f(x)$ qui admet $f'(x)$ pour dérivée première et $f''(x)$ pour dérivée seconde. On sait que **:**

- La fonction $f(x)$ est croissante si $f'(x) > 0$; elle est décroissante si $f'(x) < 0$;
- La courbe représentative de $f(x)$ est convexe si $f''(x) > 0$; elle est concave si $f''(x) < 0$.

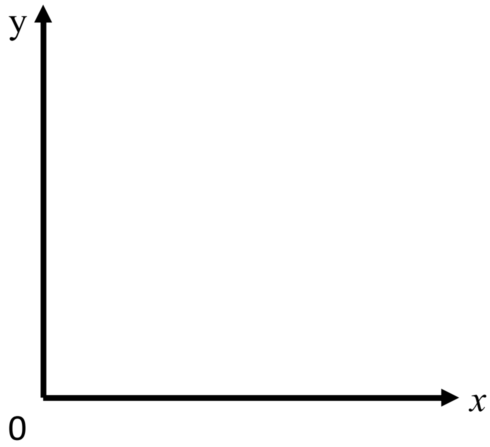
La **figure 4** présente une illustration des principaux cas de figure.

Considérons une fonction $y = f(x)$ et sa courbe représentative**.**

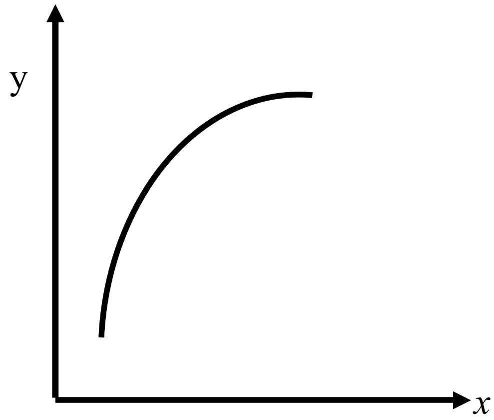
Le signe de la dérivée seconde $f''(x)$ qui est aussi la dérivée première de la fonction $f'(x)$, nous indique comment $f'(x)$ varie par rapport à x :

- Si $f''(x) > 0$: $f'(x)$ augmente avec x , cela signifie que lorsque x augmente **,** la valeur de la pente de la tangente à la courbe augmente aussi **.**
- Si $f''(x) < 0$: $f'(x)$diminue quand x augment**.** Cela signifie que lorsque x augment**,** la valeur de la pente de la tangente à la courbe diminue.

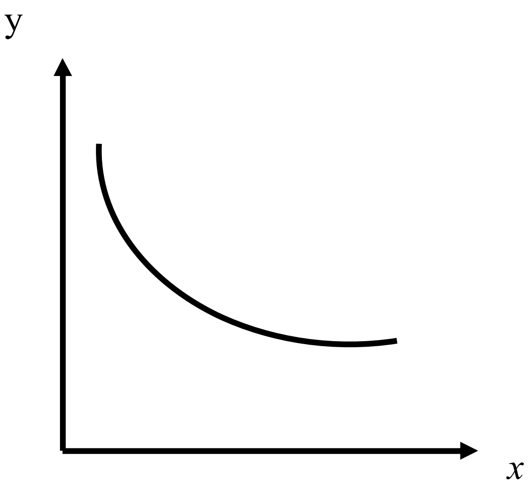
Figure 4



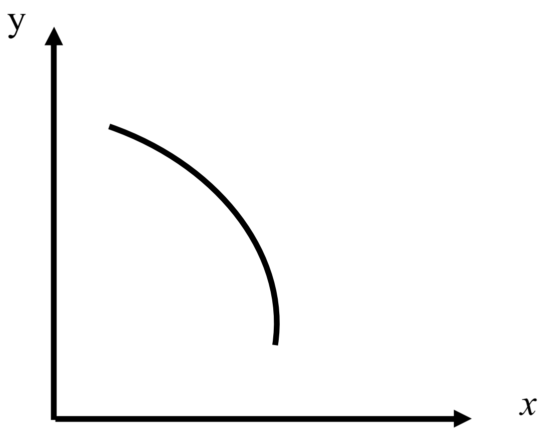
a) Courbe croissante et convexe
$f'(x) > 0$ et $f''(x) > 0$



b) courbe croissante et concave
$f'(x) > 0$ et $f''(x) < 0$



C) courbe décroissante et convexe
$f'(x) < 0$ et $f''(x) > 0$



C) courbe décroissante et concave
$f'(x) < 0$ et $f''(x) < 0$

5- Recherche de l'existence du maximum ou du minimum d'une fonction y = f (x)

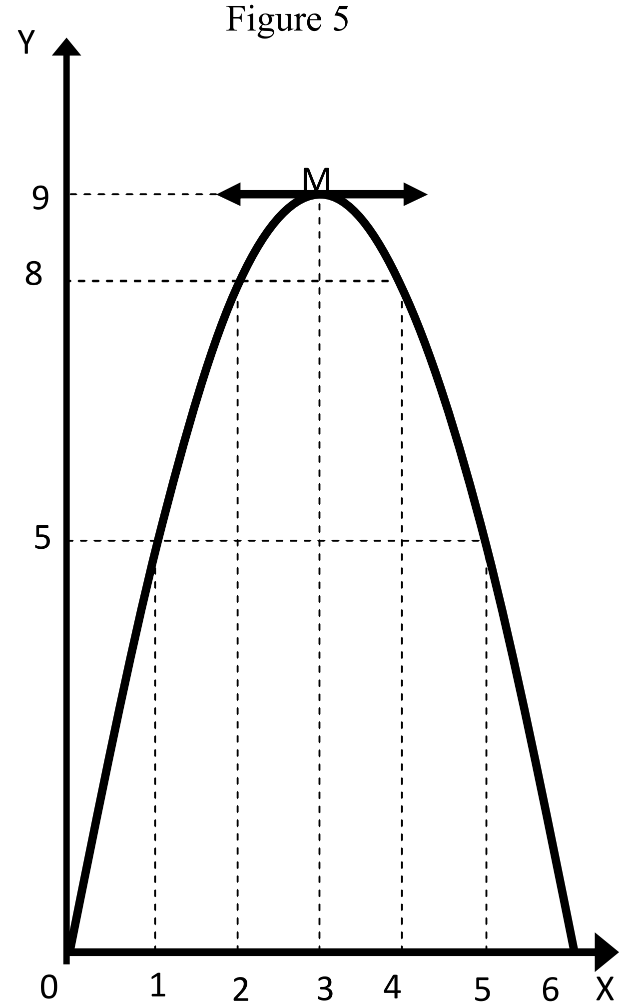
A . Définition

L'existence d'un extremum est liée à l'annulation de la dérivée première de la fonction **(**condition du premier ordre**).**

Pour déterminer si l'extremum est un maximum ou un minimum**,** il faut étudier la signe de la dérivée seconde de la fonction **(**condition du second ordre**) :**

- Si $f'(x)<0$,la fonction f (x)atteint un maximum ,
- Si $f'(x)>0$,la fonction f (x)atteint un minimum .

Figure 5



B . Exemple numérique

Considérons la fonction $y = -x^2 + 6x$,

Définie pour un intervalle de variation de x, choisi arbitrairement**,** égal à (0 , 6).

- L'existence d'un extremum est liée à l'annulation de la dérivée première

$y' = f'(x)$.

La fonction considérée admet pour dérivée **:**$y' = -2x + 6$

$y' = 0 \Longrightarrow -2X + 6 = 0$

$\Longrightarrow 2X = 6$

$\Longrightarrow X = 3.$

Il existe donc un extremum pour X = 3.

- Afin de **déterminer s'il s'agit d'un maximum ou d'un minimum,** calculons la dérivée seconde de la fonction $y = -x^2 + 6x$, elle est égale à la dérivée première de y' , soit $y'' = -2$.
- La dérivée seconde étant toujours négative, il s'agit d'un maximum **.** pour x= 3**,** la valeur correspondante de y est égale à **9(le maximum) .**
- On observe sur la **figure 5** que la courbe représentative de la fonction

$y = -x^2 + 6x$ passe par un maximum au point M(3,9) .

Remarques :

- Jusqu'au point M , pour $0 \leq x < 3$,la courbe est croissante et la dérivée première y' est positive**.** à partir du point M , pour $3 < x \leq 6$, la courbe et décroissante et y' est négative **.** Y' ,qui passe du positif au négatif **,** est nulle pour X= 3 **(**abscisse du point **M)** . Au point **M ,** la pente de la tangente à la courbe est nulle **(**droite parallèle à l'axe des **x).**

- La courbe considérée est concave. La pente de la tangente à la courbe décroit quand x Croit **:** la dérivée seconde de la fonction est négative $[f^n(x) < 0]$.

Chapitre introductif :

Confronté au phénomène de la rareté le consommateur est obligé de procéder à des choix. Le problème est de déterminer sur quelles bases théoriques ces choix peuvent s'effectuer. La théorie du consommateur permet d'analyser le comportement du consommateur cherchant à maximiser sa satisfaction dans la consommation des biens par l'affectation d'un revenu limité.

La théorie du consommateur repose sur le concept de l'utilité qui elle-même constitue un des éléments clefs dans la détermination de la valeur d'un bien ou d'un service. L'étude de choix du consommateur permet de dériver les fonctions de demandes des biens et services, elle essaie de formaliser quelque chose d'aussi peut quantifiable tels que les gouts ou les préférences des individus.

Deux approches permettent d'analyser le comportement du consommateur, l'approche cardinale et l'approche ordinale.

1- Rappel historique : la théorie cardinale et la théorie ordinale.

Le point de départ de la théorie microéconomie de la consommation est la controverse concernant la détermination de la valeur des biens.

Les économistes classiques anglais de XVII^{e} et XIX^{e} siècles (en particulier Adam Smith) estimaient que la valeur d'un bien pouvait être cernée à partir des couts de production (un objet qui nécessite pour sa fabrication deux fois plus d'heures de travail qu'un autre vaut deux fois plus). David Ricardo ira plus loin en considérant que les biens tirent leur valeur de deux sources : de leur rareté et de la quantité de travail nécessaire pour les fabriquer. Lorsque les biens ne sont pas reproductibles en grandes séries, leur valeur serait fixée par leur rareté, en revanche pour les biens reproductibles la valeur serait liée à la quantité de travail qu'ils incorporent (le capital pouvant être analysé comme du travail cristallisé)[1].

[1] Fédéric Teulon, Initiation à la micoéconomie, presses Universitaire de France, la collection « Major », 5ème édition corrigée ;avril 2013 , p45.

Par opposition, **les autres néoclassiques** comme William Jevons (1835-1882) ont présenté une analyse de la valeur des biens fondée sur des éléments psychologiques : la valeur ne dépendrait pas des couts de production, mais de l'**utilité** et de la **rareté**. L'utilité est la manière dont le consommateur dote un bien d'une qualité abstraite, celle de lui procurer par la consommation un plaisir ou de lui éviter un effort.la consommation est présentée comme un problème de choix individuel.

Ce qui importe pour le consommateur, ce n'est pas le nombre total d'unités d'un bien dont il pourrait prétendre faire l'acquisition, mais la valeur qu'il accorde à chacune des unités consommées une à une, l'ordre de consommation n'étant pas indifférent (la valeur d'un verre d'eau n'est pas la même si le consommateur est assoiffé ou s'il a déjà bu une bouteille entière). Au-dessus d'une certaine quantité consommée, le bien serait moins indispensable, d'une manière générale, les quantités supplémentaires de bien auraient des degrés variables d'utilité. Le principe de **l'utilité marginale décroissante** constitue l'hypothèse de base de l'analyse microéconomique de la consommation.

2- L'approche générale des deux théories : utilité cardinale ou ordinale

Les pères fondateurs de la théorie marginaliste (Jevons, Menger, Walras) ont raisonné comme si **l'utilité était mesurable** (hypothèse d'utilité **cardinale**).En fait il est difficile pour une personne d'apprécier de manière chiffrée l'utilité que lui procure la consommation de tel ou tel bien.

Vilfredo Pareto, puis Slutsky et Hicks ont considéré que l'utilité **ne peut être mesurée** du fait de son caractère subjectif. Selon eux le consommateur est uniquement capable de classer les utilités que lui procure la consommation des différents biens (hypothèse **d'utilité ordinale**) pour Pareto lorsqu'une personne manifeste ses préférences par des choix de consommation, ceux-ci montrent qu'il existe pour lui des combinaisons de biens entre lesquelles il n'a pas de raison de préférer les unes aux autres ; elles lui sont indifférentes.

A. La fonction d'utilité :

La fonction d'utilité U traduit la satisfaction que le consommateur retire des différentes quantités de biens qu'il consomme.

La théorie microéconomie fait de l'utilité une fonction des quantités consommées. Supposons que le consommateur achète deux biens, X et Y ; la fonction d'utilité s'écrit :

U = f(x,y), avec : **U** = niveau d'utilité, **x** et **y** les quantités de biens X et Y.

B. **Les postulats (hypothèse de base)**[2] :

Les principaux postulats qui sous entendent l'étude de comportement du consommateur sont les suivants :

a- Le postulat d'information : les consommateurs sont parfaitement informés quant à la qualité, la disponibilité, le prix des biens et leur revenu.

b- Le postulat de rationalité : les consommateurs sont supposés être rationnels. La rationalité[3] est conçue comme étant le comportement résultant d'une prise de décision optimale.

c- Le postulat de divisibilité : un bien économique qu'il soit un objet physique ou service sont parfaitement divisible, donc exprimer en unité. Exemple : pour une voiture c'est le nombre de Kilomètre parcourus.

d- Le postulat de maximisation sous contrainte : les consommateurs cherchent à maximiser leur satisfaction sous la contrainte de budget limité.

e- Le postulat de comparaison :les consommateurs sont sensés être capable d'établir un ordre de préférences. Exemple : entre deux combinaisons, est

[2] SAID AZAMOUM, **comprendre la microéconomie**, **cours et exercices**, office des publications universitaires, 3ème édition, 2011, p62.

[3] Il est identifié à celui qui « Maximise quelque chose » : le consommateur est supposé avoir un comportement de maximisation sous contraire (**rationalité optimisatrice**).

capable de déterminer laquelle des deux combinaisons lui procure plus de satisfaction dans la sens que si (A) est préféré à (B) ou s'il est indifférent.

f- Le postulat de transitivité : ce qui signifie que si c'est (A) qui est préféré à (B) est préféré à (C), donc automatiquement (A) est préféré à (C).

g- Le postulat de dominance[4] : une plus grande combinaison des mêmes biens est toujours préférée à une plus petite et les consommateurs ne sont jamais rassasiés.

h- Le postulat de diversité : les consommateurs ne se spécialisent pas dans la consommation d'un seul bien.

III- **Divergence des deux théories :**

La théorie cardinale et ordinale divergent ;

1- **Par rapport à la nature de l'utilité :**

   - L'une parle d'utilité cardinale ;
   - L'autre parle d'utilité ordinale.

2- **Au point de vue des instruments conceptuels**:

- La théorie cardinale utilise :
   - Le concept de l'utilité totale ;
   - Concept de l'utilité marginale (décroissante).
- La théorie ordinale utilise :
   - Les courbes et cartes d'indifférence ;
   - Le taux marginal de substitution (décroissant).

[4] En termes cardinaux cela signifie que l'utilité marginale d'un bien est toujours positive, jamais nulle ou négative ce qui signifierait la saturation du besoin. Soit U = f(x,y) utilité marginale U'x =f(x,y) = $\delta U / \delta x > 0$.et $\delta U^2/\delta x^2 < 0$
U'y = $\delta U/\delta y > 0$. Et $\delta U^2/\delta y^2 < 0$.

I -1 les concepts de la théorie cardinale :

I -1.A- l'utilité total et l'utilité marginale :

I -1.A-a. l'utilité total :

A partir du postulat de la mensurabilité de l'utilité, il est possible d'exprimer une fonction d'utilité totale qui traduit une relation entre l'utilité d'un bien son taux de consommation.

C'est une fonction hypothétique qui peut être représentée par un tableau, par un graphique, ou par une équation. La fonction d'utilité (U) traduit la satisfaction que le consommateur retire des différentes quantités de biens qu'il consomme[5].

On écrit :

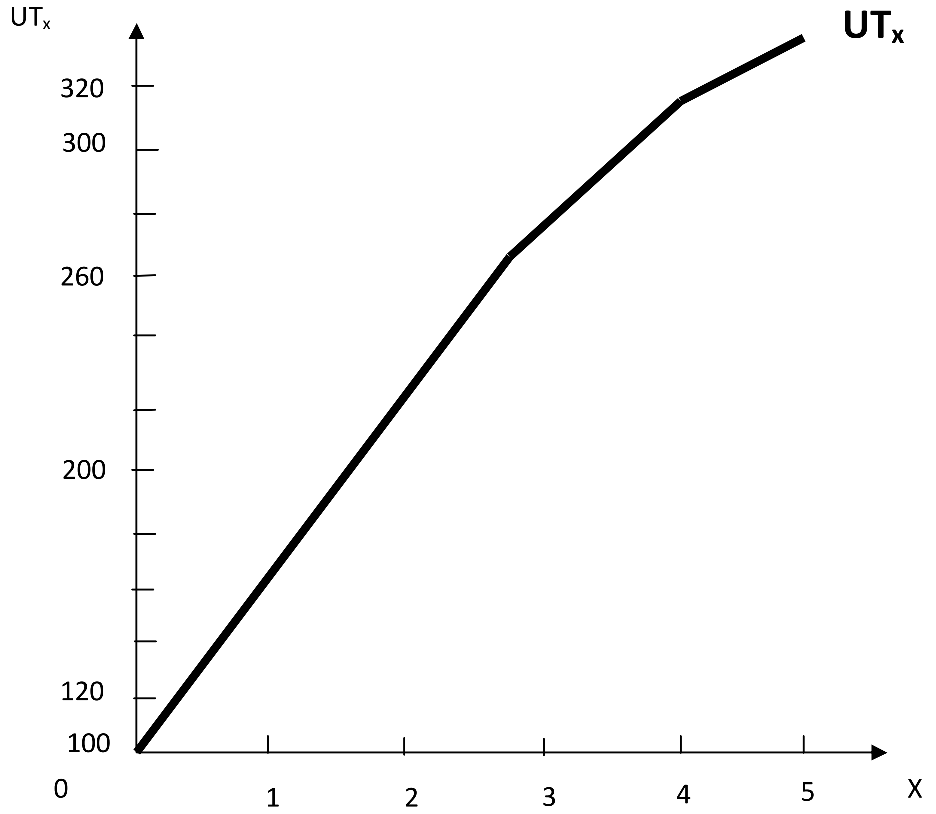
$U = f(x)$; avec x quantités consommée du bien x.

Le tableau (1.1) montre la satisfaction ou l'utilité obtenue due à la consommation d'unités successives forme l'utilité totale. Tableau (1.1)

Quantité de x /par période	Utilité totale (Ux)	Utilité marginale (Umx)
01	100	100
02	190	90
03	265	75
04	315	50
05	325	10

5 BERNARD BERNIER- HENRI LOUIS VEDIE, **Initiation à la Microéconomie**, édition DUNOD, Paris , 2005, p 24.

L'utilité totale est la somme des niveaux de satisfaction retirée de chaque unité du bien. L'utilité retirée d'une unité (la première) est de 100 utils* et celle associée à deux unités (la première et la deuxième) vaut 190utils, etc. le graphique (1.1) illustre la fonction d'utilité totale. Il s'agit bien d'une fonction, U = UT(x), puisqu'à chaque quantité du bien X est associé un niveau de satisfaction U.



Graphique 1.1 « L'utilité totale »

I-1.A-b. L'utilité marginale :

L'utilité marginale est l'utilité retirée de la consommation d'une unité additionnelle d'un bien.

Sur le tableau (1.1), lorsqu'on passe de 1 et 2 unités, la variation d'utilité totale est 190-100 =90. L'utilité marginale est donc le rapport de la variation de l'utilité totale à la variation de la quantité, soit :

$Um_x = \Delta Ut_x / \Delta X = 190 - 100 / 2 - 1 = 90.$

*On peut supposer par simplicité que nous pouvons mesurer l'utilité en unités hypothétiques appelées utils, donc un **utile** sr une unité d'utilité.

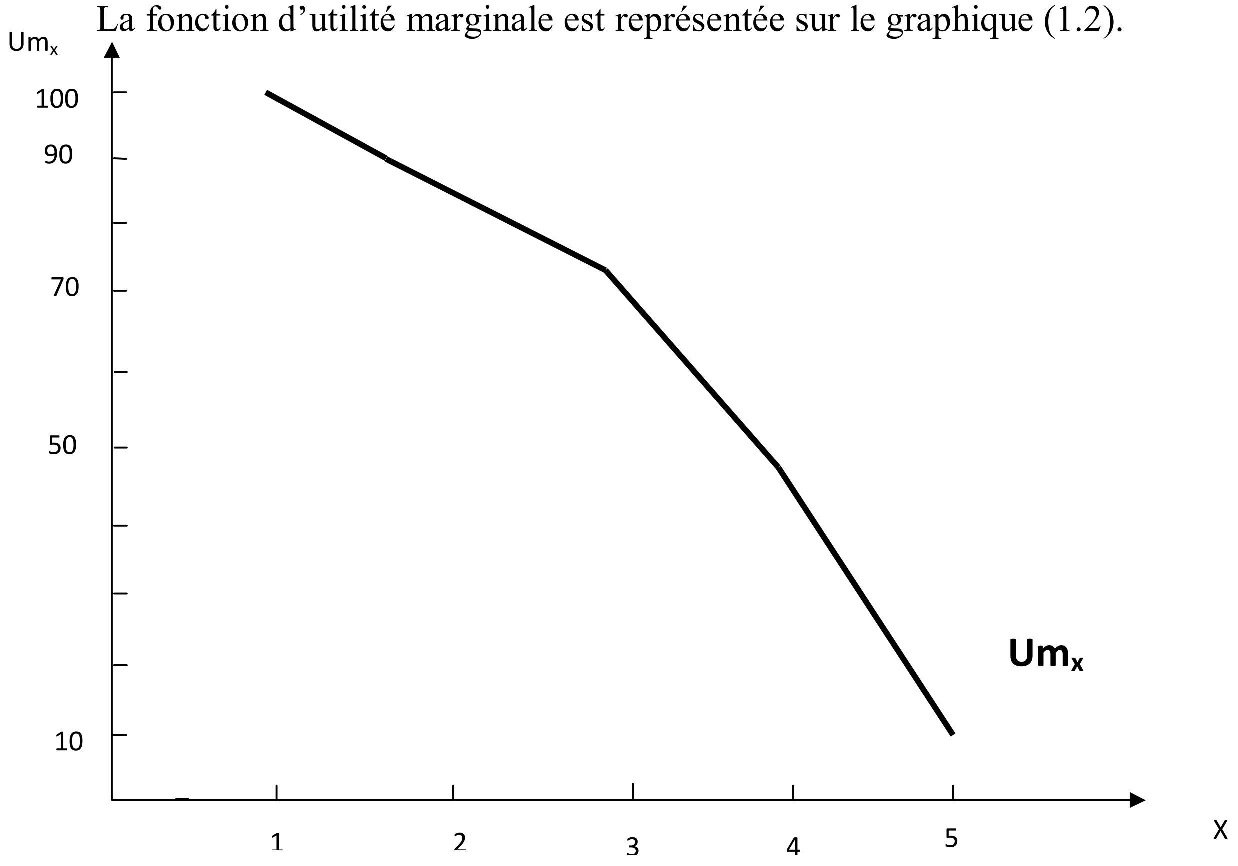
Un raisonnement identique est mené pour toute autre variation des quantités[6].

Si la fonction d'utilité $U_x = f(x)$ est continue, c'est –à-dire admettant des dérivées première et seconde, l'utilité marginale est la limite du rapport $\Delta U_x/\Delta X$ lorsque ΔX tend vers 0 et s'écrit :

$$Um_x = dU_x / dX$$

C'est la dérivée première de la fonction d'utilité. Il s'ensuit que l'utilité totale est la somme des unités marginales. Sur le tableau (1.1), l'utilité totale de 2 unités, 190,est la somme des utilités marginales de 1 et 2 : 100+90, etc.

La fonction d'utilité marginale est représentée sur le graphique (1.2).



Graphique **graphique (1.2) « L'utilité marginale »**

Puisque la fonction d'utilité totale est croissante mais à taux décroissant graphique (1.1), la fonction d'utilité marginale est décroissante graphique (1.2). Cette propriété est connue sous le nom de **loi des utilités marginales décroissantes.**

[6] Pour la première unité, l'utilité marginale est égale à l'utilité totale puisqu'on passe de zéro unité (utilité totale =0= à une unité (utilité totale et marginale = 100).

Définition :

La loi des utilités marginales* décroissantes spécifie qu'en matière de consommation, la baisse constante de l'utilité additionnelle liée à une unité supplémentaire d'un bien, apparait très rapidement[7].

I -1. B- l'hypothèse de l'utilité marginale.

Relation entre utilité totale et utilité marginale :

a- L'utilité marginale est l'utilité de la dernière unité consommée.

b- A partir de l'utilité totale on peut dériver l'utilité marginale en calculant la différence de valeurs d'utilité d'unités successives consommées.

c- L'utilité totale est la somme des utilités marginales $UTx = \sum_{i=1}^{n} UM\ xi$.

d- Quand UM est positive, l'utilité totale augmente à un taux décroissant

e- Quand UM = 0, l'utilité totale est stable, au point de saturation.

f- Quand UM est négative, l'utilité totale diminue diminue.

I -2 les conditions de l'équilibre :

Le consommateur affecte la totalité de son revenu à l'achat de deux bien X et Y, parfaitement divisibles, et il est à la recherche d'une satisfaction maximale due à un taux de consommation.

Les utilités des biens étant indépendantes, la satisfaction Uxy que le consommateur retire de l'acquisition des deux biens est égale à la somme des utilités totales de chacun des biens, soit : Uxy = Ux +Uy.

---

* Cette loi est purement empirique et n'a pour fondement que l'observation selon laquelle l'homme est en général très satisfait de posséder un premier magnétoscope et beaucoup moins par l'acquisition d'un deuxième puis d'un troisième, etc.

[7] BERNARD BERNIER- HENRI LOUIS VEDIE, **Initiation à la Microéconomie**, édition DUNOD, Paris , 2005, p 25.

Pour déterminer la combinaison de quantités (x,y) des biens X et Y qui maximise sa satisfaction (solution d'équilibre), le consommateur raisonne « à la marge ».

Il arbitre entre les biens en comparant leur utilité marginale pondérée par leur prix (Umx/Px, pour le bien X, est comparé à un Umy/Py, pour le bien Y).Tant que son revenu n'est pas épuisé, le consommateur choisit l'unité supplémentaire du bien dont l'utilité marginale par unité monétaire dépensée et plus élevée.

L'équilibre est atteint quand la dernière unité monétaire de revenu à affecter induit un gain de satisfaction aussi élevé si elle est affectée à X que si elle est affectée à Y.

On peut donc écrire : Max (Uxy = Ux +Uy) pour (x,y) réalisant l'égalité :

$$\boxed{\frac{Umx}{Px} = \frac{Umy}{Py}}$$

Remarque :

A l'équilibre, le rapport des utilités marginales des biens est égal au rapport de leur prix. En effet, l'égalité Umx/Px = Umy/Py peut être mise sous la forme :

$$\boxed{\frac{Umx}{Umy} = \frac{Px}{Py}}$$

Chapitre II : le choix du consommateur et la théorie ordinale de l'utilité.

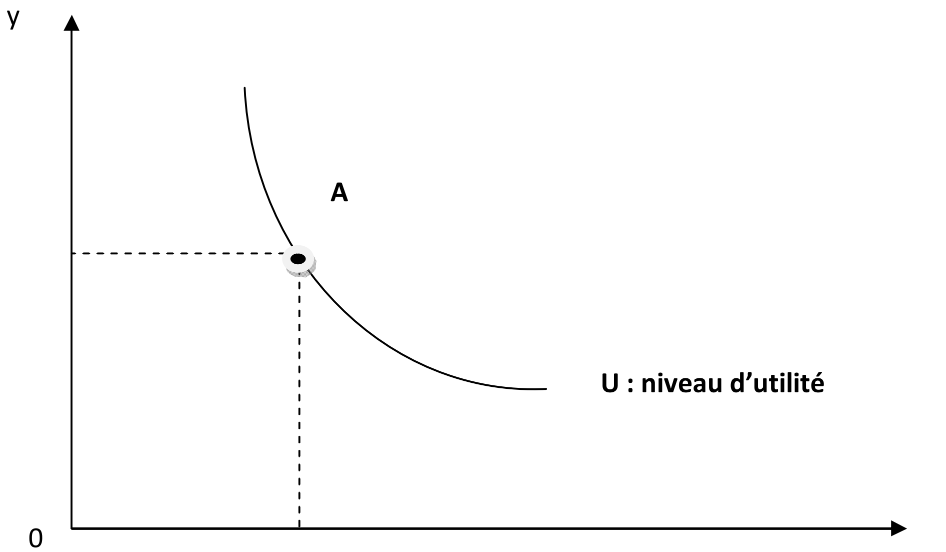
II -1 les courbes d'indifférence.

II-1.A- Définition et signification :

Définition :

Les courbes d'indifférence sont le lieu de toutes les combinaisons de deux biens « **x** » et « **y** » qui procurent au consommateur un même niveau de satisfaction (ou d'utilité). On considère que les courbes d'indifférence sont **décroissantes** et **convexes**[8]. Toute combinaison de deux biens se trouve nécessairement classée par rapport à une autre combinaison dans l'une des trois situations suivantes : « équivalente », « meilleure » ou «moins bonne ».

Grace aux courbes d'indifférence, on peut représenter la valeur de chaque combinaison pour un consommateur quelconque par une place dans sa hiérarchie de préférence. Dès lors, les valeurs d'utilité représentent un numéro d'ordre conventionnel (et non une valeur cardinale).



Graphique (2,1) : « une courbe d'indifférence »

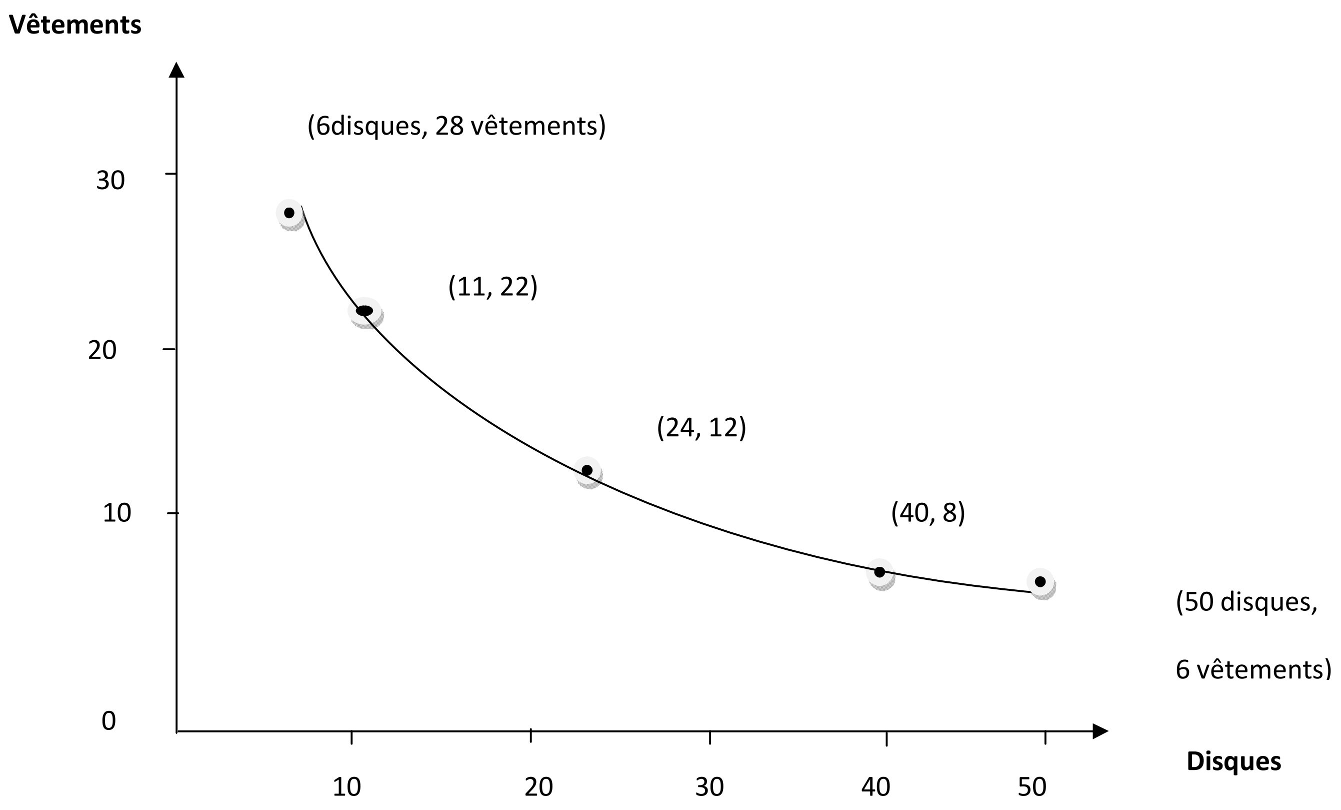
[8] Frédéric teulon, **Initiation à la microéconomie**, presse universitaires de France, 5ème édition corrigée, avril, 2013, p48.

Un exemple :

Supposons qu'un consommateur ait à sa disposition un revenu lui permettant d'acheter deux biens : des disques et des vêtements.

Imaginons que les combinaisons de biens suivantes lui procurent la même utilité.

combinaison	**Disques**	**Vêtements**
N° 1	50	6
N°2	40	8
N°3	24	12
N°4	11	22
N°5	6	28



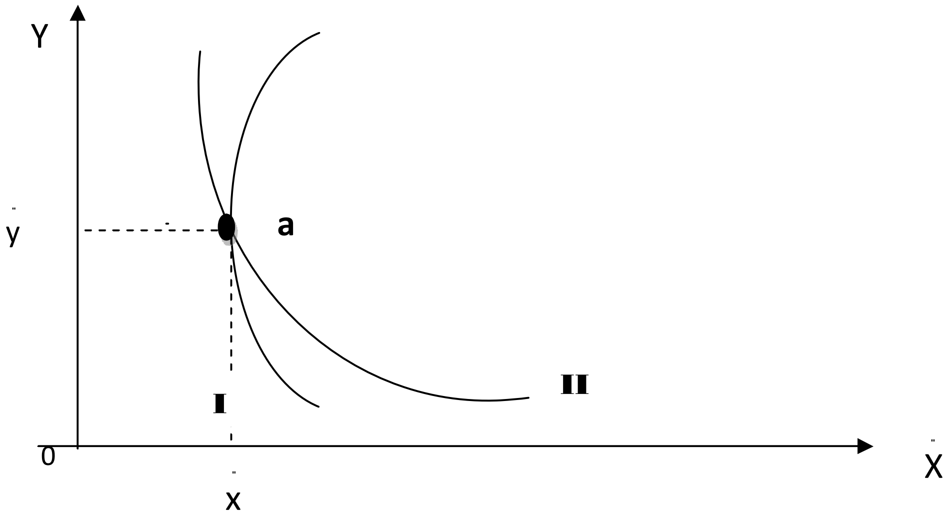
Graphique (2.2) : « une courbe d'indifférence »

II -1.B- Caractéristiques des courbes d'indifférence :

Les courbes d'indifférences sont caractérisées par :

- **Les courbes ne peuvent pas se couper :** pour expliquer cette caractéristique, supposons un panier de biens **a (x,y)**, représenté par le point d'intersection entre la courbe (**I**) et la courbe (**II**).

  Graphique (2.3) : **L'absence de point d'intersection**



  Si le panier (a) appartient à la fois aux courbes I et II, cela veut dire qu'il procure deux niveaux de satisfaction différents ; ce qui est impossible.

- **Les courbes d'indifférences sont décroissantes et convexes.**
  - Par hypothèse, le niveau de saturation n'est jamais atteint (l'utilité marginale de chacun des deux biens est positive). Le long d'une courbe d'indifférence, à niveau de satisfaction constant, on ne peut augmenter la consommation d'un bien sans diminuer celle de l'autre. Les quantités x et y varient nécessairement en sens inverse et la courbe d'indifférence est décroissante[9].

[9] Frédéric teulon**, Initiation à la microéconomie**, presse universitaires de France, 5ème édition corrigée, avril, 2013, p30.

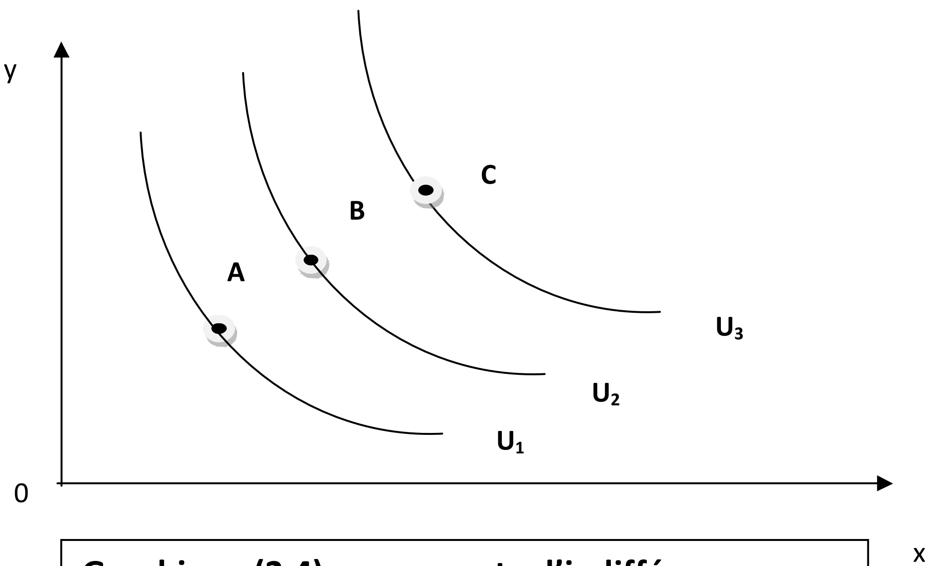
- Les courbes d'indifférence sont convexes parce que l'utilité marginale de chacun des deux biens est décroissante.

Remarquons que les courbes d'indifférence convexes correspondent à des biens partiellement substituables.

- **Le long de la courbe d'indifférence, la variation d'utilité totale est nulle.**
- **Plus une courbe est éloignée de l'origine, plus le niveau de satisfaction qu'elle traduit est élevé :** $U_3 > U_2 > U_1$. Le niveau de saturation étant supposé n'être jamais atteint par le consommateur rationnel, toute augmentation de la consommation des deux biens se traduit par une augmentation de la satisfaction[10]. Voir graphique (2.4) **les courbes d'indifférences « une carte d'indifférences »**

La carte d'indifférence :

Une carte d'indifférence est une série de courbes d'indifférence reflétant divers niveaux de satisfaction.



Graphique (2,4) : « une carte d'indifférence »

Lorsque le consommateur passe de A en B, puis en C son niveau de satisfaction s'accroit.

[10] ALAIN LUZI, **MICROECONOMIE Cours et exercices résolus**, édition HACHETTE LIVRE 2009, p30

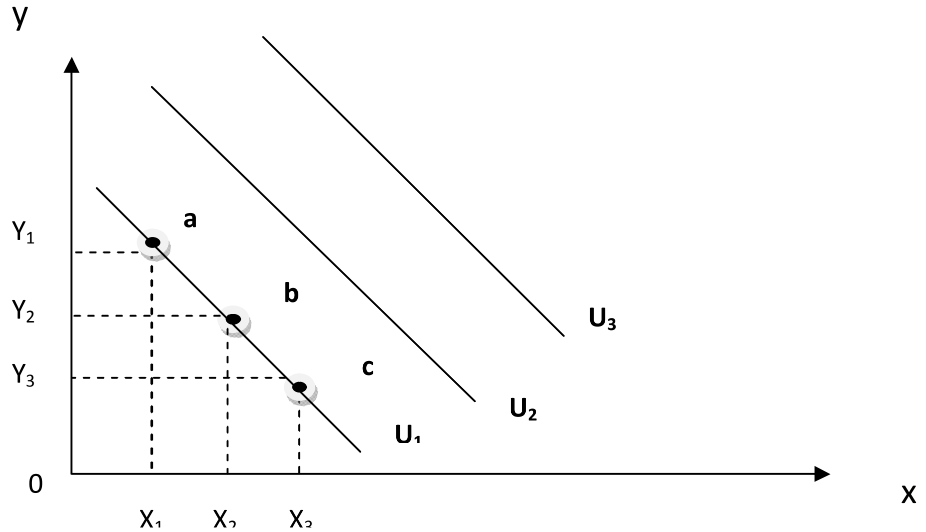
II -1.C- Formes particulières des courbes d'indifférence :

(Biens complémentaires et substituables :

Rappelons qu'en général, les courbes d'indifférence sont convexes par rapport à l'origine des points de coordonnées ; toutefois, il existe d'autres formes atypiques qu'il convient de présenter ici :

- **Courbes en forme de ligne droite : (biens strictement substituables)**

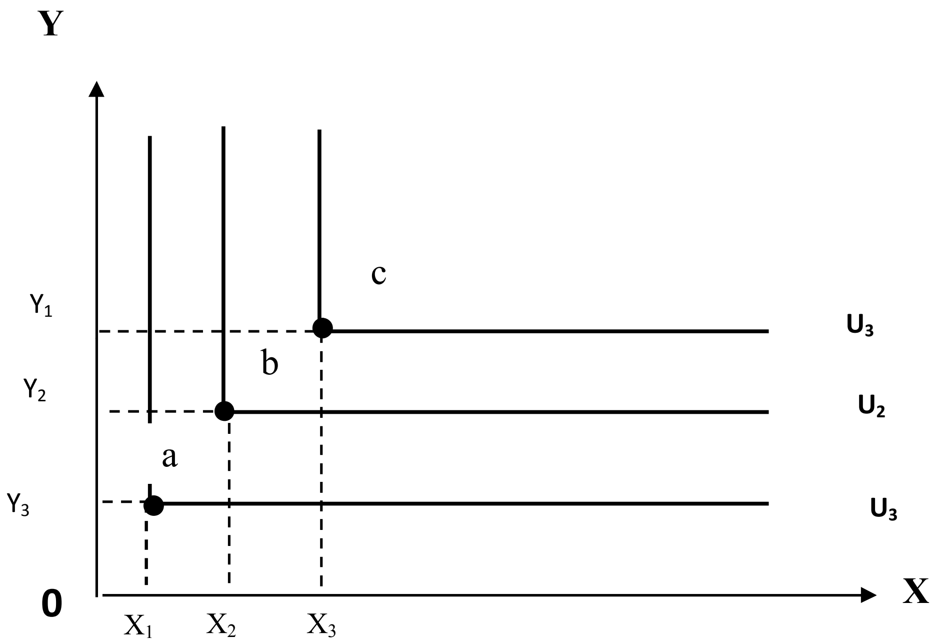
Dans le cas ou les biens sont parfaitement substituables le long de la courbe d'indifférence considérée, le taux marginal de substitution de x par y_3 (le taux marginal de substitution (TMS xy) est constant.



Graphique (2-5) : « la forme linéaire d'une courbe d'indifférence »

- **Courbes en forme d'angle droit : (biens strictement complémentaires)**

Cette forme correspond au cas des biens qui sont strictement complémentaires, dont le $TMS_{xy} = TMS_{yx} = 0$

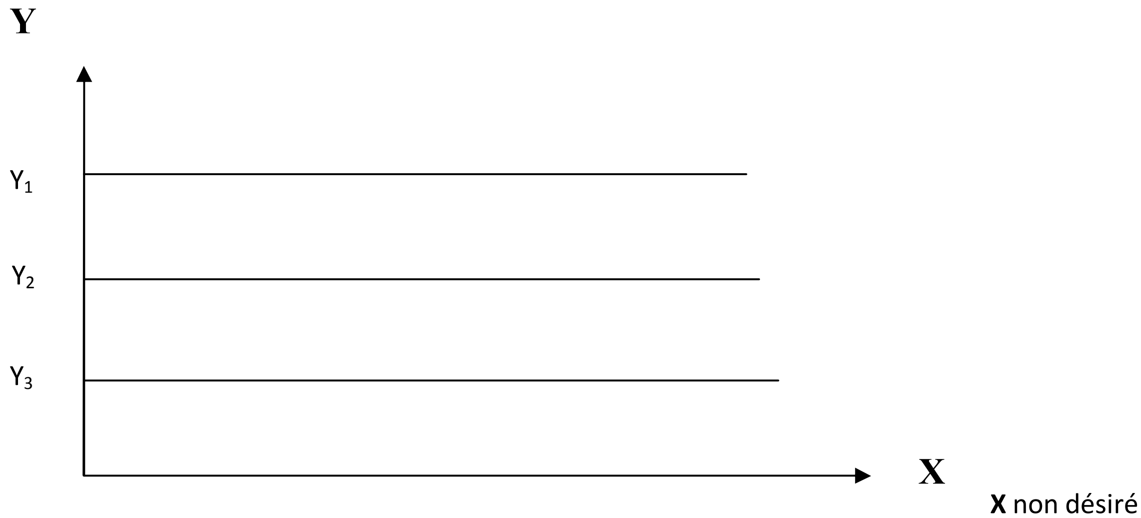


Graphique (2-6) : «courbe d'indifférence en forme d'angle droit »

- **Courbes en forme de ligne droite horizontale :**

  (Bien totalement non désiré)

Si **X** est totalement **non désiré**, la courbe d'indifférence est une droite horizontale. Voir graphique (2-7)

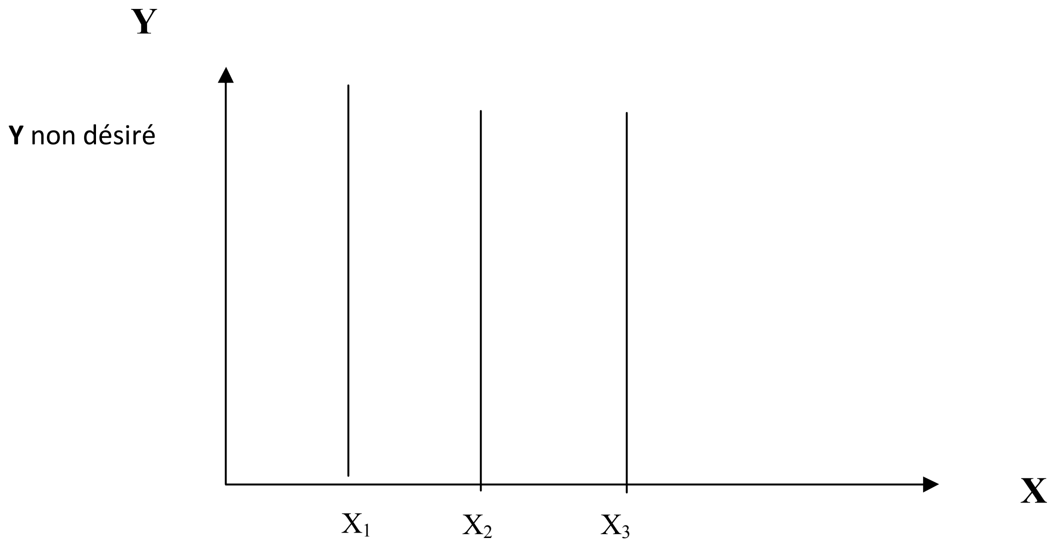


Graphique (2-7) : « courbe d'indifférence en forme ligne droite horizontale »

- **Courbes en forme de ligne droite verticale:**

(bien totalement non désiré)

Si **Y** est totalement **non désiré**, la courbe d'indifférence est une droite verticale. Voir graphique (2-8)



Graphique (2-8) : «courbe d'indifférence en forme ligne droit verticale »

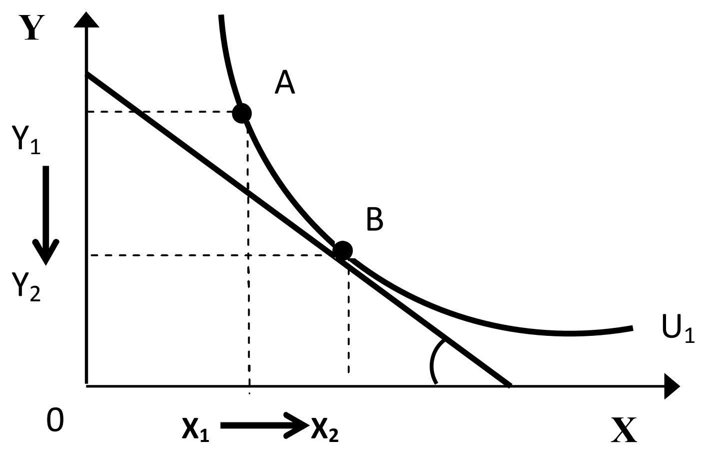
II –2 Le taux marginal de substitution (TMS).

II –2.A- Définition.

Le taux marginal de substitution est la quantité minime d'un bien que l'on est prêt à sacrifier pour obtenir une unité supplémentaire d'un autre bien**,** l'utilité totale étant constante**.**

Graphiquement**,** voir ci-dessous, pour que **2** biens **X,Y** procurent**,** quelle que soit leur combinaison **(X_1Y_1 ,X_2Y_2…X_uY_u)** le même niveau de satisfaction exprimé par **U_1** , le taux marginal de substitution de **Y** exprime donc la quantité de **Y** à laquelle on doit renoncer pour obtenir une unité supplémentaire de **X**[11]**.** **(voir le graphique (2-9).**

[11] P.DELFAUD, P.KAUFFMAN et N.POULON –LA FAYE ; **Microéconomie.** Travaux dirigés, Paris, Dunod, 1994, p13



Graphique (2-9) : «le taux marginal de substitution »

Ce taux est égal à : $\frac{OY_1-OY_2}{OX_2-OX_1}=\frac{AC}{CB}=\frac{\Delta y}{\Delta x}$

Pour des variations très faibles des quantités de **Y** et de **X**, le $TMS_{y/x}$ s'identifie à la valeur de la pente de la droite tangente en **B** à $\mathbf{U_1}$.

II –2.B- Propriétés du T.M.S.

Le taux marginal de substitution est toujours négatif**.** Ceci est la conséquence du fait que l'augmentation d'un des deux biens entraine une diminution de l'autre bien**.**

Le taux marginal de substitution se déplace le long de la courbe d'indifférence**,** $\mathbf{U_1}$ sur notre graphe**.**

II –2.C- T.M.S et utilité marginale.

Soit la fonction d'utilité **U = U(X ,Y) ;** la différentielle totale est

$$dU=\frac{dU}{dX}dx+\frac{dU}{dY}dY$$

Comme sur la courbe d'indifférence, l'utilité est constante, on aura **dU=0** soit encore : $\frac{dU}{dX}dx+\frac{dU}{dY}dY=0$ **et** $\frac{dU/dX}{dU/dY}=-\frac{dY}{dX}$

Comme $-\frac{dY}{dX}$ exprime la pente de la courbe d'indifférence, c'est aussi le **TMS.**

En conséquence, $\frac{dU}{dX}$ **et** $\frac{dU}{dY}$ traduisent successivement l'utilité marginale de **X** et l'utilité marginale de **Y,** ce qui nous permet d'écrire **:**

$$\boxed{\mathbf{TMS} = \frac{U_{mX}}{U_{mY}}}$$

Chapitre III : le choix optimum du consommateur.

III-1 la contrainte budgétaire.

III -1.A -Equation et droite du budget.

La principale contrainte au comportement du consommateur est d'ordre budgétaire**,** à savoir le revenu dont dispose ce consommateur**,** sans oublier le prix des biens qu'il est supposé acheter**.**

Soit deux biens **X** et **Y** à un prix de marché $\mathbf{P_X}$ et $\mathbf{P_y}$ à un revenu donné **R** sont associés $\mathbf{X.P_X}$ et $\mathbf{Y.P_Y}$ **,**

La contrainte budgétaire du consommateur s'écrit **:**

$$\boxed{\mathbf{R = X.P_X + X.P_y} .}$$

On déduit Y en fonction de X :

$$\boxed{\mathbf{Y = R/Py \ -Px/Py .X}}$$

Cette équation traduit une hypothèse importante **:** le revenu **(R)** dont dispose le consommateur est consacré totalement à la consommation de **X** et de **Y .**

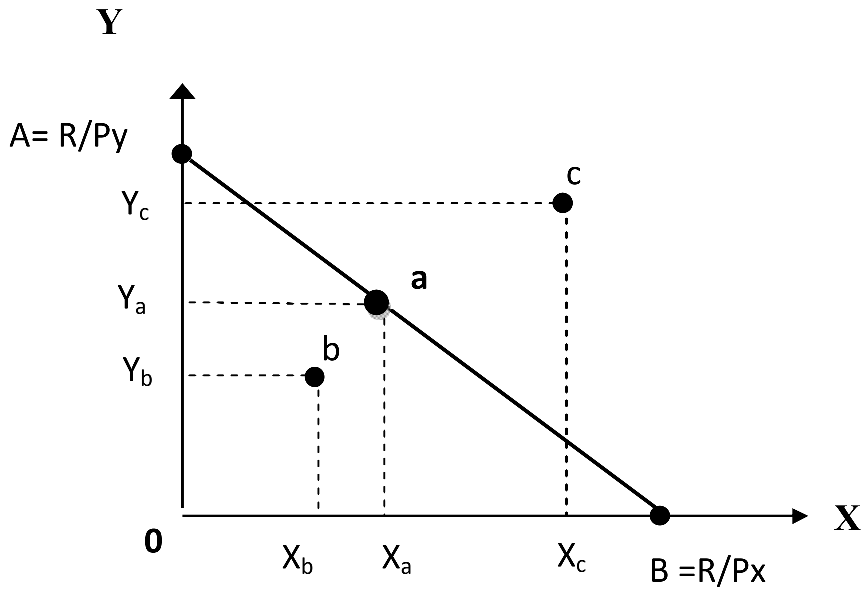
Au point **A,** on suppose que tout **R** est consacré à la consommation de **Y .**

Au point **B ,** on suppose que tout **R** est consacré à la consommation de **X .**

AB est appelé droite de budget[12]**.** Si nous prenons deux points **b** et **c** non situés sur la droite **AB,** on constate qu'en **b** la totalité du revenu **R** n'est pas consommée**,** la combinaison $\mathbf{(X_b ,Y_b)}$ n'est donc pas acceptable **.**

De même**,** en **c,** **R** n'est pas suffisant pour permettre la combinaison $\mathbf{(X_c ,Y_c)}$. Les seules combinaisons possibles se situent donc sur la droite de budget **AB (le point (a)** (par exemple**.) voir le graphique (3-1)**

[12]Pour délimiter l'espace budgétaire ; il faut tracer la DCB dans l'espace des biens. Pour ce faire, il est préférable de déterminer le niveau de consommation autonome pour chaque bien ; c'est –à-dire calculer les coordonnées des points d'intersections entre la DCB et les deux axes.



Graphique (3-1) : « Représentation graphique de droite de contrainte budgétaire DCB »

Espace budgétaire

L'espace budgétaire regroupe l'ensemble des points représentant les paniers qui se situent sur la droite du budget ou au dessous de celle-ci **,** par exemple les points **(a)** et **(b)** sur la figure précédente**.**

Droite budgétaire

La droite budgétaire regroupe les points représentant les différents paniers de biens. Pour l'acquisition de l'un de ces paniers, le consommateur dépense la totalité de son revenu **:** le point **(a),** par exemple**.**

Application

E n o n c é 1

Trois personnes se voient proposer trois projets, Chacune d'entre elles les classe par ordre préférentiel. Le résultat des choix préférentiels est le **suivant :**

	Projet I	**Projet II**	**Projet III**
Personne 1	**3**	**2**	**1**
Personne 2	**1**	**3**	**2**
Personne 3	**2**	**1**	**3**

Que pouvez-vous conclure quant au principe de transitivité **?**

S o l u t i o n 1

L'analyse des projets, deux par deux , donne les résultats suivants **:**

- Projet I et projet II :

Le projet **II** l'emporte sur le projet **I,** étant préféré deux fois sur trois**.**

- Projet II et projet III :

cette fois , le projet **III** l'emporte sur le projet **II,** toujours deux fois sur trois **.**
Au nom de la transitivité, on pourrait donc penser que le projet **III** sera préféré au projet **I .**
Or**,** il n'en est rien **,** puisque le projet **I** l'emporte sur le projet **III,** toujours deux fois sur une **,** seule la personne **I** préférant **III** à **I .**

- On en conclut que les préférences individuelles ne vérifient pas le critère de transitivité**.** C'est le paradoxe de Condorcet**.**

E n o n c é 2

Un étudiant**,** pierre**,** dispose de **100€** d'argent de poche par semaine**, II** dispose pour consommer cet argent de deux options **:** la première **:** aller au cinéma**,** prix de la place **: 5€ ;** la seconde **:** aller au restaurant**,** prix du repas **: 10€ .**

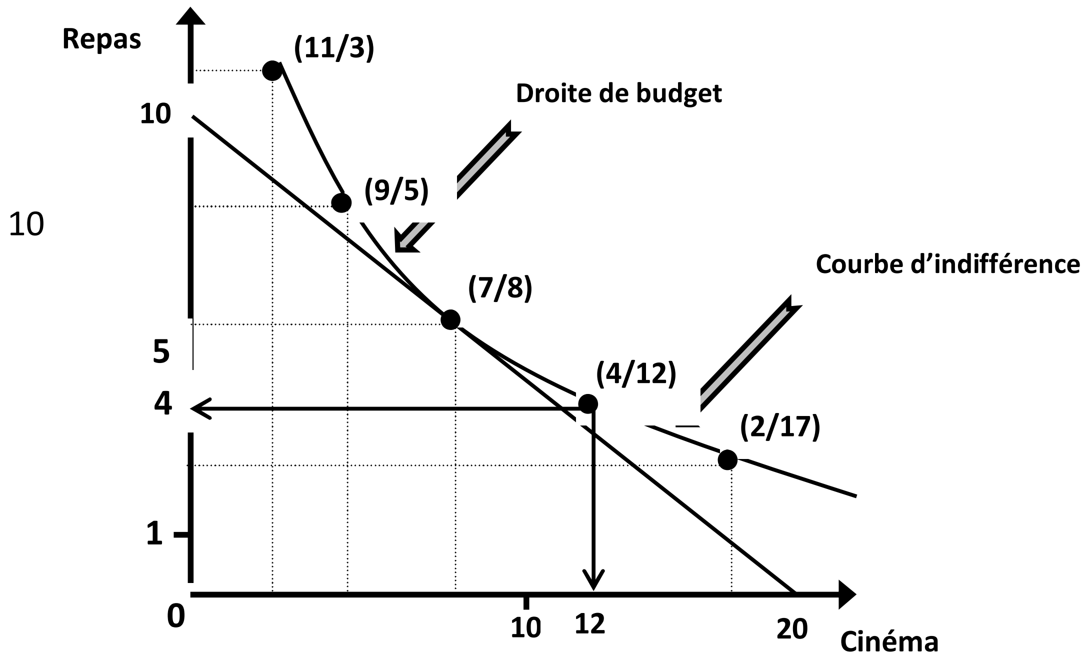
1. Etablir graphiquement la contrainte budgétaire de pierre connaissant les différentes combinaisons possibles procurant le même degré de satisfaction

Loisir cinéma	**3**	**5**	**8**	**12**	**17**
Loisir repas	**11**	**9**	**7**	**4**	**2**

2. Etablir la courbe d'indifférence de Pierre **.** Déterminer la combinaison optimale et le taux marginal de substitution cinéma/repas**.**

S o l u t i o n 2

1. Si pierre utilise tout son argent de poche**,** il pourra aller **20** fois au cinéma s'il ne souhaite pas aller une seule fois au restaurant**.** De même s'il ne souhaite pas aller au cinéma**,** il pourra disposer de **10** repas**.**



Graphique

2. La combinaison optimale est celle de la tangente de la droite de budget et de la courbe d'indifférence**,** soit le point **E.** Pour les autres combinaisons**,** l'argent de poche dont dispose Pierre est insuffisant**.** Au point **E,** la combinaison optimale est de **7** repas et de **8** places de cinéma**.**

III -1.B- Déplacement de la droite du budget « DCB »

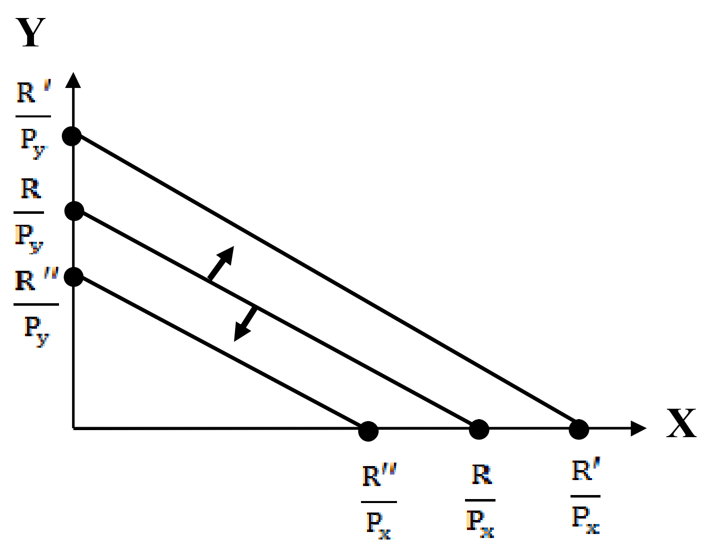
Généralement, la droit de budget peut se déplacer parallèlement vers le haut ou vers le bas, dans le cas où le **revenu** monétaire du consommateur se **modifie**. Comme elle peut se déplacer en rotation le long de l'axe des **X** ou **Y** , dans le cas de **modification des prix des biens X** ou **Y.**

- **Cas de la modification variation du revenu**

Sur la figure ci-après, la **droit de budget** $(\frac{R}{P_y} ; \frac{R}{P_x})$ Correspond au revenu initial du consommateur **:**

-Si le revenu augmente à **(R'),** la **droit de budget** se déplace vers le haut **:** on obtient la droite $(\frac{R}{P_y} ; \frac{R'}{P_x})$ sur le graphique (3-2)**.**

-Si le revenu baisse à **(R''),** la **droit de budget** se déplace vers le bas **:** On obtient la droite $(\frac{R}{P_y} ; \frac{R''}{P_x})$ sur le graphique (3-2)**.**



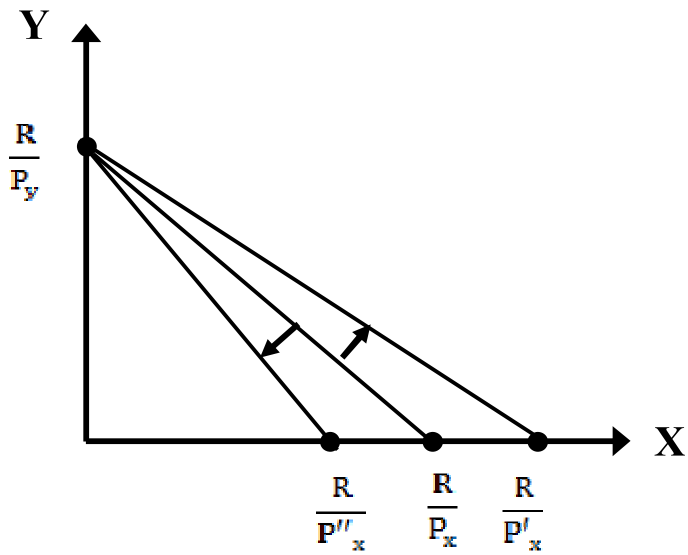
Graphique (3-2) : Variation du revenu et déplacements de la DCB

- **Modification du prix du bien X**

Sur graphique (3-3) la DCB $(\frac{R}{P_y};\frac{R}{P_x})$ correspond à la contrainte budgétaire du consommateur : $R=P_xX + p_yY$

-Si le prix du bien**X** baisse à **(P $_x$), la** **DCB** se déplace en rotation vers la droite **:** on obtient la ligne **(**$\frac{R}{P_y};\frac{R}{P_x}$**)** sur le graphique (3-3) **.**

-Si le prix du bien **X** augmente à **(P $_x$),** la **DCB** se déplace en rotation vers la gauche **:** on obtient la ligne **(**$\frac{R}{P_y};\frac{R''}{P_x}$**)** sur le graphique (3-3)**.**



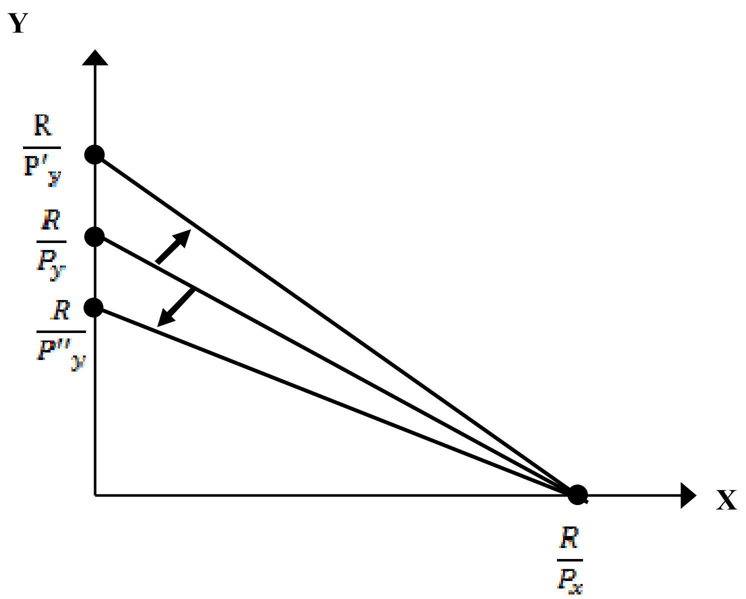
Graphique (3-3) : Variation de P_x et déplacements de la droite de budget « DCB »

- **Cas de la modification du prix du bien Y**

Sur graphique (3-4), la **droit de budget** **(**$\frac{R}{P_y};\frac{R}{P_x}$**)** correspond à la contrainte budgétaire du consommateur : $R= P_xX + P_yY$

-Si le prix du bien Y baisse à (P_y),la **droit de budget** se déplace en rotation vers la haut**:** on obtient la ligne ($\frac{R}{P_x};\frac{R}{P'_y}$) sur le graphique (3-4)**.**

-Si le prix du bien Y augmente à (P $_y$), la **droite de budget** se déplace en rotation vers le bas **:** on obtient la ligne **(**$\frac{R}{P_y}$; $\frac{R}{P_x}$**)** sur graphique (3-4)**.**



Graphique (3-4) : Variation de P_x et déplacements de la DCB

Application :

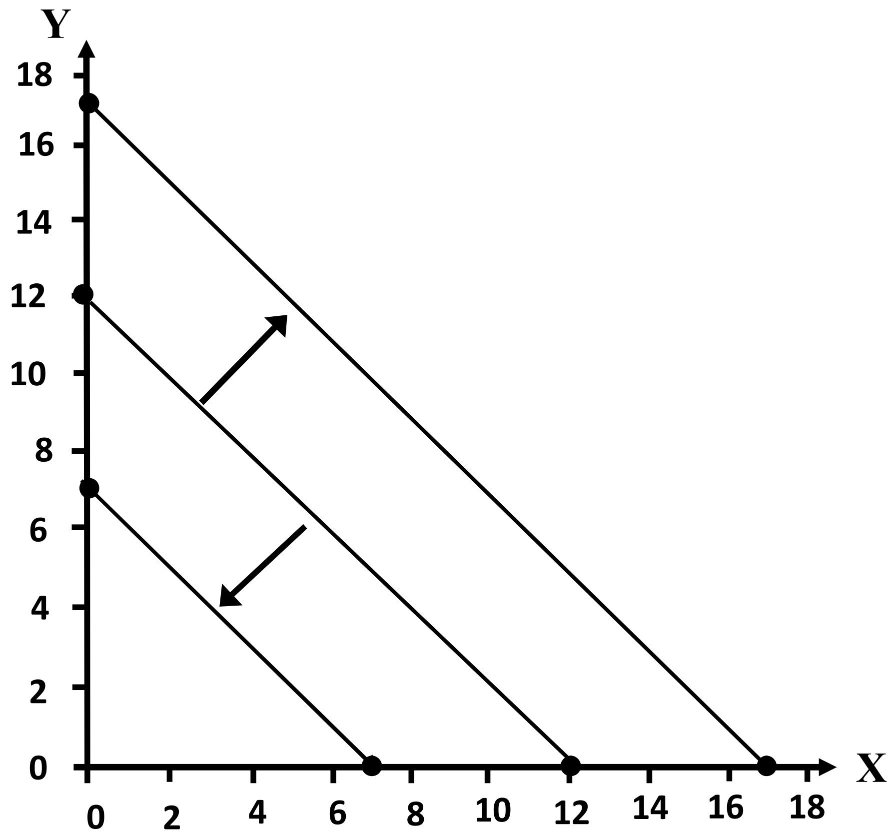
Supposons que les prix des biens X et Y sont identiques (P_x= P_y= 2DA), et le revenu nominal **(**à dépenser totalement**)** du consommateur est égal à 24DA**.**

Travail à faire

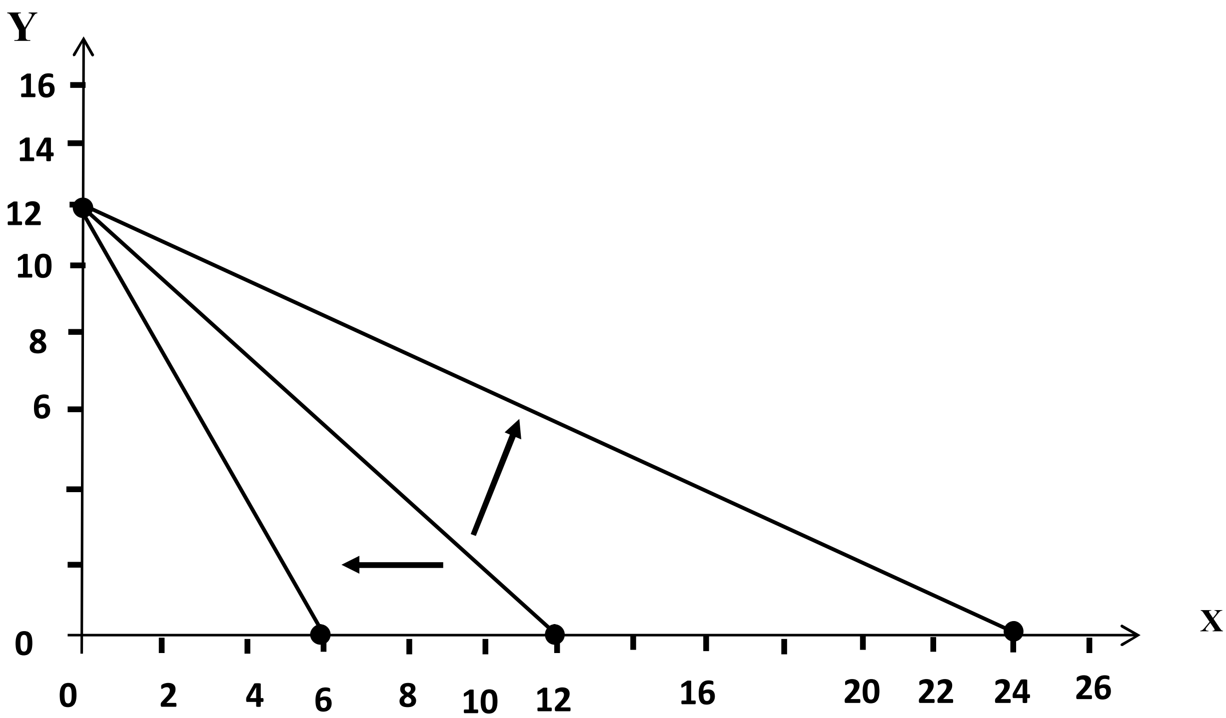
1- Tracer la droit de budget « **DCB** » correspondant à cet énoncé**,** puis tracer une nouvelle droite de budget « **DCB** » pour le cas de hausse du revenu de 10DA et une autre pour le cas de baisse du revenu de 10DA.
2- Dans les cas où le prix de X passe d'abord de **2DA** à **1DA,** ensuite de **2 DA** à **4 DA,** tracer les nouvelles **DCB** correspondantes**.**

Solution

1- Pour la variation de revenu**,** les trois cas **(**la position initiale et les deux autres positions**)** sont représentés dans la figure ci-après **:**



2- Pour la variation du prix du bien X**,** les **DCB** correspondant aux trois situations **(** la situation initiale et les deux autres positions**)** sont représentées dans la figure ci-après **:**



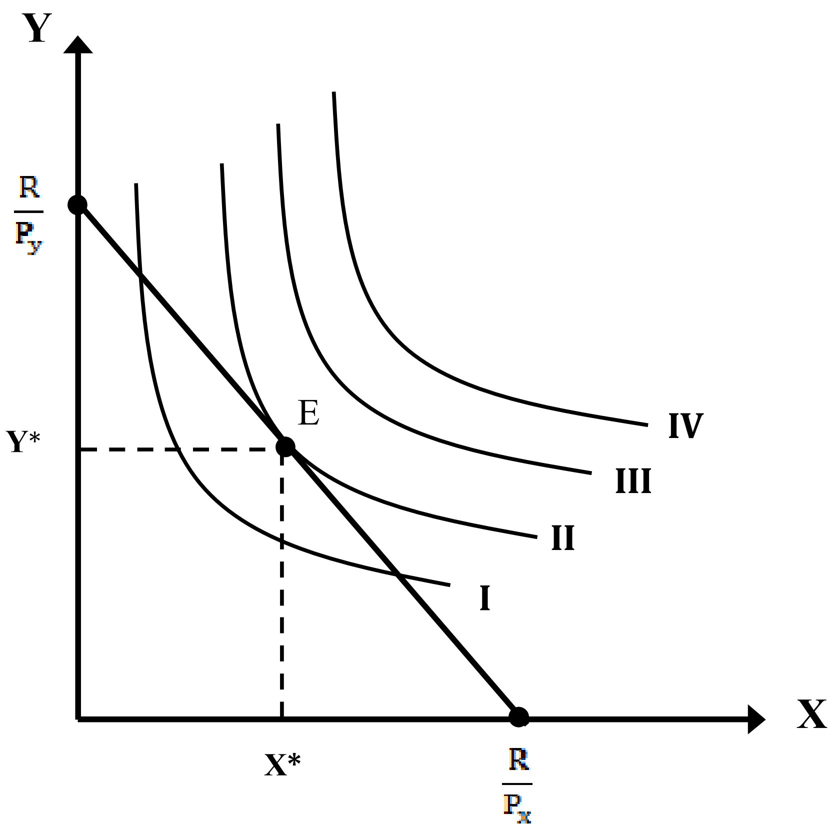
III-2 La détermination de l'optimum et l'équilibre du consommateur

Pour déterminer l'équilibre du consommateur selon cette approche, deux méthodes sont utilisées, à savoir la méthode géométrique et la méthode algébrique.

III-2 .A Approche géométrique

La confrontation entre la droite de la contrainte budgétaire et l'une des courbes d'indifférence du consommateur permet de déterminer le point d'équilibre. Sur la graphique(3-5) ci-dessous, le point **E** présente un point d'équilibre, c'est le point de tangence entre la ligne budgétaire et la courbe d'indifférence la plus élevée.

Les points **a** et **b** ne peuvent pas être des points d'équilibre, parce que même s'ils sont sur la droite **(RR')**, ils n'appartiennent pas à la courbe d'indifférence « **CI** » la plus élevée possible.



Graphique (3-5) : Détermination de l'équilibre graphiquement

III-2 .B- Caractéristiques de la situation d'équilibre.

- A l'équilibre, la pente de la courbe d'indifférence est égale à la pente de la droit de budget « DCB » ;
- **Etant donné que :**
  - La pente de la DCB est égale au rapport des prix, précédé par le signe négatif **($-\frac{P_x}{P_y}$) ;**
  - La pente de la courbe d'indifférence est égale à **($\frac{\Delta y}{\Delta x}$)**
  - Le $TMS_{xy} = -\frac{\Delta y}{\Delta x} \Longleftrightarrow -TMS_{xy} = \frac{\Delta y}{\Delta x}$

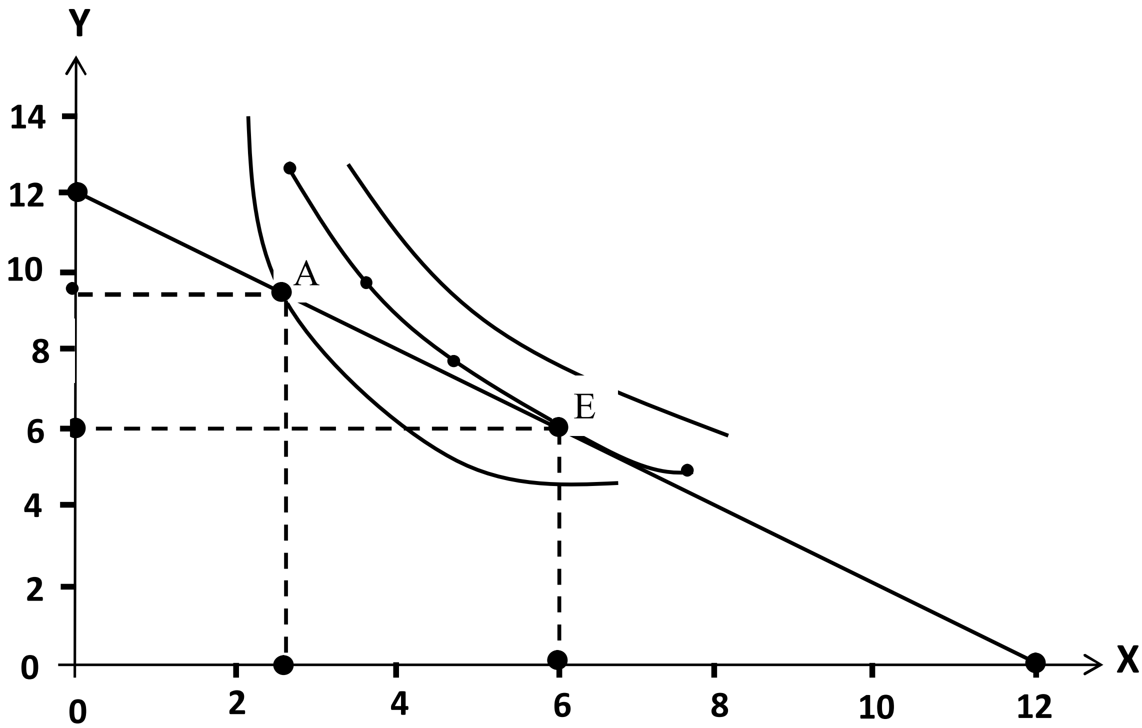
Alors, il convient de déduire qu'à l'équilibre, le $\mathbf{TMS_{xy}} = \frac{P_x}{P_y}$

Application :

Supposons que les prix des marchandises **X** et **Y** sont identiques **($P_x = P_y =$ 2 DA),** le revenu nominal du consommateur est égal à **24 DA** **(**sa totalité est dépensée dans l'achat de **X** et **Y).** Les préférences du consommateur sont représentées par les trois courbes**,** dont les coordonnées des points sont portées dans le tableau suivant **:**

I		II		III	
X	**Y**	**X**	**Y**	**X**	**Y**
2	13	3	12	4	12
3	8,7	4	9	5	9,6
4	6,5	5	7,2	6	8
5	5,2	6	6	7	6,9
6	4,3	7	5,1	8	6
7	3,7	8	4,5	9	5,3

Pour déterminer l'équilibre du consommateur**,** traçons sur un même plan**,** les courbes d'indifférence et la **DCB .**



Sur la figure ci-dessus, la **DCB** est tangente à la courbe **2** au point **E(6 ; 6)** qui représente le point d'équilibre. C'est la combinaison optimale de **X** et **Y,** permettant au consommateur de maximiser sa satisfaction, tout en dépensant la totalité de son revenu.

Remarque : le panier représenté par le point **A,** appartient à la fois à la **DCB** car il permet la dépense totale du revenu et à la courbe d'indifférence **(I)** correspondant au premier niveau de satisfaction. Toutefois, le consommateur ne se contente pas de ce panier, car il existe un autre panier qui lui procurerait une meilleure satisfaction sur la courbe **(II) :** C'est le point **E.**

Approche algébrique

Il existe deux méthodes algébriques pour déterminer l'équilibre du consommateur à savoir : la méthode de Lagrange et la méthode analytique. L'équilibre du consommateur est obtenu par l'une de ces deux méthodes en résolvant le problème d'optimisation du consommateur (appelé aussi programme du consommateur) qui s'écrit :

$$\begin{cases} \text{Max}\, U = f(X,Y) \\ \text{S/C} \quad R = P_X X + P_y Y \end{cases}$$

La méthode de Lagrange

L'application de cette méthode consiste à écrire, dans un premier temps la fonction de Lagrange, en introduisant le multiplicateur **(λ)** qui mesure le supplément de satisfaction engendrée par chaque unité monétaire supplémentaire dépensée (au-delà du revenu initial).

$$\mathbf{L(x, y, \lambda) = \mathit{U} \text{-} \lambda(R\text{-}\ P_x\ .X - P_y\ .\ y)}$$

A L'équilibre, $L(x, y, \lambda) = U$ parce que $R\text{-}\ P_x .X - P_y\ .\ y = 0$, donc maximiser U revient à maximiser le lagrangien.

La détermination de l'optimum de la fonction lagrangienne passe par la vérification des conditions de **1**[er] ordre suivantes **:**

$$\begin{cases} \frac{\delta L}{\delta x} = 0 \\ \frac{\delta L}{\delta y} = 0 \\ \frac{\delta L}{\delta \lambda} = 0 \end{cases} \Longrightarrow \begin{cases} \frac{\delta y}{\delta x} - \lambda P_x = 0 \\ \frac{\delta y}{\delta x} - \lambda P_y = 0 \\ R - P_X X - P_y Y = 0 \end{cases} \Longrightarrow \begin{cases} \lambda = \frac{UM_x}{P_x} \\ \lambda = \frac{UM_y}{P_x} \\ R - P_X X - P_y Y = 0 \end{cases}$$

Le consommateur atteint l'optimum, lorsque les utilités marginales pondérées par les prix égales ; en d'autres termes le consommateur est en équilibre lorsque le rapport des utilités marginales est égal au rapport des prix.

$$\frac{UM_x}{P\ _x} = \frac{UM_y}{UM_y} \quad \Leftrightarrow \quad \frac{UM_x}{UM_y} = \frac{P\ _x}{P_y}$$

Application :

Un consommateur dispose d'un revenu monétaire **R= 40 DA ,** les prix des biens sur le marché sont respectivement **P_X =1DA et P_y = 2DA** et sa fonction d'utilité s'écrit **:** $U = 2XY + 1$

1- Déterminer les quantités de **X** et de **Y** qui maximisent la satisfaction du consommateur.

2- Trouver la valeur de **U** et celle de **λ** à l'optimum.

Solution

1- Détermination de l'équilibre du consommateur

- Ecriture du programme du consommateur

$$\begin{cases} \text{Max}\, U = f(X, Y) = 2\,XY + 1 \\ \quad S/C\ \ 40 = X + 2Y \end{cases}$$

- Ecriture de la fonction de Lagrange

Max L $= 2XY + 1 + \lambda(40 - X - 2\,Y)$........(1)

- Les conditions de 1^{er} ordre :

$$\begin{cases} \frac{\delta L}{\delta x} = 0 \\ \frac{\delta L}{\delta y} = 0 \\ \frac{\delta L}{\delta \lambda} = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2Y - \lambda = 0 \\ 2X - 2\lambda = 0 \\ 40 - X - 2Y = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \lambda = 2Y \ldots\ldots\ldots\ldots(2) \\ \lambda = X \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots(3) \\ 40 - X - 2Y = 0 \ldots.\ (4) \end{cases}$$

$$\textbf{(2) = (3)} \Leftrightarrow \mathbf{2Y = X} \Rightarrow \mathbf{Y = \frac{X}{2}} \ \ldots\ldots.(5)$$

Pour trouver la valeur de **X,** remplaçons Y par sa valeur**,** dans l'équation **(4).**

$$40 - X - 2\left(\frac{X}{2}\right) = 0 \Rightarrow X = 20 \text{ unités}$$

Pour trouver la quantité optimale de **Y,** il suffit de remplacer **X** par sa valeur dans l'équation **(5).**

$$Y = \frac{(20)}{2} = 10 \text{ unités}$$

Les quantités qui permettent au consommateur d'atteindre l'équilibre sont : (X* ; Y*)= (20 ; 10).

-Calcul des valeurs (Uet **λ) à** l'équilibre **:**

Pour calculer la valeur de U, remplaçonsX et Y par leurs valeurs à l'équilibre.

$$U = 2(20)\,(10) + 1 = 401$$

Et pour la valeur de **λ,** remplaçonsX et Y par leurs valeurs dans l'une des deux équations **(2)**ou **(3).**

Donc **λ = 20,** ce qui signifie que chaque Dinar dépensé au-delà du revenu initial engendre **20** unités supplémentaires**,** en termes de satisfaction**.**

Méthode de substitution

Réécrivons le programme du consommateur :

$$\begin{cases} \text{Max } U = f(X,Y) \;\ldots\ldots\ldots.(1) \\ \text{S/C} \quad R = P_xX + P_yY \;\ldots\ldots(2) \end{cases}$$

Pour résoudre ce programme par cette méthode**,** déterminons d'abord **Y** en fonction de **X,** à partir de l'équation **(2) :**

$$Y = \frac{R}{P_y} - \frac{P_x}{P_y}X \;\ldots\ldots(3)$$

Remplaçons**,** par la suite**,** Y par sa valeur dans l'équation (1).

$$U = f(X, Y(X))$$

Puis, dérivons la fonction U par rapport à **X :**

$$\frac{\partial U}{\partial x} = U'_x + U'_y\left(\frac{\partial y}{\partial x}\right)$$

Comme $\frac{\partial y}{\partial x} = -\frac{P_x}{P_y}$; à partir de l'équation (3)

L'utilité sera maximale pour **:**

$$\frac{\partial U}{\partial x} = U'_x + U'_y\left(-\frac{P_x}{P_y}\right)$$

D'où l'on déduit

$$\frac{U'_x}{U'_y} = \frac{P_x}{P_y} \Longrightarrow \frac{U'_x}{P_x} = \frac{U'_y}{P_y}$$

Application :

En maintenant l'énoncé de l'application précédente.

Déterminer par la méthode analytique, l'équilibre consommateur.

Solution

Reprenons le programme du consommateur**,** écrit précédemment **:**

$$\begin{cases} \text{Max } U = f(X,Y) = 2XY + 1 \ldots \textbf{(1)} \\ \text{S/C} \quad 40 = X + 2Y \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \textbf{(2)} \end{cases}$$

Déterminons d'abord **Y** en fonction de **X,** à partir de l'équation **(2) :**

$$Y = 20 - \frac{1}{2}X \ldots\ldots(3)$$

Remplaçons la variable **Y** par sa valeur dans l'équation **(1) :**

$$U = f(X,Y(X)) = 2X(20 - \frac{1}{2}X) + 1$$

$$U = f(X,Y(X)) = 40X - X^2 + 1$$

Puis**,** dérivons la fonction **U** par rapport à **X** et annulons le résultat **:**

$$\frac{\partial U}{\partial x} = 40 - 2X = 0$$

$$\Longrightarrow X = 20 \text{ unités}$$

Pour déterminer la quantité de **Y,** remplaçons **X** par sa valeur dans l'équation **(3) :**

$$Y = 20 - \frac{1}{2}(20) = 10 \text{ unités}$$

Donc à l'équilibre**,** les quantités consommées sont représentées par le panier suivant **:**

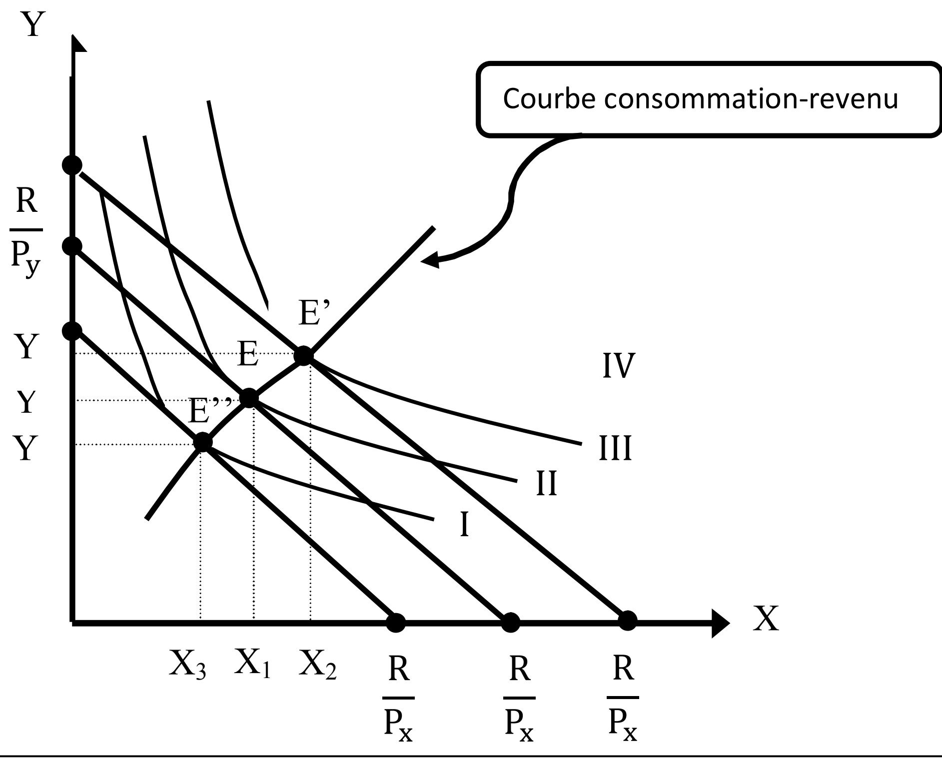
$$(X^* ; Y^*) = (20 ; 10).$$

III- 3 Déplacement de la situation d'équilibre

Le déplacement du point d'équilibre peut être dû à la modification du revenu du consommateur ou à celle des prix des biens considérés.

III-3.A- Variation du revenu.

Toute modification du revenu nominal, entraine un déplacement de la situation de l'équilibre. Pour la plupart des biens (biens normaux), lorsque le revenu augmente, la droite budgétaire se déplace vers la droite et le point d'équilibre se déplace aussi vers une courbe d'indifférence plus élevée (l'exemple du passage de **E** vers **E'** sur la graphique (3-7)



Graphique (3-7) : Equilibre et variation du revenu

Courbe consommation-Revenu (C.C.R):

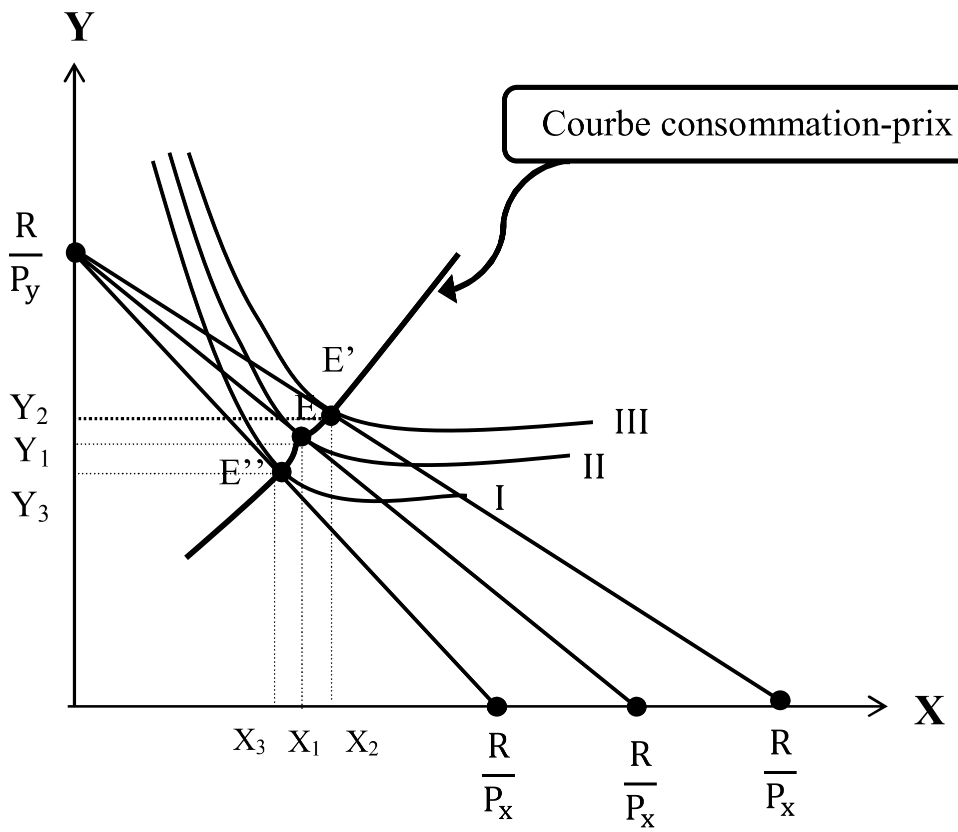
La courbe Consommation –Revenu (C.C.R), représente le lieu de l'ensemble des points d'équilibre obtenus à l'occasion des différentes modifications du revenu du consommateur (les prix des biens sont supposés invariables).

III-3.B- Variation du prix d'un des biens.

Dans le cas ou le prix du bien X (ou de Y) augmente ou diminue, le rapport R/P_x varie selon le sens de la variation du prix (hausse ou baisse du pouvoir d'achat) ; et selon la nature économique du bien considéré[13].

Courbe consommation-Prix (C.C.P):

La courbe Consommation –Revenu (C.C.P), est le lieu géométrique des différents points d'équilibre du consommateur engendrés par la variation du prix du bien considéré (le revenu nominal du consommateur et le prix du bien Y restent inchangés).



Graphique (3-8) : Equilibre et variation du prix

---

[13] AIT TALEB Abdelhamid – CHIKH AMNACHZE Sabrina, **Microéconomie Analyse su comportement du consommateur** –cours et exercices corrigés -, édition EL-AMEL, 2016, p 101.

Chapitre IV: la demande en fonction du revenu

Dans ce chapitre, nous allons étudier la variation de ces demandes suite à des variations du revenu (chapitre la demande en fonction du revenu) et des prix (la demande en fonction du prix) . Cette étude sera menée grâce à la statique comparative ; nous allons partir d'un optimum du consommateur, modifier un paramètre (par exemple, R) et observer comment l'équilibre s'est modifié et en déduire les conséquences sur les demandes.

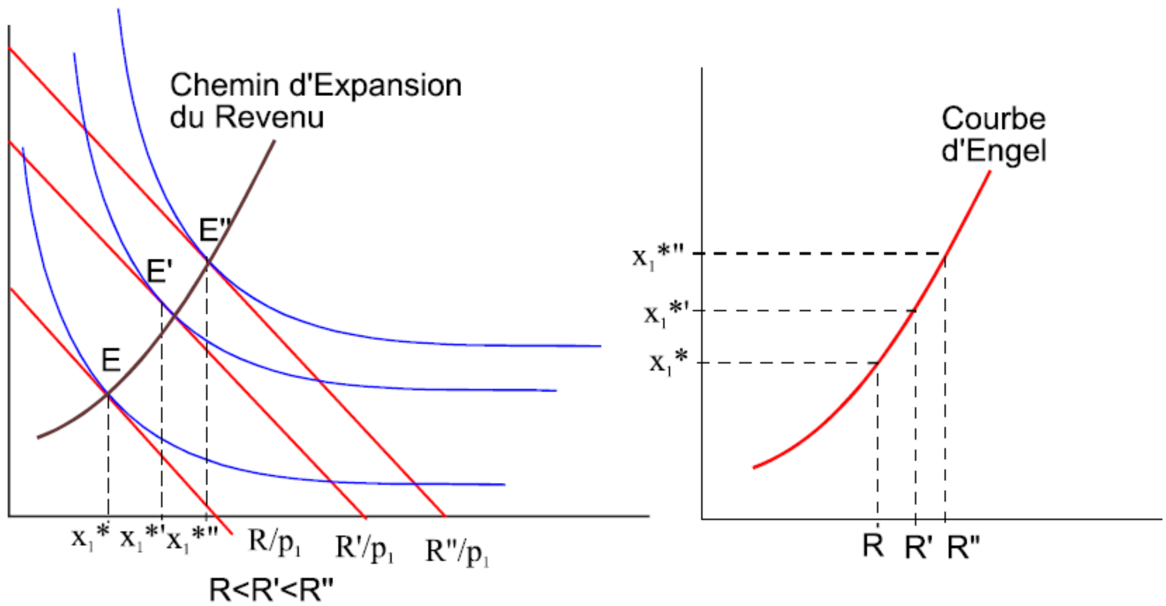
1/ la courbe de la demande en fonction du revenu

A. La courbe individuelle théorique :

1. La courbe de revenu consommation :

Définition :

La courbe consommation-revenu est l'ensemble des points d'optimum de consommation lorsque seul le revenu varie (les prix des biens étant constant).



Graphique (4-1) : la courbe consommation –revenu et courbe d'ENGEL

Les effets d'un accroissement du revenu du consommateur sont l'élargissement de son ensemble budgétaire (la droite de budget se déplace parallèlement vers l'extérieur) et le déplacement de sa position d'équilibre (accroissement des quantités consommées des deux biens). Le déplacement parallèle vers l'extérieur de la droite de budget tient au fait que le revenu a augmenté et que les prix des biens n'ont pas changé.

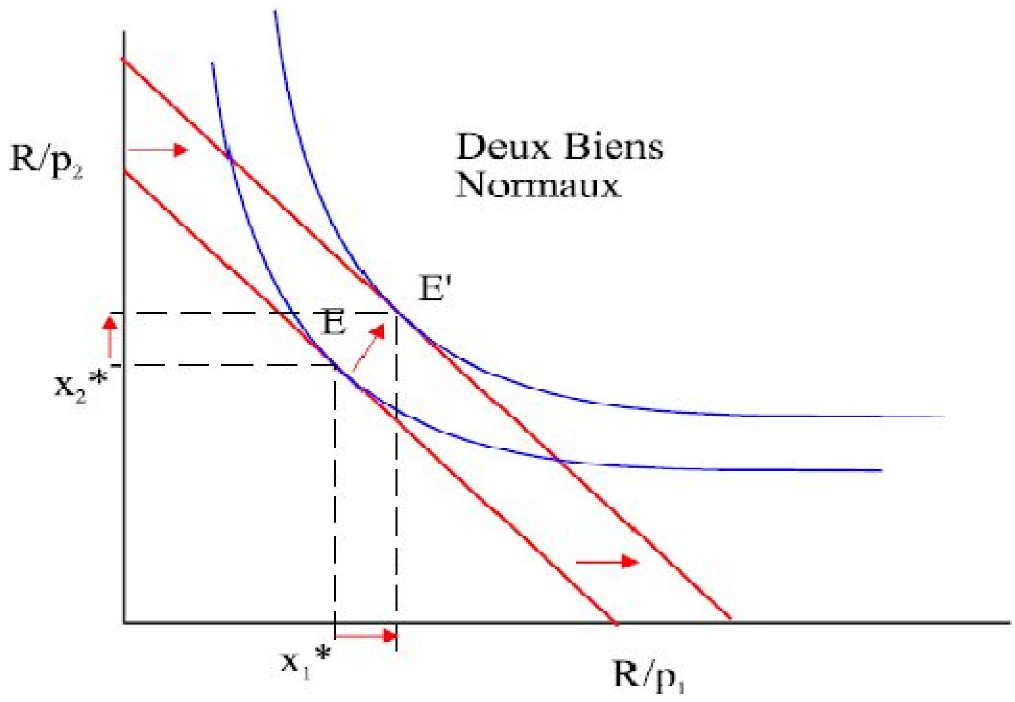
Cette courbe permet de repérer les comportements de consommation face à des modifications du revenu et de classifier les biens en deux catégories : les biens normaux et les biens inférieurs.

Les biens normaux et les biens inférieurs

Cette distinction est basée sur la réaction de la quantité consommée aux variations du revenu, les prix des biens étant constants.

a) Biens normaux

Si le revenu du consommateur augmente (et que les prix restent constants), la demande de chaque bien augmente. Et si le revenu diminue, la consommation d'un bien normal diminue. On a $\Delta x^*i / \Delta R > 0$. La quantité demandée évolue dans le même sens que le revenu (Graphique 2).



Graphique (4-2) : Effet du revenu : biens normaux

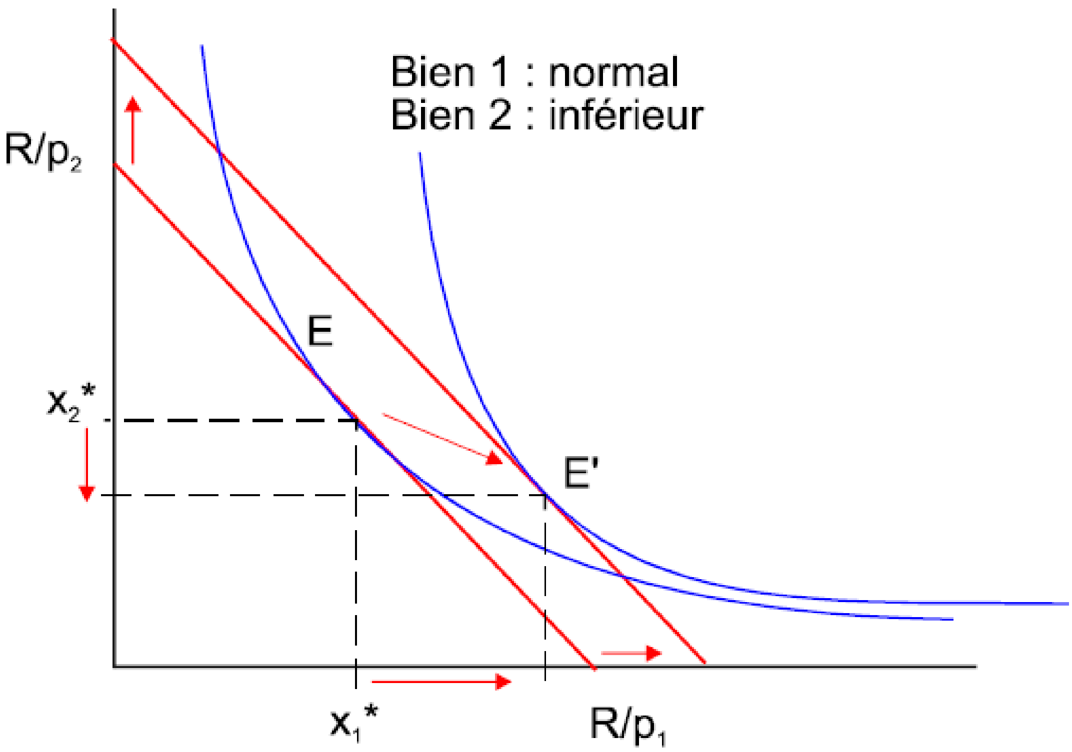
Définition :

Un bien normal est un bien dont la consommation augmente (diminue) lorsque le revenu s'accroit (baisse).

b) Biens inférieurs

Lorsque le revenu augmente, la consommation d'un bien inférieur diminue. Généralement, ce sont des biens de faible qualité.

Dans ce cas, la variation de la demande se fait en sens inverse de la variation du revenu : $\Delta x^*i\ /\Delta R < 0$ (Graphique 3) Par conséquent, il s'agit des biens dont le consommateur diminue la consommation quand son niveau de vie augmente : des biens de faible qualité auxquels existent des substituts de meilleure qualité et plus chers que le consommateur peut acheter s'il a plus de revenu. Beaucoup de biens alimentaires entrent dans cette catégorie.



Graphique (4-3) : Effet du revenu : un bien inférieur

Définition :

Un bien inférieur est un bien dont la quantité consommée diminue (augmente) lorsque le revenu croit (baisse).

2. La courbe d'ENGEL

Définition :

Une courbe d'ENGEL pour un bien est une relation entre le revenu du consommateur et les quantités consommées de ce bien.

La courbe d'ENGEL, issue des travaux du statisticien allemand Ernst Engel (1821-1896), peut être tracée à partir de la courbe revenu-consommation. Le graphique (1)

La découverte d'ENGEL a été de :

*classer les dépenses des consommateurs en trois grandes catégories :

- dépenses alimentaires (C1).
- dépenses de logement et habillement (C2).
- dépenses de loisirs et transport « sur les autres biens » (C3).

*montrer statistiquement que pour chacune de ces 3 grandes catégories de dépenses il existe une tendance dominante qui se retrouve chez la plupart des consommateurs quelque soit leurs gouts personnels ; connus aujourd'hui sous le nom de lois d'Engel. Les trois principales d'entre elles sont :

- la part des dépenses d'alimentation diminue avec l'accroissement du revenu ;
- la part de dépenses d'habillement et le logement est constante;
- la part des dépenses sur les autres biens augmente avec l'accroissement du revenu.

B. La courbe d'échantillon observable :

1- Méthode statistique :

a- Enquête sur les budgets de famille **:**

*échantillon de ménages disposant de revenus différents.

*pour chaque ménage on observe :

- les dépenses C1, C2, C3, des familles de dépenses.
- le revenu R.

*les observations sont relatives à une même période (analyse statique).

b- Différences et liens existant entre la courbe individuelle théorique et la courbe d'échantillon observable.

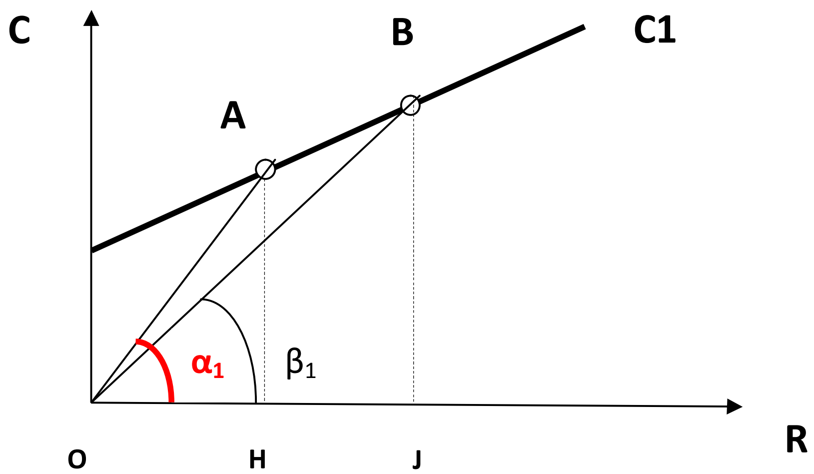
Différence : *courbe individuelle théorique : on considère un seul consommateur qui fait différentes hypothèses sur le montant de son revenu.

*courbe d'échantillon observable : on considère plusieurs consommateurs disposant chacun de revenus différents.

Liens : l'interprétation de la courbe d'échantillon indique quelle dépense ferait un consommateur pour tel ou tel niveau de revenu (dans la catégorie de biens considérée).

2- Résultats :

2-1 Dépenses alimentaires (C1) : Ordonnées à l'origine positive



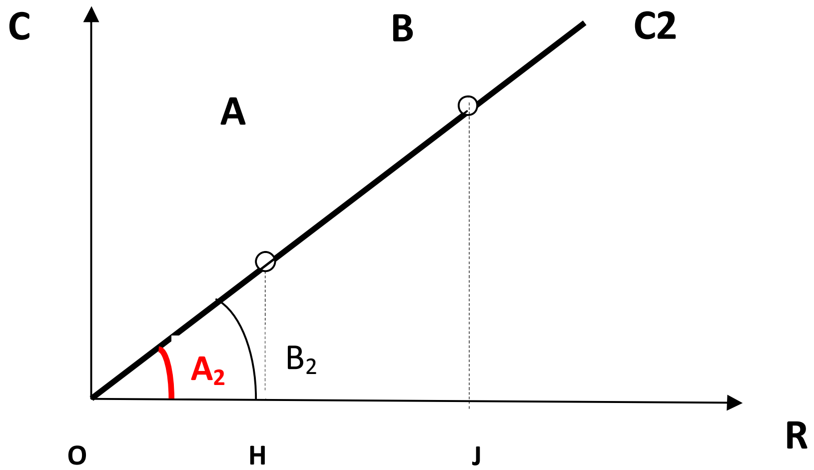
Les dépenses alimentaires (C1) : leur part au sein de la dépense totale diminue quand le revenu augmente.

A : $C1/R = HA/OH = tg\ \alpha_1$

B : $C1/R = JB/OJ = tg\ \beta_1$

$\beta_1 < \alpha_1 \rightarrow tg\ \alpha_1 < tg\ \beta_1 \iff$ lorsque le revenu croit, C1/ R diminue.

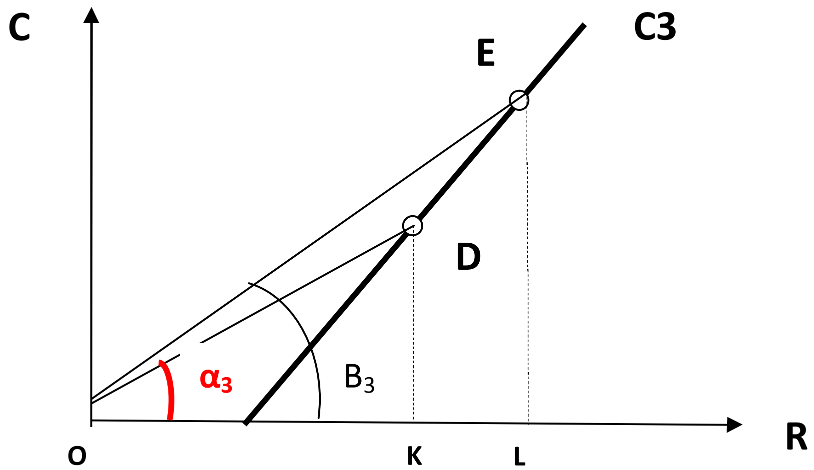
2-2 Dépenses de logement et d'habillement (C2) : abscisse et ordonnées passent par l'origine.



Les dépenses de logement et d'habillement (C2) : reste constante quand le revenu augmente.

A = B : C2/ R = tg α_2= tg β_2

2-3 Dépenses de culture et loisirs (C3) :



Les dépenses de culture et loisirs (C3) : leur part au sein de la dépense totale augmente quand le revenu augmente.

D : C3/ R = KD/OK = tg α_3

E : C3/ R = EL/OL = tg β_3

$\beta_3 > \alpha_3 \rightarrow$ tg β_3 > tg α_3 $\Leftrightarrow$ lorsque le revenu croit, C3/ R augmente.

2/ L'élasticité de la demande par rapport au revenu :

A. Le concept d'élasticité :

Définition : la demande X l'élasticité-revenu de la demande d'un bien est le rapport entre la variation de la quantité demandée de ce bien et la variation relative du revenu, touts choses égales par ailleurs[14].

Son expression est :

$$\boxed{e_{\mathbf{R}} = \frac{dX/X}{dR/R} = \frac{dX}{dR} \cdot \frac{R}{X}}$$

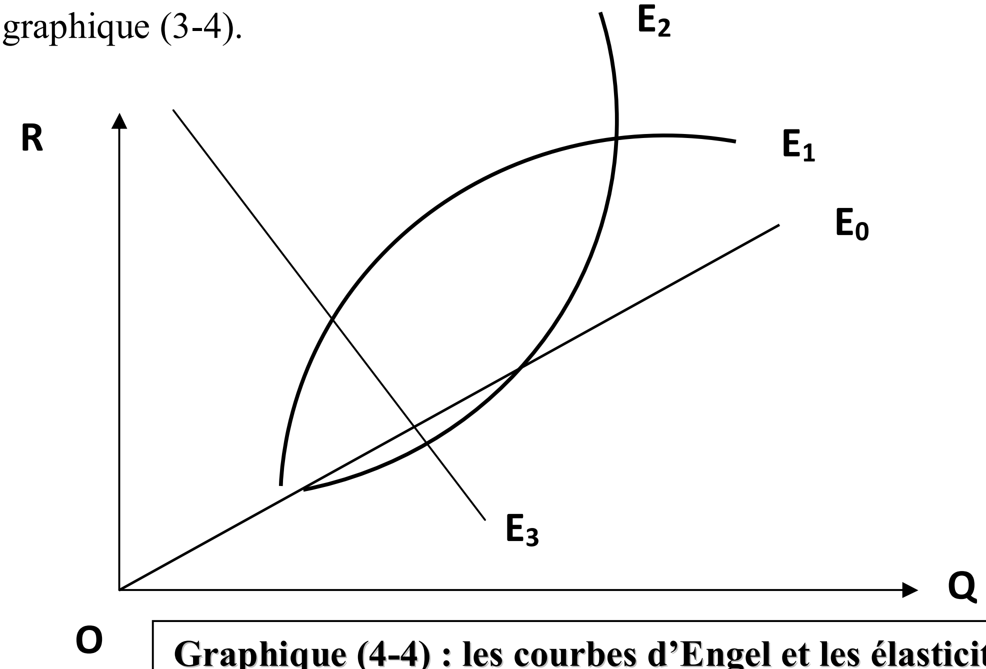
Avec : e_R = élasticité –revenu.

X = quantité demandé d'un bien.

R = revenu.

Ce concept a pour objet de mesurer la sensibilité de la réaction de la demande à une variation de revenu.

B. Application du concept : L'élasticité-revenu, dont on peut présumer qu'elle est positive, est étroitement liée aux courbes d'Engel et à la distinction entre biens normaux et biens inférieurs. Considérons les quatre courbes d'Engel sur le graphique (3-4).



Graphique (4-4) : les courbes d'Engel et les élasticités-revenu.

[14] BERNARD BERNIER, HENRI-LOUIS VEDIE , Initiation à la microéconomie, 2ème édition DUNOD , Paris 2005, p53

La droite E_0, passant par l'origine, indique que le pourcentage d'accroissement de la quantité et du revenu est identique le long de la droite. Il s'ensuit que l'élasticité-revenu est positive –le bien est donc normal- et égale à 1.

La courbe E_1 caractérise une élasticité positive (bien normal) mais >1 car une variation donnée du revenu se traduit par une variation plus que proportionnelle de la quantité.

La courbe E_2 indique une élasticité-revenu positive (bien normal) mais < 1, une variation du revenu entrainant une variation moins que proportionnelle de la quantité.

Quant à la courbe E_3, l'élasticité-revenu est négative et le bien est inférieur.

Trois cas sont généralement retenus pour qualifier l'élasticité-revenu :

***si $\varepsilon_R < 1$, la demande est inélastique au revenu ;**

***si $\varepsilon_R = 1$, la demande est à élasticité-revenu unitaire ;**

***si $\varepsilon_R > 1$, la demande est élastique au revenu**

L'élasticité-revenu permet aussi de repérer les biens de première nécessité et les biens de luxe. Sur le graphique (4), la courbe E_2 caractérise un bien de première nécessité puisque la demande augmente peu avec l'accroissement du revenu : ce serait le cas de beaucoup de biens alimentaires (leur élasticité-revenu est faible). En revanche, et pour raison opposées, la courbe E_1 illustre des biens de luxe dont l'élasticité est élevée.

L'élasticité-revenu présente trois intérêts principaux. D'une part, elle permet de suivre au cours du temps les gouts du consommateur. D'autre part, elle constitue un instrument de prévision de la consommation dans la mesure ou elle fait preuve d'une certaine stabilité. Enfin, elle constitue un outil précieux de comparaisons internationales.

Donc :

*dépenses alimentaires : $0 < E_{C1/R} < 1$

*dépenses de logement : $E_{C2/R} = 1$

*dépenses de culture : $E_{C3/R} > 1$

C- Nature Des Biens :

- **Biens supérieurs** : $E_{C/R} > 1$:

% d'augmentation de la consommation est > % d'augmentation du revenu.

- **Biens normaux** : $0 < E_{C/R} < 1$:

  % d'augmentation de la consommation est < % d'augmentation du revenu.
- **Biens inférieurs** : $E_{C/R} < 0$:

*la consommation diminue lorsque le revenu augmente.

*la courbe de consommation est décroissante.

*l'élasticité est négative.

Chapitre V: la demande en fonction du prix

V-1/ la demande individuelle en fonction du prix :

Lorsque le prix d'un bien varie, le revenu nominal et le prix des autres biens étant constants, comment se modifie l'optimum du consommateur ?

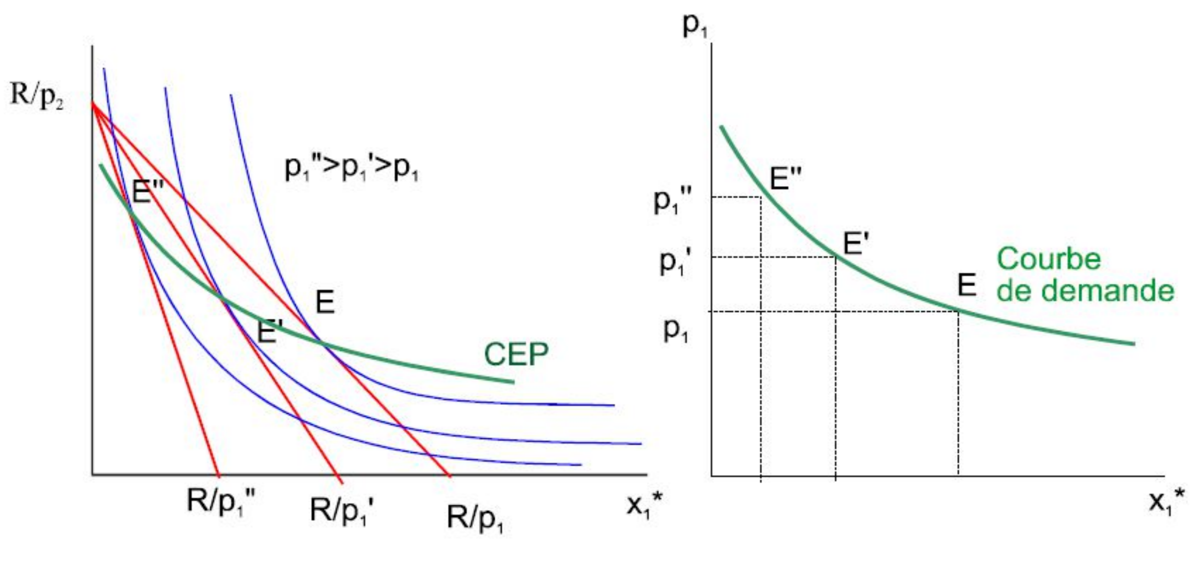
Cette question trouve sa réponse en trois étapes : la définition de la courbe prix-consommation, la définition de la courbe de demande individuelle et l'analyse des effets de revenu et de substitution.

V-1-A-La courbe de demande individuelle en fonction du prix :

1. La courbe de prix- consommation :

Définition :

La courbe prix -consommation est la liaison entre la variation du prix d'un bien et les quantités consommées de ce bien, le revenu et le prix des autres biens étant constants.



Graphique (5-1): la courbe consommation –prix et courbe de demande individuelle

Lorsque le prix du bien 1 baisse alors que celui du bien 2 est maintenu inchangé et que le revenu du consommateur demeure le même, on assiste à un pivotement vers l'extérieur de la droite de budget. Ce déplacement suppose un élargissement des possibilités d'action du consommateur (accroissement du pouvoir d'achat).

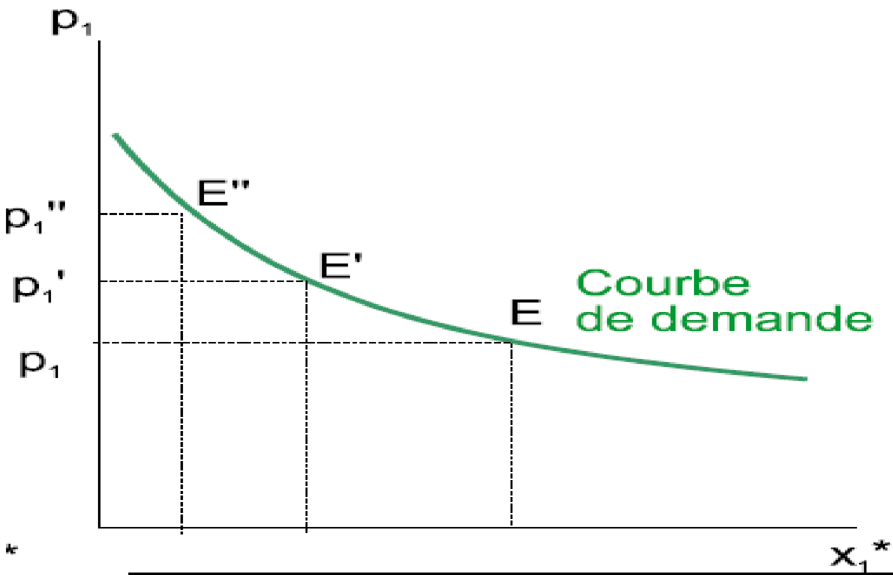
Le consommateur devrait à cet effet améliorer son niveau de vie en passant sur une courbe d'indifférence supérieure (passage de U_0 à U_1 et passage de U_1 à U_2).

2. La courbe de demande individuelle :

Définition :

La courbe de demande individuelle est la relation entre la quantité désirée d'un bien par un consommateur et tout prix possible de ce bien.

Cette définition de la demande est issue de la courbe prix-consommation. Le graphique (1) et (2).



Graphique (5-2) : la courbe de demande individuelle

C. Les effets de revenu et de substitution :

Ce point est consacré à une étude plus complète de la modification de l'optimum du consommateur. Elle concerne les deux effets de la variation du prix d'un bien : l'effet de revenu et l'effet de substitution qui, combiné, forment l'effet-prix. Analysés par l'économiste britannique R.Hicks, ils permettent d'affiner la classification en biens normaux et biens inférieurs.

Définition :

L'effet-prix de la modification du prix d'un bien, toute autre variable étant constante, est la résultante d'un effet de substitution et d'un effet de revenu.

La variation du prix d'un bien entraîne deux effets :

(1) modification du taux d'échange ou prix relatif des biens

(2) modification du pouvoir d'achat du consommateur.

Pour ce faire, il faut toujours décomposer la variation du prix en deux effets. L'effet de la première modification est appelé effet de substitution et celui de la deuxième est appelé effet de revenu, effet de substitution en ce que le changement du prix relatif doit amener l'individu à revoir la composition de son panier de biens et effet de revenu en ce que l'ensemble budgétaire de l'individu change.

- **L'effet de substitution :**

  Définition :

  L'effet de substitution consécutif à la variation du prix d'un bien est le changement des quantités consommées, le revenu réel –ou pouvoir d'achat- étant constant.

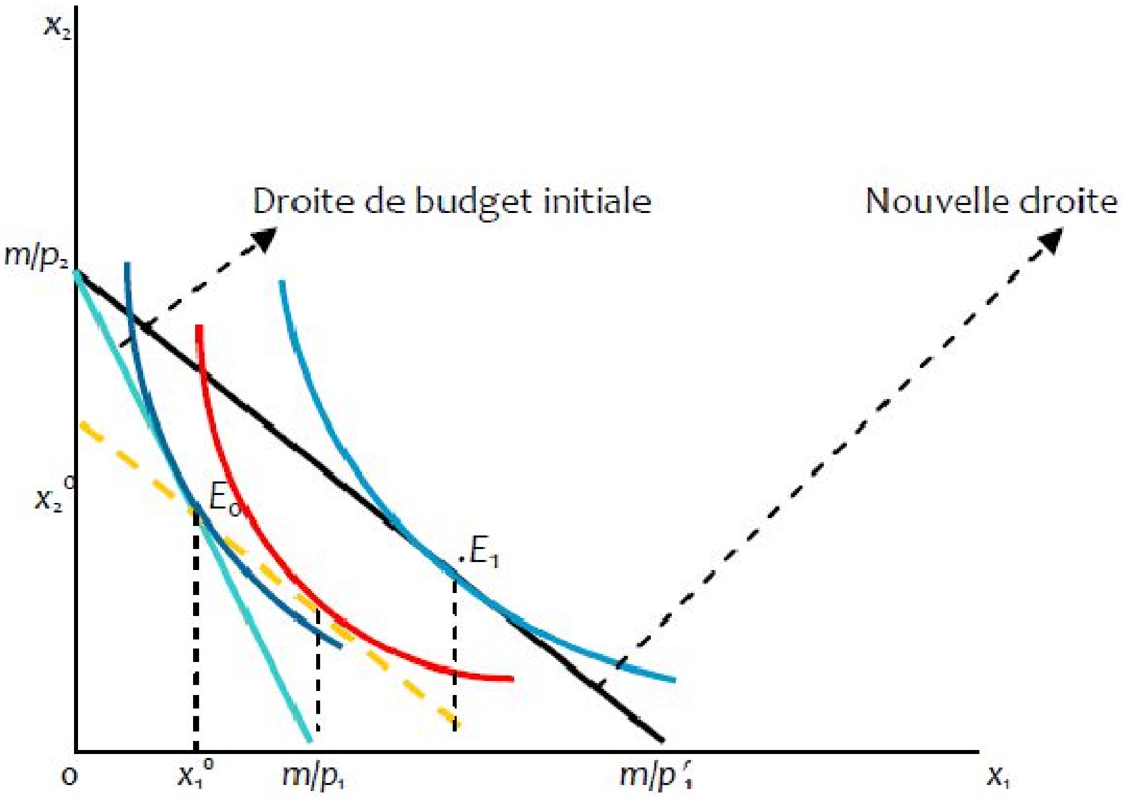
  Le graphique (4-3) illustre l'effet de substitution dû à la baisse du prix de X, Px.

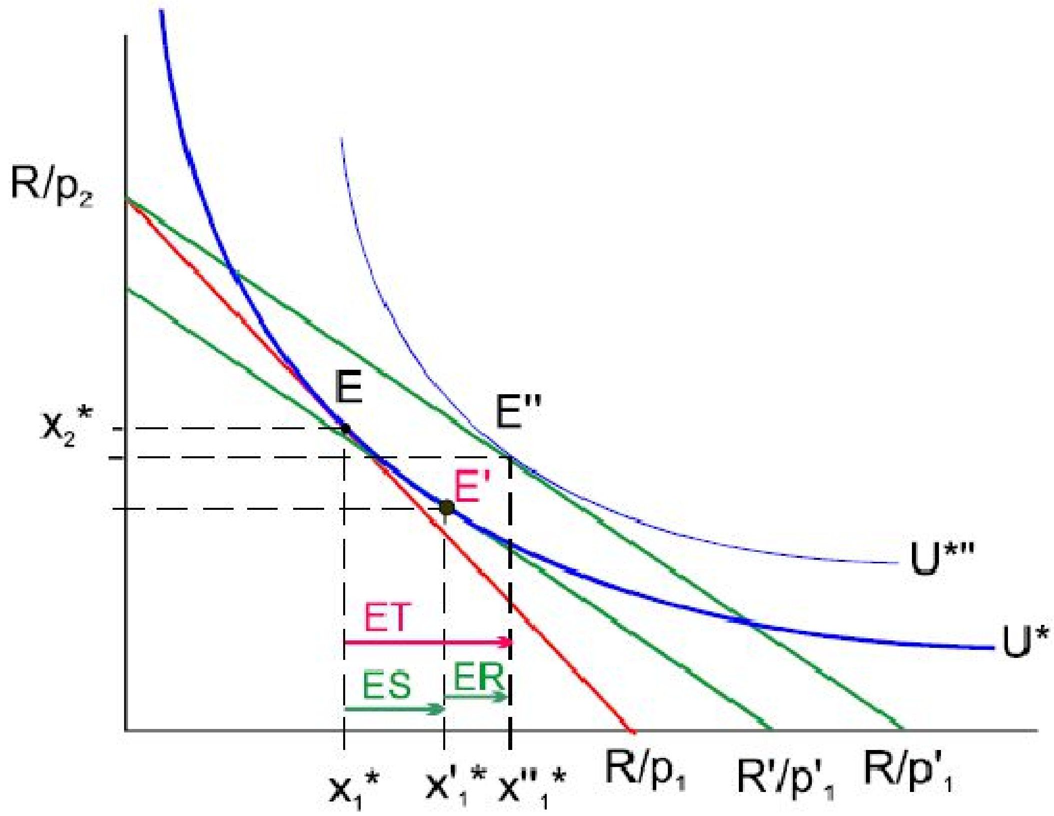
- **L'effet de revenu :**

  Définition :

  L'effet de revenu de la variation du prix d'un bien est la modification des quantités consommées due au seul changement du revenu réel, le revenu nominal et le prix des autres biens étant constants. (voir le graphique 4-3)

  L'effet de revenu peut aussi se mesurer comme la différence entre l'effet total de la variation du prix et l'effet de substitution.





Graphique (5-3) : décomposition de l'effet de substitution et effet de revenu

2/ L'élasticité de la demande par rapport au prix :

A. Le concept d'élasticité-prix de la demande :

Définition : l'élasticité-prix de la demande d'un bien mesure le degré de réaction de demande du consommateur à la variation du prix ce bien.

Entre deux points d'une courbe de demande, l'élasticité-prix de la demande est égale au rapport de la variation relative de la demande à la variation relative du prix[15], soit :

Son expression est :

$$\boxed{e\,\mathbf{p} = \frac{\Delta X/X}{\Delta P_x/P_x} = \frac{\Delta X}{\Delta P_x} \cdot \frac{Px}{X}}$$

Avec : e p = élasticité –prix.

X = quantité demandé d'un bien.

P_x = prix du bien.

La demande étant généralement une fonction décroissante du prix, la valeur calculée de l'élasticité-prix est négative.

B. Application du concept :

* la formule de l'élasticité-prix est parfois présentée, comme suit, en multioliant le rapport des variations relatives par -1 ;

soit :

$$e\,\mathbf{p} = -\frac{\frac{\Delta X}{X}}{\frac{\Delta Px}{\Delta Px}}$$

le coefficient d'élasticité ainsi calculé est normalent positif et n'indique pas le sens de la réaction de la demande à la variation du prix du bien.

[15] ALAIN LUZI, **MICROECONOMIE Cours et exercices résolus**, édition Hachette livre, Pari, 2009, p40.

- La mesure de l'élasticité entre deux points $A(Px_1,x_1)$ et $B(Px_2,X_2)$ d'une courbe de demande n'a de valeur que si les points sont peu éloignésl'un de l'autre.

Le coefficient e **p** est différent selon que l'on considère la réponse de la demande à une baisse du prix de Px_1 à Px_2 ou au contrainte à une augmentation du prix de Px2 à Px1. Afin de pallier cette difficulté de mesure, on peut calculer l'élasticité au milieu du segment AB (**élasticité d'arc**), soit :

$$ep = \frac{\Delta X}{\Delta Px} \cdot \frac{\frac{Px_1+Px_2}{2}}{\frac{X_1+X_2}{2}} = \frac{\Delta x}{\Delta Px} \cdot \frac{PX_1+PX_2}{X_1+X_2} .$$

- Pour des accroissements infinitésimaux du prix du bien (ΔPx tend vers 0), le rapport$\frac{\Delta x}{\Delta Px}$tend vers une limite$f'(Px) = \frac{dx}{dPx'}$, égale à la dérivée de la fonction de demande X= f(Px).

  L'élasticité-prix ep = -a (avec a > 0) signifie qu'une variation du prix de 1%provoque une variation en sens inverse de la demande de a %[16].

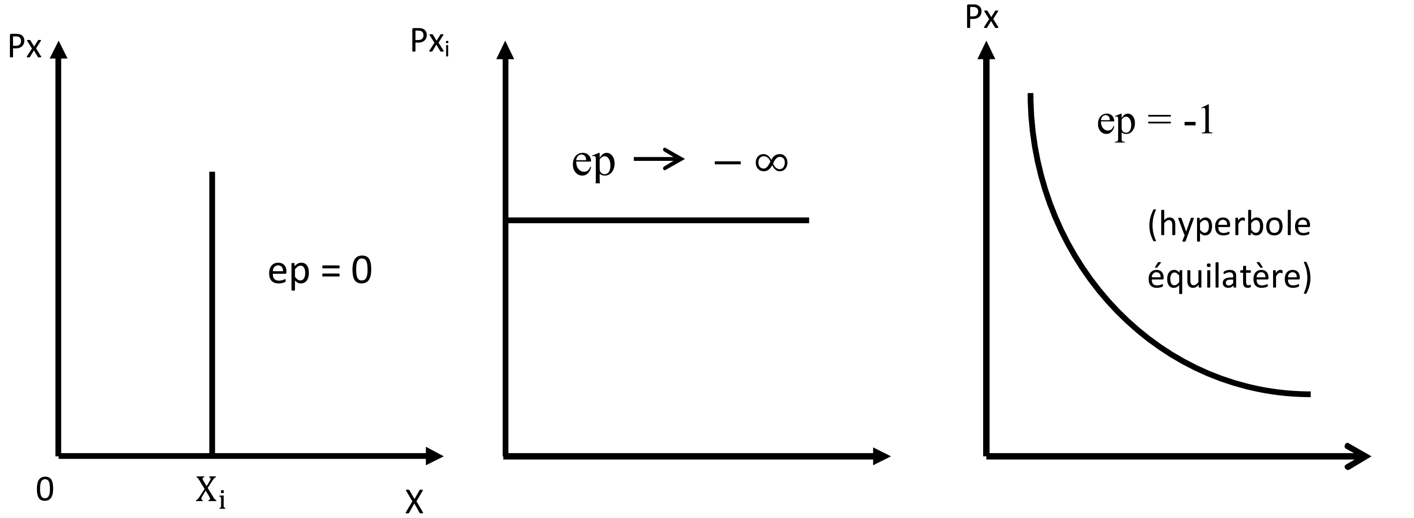
Valeurs particulières de l'élasticité-prix de la demande ep

- ✓ ep $\rightarrow$ $-\infty$ **:** la demande du bien par rapport au prix est parfaitement élastique**.**
- ✓ $-\infty$ < ep < -1 **:** la demande est élastique**.**
- ✓ ep = -1 **:** la demande est d'élasticité unitaire**.**
- ✓ -1 < ep < 0 **:** la demande est inélastique**.**
- ✓ ep = 0 **:** la demande est rigide**.**

[16] ALAIN LUZI , MICROECONOMIE Cours et exercices résolus, édition HACHETTE, Paris, 2009, p41.

Certaines courbes de demande (graphique 4.4) sont caractérisées par une élasticité-prix constante **(**courbes iso-élastique**).**

Graphique (5.4) : Demande iso-élastiques



Demande rigide, égale à $\mathbf{X_i}$ ‹ quel que soit le prix Px

Demande parfaitement élastique pour le prix Px_i

Elasticité constante le long de la courbe demande

B. L'élasticité croisée de la demande

Définition

La demande d'un bien X dépend des goûts du consommateur (préférences) **,** de son revenu (R) , du prix Px du bien considéré et du prix Py d'un autre bien (Y) **;** soit la fonction de demande x = x (Px, Py , R).

On peut cependant exprimer la demande du bien X en fonction du prix du bien Y , toutes choses égales par ailleurs (Px et R étant chacun fixé à un niveau donné**) ;** soit la fonction de demande x= g (Py).

L'élasticité croisée de la demande du bien X mesure le degré de réaction de la demande de X à la variation du prix de Y , elle est égale au rapport des variations relatives suivant **:**

$$\text{ec} = \frac{\frac{\Delta X}{X}}{\frac{\Delta Py}{Py}} \quad \text{ou} \quad \text{ec} = \frac{\Delta X}{\Delta \text{Py}} \cdot \frac{Py}{X}.$$

valable pour de petits accroissements de Py**(**élasticité mesurée entre deux points de la courbe de demande**),** la formules devient**,** quand ΔPytend vers **0 (élasticité point) :**

$$ec = \frac{dx}{dPy} \cdot \frac{Py}{X} ,$$

Où $\frac{dx}{dPy}$ = g' (Py) est la dérivée de la fonction de demande g (Py).

Remarque :

Si l'on considère la fonction de demande x = x (Px, Py , R).L'élasticité croisée de la demande de x par rapport au prix de Y est **:**

$$Ec = \frac{\delta x}{\delta Py} \cdot \frac{Py}{x} ,$$

Où $\frac{\delta x}{\delta Py}$ est la dérivée partielle de la fonction de demande par rapport à Py .

Valeurs de l'élasticité croisée de la demande et typologie des biens

- **ec > 0** $\Longrightarrow$ la variation du prix de Y entraine une variation de même sens de la demande de X : les deux biens sont **substituables.**
- **ec < 0** $\Longrightarrow$ la variation du prix de Y entraine une variation de sens contraire de la demande de X : les deux biens sont **complémentaires.**

Application

Soit un consommateur disposant d'un revenu de 20 DA et qui achète sur le marché deux biens normaux X et Y au même prix $P_X = P_y = 2$ DA .Le tableau suivant donne les coordonnées des points qui permettent tracer les deux courbes d'indifférence du consommateur **:**

CI n°1	X	3	4	5	6	7	8
	Y	10	7	5	4,2	3,5	3,2
CI n° 2	X	5	6	7	8	9	10
	Y	12	9	7	6,2	5,5	5,2

Travail à faire

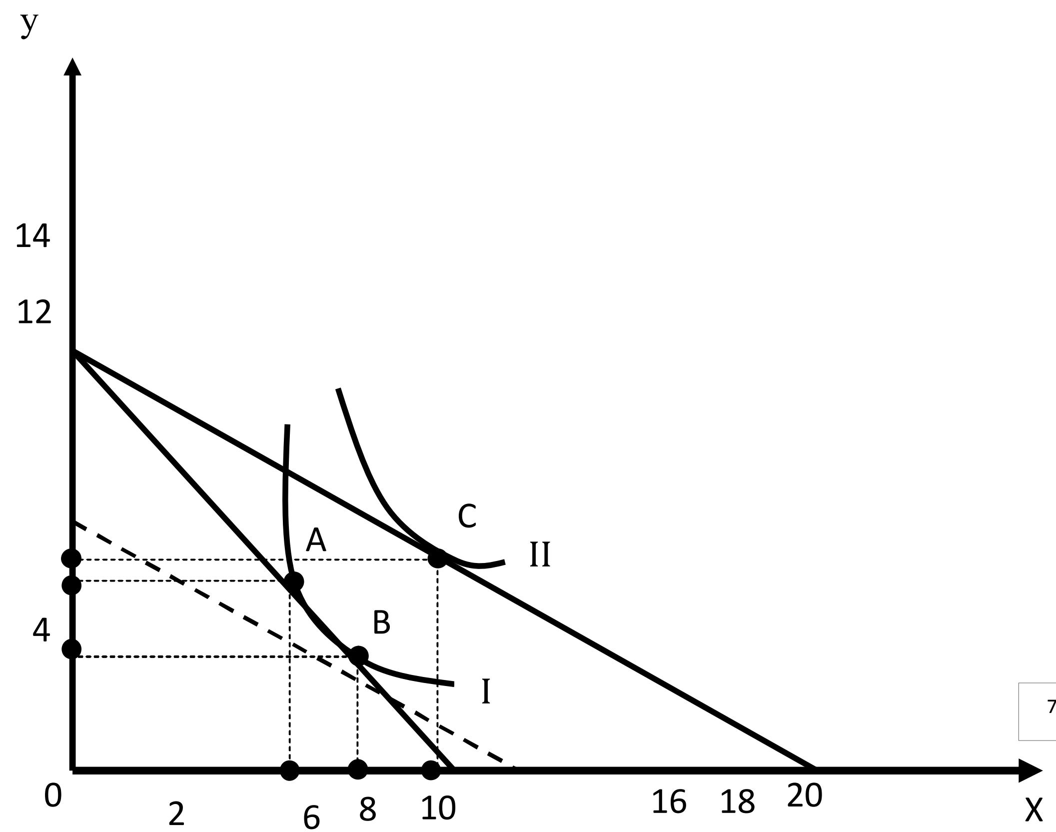
1- Déterminer graphiquement l'équilibre du consommateur

2- Si le prix du bien X passe à 1 DA ,quel serait l'effet total de cette diminution sur l'équilibre du consommateur ?

3- Décomposer cet effet total en effets de substitution et de revenu

Solution

1- Pour déterminer l'équilibre du consommateur**,** traçons ses deux courbes d'indifférence et sa droite de la contrainte budgétaire initiale sur le même plan



Sur le graphique ci-dessus, le point (A) représente l'équilibre initial du consommateur et les quantités optimales sont :

$$(X^* ; Y^*) = (5 ; 5)$$

2- Si le prix bien X passe à 1DA, Le pouvoir d'achat **(**le revenu réel**)** du consommateur augmente**,** c'est-à-dire le consommateur peut acheter plus d'unités de biens que d'habitude**.**

Graphiquement**,** cette augmentation du pouvoir d'achat engendre un déplacement de la droite budgétaire en rotation vers la droite**.**

Cette nouvelle droite se confronte avec la courbe d'indifférence d'équilibre du consommateur**,** Le nouveau panier optimal est **:**

$$(X'^* ; Y'^*) = (9 ; 5{,}5)$$

2- L'effet total de cette baisse du prix X sur l'équilibre du consommateur est interprété par un passage du point A vers le point C . Le point d'équilibre se déplace de la courbe d'indifférence (I) vers la courbe d'indifférence (II).

En terme de quantités**,** l'effet total de la baisse du prix du bien X sur la qualité demandée des deux biens est interprété par le passage de **:**

- **5** unités à **9** unités pour la quantité demandée du bien X .
- **5** unités à **5,5** unités pour la quantité demandée du bien Y.

3- Pour décomposer l'effet total en deux effets, la nouvelle droite budgétaire doit être déplacée parallèlement à elle-même vers le bas jusqu'à ce qu'elle soit tangente à la courbe d'indifférence (I) au point (B). Ce point représente l'équilibre intermédiaire **(fictif).**

Ainsi, l'effet de substitution est interprété par le déplacement du point (A) vers le point (B). A cet effet, la quantité demandée du bien Y passe de **5** unités à **3,5**unités**.**

En outre**,** l'effet de revenu est représenté par le passage du point (B) vers le point (C). Ici, la quantité demandée du bien X passe de **7** unités à **9** unités et la quantité demandée du bien Y passe de **3,5** unités à **5,5** unités**.**

Le tableau suivant récapitule les valeurs des effets induits par la baisse du prix du bien X à la fois sur la quantité demandée de ce bien **,** ainsi que sur la quantité demandée du bien Y.

Biens	Situation initiale	Effet substitution	Situation Intermédiaire	Effet revenu	Situation finale	effet total
X	5	2	7	2	9	4
Y	5	-1,5	3,5	2	5,5	0,5

Méthode algébrique

L'effet total peut être décomposé en effets de substitution et de revenu par la méthode algébrique, en suivant quatre étapes**.**

Etape 1 : Détermination de l'équilibre initial

Pour trouver les quantités de l'équilibre initial (X* ; Y*), il faut résoudre le programme initial du consommateur **:**

$$\begin{cases} \text{Max } U = f(\mathbf{X,Y}) \\ \text{S/C} \quad R = P_X X + P_y Y \end{cases}$$

Pour ce faire, il convient d'utiliser l'une des méthodes algébriques **(**méthode de Lagrange ou méthode de substitution **)** que nous avons présentées précédemment**.**

Etape 2 : Détermination de l'équilibre de la situation finale

Les quantités optimales de la situation finale (X'* ; Y'*), sont obtenues en résolvant algébriquement le problème de la situation finale du consommateur **:**

$$\begin{cases} \text{Max } U = f(X,Y) \\ \text{S/C} \quad R = P_X X + P_y Y \end{cases}$$

Il est aussi possible de calculer les dites quantités en remplaçant les variables par leurs valeurs respectives dans les équations de demande des deux biens**,** lorsque ces dernières sont obtenues dans la première étape, tout en considérant le nouveau prix du bien X .

Etape 3 : Détermination de l'équilibre de la situation intermédiaire

Pour déterminer les quantités optimales de la situation intermédiaire (X "* ; Y "*),il faut résoudre le système d'équations suivant :

$$\begin{cases} TMS_{XY} = \frac{P_X}{P_y} \\ U(X\,;Y) = U(X^*\,;Y^*) \end{cases}$$

La première équation de ce système représente la caractéristique de la situation d'équilibre et la deuxième représente l'équation de la courbe d'indifférence sur laquelle est situé le point d'équilibre intermédiaire.

Etape 4 : Décomposition de l'effet total

L'effet total est égal à la somme des effets de substitution et de revenu (ET= ES + ER). Les effets de substitution et de revenu se calculent selon le cas comme suit :

Biens	Situation initiale	Effet substitution	Situation intermédiaire	Effet revenu	Situation finale	Effet total
X	X*	X''*- X*	X''*	X'* - X''*	X'*	X'*- X*
Y	Y*	Y''* - Y*	Y''*	Y'* - Y''*	Y'*	Y'* - Y*

En général, la nature de l'impact d'une augmentation du prix d'un bien dépend de la nature économique de celui-ci, Le tableau suivant récapitule toutes les situations possibles dans le cas d'une augmentation de prix.

Effet / Bien	Substitution	revenu	total
Normal (luxe /nécessité)	négatif	négatif	négatif
Inférieur simple	négatif	positif	négatif
Inferieur Giffen	négatif	négatif	positif

Bibliographie

- ALAIN LUZI, **MICROECONOMIE Cours et exercices résolus**, édition Hachette Livre, Paris, 2009.
- ALAIN PILLER, **Microéconomie : Manuel d'exercices corrigés, avec rappels de cours**, édition Premium Editeur, Paris, 2002.
- ALAIN PILLER, **Microéconomie,** édition DUNOD,5ème édition, 2015.
- AIT TALEB Abdelhamid, CHIKH-AMNACHE Sabrina**, Microéconomie 1, Analyse du comportement du consommateur, cours et exercices corrigés,** édition EL-AMEL , Algérie, 2016.
- BENDIB Rachid, **Microéconomie-Traitement Mathématique-exercices avec corrigés détaillés**, édition Dar El-Ouloum, Annaba, Algérie , 2011.
- BERNARD BERNIER, HENRI-LOUIS VEDIE , **Initiation à la Microéconomie**, 2ème édition DUNOD, Paris 2009.
- DJARI Mohamed Sghir, **Théorie Microéconomique- aide- Mémoire, M.S**, Djari édition, 2006, Alger, Algérie.
- FREDERIC TEULON, **initiation à la Microéconomie**, Presses Universitaire de France, 5ème édition corrigée, Paris, 2013.
- SAID AZAMOUM, **Comprendre la Microéconomie, cours et exercices**, office des publications universitaires, 3ème édition, Algérie, 2011.
- MONTOUSSE Mar & WAQUET Isabelle, **Microéconomie**, Bréal, 2ème édition, 2004, Paris.
- PARKIN Michael, BADE Robin & GONZALEZ Patrick, **Introduction à la Microéconomie moderne**, éditions du renouveau pédagogique INC, 3ème édition, Québec, 2005.
- PICARD Pierre, **Eléments De Microéconomie**, édition Montchrestien, Paris, 2002.