جامعة الجزائر 3

كلية العلوم الاقتصادية والعلوم

التجارية وعلوم التسيير

مطبوعة الرياضيات المالية

من إعداد

د/ ناصف حسان

السنة الدراسية 2020/2019

مقدمة

لا يخفى على أحد بأن مكتباتنا تفتقد للكتب المدرسية والعلمية التي تساعد التلميذ أو الطالب على توسيع معارفه العلمية وعلى المستند الأساسي الذي يسهل له فهم أو تحضير دروسه بأسلوب جيد، وقد تم إعداد هذه المطبوعة لتأدية هذا الغرض.

تعد هذه المطبوعة مساهمة في إثراء المكتبة ومساعدة التلميذ والطالب في فهم البرنامج المتعلق بالرياضيات المالية، فهو محاولة متواضعة لإيصال المعلومات اللازمة إلى تلامذتنا وطلابنا وملئ النقص والفراغ العلمي، وهو موجه لتلاميذ التعليم الثانوي التقني بفرعيه التسيير الاقتصادي والمحاسبي وطلاب الجامعة والتكوين المهني.

لقد رأينا أن نتناول في هذه المطبوعة شرحا وافيا للدروس المتعلقة بالرياضيات المالية مع التطرق لحل بعض الأمثلة ، ويجد القارئ في آخر كل جزء مسائل تشمل كل الدروس التي تتناولها هذه المطبوعة ولقد تعمدنا عدم حل سلسلة التمارين حتى نترك الفرصة لكم للتفكير والبحث عن الحلول علما أن الحل الجاهز يدرب على التكاسل.

حيث تحتوي هذه المطبوعة على مجمل المحاور المتعلقة ببرنامج مقياس الرياضيات المالية لتعريف الطالب بالرياضيات المالية والية احتساب الفائدة من خلال الوصف النظري والتطبيقي المفصل ومن خلال التمارين الرياضية المتنوعة بهدف:

- تزويد الطالب بالأسس العلمية والعملية للرياضيات المتعلقة بالمال والتجارة لاستنتاج النواة الرياضية التي سيبني عليها الطالب المزيد من أدوات التحليل خلال دراسته.

- تدريب الطالب على مهارات يحتاجها للعمل في المجال المالي.

لا ننسى بان مقياس الرياضيات المالية هو من تخصص العلوم الاقتصادية، فهو امتداد للمقاييس الأخرى الاقتصادية يسهل كيفية مل البنوك والمصارف التجارية ومختلف المؤسسات المالية، فالطالب في العلوم الاقتصادية بمختلف تخصصاتها عليه فهم هذا المقياس.

ختاما نرجو من الله عز وجل أن يوفقنا للعمل لما هو فيه خير وان يجد القارئ مبتغاه.

ونرجو من الله عز وجل أن يساعدنا في نشر العلم والمعرفة وأن يكون عونا لنا في مساعدة طالبي العلم، اللهم لا علم لنا إلا ما علمتنا فزدنا علما واجعل سبيل العلم دربنا.

ملاحظة: تم انجاز هذه المطبوعة بجهدنا الخاص فلم نعتمد على أي مرجع أو مصدر، لذلك لم يتم ذكر التهميش، إلا أننا ذكرنا بعض المراجع في الأخير حتى يتسنى للطالب توسيع الاطلاع والمقارنة بين المعلومات والتوصل إلى الاستنتاجات التي تفيده.

د/ ناصف حسان

المحور الأول: العمليات المالية في المدى القصير

يقصد بالعمليات المالية في المدى القصير كل العمليات التي تنحصر بين سنة واقل من 5 سنوات ويقال عنها العمليات البسيطة.

1- تعريف الفائدة: intérêt

الفائدة هي الدخل الناتج من توظيف مال معين، أو هي المبلغ الذي يدفعه المقترض إلى المقرض نظير انتفاع الأول بخدمات المال المقترض من الثاني.

ويتوقف حساب الفائدة على ثلاث عناصر هي:

- مبلغ المال الموظف أو المقترض.
- مدة التوظيف أو الاقتراض.
- معدل الفائدة.

تتناسب الفائدة تناسبا طرديا مع هذه العناصر، وقد جرت العادة على قياس المدة بوحدات زمنية تقدر كل منها سنة، وتعرف النسبة بين قيمة الفائدة المستحقة في كل سنة ومبلغ المال بمعدل الفائدة، ويحسب معدل الفائدة باعتبار أن وحدات مبالغ المال قدر كل منها 100دج ولذلك يطلق عليه معدل الفائدة المئوي السنوي.

2- أنواع الفائدة Types d'intérêt:

الفوائد نوعان يتحدد كل نوع حسب المدة الزمن ففي الرياضيات المالية تم تحديد المدة دوليا إلى قصيرة وطويلة فالقصيرة تنحصر

بين سنة واقل من 5 سنوات أما إذا كانت المدة مساوية لـ 5 سنوات أو أكثر من ذلك فهي المدة الطويلة، المدة القصيرة تستخدم فيها الفائدة البسيطة ولمدة الطويلة تستخدم فيها الفائدة المركبة.

2-1- الفائدة البسيطة: intérêt simple

هي تلك الفائدة التي ينتجها مبلغ المال خلال فترة زمنية معينة وتحسب على أصل مبلغ المال فقط لكل وحدة زمن.

2-2- الفائدة المركبة: intérêt compose

هي تلك الفائدة التي ينتجها مبلغ المال خلال فترة زمنية معينة وتحسب على أساس إضافة الفائدة في نهاية وحدة الزمن إلى أصل المال ليشكلا معا أصل جديد للوحدة الزمنية الموالية.

عادة ما تستخدم الفائدة البسيطة لإنجاز العمليات المالية في الزمن القصير أما الفائدة المركبة تستخدم لإنجاز العمليات المالية في الزمن الطويل.

3- علاقة حساب الفائدة البسيطة:

إذا افترضنا أن [**I**] ترمز لقيمة الفائدة، [**c**] ترمز لأصل المال، [**i**] ترمز لمعدل الفائدة السنوي، [**n**] ترمز لمدة التوظيف أو الاقتراض، [C_n] ترمز لجملة أصل المال والفائدة معا فان:

$$\boxed{I = c \cdot i \cdot n}$$

ويجب أن يتطابق معدل الفائدة مع وحدات الزمن فإذا كان المعدل سنويا فيجب أن تكون وحدات الزمن سنوية أيضا أما إذا كان المعدل شهري فيجب أن تكون وحدات الزمن شهرية أما إذا وجد اختلاف بينهما فيجب إجراء التعديلات المناسبة سواء في المعدل

أو في وحدات الزمن من اجل إيجاد التطابق بينهما وعادة ما يكون التعديل في وحدات الزمن.

ملاحظة: إذا كان معدل الفائدة سنوي والمدة الزمنية بالأشهر فان علاقة الفائدة تكون على الشكل التالي:

$$\boxed{I = c . i . n/12}$$

4- علاقة حساب الجملة:

يقصد بالجملة مجموع المال الموظف أو المقترض (الأصلي) مضافا إليه الفائدة الناتجة خلال مدة الاقتراض أو التوظيف أي أن:

الجملة = المبلغ الأصلي + الفائدة

$$C_n = c + I$$

بالتعويض عن قيمة [I] في المعادلة نجد:

$$C_n = c + c.i.n$$

بأخذ المقدار [c] كعامل مشترك.

نستنتج العلاقة التالية:

$$\boxed{C_n = c[1+i.n]}$$

5- علاقة حساب المبلغ الأصلي:

من العلاقة العامة لحساب الفائدة يمكن إيجاد أصل المبلغ [c]

$$\boxed{c = I/(i.n)}$$

من علاقة حساب الجملة يمكن إيجاد أصل مبلغ المال [c]

$$\boxed{c = C_n \div (1+i.n)}$$

6- علاقة حساب معدل الفائدة والمدة الزمنية:

من العلاقة العامة لحساب الفائدة يمكن حساب معدل الفائدة [I]، والمدة الزمنية[n]

$$\boxed{n = I/(c.i)} \qquad \boxed{i = I/(c.n)}$$

6-1- الفائدة التجارية والفائدة الحقيقية:

إذا كانت مدة التوظيف أو الاقتراض تحسب على أساس وحدات زمنية تعد بالأيام فيمكن أن نفرق بين حالتين:

6-1-1- الفائدة التجارية:

أثناء حساب هذه الفائدة نعتبر السنة 360 يوم فان:

$$\boxed{I = (c.i)\ n/360}$$

وتعرف الطريقة التجارية في حساب الفائدة بالطريقة الفرنسية وهي الشائعة الاستخدام في الحياة التجارية والمالية.

6-1-2- الفائدة الحقيقة:

أثناء حساب هذه الفائدة نعتبر السنة 365 يوم فإذا رمزنا للفائدة الحقيقة بالرمز [Ì] وعلى ذلك فان:

$$\boxed{\grave{I} = (c.i)\ n/365}$$

2-6- العلاقة بين الفائدة التجارية والفائدة الحقيقية:

لاكتشاف العلاقة بين الفائدة التجارية والفائدة الحقيقية نجري عليهما بعض العمليات.

- بقسمة الفائدة التجارية على الفائدة الحقيقة فان:

$$\mathbf{I/\,Ì = (c.i.n/360)/(c.i.n/365)}$$

وباختصار كل منc و **i** من البسط والمقام

$$\mathbf{I/\,Ì= (n/360)/(n/365) = 265/360 = 73/72}$$

$$\mathbf{Ì\; = (73/72)I \qquad I = (72/73)\; Ì}$$

- إذا قمنا بحساب الفرق بين الفائدتين كما يلي:

$$\mathbf{I – Ì = (73/72)\; Ì – Ì}$$

وذلك بالتعويض عن قيمة ف من المعادلة السابقة وبإخراج العامل المشترك **Ì**

$$\mathbf{I – Ì = Ì(73/72 – 1) = Ì/72}$$

$$\boxed{\mathbf{I – Ì = Ì/72}}$$

أي أن الفائدة التجارية تزيد عن الفائدة الحقيقية بمقدار **1\72** من الفائدة الحقيقية.

كما يمكن إيجاد الفرق بدلالة ف وذلك بالتعويض عن قيمة ف/ وإخراج العامل المشترك ف

$$\mathbf{I – Ì = I – 72/73\; I = I\; (1 – 72/73) = I/73}$$

$$\boxed{\mathbf{I – Ì = I/73}}$$

ملاحظات:

1 ـ في كل من الطريقتين التجارية والحقيقية يبدأ استحقاق الفوائد اعتبارا من يوم الدفع وتحسب الأشهر على أساس أيامها الفعلية(الحقيقية) كما هو معروف.

2 ـ إذا لم يذكر نوع الفائدة تجارية أو حقيقية تعتبر الفائدة تجارية لأنها الشائعة الاستخدام في الأوساط المالية والتجارية.

3 ـ في حالة حساب قيمة الفائدة على عدة مبالغ مستثمرة أو مقترضة لمدد مختلفة بمعدل فائدة مشترك فيمكن بدلا من حساب فائدة كل مبلغ على حدة اختصار العمليات الحسابية وذلك بضرب كل مبلغ في مدته والجمع ثم ضرب الناتج في معدل الفائدة المشترك، وإذا كانت المدة تحسب بالأيام فيجب مراعاة قسمة الناتج على عدد أيام السنة سواء كانت تجارية 360 يوم أو حقيقية 365 يوم.

أمثلة تطبيقية

مثال رقم (1):

شخص مدين بمبلغ 7000 دينار يستحق الدفع في 22/ 10/ 1999 فما هو مقدار مبلغ المال الواجب أن يوظفه هذا الشخص لدى بنك بتاريخ 15 ماي من نفس العام بمعدل فائدة 9 % حتى يتمكن من تسديد الدين في ميعاد استحقاقه.

الحــل:

المدة من تاريخ التوظيف إلى تاريخ الاستحقاق.

ماي + جوان + جويلية + أوت + سبتمبر + أكتوبر.

مدة الاستثمار= 17 + 30 + 31 + 31 + 30 + 21 = 160 يوم.

وحيث أن مبلغ الدين وقدره 7000 دينار يمثل جملة المبلغ الواجب توظيفه في 15 ماي وطبقا لقانون الجملة

$$C_n = c(1+i.n)$$

$$7000 = c(1+9/100\ .\ 160/360)$$

$$7000 = c\ .\ 1,04$$

$$c = 7000/1,04 = 6730,77$$

أي انه يجب توظيف مبلغ 6730.77 دينار في 15 ماي حتى يكون مع فائدته في 22 أكتوبر ما يساوى قيمة الدين وقدره 7000 دينار.

مثال رقم (2):

احسب الفائدة البسيطة والجملة لمبلغ 100 دينار وظف لمدة 3 سنوات بمعدل فائدة قدره 2 % لكل أربعة أشهر.

الحــل

يلاحظ أن وحدات زمن التوظيف تختلف عن وحدات زمن معدل الفائدة لذلك يجب تعديل أحدهما ليتطابق مع الآخر كما يلي:

الفائدة البسيطة في حالة تعديل معدل الفائدة:

تتكون السنة من 3 أجزاء كل جزء يتكون من 4 أشهر إذا معدل الفائدة السنوي $I = 2\% \,.\, 3 = 6\%$

$$I = c \,.\, i \,.\, n$$

$$I = 1000 \,.\, 6\% \,.\, 3 = 180$$

الفائدة البسيطة في حالة تعديل زمن التوظيف:

وحدات الزمن التي تحسب عنها فائدة بمعدل **2 %** هي أربعة أشهر وبالتالي تحتوي على 3 وحدات زمن كل منها 4 أشهر.

وعلى ذلك فان 3 سنوات تتكون من وحدات زمن عددها**3×3 =9**

إذن $I = c \,.\, i \,.\, n = 1000 \,.\, 2\% \,.\, 9 = 180$

جملة المبلغ = أصل المبلغ + الفائدة= **1000 + 180 = 1180**

$$C = c + I = 1000 + 180\ 1180$$

المحور الثاني: الحسـم بالفوائد البسيطة

1- تعريف الحسم:l'escompte

يطلق على سداد الديون قبل ميعاد استحقاقها بعملية حسم الديون أو قطعها، ففي كثير من الأعمال التجارية يتم التعامل بالأوراق التجارية، ويفضل الدائنون أحيانا حسم أو قطع هذه الأوراق لدى البنوك أو الاتفاق مع المدينون على دفع قيمة الدين قبل تاريخ الاستحقاق وفي هذه الحالة فان البنك والمدين يقتطع مبلغ من قيمة الدين ويدفع بالباقي للدائن.

ويطلق على هذه العملية بالحسم وعلى المبلغ المقتطع الذي يحصل عليه البنك بالعمولة الإجمالية وهي تتكون من العناصر التالية:

2-1 - <u>الفائدة:</u> intérêt

وهي مقابل دفع قيمة الدين قبل تاريخ استحقاقه ويتحدد مبلغ الفائدة في البنك التجاري على أساس سعر الفائدة المحدد بمعرفة البنك المركزي الجزائري (بنك الجزائر) مضاف إليه نسبة تتراوح بين 1 % و 2% حتى يستطيع البنك التجاري عند الحاجة إعادة خصم هذه الأوراق التجارية لدى البنك المركزي وبذلك يحقق البنك التجاري ربحا بمقدار الفرق.

3-1 - <u>العمولة:</u> commission

وهي لمقابلة المصاريف التي يتحملها البنك أثناء عملية تحصيل الأوراق التجارية وتزداد قيمة العمولة إذا كان مقر المدين في بلد

ليس للبنك فروع فيه وتتحدد العمولة على أساس نسبة مئوية من قيمة الدين أو الورقة.

ويعبر عن قيمة الدين أو الورقة التجارية عند استحقاقها بالقيمة الاسمية كما يعبر عن قيمة الدين أو الورقة التجارية قبل تاريخ استحقاقها بالقيمة الحالية.

4-1 - مبلغ من المال:

يقابل هذا المبلغ ما يتحمله البنك من مخاطر عدم الدفع في تاريخ الاستحقاق.

2- أنواع الحسم:

لقد عرفها في أنواع الفائدة بأنها تتحدد بالمدة الزمنية، بينما أنواع الحسم تتحدد على أساس طريقة الحساب إما باستخدام القيمة الاسمية للورقة أو القيمة الحالية للورقة.

1-2 - الحسم التجاري: l'escompte commercial

يتم حساب مبلغ الحسم في هذا النوع من الحسم على أساس القيمة الاسمية للدين أو الورقة التجارية عن مدة من تاريخ الحسم إلى تاريخ الاستحقاق.

فإذا افترضنا أن [Ec] ترمز لمبلغ الحسم التجاري، [i] ترمز لمعدل الحسم، [Vn] ترمز للقيمة الاسمية للورقة التجارية أو الدين، [Va] ترمز للقيمة الحالية للورقة التجارية أو الدين، [n] ترمز لمدة الحسم فإن:

$$\boxed{Ec = Vn \cdot i \cdot n}$$

وحيث أن القيمة الحالية = القيمة الاسمية ـ مبلغ الحسم

أي أن $\mathbf{Va = Vn - Ec}$

وبالتعويض عن قيمة [Ec] فان:

$Va = Vn - Vn . i . n$ وبأخذ [Vn] عامل مشترك

فان:

$$\boxed{\mathbf{Va = Vn(1 - i . n)}}$$

وكذلك تكون

$$\boxed{\mathbf{Vn = Va \div (1\text{-}i.n)}}$$

2-2 - الحسم الحقيقي: l'escompte Rationnelle

يتم حساب مبلغ الحسم في هذا النوع من الحسم على أساس القيمة الحالية للدين أو الورقة التجارية عن مدة من تاريخ الحسم إلى تاريخ الاستحقاق .

فإذا افترضنا أن [**Er**] ترمز لمبلغ الحسم الحقيقي، [$\mathbf{Va^\backslash}$] ترمز للقيمة الحالية الحقيقية، [**i**] ترمز لمعدل الحسم، [**Vn**] ترمز للقيمة الاسمية للدين أو الورقة التجارية،[n] ترمز لمدة الحسم

فإن:

$$\boxed{\mathbf{Er = Va^\backslash . i .n}}$$

وحيث أن القيمة الاسمية = القيمة الحالية الحقيقية + مبلغ الحسم

أي أن $\mathbf{Vn = Va^\backslash + Er}$

وبالتعويض عن قيمة [ص/ Er] فان:

$$\mathbf{Vn = Va^\backslash + Va^\backslash .i . n}$$

وبأخذ [$Va^\backslash$]عامل مشترك.

$$\boxed{\mathbf{Vn = Va^\backslash \div (1 + i . n)}}$$

وكذلك

$$\boxed{\mathbf{Va^\backslash = Vn \div (1+ i . n)}}$$

ملاحظات:

- عند حساب مدة الحسم يجب مراعاة إضافة يوم الحسم.

- تحسب السنة على أساس 360 يوم مهما كان نوع الحسم تجاري أو حقيقي، لان الحسمين ينسبان للقيمة الاسمية(تجاري) والقيمة الحالية(حقيقي).

3- العلاقة بين الحسم التجاري والحسم الحقيقي:

سبق وان ذكرنا أن الحسم التجاري $\mathbf{Ec=Vn\ .\ i\ .\ n}$

وان الحسم الحقيقي $\mathbf{Er = Va^{\backslash}\ i\ .\ n}$

وبقسمة الأول على الثاني فان:

$$\mathbf{Ec/Er = (Vn.i.n)/\ (Va^{\backslash}\ .i.n) = Vn/\ Va^{\backslash}}$$

$$\boxed{\mathbf{Ec = (Vn\ .}\ \mathrm{Er}) \div \mathrm{Va}^{\backslash}}$$

أشكال أخرى لهذه العلاقة:

1-3 - الحسم التجاري عبارة عن جملة الحسم الحقيقي:

حيث أن $\mathbf{Ec \div Er = Vn\ /\ Va^{\backslash}}$

وبالتعويض عن[$\mathbf{Va^{\backslash}}$] بالعلاقة التالية:

$$\mathbf{Va^{\backslash} = Vn \div (1+i.n)}$$

فان:

$$\mathbf{Ec/Er = Vn \div [Vn \div (1+i.n)]}$$

$$\boxed{\mathbf{Ec/Er = 1 + i\ .\ n}}$$

2-3 - الفرق بين الحسم التجاري والحسم الحقيقي:

هذا الفرق يأخذ صورتين هما على الشكل التالي:

الصورة الأولى:

في هذه الصورة يتم التعويض في الفرق بينهما عن قيمة [Ec] بالعلاقة

$$Ec = Er\ (1+i\ .\ n)$$

إذن $$Ec - Er = Er(1+i\ .\ n) - Er$$

$$Ec - Er = Er\ (1+i.n\ -1)$$

$$\boxed{Ec - Er = Er\ .\ i\ .\ n}$$

الصورة الثانية:

في هذه الصورة يتم التعويض عن [Er] بالعلاقة

$$Er = Ec \div [1 + i\ .\ n]$$

إذن $$Ec - Er = Ec - Ec(1+i.n)$$

$$= Ec\ [1 - 1/(1+i.n)]$$

$$Ec - Er = Ec[(1+i.n+1) \div (1+i.n)]$$

$$Ec - Er = Ec[(i.n) \div (1+i.n)]$$

ومنه $$Ec.i.n = (Ec - Er)(1+i.n)$$

$$Ec.i.n = Ec(1+i.n) - Er(1+i.n)$$

$$Ec.i.n = Ec+Ec.i.n - Er(1+i.n)$$

$$Ec.i.n = Ec.i.n - Ec.i.n + Er(1+i.n) = Ec$$

$$\boxed{Er(1+i.n) = Ec}$$

4- مردودية البنك:

يعتبر نشاط البنك في مجال حسم الأوراق التجارية نوع من أنواع الاستثمار ذلك أن البنك سيدفع إلى عميله عند الحسم مبلغا من المال [القيمة الحالية للأوراق التجارية التي يطلق عليها تعبير القيمة التجارية] يسترده بعد مدة معينة مضافا إليه فائدته لأنه يحصل على القيمة الاسمية للورقة التجارية.

فكأن البنك يستثمر القيمة التجارية ونرمز لها بالرمز [**Va**] بمعدل فائدة يطلق عليه معدل مردودية البنك ونرمز له بالرمز [$i^\backslash$] خلال مدة معينة من الزمن ولتكن [**n**] يقبض في نهايتها القيمة الاسمية للورقة التجارية ولتكن [**Vn**].

في ضوء ذلك يتحدد معدل مردودية البنك [$i^\backslash$] كما يلي:

القيمة التجارية [**Va**] تستثمر بمعدل مردودية [$i^\backslash$] لمدة [**n**]

مردودية البنك = $c.\ i^\backslash .\ n$

القيمة الاسمية = القيمة التجارية + مردودية البنك.

$$Vn = Va + Va.\ i^\backslash .n$$

$$Vn = Va\ (1 + i^\backslash .n) \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (1)$$

وطبقا لقانون الحسم التجاري فان:

القيمة الاسمية $Vn = Va \div (1 - i.n) \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (2)$

وبتطابق المعادلتين (1) و (2) فان:

$$Va\ (1 + i^\backslash .n) = Va \div (1 - i.n)$$

وبقسمة طرفي المعدلة على المقدار [أ **c**] فان:

$$1+ i^{\backslash} .n = 1 \div (1 - i.n)$$

$$i^{\backslash} .n = 1 \div (1 - i.n) - 1$$

بتوحيد المقامات فان:

$$i^{\backslash} .n = (1\text{-}1+i.n) \div (1\text{-} i.n)$$

$$i^{\backslash} .n = i.n \div (1\text{-}i.n)$$

$$\boxed{i^{\backslash} = i \div (1\text{-}i.n)}$$

5- <u>حافظة الحسم في البنوك:</u>

عندما يتقدم أحد التجار إلي البنك بعدد من الأوراق التجارية[كمبيالات أو سندات لأمر] بهدف حسمها وقبض قيمتها ترفق هذه الأوراق بكشف متضمنا صورة خاصة بالبيانات التالية: لقب واسم المستفيد، لقب واسم الساحب، لقب واسم المسحوب عليه، تاريخ الحسم، تاريخ الاستحقاق، عدد الأيام من تاريخ الحسم إلى تاريخ الاستحقاق، مقدار مبلغ الحسم، القيمة الصافية، مكان الدفع. يطلق على هذا الكشف بحافظة الحسم.

أمثلة تطبيقية

مثال رقم (1):

ورقة تجارية حسمت تجاريا بتاريخ 25/ 08/ 1998 بمعدل حسم 4% سنويا فبلغت قيمتها الحالية عند الحسم 89370 دينار، ولكن لو حسمت هذه الورقة قبل تاريخ استحقاقها بشهر واحد لنقص مبلغ الحسم بمقدار 330 دينار عن مبلغ الحسم في الحالة الأولى.

احسب القيمة الاسمية للورقة وتاريخ استحقاقها؟.

<u>الحــل</u>

طبقا لقانون الحسم التجاري فان $\mathbf{Va = Vn(1-i.n)}$

وبالتطبيق في الحالة الأولى فان:

$$\mathbf{89370 = Vn(1 - 0{,}04 \,.\, n)}$$

في الحالة الثانية نجد أن حسم هذه الورقة قبل ميعاد استحقاقها بشهر واحد يؤدي إلى نقص مبلغ الحسم بمقدار **330** دج وهذا يؤدي بالضرورة إلى زيادة القيمة الحالية بما يعادل النقص في مبلغ الحسم وبالتطبيق في قانون الحسم التجاري فان:

$$\mathbf{89370 + 330 = Vn(1 - 0{,}04 \,.\, 1/12)}$$

$$\mathbf{89700 = Vn(1 - 1/300) = Vn \,.\, 299/300}$$

$$\mathbf{Vn = 89700 \,.\, 299/300 = 90000}$$

أي أن القيمة الاسمية للورقة التجارية 90000 دج وبالتعويض بقيمة جـ في المعادلة أعلاه فان:

$$\mathbf{89370 = 90000(1 - 0{,}04 \,.n)}$$

$$89370 = 90000 - 3600 \,.\, n$$

$$3600\, n = 90000 - 89370$$

$$3600\, n = 630$$

$$n = 630 / 3600 = 0{,}175$$

0,175من السنة وبالضربة في **360** يوم لتحديد عدد الأيام فان

$$n\ 0{,}175 \,.\, 360 = 63 \text{ jours}$$

أي إن مدة الحسم في الحالة الأولى هي **63** يوم تضاف إلى تاريخ الحسم وهو**1998/8/25** فيكون تاريخ الاستحقاق هو**1998/ 10/27**.

مثال رقم (2):

سند قيمته الاسمية 25000 دج حسم لدى البنك بتاريخ 1/2/ 1999 بمعدل حسم قدره 6% سنويا فبلغت قيمته عند الحسم 24750 دج. احسب ميعاد استحقاق السند ومعدل مردودية البنك.

<u>الحــل</u>

طبقا لقانون الحسم التجاري $Va = Vn(1 - i.n)$ فان:

$$24750 = 25000(1 - i.n)$$

$$(1 - i \,.\, n) = 24750 / 25000 = 0{,}99$$

$$i.n = 1 - 0{,}99 = 0{,}01$$

بالتعويض عن قيمة $i = 6\ \%$

$$n = 0{,}01/0{,}06 = 1/6$$

1/6 من السنة أي شهرين

إذن تاريخ الاستحقاق هو 2 مارس 1999.

<u>تحديد معدل مردودية البنك:</u>

$$i^{\backslash} = i(1-i.n)$$

وبالتعويض عن قيمة [$i^{\backslash}$] و[n]

$$i^{\backslash} = 0,06 \div [1-0,06 \;.\; 2/12]$$

$$i^{\backslash} = 0,06 \div [\ 1-\ 0.01]$$

$$i^{\backslash} = 0,06 \div 0,09 = 0,0606 = 6,06\ \%\ \text{annuelle}$$

المحور الثالث: نظرية التكافؤ بالفوائد البسيطة

إن الأعمال التجارية غالبا ما يجري فيها الاتفاق بين الدائن والمدين على استبدال ورقة أو أوراق تجارية أو ديون تستحق الدفع في تواريخ محددة مقابل أوراق تجارية أو ديون تختلف عن الأولى في القيمة الاسمية أو تاريخ الاستحقاق أو في كلاهما معا، بشرط مراعاة عدم وقوع أضرار على المدين أو الدائن من جراء هذه التسوية، واستبدال الديون أو الأوراق يتم على أساس تكافؤ القيم في تاريخ معين أي تكافؤ قيم الديون أو الأوراق الأساسية مع الديون أو الأوراق الجديدة في تاريخ معين يطلق عليه تاريخ التكافؤ، وكما رأينا عند دراسة الحسم فان التكافؤ يمكن أن يتم سواء كان الحسم تجاريا أو حقيقيا.

1- <u>التكافؤ بالحسم الحقيقي:</u>

إذا افترضنا انه لدينا ورقتان تجاريتان القيمة الاسمية لكل منها هي **[Vn_1]** و **[Vn_2]** تم حسمهما في تاريخ معين فكانت مدة الحسم لكل منهما هي **[n_1]** و **[n_2]** فكانت القيمة الحالية لكل منهما هي **[$V`a_1$]** و **[ $V`a_2$]** وكان معدل الحسم **[i]**.

فطبقا لقانون الحسم الحقيقي فان:

$$V`a_1 = Vn_1 \div (1 + i.n_1) \text{ et } V`a_2 = Vn_2 \div (1+i.n_2)$$

فإذا كانت **$V`a_1 = V`a_2$** في تاريخ الحسم فان:

$$Vn_1 \div (1 + i.n_1) = Vn_2 \div (1+i.n_2)$$

2- التكافؤ بالحسم التجاري:

إذا افترضنا انه تم حسم الورقتين التجاريتين سالفتي الذكر على أساس حسم تجاري ومع استخدام نفس الرموز السابقة ما عدا القيم الحالية لكل ورقة حيث تصبح $[Va_1]$ و$[Va_2]$ وطبقا لقانون الحسم التجاري فان:

$$Va_1 = Vn_1 (1 - i \cdot n_2) \qquad Va_2 = Vn_2 (1 - i \cdot n_2)$$

فإذا كانت $Va_1 = Va_2$ في تاريخ الحسم التجاري فان:

$$Vn_1 (1 - i \cdot n_2) = Vn_2 (1 - i \cdot n_2)$$

وتستخدم نظرية التكافؤ في تسوية الديون واستبدالها بطريق المقاصة.

أمثلة تطبيقية

مثال رقم (1):

شخص مدين لآخر بسند قيمته الاسمية 10500 دينار يستحق الدفع في1999/9/29 وقد اتفق مع دائنه في 1/ 7/ 1999 على استبدال السند هذا مقابل ثلاث كمبيالات متساوية القيمة وتكافؤ السند الأصلي في تاريخ الاستبدال، الكمبيالة الأولى تستحق الدفع بعد شهر والثانية بعد3 أشهر والثالثة بعد 5 أشهر، فإذا علمت أن معدل الحسم التجاري في تاريخ التكافؤ 6% سنويا. احسب القيمة الاسمية لكل كمبيالة؟.

الحـل

مدة حسم السند الأصلي في تاريخ التكافؤ 1/ 7/ 1999 تتحدد كما يلي: جويلية + أوت + سبتمبر = 31 + 31 + 28 = 90 يوم.

وطبقا لقانون الحسم التجاري فان القيمة الحالية

$$\mathbf{Va = Vn(1 – i . n)}$$

$$\mathbf{Va = 10500\ (1 – 0,06 . 90/360) = 10342,5}$$

والقيمة الحالية للدين الأصلي **[Va]** وقدرها **10342.5** دج تكافئ القيمة الحالية للديون الجديدة ولتكن **[Va_1]** ، **[Va_2]** ، **[Va_3]** للكمبيالات الثلاث فإذا افترضنا أن القيمة الاسمية لكل كمبيالة هي **[y]** فان القيم الحالية للكمبيالات الثلاث في تاريخ 1999/7/1 هي:

$$\mathbf{Va_1 = y\ (1 – 0,06 . 1/12) = 199\ y \div 200}$$

$$\mathbf{Va_2 = y\ (1 – 0,06 . 3/12) = 197\ y \div 200}$$

$$\mathbf{Va_3 = y\ (1 – 0,06 . 5/12) = 195\ y \div 200}$$

فيكون مجموع القيم الحالية للكمبيالات الثلاث هي:

$$\mathbf{Va_1+Va_2+Va_3= 199y/200+ 197y/200+ 195y/200}$$

$$\mathbf{Va_1+Va_2+Va_3 = 2,955y}$$

وهذا يكافئ في تاريخ **1999/7/1** القيمة الحالية للسند وقدرها **10342.5** دج أي **2.955y= 10342.5**

$$\mathbf{y = 10342,5 \div 2,955 = 3500}$$

وهي القيمة الاسمية لكل كمبيالة.

مثال رقم (2):

مؤسسة تجارية تتبع نظامي البيع بالنقد وبالأجل فإذا علمت أن شروط بيع جهاز التلفزيون كانت كما يلي:

- في حالة البيع النقدي يكون ثمن البيع 2000 دج.
- في حالة البيع الآجل يدفع العميل نقدا 614 دج عند الشراء

مضافا الى ذلك يسحب عليه لمصلحة البائع عدد 6 كمبيالات شهرية قيمة كل كمبيالة 240 دج، تستحق الكمبيالة الأولى الدفع بعد شهرين من تاريخ الشراء، فإذا علمت أن هناك تكافؤ في ثمن البيع بين نظامي البيع في تاريخ البيع.احسب معدل الحسم؟.

الحــل:

يلاحظ وجود تكافؤ في ثمن البيع في تاريخ البيع لكلا النظامين ومعنى ذلك أن ثمن البيع النقدي وقدره 2000 دج يكافئ المبلغ النقدي الموضوع عند الشراء وقدر 614 دج مضافا إليه مجموع القيم الحالية للكمبيالات الستة.

فإذا فرضنا أن $[Va_1]$ ، $[Va_2]$ ، $[Va_3]$ ، $[Va_4]$ ، $[Va_5]$ ، $[Va_6]$ ترمز للقيم الحالية للكمبيالات الستة على الترتيب فانه طبقا لقانون الحسم التجاري

$$Va = Vn\,(1 - i\,.\,n)$$

يكون:

$$Va_1 = 240(1- i.2/12) =240[(12-2i)/12] = 20(12-2i)$$

$$Va_2 = 240(1-i.3/12) = 240[(12-3i)/12]= 20(12-3i)$$

$$Va_3 = 240(1- i.4/12) =240[(12-4i)/12]= 20(12–4i)$$

$$Va_4 = 240(1- i.5/12) =240[(12-5i)/12]= 20(12–5i)$$

$$Va_5 = 240(1- i.6/12) =240[(12-6i)/12]= 20(12–6i)$$

$$Va_6 = 240(1- i.7/12) =240[(12-7i)/12]= 20(12–7i)$$

فيكون مجموع القيم الحالية للكمبيالات الستة في تاريخ البيع مع اخذ المقدار **20** كعامل مشترك على الشكل التالي:

$$=20[(12–2i)+(12-3i)+(12–4i)+(12–5i)+(12–6i)$$

$$+ (12–7i)]$$

$$= 20(72 – 27i) = 1440 – 540i$$

وفي ضوء ذلك يتلخص التكافؤ كما يلي:

مجموع القيم الحالية للكمبيالات + المبلغ النقدي = ثمن البيع نقدا

$$1440 – 540i + 614 = 2000$$

$$540 i = 2054 – 2000 = 54$$

$$i = (54 ÷ 540) x 100 = 10\%$$

تمــاريــن

1- إذا كان الفرق بين الفائدة التجارية والفائدة الحقيقية تم حسابهما لمبلغ 20000 دج عند استثماره بمعدل 10% سنويا لمدة ما بلغت 80 دج. ما مقدار مدة الاستثمار؟

2- ما هو معدل الفائدة الذي بموجبه تبلغ فائدة مبلغ من المال ما يعادل نصف مبلغ المال في مدة 9000 يوم؟

3- استثمر شخص مبلغان من المال مجموعهما 20000 دج
المبلغ الأول استثمر لمدة 6 أشهر والمبلغ الثاني لمدة 10 أشهر بفائدة بسيطة بمعدل 6% سنويا في الحالتين فإذا علمت أن جملة الفوائد التي حصل عليها هذا الشخص بلغت 760دج احسب أصل كل مبلغ؟

4- استثمر شخص مبلغ ما لدى بنك لمدة 130 يوم بمعل فائدة بسيطة 4% سنويا ثم استثمر جملة هذا المال لدى بنك ثاني لمدة 120 يوم بفائدة بسيطة بمعدل 6% سنويا فبلغت الفائدة التي تحصل عليها من البنك الثاني فقط 365.2 دج.احسب أصل القرض المستثمر لدى البنك الأول؟

5- أودع أحد الأشخاص مبلغ 40000 دج لدى احد البنوك الجزائرية بتاريخ 2005/03/10 فإذا كان البنك يمنح عملاءه فائدة بسيطة بمعدل سنوي 5%، وبمراجعة حساب هذا الشخص في

تاريخ ما، وجد أن البنك أضاف لحسابه فوائد مقدارها 400 دج. احسب التاريخ الذي أضيفت فيه الفوائد لحساب هذا الشخص.

6- شخص يملك مبلغ 12000 دج وزعه بين 3 توظيفات بحيث المبلغ الثاني يمثل ضعف المبلغ الأول، وكان مجموع الفوائد الثلاثة بعد سنة 480 دج علما أن الفوائد تتناسب طرديا مع الأعداد 2 ، 4 ، 6. احسب الفوائد الثلاثة والمبالغ الثلاثة و المعدل.

7- مبلغان مجموعهما 13200 دج ونسبتهما 6/5، ما هو مقدار كل مبلغ من المال؟

وظفا المبلغان لمدة سنة كاملة، وفي نهاية هذه المدة كانت جملة المبلغ الأول هي 6300 دج. ما هو معدل توظيف كل مبلغ، علما أن معدل توظيف المبلغ الثاني ينقص عن معدل توظيف المبلغ الأول بوحدة واحدة؟ ما هي جملة المبلغ الثاني؟.

8- استثمر شخص ثلاثة مبالغ من المال لمدة سنة بمعدل فائدة سنوي 9%، وقد حققت في مجموعها فائدة قدرها 5670 دج، فإذا كان المبلغ الأول يقل عن الثاني بـ 7200دج كما أن

(أ$_2$ – أ$_1$ = أ$_3$ – أ$_2$). احسب قيمة كل من المبالغ الثلاث والفائدة التي يحققها كل مبلغ.

9- وظف شخص مبلغ 35000 دج لدى بنك بفائدة بسيطة وبمعدل ما، وفي نهاية السنة سحب رصيده وأعاد توظيفه لدى بنك ثاني لمدة سنة أخرى بمعدل يقل عن الأول ب 1% فبلغ رصيده لدى

البنك الثاني 38955 دج. ما هي معدلات التوظيف؟ ما هي الفوائد المحصل عليها من البنكين؟

10- إذا كان الفرق بين الحسم التجاري والحسم الحقيقي يساوي 100دج لكمبيالة تستحق الدفع بعد 60 يوم من تاريخ الحسم حسمت بمعدل 6% سنويا. ما هي القيمة الاسمية للكمبيالة؟

11- ورقة تجارية تستحق الدفع في 30 جوان 2005 حسمت لدى البنك بتاريخ 19 ماي من نفس السنة بمعدل حسم 6 % سنويا. وورقة تجارية أخرى تستحق الدفع في تاريخ استحقاق الورقة التجارية الأولى حسمت لدى البنك في تاريخ 2 جوان من نفس السنة بمعدل حسم 6.4 % سنويا. فإذا علمت انه لو عكسنا معدل الحسم بحيث تحسم الورقة الأولى بمعدل الورقة الثانية وتحسم الورقة الثانية بمعدل حسم الورقة الأولى لما تغير إجمالي الحسم قبل عكس المعدلات عن بعده لكلا الورقتين.

احسب القيمة الاسمية لكل ورقة مع العلم أن مجموعهما يساوي 45350دج؟

12- إذا كان مجموع مبلغ الحسم التجاري والحقيقي لكمبيالة هو 525دج، مع العلم أن الحسم تم قبل تاريخ الاستحقاق بمدة 60 يوما وبمعدل بسيط هو 6 % سنويا.احسب القيمة الاسمية للكمبيالة؟

13- كمبيالة قيمتها الاسمية 9996 دج بلغت قيمتها الحالية عند الحسم على أساس حقيقي 9917 دج. احسب قيمتها الحالية إذا تم الحسم على أساس تجارى؟

14- شخص مدين بمبلغ 120000 دج يستحق الدفع في 2005/07/01 اتفق مع الدائن على قبول ثلاث كمبيالات قيمهم الاسمية تشكل فيما بينها متوالية عددية، وتحمل الكمبيالة الأولى القيمة الصغرى أما الثالثة تحمل القيمة الكبرى تستحق الأولى الدفع في أول مارس الثانية في أول جوان والثالثة في أول سبتمبر من نفس السنة، فإذا علمت أن مجموع القيم الاسمية للكمبيالات الثلاث يساوي 120000 دينار، احسب القيمة الاسمية لكل كمبيالة منهم؟

15- شخص مدين بملغ 5000 دج يستحق الدفع في 2005 /04/01 وقد اتفق مع دائنه في 2 مارس من نفس السنة على استبدال هذا الدين فدفع له نقدا مبلغ 1997.5 دج نقدا وفورا بالإضافة إلى كمبيالة قيمتها الاسمية 1000 دج تستحق الدفع بعد 60 يوما، وحرر لصالح الدائن أيضا سندا لأمر يستحق الدفع بعد 40 يوما، فإذا علمت أن معدل الحسم في تاريخ التكافؤ هو 9% سنويا.احسب القيمة الاسمية للسند الجديد.

16- تاجر مدين بالقيم الاسمية للكمبيالات التالية:

الكمبيالة الأولى قيمتها 15000 دج تستحق الدفع في 2005/07/05

الكمبيالة الثانية قيمتها 1000 دينار تستحق الدفع في 2005/07/10

الكمبيالة الثالثة قيمتها 6000 دينار تستحق الدفع في 2005/07/15

الكمبيالة الرابعة قيمتها20000دينار تستحق الدفع في 2005/07/25

و بتاريخ 2005/7/5 اتفق مع دائنه على استبدال هذه الكمبيالات بكمبيالة واحدة تحل محل كل الكمبيالات الأربعة، حدد تاريخ استحقاق الكمبيالة الجديدة علما أن معدل الفائدة 5 %.

17- تاجر مدينة بثلاثة سندات قيمها الاسمية:

- 21000 دج يستحق في 15 جوان 2005.
- 30000 دج يستحق في 30 جوان 2005.
- 45000 دج يستحق في 31 جويلية 2005.

- وفي تاريخ 2005/6/25 تم الاتفاق على استبدال هذه السندات بورقة تجارية قيمتها الاسمية 96000 دج فإذا علمت أن معدل التكافؤ 6% احسب تاريخ استحقاق الورقة الجديدة.

18- أراد شخص شراء آلة وذلك في تاريخ 2005/04/15 فتلقى العروض التالية:

<u>العرض 1</u>: دفع مبلغ 20000 دج نقدا وفورا (يوم الشراء)، بالإضافة لورقة تجارية قيمتها الاسمية 35000 دج تستحق بتاريخ 2005/07/04.

<u>العرض 2</u>: التسديد يتم بثلاث أوراق تجارية تحمل نفس القيمة الاسمية 18000 دج، الأولى تستحق في 5/15 /2005، الثانية تستحق في 2005/06/14، والثالثة تستحق في 2005/08/13.

<u>العرض 3</u>: دفع 10000 دج نقدا (تسبيق) في تاريخ 2005/03/01 تتبع ب 10000 دج نقدا وفورا يوم الشراء وورقة تجارية قيمتها

الاسمية 36000 دج تستحق في 2005/08/13. ما هي الطريقة التي تنصح بها الشخص على أساس معدل الخصم المطبق 8%؟

19- أراد تاجر خصم ورقة تجارية قيمتها 45000 دج تستحق بعد 50يوما فكان عليه أن يختار بين بنكين:

<u>البنك الأول</u>: يطبق معدل حسم 4.8% وعمولة متعلقة بالزمن 0.6%.

<u>البنك الثاني</u>: يطبق معدل حسم 5%، وعمولة غير متعلقة بالزمن 0.5%.

لأي بنك يتجه التاجر؟

20- تاجر مدين بسند قيمته 5940 دج يستحق في تاريخ 2005/10/31 وفي أول أكتوبر طلب من مدينه تعويض هذا السند بسند جديد يستحق في 2005/11/30.ما هي القيمة الاسمية للسند الجديد؟

اقترح المدين على الدائن تعويض السند بسندين بنفس القيمة الاسمية، يستحق الأول في 2005/11/15، والثاني في 2005/12/15. ما هي القيمة الاسمية للسندين؟ (معدل الحسم المطبق في الحالتين 6%).

21- في تاريخ 2005/03/13 اشترى تاجر بضاعة بقيمة 100000 دج، وتم التسديد بثلاث أوراق تجارية، الأولى تستحق في 2005/05/12 وقيمتها الاسمية 20000 دج الثانية تستحق في

2005/06/11، أما الثالثة فقيمتها الاسمية 40000 دج وتستحق في 2005/07/11.

احسب القيمة الاسمية للورقة الثانية؟.(المعدل المطبق 5.4%)

22- ابتداءا من أول عام 2005 يودع أحد الأشخاص لدى بنك في أول كل شهر مبلغ ما من المال وفي منتصف كل شهر يسحب دفعة قدرها 10000 دج وذلك لمدة سنة فقط، فإذا علمت أن رصيد هذا الشخص لدى البنك في 2005/12/31 بلغ 129045 دج وان معدل الفائدة البسيطة على الإيرادات 5 %سنويا وعلى المسحوبات 6 % سنويا .احسب مقدار دفعة الإيداع؟

23- بتاريخ 02 فيفري باع تاجر بضاعة بمبلغ 75000 دج فقبض ثلث المبلغ نقدا والباقي بورقة تجارية تستحق الدفع في 29 افريل 2005 لكنه احتاج إلى نقود فتقدم بتاريخ 12 افريل 2005 للبنك لحسم الورقة بمعدل 9% وفي 01 مارس 2005 أضاف مبلغ 4950 دج للمبلغ الذي تحصل عليه من البنك ووظف الكل بمعدل 12% فتحصل بعد مدة التوظيف سحب رصيده الذي بلغ 56160 دج ما هو تاريخ سحب الرصيد؟

24- تقدم شخص إلى البنك لحسم ورقة تجارية بمعدل 9% فتحصل على مبلغ 59160 دج فلو حسمت ب 42 يوم قبل تاريخ استحقاقها لكان الحسم الثاني اقل من الحسم الأول بمبلغ 210 دج .ما هي القيمة الاسمية للورقة؟ ما هو تاريخ استحقاقها؟

25- قام تاجر بدفع مبلغ 2780 دج نقدا لمورده بالإضافة إلى تظهير ورقتان تجاريتان لحساب تسديدا لفاتورة، لجأ المورد للبنك لحسم الورقتان بمعدل 6% علما أن القيمة الإسمية للورقة الأولى تقدر ب 9000 دج وتستحق بعد 20 يوم، والثانية تستحق بعد 45 يوم احسب قيمة الفاتورة علما أن حسم الورقة الأولى يمثل ثلث حسم الورقة الثانية.

المحور الرابع: العمليات المالية في المدى الطويل

العمليات المالية في المدى الطويل يقصد بها كل العمليات المالية التي ما بين 5 سنوات فأكثر (مساوية لـ 5سنوات وما فوق) ويقال عنها العمليات المركبة.

1- <u>الفائدة المركبة:</u> l'intérêt composé

الفائدة المركبة عبارة عن تطبيق متكرر للفائدة البسيطة باعتبار أن الفائدة البسيطة إذا كانت تحسب على أصل المبلغ فقط في كل وحدة زمن فان الفائدة المركبة تحسب على أساس إضافة الفائدة في نهاية وحدة الزمن إلى أصل المال في أول وحدة الزمن ليشكلا معا أصلا جديدا للوحدة الزمنية الموالية.

2- <u>علاقة حساب جملة الفائدة المركبة:</u>

إذا وظف مبلغ من المال قدره **[a]** لمدة زمنية قدرها **[n]** بمعدل فائدة مركبة قدرها **[i]** فان جملة المبلغ في كل سنة **[C_n]** تكون كما يلي:

جملة المبلغ في نهاية السنة الأولى $C_1 = a+a.i.=a(1+i)$

جملة المبلغ في نهاية السنة الثانية $C_2=a(1+i)+a(1+i).i=$

$$=a(1+i)(1+i)= a(1+i)^2$$

جملة المبلغ في نهاية السنة الثالثة $C_3= a(1+i)^2+a(1+i)^2.i$

$$=a(1+i)^2(1+i) = a(1+i)^3$$

وهكذا فان جملة مبلغ المال في نهاية **[n]** من وحدات الزمن تصبح كما يلي:

$$\boxed{C_n = a(1+i)^n}$$

فإذا كان أصل مبلغ المال **[a]** يساوي 1 دينار فان جملة واحد دينار استثمر بفائدة مركبة بمعدل **[i]** لمدة **[n]** من وحدات الزمن تصبح كما يلي:

$$\boxed{C_n = (1+i)^n}$$

3- <u>علاقة حساب القيمة الحالية:</u>

بما أن $C_n = a(1+i)^n$

فان $a = C_n \div (1+i)^n$

$$\boxed{a = C_n(1+i)^{-n}}$$

4- <u>علاقة حساب الفائدة المركبة:</u>

<u>الصورة الأولى</u>:

حيث أن مقدار الفائدة = جملة المبلغ - أصل المبلغ

$$I = C_n - a$$

بالتعويض عن C_n

$$= a(1=i)^n - a = a[(1+i)^n - 1]$$

$$\boxed{I = a[(1+i)^n - 1]}$$

الصورة الثانية:

$$I = C_n - a$$

وبالتعويض عن قيم [a]

$$I = C_n - C_n(1+i)^{-n} = C_n[1 - (1+i)^{-n}]$$

$$\boxed{I = C_n[1 - (1+i)^{-n}]}$$

ملاحظة:

في بعض الحالات قد تظهر مشاكل في حساب قيمة $(1=i)^n$ كأن تكون المدة الزمنية [n] بالسنوات والأشهر معا في هذه الحالة يمكن حساب الفائدة عن المدة كلها بإحدى الطرق إما الطريقة الرياضية أو الطريقة التجارية أو طريقة الحصر.

ولكي نتمكن من معرفة كيفية تطبيق هذه الطرق الثلاثة نتطرق للمثال التالي:

وظف شخص مبلغ 1000 دينار لمدة 4 سنوات و6 اشهر بمعدل فائدة مركب سنوي قدره 5 %. احسب جملة هذا المال في نهاية المدة؟

الحل طبقا للطريقة الرياضية:

طبقا لقانون جملة الفائدة المركبة $C_n = (1=i)^n$

$$C_n = 1000(1+0,05)^{4+6/12} = 1000(1+0,05)^4(1+0,05)^{6/12}$$

$$C_n = 1000 \times 1{,}21550625 \times 1{,}0249508 = 1245{,}83$$

<u>الحل طبقا للطريقة التجارية:</u>

في هذه الطريقة الشائعة الاستخدام في الحياة التجارية تحسب الفائدة المركبة عن وحدات الزمن الصحيحة (السنوات) أما كسور السنة (الأشهر) تحسب عليها الفائدة البسيطة وطبقا لذلك فمن مثالنا السابق يتم حساب جملة الفائدة المركبة عن مدة 4 سنوات وتستخدم الفائدة البسيطة عن 6 أشهر كما يلي:

$$C_n = (1=i)^n = 1000(1+0{,}05)^4 = 1000 \times 1{,}21550625 = 1215{,}51$$

تحسب الفائدة البسيطة لمبلغ 1215.56 دج استثمر لمدة 6 أشهر كما يلي:

$$I = a \cdot i \cdot n = 1215{,}51 \times 0{,}05 \times 6/12 = 30{,}39$$

فتصبح جملة 1000 دج لمدة 4 سنوات و6 أشهر

$$C_n = 1215{,}51 + 30{,}39 = 1245{,}90$$

<u>الحل طبقا لطريقة الحصر:</u>

تعرف هذه الطريقة عند البعض بطريقة التحشية أو طريقة التناسب وهي اختيار قيمة صحيحة اقل وأخرى اكبر مما يطلب حسابه ومن مثالنا نحصر قيمة $(1+0.05)^{\mathbf{12\backslash 6+4}}$ بين $(1+0.05)^4$ و $(1+0.05)^5$ حيث أن:

$$(1 + 0{,}05)^4 = 1.2155062$$

$$(1 + 0{,}05)^5 = 1.2762815$$

$$(1+ 0{,}05)^5 - (1+0{,}05)^4 = 1{,}2762815 - 1{,}2155062 = 0{,}0607753$$

0.0607753 تقابل مدة سنة أي 12 شهر وعليه فان مقابل 6 اشهر يكون:

$$0,0607753 \times 6/12 = 0 ;0303876$$

وعليه فان :

$$(1+0,05)^{4+6/12} = 1,2155062 + 0,0303876 = 1,2458938$$

$$Cn = 1000 \times 1,2458938 = 1245,89$$

ومن الملاحظ أن جملة المبلغ في الطرق الثلاث متساويا تقريبا.

المحور الخامس: الحسم بالفوائد المركبة

تبين عند دراستنا لموضوع الحسم بالفائدة البسيطة انه يوجد نوعان للحسم إما حسم تجاري أو حسم حقيقي.

وفيما يلي دراسة لكل نوع باستخدام الفائدة المركبة.

1- الحسم التجاري المركب:

هنا يتم حساب مبلغ الحسم **[Ec]** على أساس القيمة الاسمية للورقة التجارية أو الدين **[C_n]** عن مدة تحسب من يوم الحسم حتى تاريخ الاستحقاق **[n]** بمعدل حسم مركب قدره **[i]** وعلى ذلك فان:

مبلغ الحسم = جملة القيمة الاسمية - القيمة الاسمية.

$$Ec = C_n(1+i)^n - C_n$$

$$\boxed{Ec = C_n[(1+i)^n - 1]}$$

والملاحظ أن الحسم التجاري المركب نادرا ما يستخدم في الحياة التجارية وخاصة في الآجال الطويلة لأنه قد يزيد مبلغ الحسم عن القيمة الاسمية كما هو مبين في المثال التالي:

مثال: حسم شخص ورقة تجارية قيمتها الاسمية 1000 دج لدى بنك تستحق الدفع بعد 10 سنوات بمعدل حسم تجاري مركب قدره 8 % سنويا احسب مبلغ الحسم؟

الحــل:

$$Ec = C_n[(1+i)^n - 1] = 1000[(1+0,08)^{10} - 1] = 1159$$

أي أن مبلغ الحسم بلغ 1159 دج وهو مبلغ يزيد عن القيمة الاسمية للورقة التجارية، ولهذا السبب فان الحسم التجاري نادرا ما يتم استخدامه إن لم نقل يستحال الأخذ به.

2- الحسم الحقيقي المركب:

هنا يتم حساب مبلغ الحسم **[Er]** على أساس القيمة الحالية للورقة التجارية أو الدين **[a]** عن مدة الحسم **[n]** التي تتحدد من يوم الحسم حتى تاريخ الاستحقاق وعلى ذلك فان:

مبلغ الحسم = القيمة الاسمية ـ القيمة الحالية.

$$Er = C_n - a$$

وبما انه لدينا

$$a = C_n(1+i)^{-n}$$

$$Er = C_n - C_n(1+i)^{-n}$$

$$\boxed{Er = C_n[1 - (1+i)^{-n}]}$$

المحور السادس: التكافؤ بالحسم الحقيقي المركب

سبق لنا دراسة التكافؤ في موضوع الحسم بفائدة بسيطة واستخدامه في تسوية واستبدال الديون والأوراق التجارية، وينطبق هنا ما سبق دراسته، فإذا ما تم حسم ورقتين تجاريتين في تاريخ معين على أساس حسم حقيقي مركب،وكانت القيمة الاسمية لكل منها $[C_{n1}]$ و $[C_{n2}]$ والقيمة الحالية لكل منها $[a_1]$و$[a_2]$ ومدة حسم كل منها $[n_1]$و$[n_2]$ بمعدل حسم مركب قدره **[i].**

فتكون القيمة الحالية لكل منها كما يلي:

$$a_2 = C_{n2}(1+i)^{-n2} \qquad a_1 = C_{n1}(1+i)^{-n1}$$

فإذا كانت $a_1 = a_2$ في تاريخ معين هو تاريخ التكافؤ فان:

$$\boxed{C_{n1}(1+i)^{-n1} = C_{n2}(1+i)^{-n2}}$$

أمثلة تطبيقية

<u>مثال رقم (1):</u> مؤسسة تجارية مدينة بالديون التالية:

- 10000 دج تستحق الدفع في 1 /1986/7.
- 20000 دج تستحق الدفع في 1990/7/1.
- 30000 دج تستحق الدفع في 1992/7/1.

ولم تتمكن المؤسسة من سداد أي مبلغ حتى أول جويلية 1989 حيث اتفقت مع الدائن في هذا التاريخ على ما يلي:

- تسحب كمبيالة لصالح الدائن بمبلغ 40000 دينار تستحق الدفع بعد 3 سنوات.
- يسدد باقي الدين نقدا وفورا.

فإذا علمت أن معدل الحسم المركب المستخدم لاستبدال الديون هو 5 % سنويا، احسب مقدار المبلغ النقدي المدفوع.

<u>الحــل:</u>

في تاريخ التكافؤ 1 /7/ 1989 وهو تاريخ الاستبدال يتحقق التكافؤ بين قيمة الديون الأساسية في هذا التاريخ مع كل من القيمة الحالية للكمبيالة والمبلغ النقدي، وذلك مرورا بالمراحل التالي:

- الدين الأول استحق الدفع قبل تاريخ الاستبدال أي قبل تاريخ التكافؤ بمدة 3 سنوات لذلك تستخرج قيمته في تاريخ الاستبدال إلى إيجاد جملته

$$C_n=a_1(1+i)^n=10000(1+0,05)^3=10000 \times 1,15763=11576,3$$

ـ الدين الثاني والدين الثالث يستحقان الدفع بعد تاريخ الاستبدال أي بعد تاريخ التكافؤ وعليه لم يصل بعد تاريخ استحقاقهما لذلك نحسب القيمة الحالية لكل منهما بالتطبيق في قانون القيمة الحالية.

$$a_2=C_n(1+i)^{-n}=20000(1+0,05)^{-1}=20000 \times 0,95238=19047,6$$

$$a = 30000(1+0,05)^{-3} = 30000 \times 0,86384 = 25915,2$$

إذن مجموع قيم الديون الأساسية **=25915.2+ 19047.6+11576.3**

= 56539.1

وهذا المبلغ **56539.1** دج يكافئ في تاريخ 1989/7/1 كلا من:

المبلغ النقدي المدفوع + القيمة الحالية للكمبيالة الجديدة.

القيمة الحالية للكمبيالة :

$$a =C_n(1+i)^{-n}=40000(1+0,05)^{-3}\ 34553.6=40000 \times 0,86384$$

فإذا فرضنا أن المبلغ النقدي المدفوع في تاريخ التكافؤ هو **[y]**

فان: $y + 34553,6 = 56539,1$

ومنه $y = 56539,1 - 34553,6 = 21985,5$

<u>مثال رقم (2):</u>

ورقة تجارية قيمتها الاسمية 200000 تستحق الدفع بعد 4 سنوات و4 أشهر حسمت بمعدل حسم مركب قدره 4% سنويا.

احسب قيمتها الحالية؟

الحــل:

طبقا لقانون القيمة الحالية $a = C_n(1+i)^n$

$$a = 200000(1+0{,}04)^{-(4+4/12)}$$

استخدام إحدى الطرق الثلاث التي تطرقنا لها في درس الفائدة المركبة أثناء وجود وحدات الزمن بالسنوات والأشهر معا فان قيمة $(1+0{,}04)^{-(4+4/12)}$ تساوي **0.84384516** ومنه

$$a = 200000 \times 0{,}84384516 = 186769$$

ملاحظة: في هذا المثال يمكن استخدام إحدى الطرق الثلاثة المذكورة سابقا (الرياضية، الحصر، التجارية).

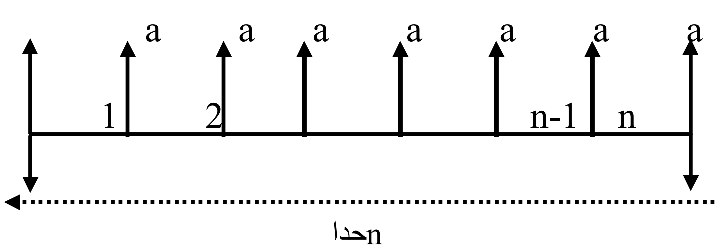
المحور السابع: الدفعات المتساويـة بالفوائد المركبة

ذكرنا عند دراستنا للفائدة البسيطة أن الدفعات المتساوية إما أن تستخدم للسداد أو الاستثمار، وفيما يلي دراسة عن الجملة والقيمة الحالية لكل نوع:

1- <u>جملة دفعات السداد:</u>

إذا افترضنا أن شخص كان يسدد في نهاية كل وحدة زمن دفعة من المال قدرها **[a]** وذلك لمدة**[n]** من وحدات الزمن وتحسب الفائدة بمعدل مركب قدره **[i]** جملة دفعات السداد $[V_n]$ فان:

جملة دفعات السداد = مجموع الجمل المركبة لكل دفعة في نهاية المدة.



نلاحظ في الشكل الموضح أعلاه أن الدفعة الأولى تسدد في نهاية وحدة الزمن الأولى فتكون مدة هذه الدفعة **[n-1]** وتكون جملتها $\mathbf{a(1+i)^{n-1}}$

أما الدفعة الثانية التي تسدد في نهاية وحدة الزمن الثانية فتكون مدة هذه الدفعة**[n-2]** وتكون جملة هذه الدفعة = $\mathbf{a(1+i)^{n-2}}$.

وهكذا بالنسبة لباقي الدفعات حتى نصل إلى الدفعة ما قبل الأخيرة حيث نجد أن مدة هذه الدفعة وحدة زمنية واحدة فتكون جملة هذه الدفعة = $\mathbf{a(1+i)^1}$

أما الدفعة الأخيرة التي تدفع في ميعاد إيجاد الجملة فلا مدة لها وبالتالي تكون جملتها مساوية لقيمة الدفعة = $\mathbf{a}$

ويمكن توضيح ذلك في الجدول التالي:

الدفعة او الفترة	المدة للدفعة	الجملة C_n عند المدة
الاولى	(n-1) فترة	$a(1+n)^{n-1}$
الثانية	(n-2) فترة	$a(1+n)^{n-2}$
الثالثة	(n-3) فترة	$a(1+n)^{n-3}$
.	.	.
.	.	.
ما قبل الأخيرةn-1	1 فترة	$a(1+n)$
الاخيرة n	0 فترة	$a(1+n)^0=a$

وعلى ضوء ما سبق يكون مجموع الجمل المركبة لدفعات السداد إذا بدأنا بالدفعة الأخيرة كما يلي:

$$\mathbf{V_n=a+a(1+i)^1+a(1+i)^2+\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots+a(1+i)^{n-1}}$$

يشكل هذا المجموع متوالية هندسية تصاعدية حدها الأول **[a]** وأساسها **(1+i)** وعدد حدودها **[n]** وطبقا لمجموع المتوالية الهندسية والذي يتم حسابه بالعلاقة:

المجموع = $\dfrac{\text{الحد الأول [(الأساس)}^{\text{ن}}\text{-1]}}{\text{الأساس -1}}$

$$S = a \cdot \frac{r^n - 1}{r - 1}$$

وعليه فان جملة دفعات السداد تكون كما يلي:

$$V_n = a\frac{(1+i)^n - 1}{(1+i) - 1}$$

$$\boxed{V_n = a\frac{(1+i)^n - 1}{(1+i) - 1}}$$

2- <u>القيمة الحالية لدفعات السداد:</u>

يقصد بالقيمة الحالية لدفعات السداد قيمة تلك الدفعات في بداية وحدات الزمن فإذا افترضنا أن هناك شخص يدفع في آخر كل وحدة زمن دفعة من المال قدرها **[a]** وذلك لمدة **[n]** من وحدات الزمن وتحسب الفائدة بمعدل مركب قدره **[i]** فان القيمة الحالية لدفعات السداد تساوي $[V_0]$مجموع القيم الحالية لكل دفعة من الدفعات في بداية المدة.

ونلاحظ في الشكل الموضح سابقا ما يلي:

الدفعة الأولى مدتها وحدة زمنية فتكون قيمتها في أول المدة = $a(1+i)^{-1}$

الدفعة الثانية مدتها 2 وحدة زمن فتكون قيمتها الحالية$a(1+i)^{-2}$

وهكذا بالنسبة لباقي الدفعات فنجد أن الدفعة ما قبل الأخيرة مدتها **(n-1)** فتكون قيمتها الحالية في أول المدة= $\mathbf{a(1+i)^{-(n-1)}}$

أما الدفعة الأخيرة نجد أن مدتها عبارة عن المدة كلها أي **[n]**

فتكون قيمتها الحالية في أول المدة = $\mathbf{a(1+i)^{-n}}$

ويمكن توضيح ذلك في الجدول التالي:

الدفعة او الفترة	المدة للدفعة	القيمة الحالية
الاولى	1 فترة	$a(1+n)^{-1}$
الثانية	2 فترات	$a(1+n)^{-2}$
الثالثة	3 فترات	$a(1+n)^{-3}$
.	.	.
.	.	.
ما قبل الأخيرةn-1	(n-1) فترة	$a(1+n)^{-(n-1)}$
الاخيرة n	n فترة	$a(1+n)^{-n}$

وعلى ضوء ما سبق يكون مجموع القيم الحالية للدفعات في أول المدة إذا بدأنا بالدفعة الأخيرة كما يلي:

$$\mathbf{V_0=a(1+i)^{-n}+a(1+i)^{-(n-1)}+\ldots\ldots\ldots+a(1+i)^{-3}+a(1+i)^{-2}+a(1+i)^{-1}}$$

وبأخذ المقدار [a] كعامل مشترك فان:

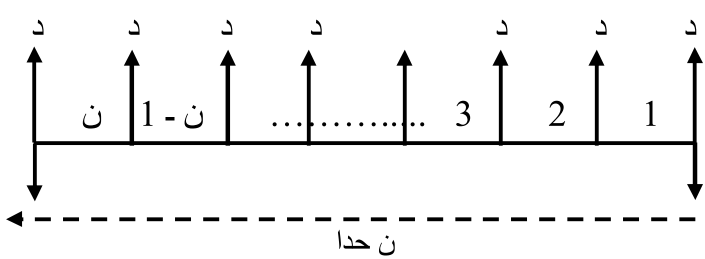
مجموع القيم الحالية $\mathbf{V_0= a[(1+i)^{-n} +\ldots\ldots\ldots+(1+i)^{-1}]}$

والمقدار بين القوسين يمثل متوالية هندسية تصاعدية حدها الأول $(1+i)^{-n}$ أساسها **[1+i]** عدد حدودها **[n]** وطبقا لقانون جملة المتوالية الهندسية المذكور سابقا فان جملة القيم الحالية لدفعات السداد تكون:

$$V_0 = \frac{a[1 - (1=i)^{-n}]}{i}$$

3- جملة دفعات الاستثمار:

إذا افترضنا أن شخص يقوم باستثمار دفعة من المال قدرها **[a]** في أول وحدة الزمن لدى البنك بمعدل فائدة مركبة قدرها **[i]** وذلك لمدة **[n]** من وحدات الزمن وعليه فان جملة دفعات الاستثمار $[V^{\backslash}_n]$ تكون مساوية لمجموع الجمل المركبة لكل دفعة من الدفعات في نهاية المدة



نلاحظ في الشكل بان الدفعة الأولى تم استثمارها في أول وحدة الزمن الأولى فتكون مدتها **[n]** وتكون جملتها = $a(1+i)^n$

أما الدفعة الثانية تم استثمارها في أول وحدة الزمن الثانية فتكون مدتها **[n-1]** وتكون جملتها = $a(1+i)^{n-1}$

وهكذا بالنسبة لباقي الدفعات حتى نصل إلى الدفعة الأخيرة التي تم استثمارها في أول وحدة الزمن الأخيرة فتكون مدة هذه الدفعة وحدة زمنية واحدة وبالتالي تكون جملة هذه الدفعة **a(1+i)**

الدفعة او الفترة	المدة للدفعة	الجملة C_n عند المدة
الاولى	n فترة	$a(1+n)^n$
الثانية	(n-1) فترة	$a(1+n)^{n-1}$
الثالثة	(n-2) فترة	$a(1+n)^{n-2}$
.	.	.
.	.	.
ماقبل الاخيرة n-1	2 فترة	$a(1+n)^2$
الاخيرة n	1 فترة	$a(1+n)^1$

وعلى ضوء ما سبق يكون مجموع الجمل المركبة لدفعات الاستثمار إذا بدأنا بالدفعة الأخيرة كما يلي:

$$\mathbf{V^{\backslash}_n = a(1+n)^1 + a(1+n)^2 + \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots + a(1+n)^n}$$

يشكل هذا المجموع متوالية هندسية تصاعدية حدها الأول **a(1+i)** أساسها **(1+i)** عدد حدودها **[n]** وطبقا لقانون مجموع المتوالية الهندسية السابق ذكره

$$\left[\frac{\mathbf{a(1+i)[(1+i)^n -1]}}{\mathbf{i}}\right] = \frac{\mathbf{a[(1+i)^{n+1} -1 - i]}}{\mathbf{i}}$$

$$= a\left[\frac{(1+i)^{n+1} - 1}{i} - \frac{i}{i}\right]$$

$$V^{\backslash}_n = \frac{a[(1+i)^{n+1} - 1}{i} - 1]$$

4- <u>القيمة الحالية لدفعات الاستثمار :</u>

يقصد بالقيمة الحالية لدفعات الاستثمار قيمة الدفعات في بداية وحدات الزمن[$V^{\backslash}_0$]، فإذا افترضنا أن شخص يستثمر في أول كل وحدة زمن دفعة من المال قدرها **[a]** وذلك لمدة **[n]** من وحدات الزمن بمعدل فائدة مركب قدره **[i]** فان:

القيمة الحالية لدفعات الاستثمار = مجموع القيم الحالية لكل دفعة من الدفعات في بداية المدة ونلاحظ في الشكل الموضح أعلاه ما يلي:

الدفعة الأولى لا مدة لها إذ تم استثمارها في أول وحدة الزمن الأولى لذلك تكون قيمتها الحالية = **[a].**

الدفعة الثانية تم استثمارها في أول وحدة الزمن الثانية فتكون مدة هذه الدفعة وحدة زمنية واحدة فتكون قيمتها الحالية = $a(1+i)^{-1}$

وهكذا حتى نصل إلى الدفعة الأخيرة التي تم استثمارها في وحدة الزمن الأخيرة فتكون قيمتها الحالية = $a(1-i)^{-(n-1)}$

وعلى ضوء ما سبق يكون مجموع القيم الحالية لدفعات الاستثمار إذا بدأنا بالدفعة الأخيرة كما يلي:

$$a(1+i)^{-(n-1)} + \ldots\ldots\ldots\ldots + a(1+i)^{-2} + a(1+i)^{-1} + a$$

وبأخذ المقدار [a] كعامل مشترك فان القيمة الحالية لدفعات الاستثمار تصبح:

$$a[(1+i)^{-(n-1)} + \ldots\ldots\ldots\ldots + (1+n)^{-2} + (1+i)^{-1} + 1]$$

إن المقدار الموجود بين القوسين يشكل متوالية هندسية تصاعدية حدها الأول $(1+i)^{-(n-1)}$ أساسها $(1+i)$ عدد حدودها [n]

وطبقا لقانون مجموع المتوالية الهندسية المذكور سابقا فان القيمة الحالية لدفعات الاستثمار تصبح:

$$V'_0 = \frac{a(1+i)^{-(n-1)}[(1+n)^n - 1]}{i + i - 1}$$

$$V'_0 = \frac{a(1+i)^{-n+1}[(1+n)^n - 1]}{i}$$

$$V'_0 = \frac{a[(1+i) - (1+i)^{-n+1}]}{i} = \frac{a[1+i - (1+i)^{-n+1}]}{i}$$

$$V'_0 = a\left[\frac{1-(1+i)^{-n+1}}{i} + \frac{i}{i}\right]$$

$$\boxed{V'_0 = a\left[\frac{1-(1+i)^{-n+1}}{i} + 1\right]}$$

5- ملخص لعلاقات هامة عن الدفعات:

- القيمة الحالية لدفعات الاستثمار=القيمة الحالية لدفعات السداد× [1+i]

- جملة دفعات الاستثمار = جملة دفعات السداد × [1+i]

- جملة دفعات السداد=[جملة دفعات الاستثمار- جملة دفعات السداد]÷i

=[فائدة دفعات الاستثمار - فائدة دفعات السداد]÷i

أمثلة تطبيقيـة

مثــال(1) :

ما هي القيمة الحالية لدفعات الاستثمار تدفع في أول كل عام لمدة 10 سنوات بمعدل فائدة مركبة 6 % سنويا بحيث قيمة كل دفعة 2000 دج.

الحــل:

عدد دفعات الاستثمار = 10 دفعات تخصم سنة عند الكشف في جدول القيمة الحالية لدفعات السداد أي 10 – 1 = 9 يكشف عند معدل 6% أمام 9 سنوات نجد أن القيمة المستخرجة = 6.80169227

فتكون القيمة الحالية لدفعات الاستثمار

= 2000 [1 + 6.80169227]

= 2000 [7.80169227] = 15603.38

مثـال(2):

ما هي جملة 6 دفعات استثمار تدفع في أول كل عام قيمة كل منها 1000 دج بمعدل فائدة مركبة 6% سنويا.

الحـل:

عدد دفعات الاستثمار= 6 يضاف إليها وحدة زمنية واحدة فيكون المجموع 7 وحدات زمنية، يكشف في الجدول المالي الخاص بدفعات السداد عن معدل 6 % أمام وحدات زمن عددها 7 فنجد أنها

= 8.39383765 فتكون:

جملة دفعات الاستثمار= 1000 [8.39383765 -1]

= 1000 × 7.39383765

جملة دفعات الاستثمار = 7393.84 دج

مثـال رقم (3):

أودع شخص في دفتر توفير في أول كل سنة مبلغ 3000 دج بفائدة مركبة، وقد بلغت الفوائد التي تجمعت له في الدفتر في نهاية 10 سنوات مقدار 7459.05 دج، احسب معدل الفائدة؟

الحـل:

عدد دفعات الاستثمار = 10 دفعات

أصل قيمة الدفعات = 3000 × 10 = 30000 دج

جملة دفعات الاستثمار = أصل الدفعات + الفوائد

جملة دفعات الاستثمار = 30000 + 7459.05 = 37459.05 دج

$$V'_n = \frac{a[(1+i)^{n+1} -1 \ - 1]}{i}$$

$$37459,05 = \frac{3000[(1+i)^{11} -1 \ - 1]}{i}$$

$$13.48635 = 1 + \frac{37459.05}{3000} = \frac{(1+i)^{11}}{i}$$

وبالكشف عن القيمة في الجدول المالي نجد معدل الفائدة المركبة هو 4 %.

<u>مثال رقم(4):</u>

يودع شخص في بنك في نهاية كل سنة لمدة 3 سنوات دفعة قدرها 1000 دج ثم توقف عن الدفع لمدة سنتان متتاليتان، احسب ما يتجمع له في حسابه في نهاية السنة الخامسة من بداية إيداع أول دفعة علما أن معدل الفائدة المركبة 5 % سنويا.

<u>الحل:</u>

عدد الدفعات = 3 دفعات = 3 سنوات نوع الدفعة استثمار

مدة التوقف 2 سنة، المدة كلها 5 سنوات.

جملة دفعات الاستثمار = جملة دفعات السداد × [1+i]

$$\frac{[\,1-\ ^{3}(1.05)]}{0.05} \times 1.05 \times 1000 =$$

جملـــــة دفعـــــات الاســـــتثمار= 1000 × 1.05× 3.1525=

3310.125 دج

هذه الجملة تستثمر لمدة 2 سنة طبقا للقانون $C_n=a(1+i)^n$

$$C_n = 3310{,}125(1{,}05)^2 = 3310{,}125 \text{ x } 1{,}1025$$

$$= 3649{,}413$$

<u>مثـال رقم(5):</u>

دفعة سنوية قدرها 5000 دينار بلغت جملتها المركبة بعد إيداع عدد معين منها 57319.4 دينار في حالة اعتبارها دفعات سداد في حين تبلغ هذه الجملة 59038.98 دينار في حالة اعتبارها دفعات الاستثمار. احسب معدل الفائدة المركب وعدد الدفعات؟

<u>الحـل:</u>

<u>إيجاد معدل الفائدة:</u>

جملة دفعات الاستثمار = جملة دفعات السداد × [1+i]

[1+i] = جملة دفعات الاستثمار ÷ جملة دفعات السداد.

$$(1+i) = 59038{,}98 \div 57319{,}4 = 1{,}03$$

$$i = 1{,}03 - 1 = 0{,}03 = 3\%$$

إيجاد عدد الدفعات:

يمكن إيجاد عدد الدفعات باستخدام جملة دفعات السداد كما يلي:

$$57319,4 = \frac{a[(1+i)^n - 1]}{i} = \frac{5000[(1,03)^n - 1]}{0,03}$$

$$\frac{[(1+i)^n - 1]}{0,03} = \frac{57319,4}{5000} = 11,46388$$

وبالكشف عن هذه القيمة في الجداول المالية او باستخدام علاقة اللوغاريتمات نجد بان n = 10

تمــاريـن

1ـ استثمر شخص مبلغين من المال متساويان في القيمة بفائدة مركبة لمدة سنتان كما يلي:

<u>المبلغ الأول:</u> استثمر بفائدة 6 % سنويا مع إضافة الفائدة كل سنة.

<u>المبلغ الثاني:</u> استثمر بفائدة 3 % نصف سنوية مع إضافة الفائدة كل نصف سنة فإذا علمت انه بعد مدة الاستثمار وجد أن الفرق بين جملة المبلغ الأول وجملة المبلغ الثاني مقداره 85.896 دج.

احسب مقدار كل مبلغ.

2- أودع شخص في بنك مبلغا من المال فوجد أن جملة المال في نهاية السنة السابعة من الإيداع بلغت 15036,3 دج في حين أن جملة المال في نهاية السنة العاشرة من الإيداع بلغت 17908,5 دينار.

ما مقدار اصل مبلغ المال وما هو معدل الفائدة المركب السنوي ؟

3- اقترض شخص مبلغ 10000 دج على أن يسدد بعد 4 سنوات بمعدل فائدة مركبة قدره 3 % عن كل نصف سنة، على أن تضاف الفائدة في نهاية كل سنة أوجد جملة ما يدفعه الشخص في نهاية المدة.

4ـ ما هو مبلغ المال الذي تبلغ فائدته المركبة للسنة الثانية فقط 63.6 دج في حين تبلغ فائدته البسيطة للسنتين الثالثة والرابعة معا 120 دج وما هو معدل الفائدة السنوي؟

5- استثمر شخص مبلغين من المال أحدهما ثلاثة أمثال الآخر بمعدل فائدة 10 % سنويا للمبلغ الأكبر و4.5 % نصف سنوي للمبلغ الأصغر فكان الفرق بين مجموع فائدتيهما المركبة ومجموع فائدتيهما البسيطة في نهاية 10 سنوات هو 2128.884 دج. احسب مقدار كل مبلغ؟

6- استثمر شخص مبلغا من المال لدى البنك فبلغت فائدته المركبة عن السنة الثالثة فقط 5512.5 دج بينما فائدته المركبة عن السنة الحادية عشر فقط 8144.47 دج علما انه عند سحب رصيده من البنك بعد مدة من الزمن بلغ 207892.8 دج . احسب اصل المبلغ ومدة الاستثمار ومعدل الفائدة المركبة.

7- استثمر مبلغ من المال خلال 8 سنوات بمعدل فائدة مركبة فكانت النسبة بين مجموع فوائد السنوات الثلاث الأولى وفوائد السنوات الثلاث الأخيرة تساوي 0.680583 دج احسب معدل الفائدة.

8- اشترى شخص محلا وكان له الاختيار على أن يدفع مبلغ 20000دج فورا ونقدا أو أن يدفع مبلغ 31000دج بعد 10 سنوات من تاريخ الشراء ماذا تقترح عليه إذا كان معدل الفائدة المركب %5

9- وظف شخص مبلغ 12000دج لدى البنك لمدة 7سنوات وبعد 4 سنوات و6 اشهر سحب 3/1 (ثلث) الرصيد ووظفه لدى بنك ثاني.

احسب رصيد هذا الشخص بعد 7سنوات إذا كان معدل الفائدة المركب 6% سنويا.

10- مبلغان من المال مجموعهما 17000دج وظف الأول بمعدل 6% والثاني بمعدل 5%،فبلغ مجموع جملتيهما بعد 5سنوات 21000 احسب كل مبلغ.

11- وظف شخص مبلغ 15000دج لدى البنك بمعدل مركب 6% لمدة 8 سنوات وفي نهاية السنة الخامسة سحب نصف المبلغ ووظفه لدى بنك ثاني بمعدل مركب 5% وفي نهاية السنة السادسة أضاف مبلغ 3000دج لرصيده لدى البنك الاول احسب ما تجمع له في نهاية السنة الثامنة.

12- تاجر مدين بالديون التالية:

- دين مقداره 29000 دج يستحق بعد سنة.
- دين مقداره 20000 دج يستحق بعد سنة ونصف.
- دين مقداره 35000 دج يستحق بعد سنتين.
- دين مقداره 45000 دج يستحق بعد سنتين ونصف.

إلا انه لم يتمكن من سداد هذه الديون فاتق مع دائنه على يسدد هذه الديون بموجب دين واحد بعد 5 سنوات من تاريخ استحقاق الدين الأول، احسب مبلغ الدين الجديد علما أن المعدل المركب 5.5%.

13- مؤسسة مدينة بالديون التالية:

- دين مقداره 30000 دج يستحق الدفع بعد سنتان.
- دين مقداره 50000 دج يستحق الدفع بعد مدة ما.

وقد اتفقت المؤسسة مع الدائن على ما يلي:

أن تدفع فورا مبلغ نقدي قدره 46387.17 دج، بالإضافة إلى سحب كمبيالة لصالح الدائن قيمتها الاسمية 23152.5 دج تستحق الدفع بعد 3 سنوات وقيمتها الحالية 20000 دج.

احسب معدل الحسم الذي تمت على أساسه التسوية ومدة الدين الثاني.

14- اقترض شخص مبلغ 50000 دج على أن يدفع مع فوائده بمعدل مركب 5% سنويا بعد 3 سنوات وفي نهاية المدة دفع مبلغ قدره 10476.83 دج وسحب لصالح الدائن 3 كمبيالات تستحق الأولي والثانية والثالثة بعد 3 سنوات، 5 سنوات، 7 سنوات على الترتيب فإذا علمت أن المعدل المركب للكمبيالات 6 % سنويا.

احسب القيمة الاسمية لكل كمبيالة في الحالات التالية:

- إذا كانت القيم الاسمية للكمبيالات تتصاعد بمتوالية هندسية أساسها 1.06.

- إذا كانت القيم الاسمية للكمبيالات تتصاعد بمتوالية عددية أساسها 100.

15- شخص مدين بالمبالغ التالية:

- دين قيمته 30000 دج يستحق الدفع بعد 3 سنوات.
- دين قيمته ؟؟ ويستحق الدفع بعد 4 سنوات.
- دين قيمته 50000 دج يستحق الدفع بعد 5 سنوات.

وقد تم حسم هذه الديون فبلغ صافيها 97999.52 دج منها 39176.3 دج تخص الدين الثالث فقط.

احسب معدل الحسم وقيمة الدين الثاني.

وإذا تم الاتفاق مع الدائن على استبدال هذه الديون بدين واحد يستحق الدفع بعد 6 سنوات فما هي القيمة الاسمية لهذا الدين.

16- شخص يمتلك سند قيمته الاسمية مليون دينار يستحق الدفع بتاريخ 2005/1/15 وبتاريخ 15/1/ 1999 تم بيع هذا السند وقبض مالكه قيمته الحالية على أساس معدل حسم مركب قدره 5 % وفي الحال استثمر المالك القيمة الحالية المحصل عليها من بيع السند لدى البنك بفائدة مركبة بمعدل

6 % سنويا.

احسب جملة رأس مال الشخص بتاريخ 2005/1/15 ،وما هو التاريخ الذي يكون فيه رأسماله مليون دينار، و ما هي الميزة التي حصل عليها هذا الشخص في 2005/1/15.

17- توفى شخص وترك مبلغ 54709.5 دج يوزع على ثلاثة إخوة أعمارهم 10، 15،12 سنة على الترتيب بحيث إذا استثمر نصيب كل منهم في البنك بمعدل فائدة مركبة 6 % سنويا تساوي ما يحصل عليه كل منهما عند بلوغ عمر 21 سنة احسب نصيب كل أخ عند الوفاة.

18- إحدى المؤسسات قررت استثمار 20 % من صافي الأرباح التي تحققها سنويا في نهاية كل عام اعتبارا من أول السنة المقبلة لدى بنك بفائدة مركبة بمعدل 8 % سنويا وقد بلغ صافي أرباحها عام 1990 مبلغ 150000 دج مع العلم أن الأرباح تزداد سنويا بمعدل 10%.

احسب جملة ما تحصل عليه المؤسسة في نهاية عام 2000.

19- الفرق بين جملة دفعات السداد وجملة دفعات الاستثمار السنوية بعد مدة 10 سنوات هو 628.89465 دج احسب مقدار قيمة الدفعة علما أن معدل الفائدة المركبة 5 % سنويا.

20- شخص مدين بورقة تجارية قيمتها الاسمية 23155.786 دج تستحق الدفع في 2005/3/31 ومن اجل الوفاء بالورقة في ميعاد استحقاقها قرر اعتبارا من تاريخ 1996/3/31 استثمار دفعة سنوية لدى البنك بمعدل فائدة مركبة 5% سنويا علما أن آخر دفعة كانت بتاريخ 2004/3/31. احسب مقدار الدفعة التي تمكن الشخص من الوفاء بورقة الدفع في ميعاد استحقاقها.

وفي حالة ما إذا تمكن هذا الشخص بعد استثمار الدفعة المسددة في 2001/3/31 أن يحصل على زيادة في معدل الفائدة المركبة قدرها1 % سنويا ويسري هذا المعدل الجديد على رصيد الدفعات السابقة وأيضا على الدفعات التي سوف يتم استثمارها بعد ذلك. احسب مقدار الدفعة السنوية التي تستثمر بعد هذا التاريخ حتى يتمكن هذا الشخص من الوفاء بورقة الدفع في ميعاد استحقاقها.

21- شخص يودع لدى البنك 500 دج في أول ومنتصف كل سنة لمدة 10 سنوات الا انه بعد انقضاء 7 سنوات من بداية الإيداع سحب من البنك نصف ما يستحقه وفي بداية العام التاسع أودع مبلغ إضافي قدره 10000 دج فإذا علمت أن معدل الفائدة المركبة 2% لنصف السنة. احسب رصيد هذا الشخص في نهاية السنة العاشرة من تاريخ الإيداع.

22- عرض شخص عقارا للبيع فتلقى العروض التالية:

<u>عرض أول</u>: أن يدفع له قيمة نقدية قدرها 200000 دج ثمنا للعقار.

<u>عرض ثاني:</u> أن يدفع له مبلغ 80000 دج نقدا وفورا ثم يدفع له مبلغ 13000 دج في نهاية كل سنة لمدة 10 سنوات.

<u>عرض ثالث:</u> إن يقسط الثمن على 18 دفعة سنوية قيمة كل منها 15000 دج ثم يدفع له في نهاية السنة 18 مبلغ 30000 دج.فأي العروض يقبله البائع علما أن معدل الفائدة المركبة السائد في السوق 4.5% سنويا.

23- أودع شخص مبلغا من المال لدى بنك بفائدة بسيطة 5 % سنويا وكان يسحب فوائده فور استحقاقها ويستثمرها لدى بنك ثاني بفائدة مركبة بمعدل 6 % سنويا وفي نهاية 5 سنوات من تاريخ الإيداع لدى البنك الأول تجمع له لدى البنك الثاني فقط مبلغ 2318.5464 دج. احسب المبلغ المودع لدى البنك الأول.

24- قام شخص بالتأمين على حياته بمبلغ 180000 دج لدى شركة التأمين على أن يدفع مبلغ 600 دج كدفعة سنوية لمدة 20 سنة، فإذا علمت أن شركة التأمين تستثمر أموالها بمعدل فائدة مركبة قدرها 6 % سنويا. احسب ربح أو خسارة شركة التأمين في الحالات التالية:

ـ تم دفع قيمة مبلغ التأمين في نهاية مدة العقد إلى الشخص المؤمن على حياته.

ـ إذا توفي المؤمن على حياته بعد سداد الدفعة الحادية عشر مباشرة.

25- أراد شخص شراء عقار فاتفق مع البائع على أن تكون طريقة الدفع كالتالي:

دفع مبلغ 1000 دج فورا ثم سداد الباقي على 05 دفعات متساوية، قيمة الدفعة الواحدة 3000 دج تستحق أول دفعة سنة بعد تاريخ الشراء، فإذا علمت أن معدل الفائدة المطبق هو 6% حدد ثمن بيع العقار يوم التعاقد.

26- اتفق أحد المتعاملين بتاريخ 2004/01/01 على أن يدفع لإحدى شركات التامين مبلغ سنوي قدره 100 دج لمدة 10 سنوات، يبدأ دفع مبلغ الدفعة الأولى في نهاية السنة، فإذا علمت أن معدل الفائدة المركب السائد في السوق هو 4%، احسب ما يستحق للمؤمن لدى شركة التامين في نهاية المدة وتحديد مقدار الفوائد التي استحقت

على ذلك. اعد المطلوب بفرض أن الدفعات تدفع في بداية كل سنة؟

27- أراد شخص شراء ارض وكان له الاختيار بين أن يدفع ثمنها 1000000 دج نقدا وفورا، أو أن يكون التسديد بورقتين تجاريتين متساويتين في القيمة الاسمية تستحق الأولى بعد 5 سنوات من تاريخ الشراء وتستحق الثانية بعد 10 سنوات من تاريخ الشراء، وإما أن يكون التسديد عن طريق 10 دفعات سنوية ثابتة يدفع أولها 3 سنوات بعد الشراء، فإذا علمت أن معدل الفائدة المركبة يقدر ب 10% سنويا. احسب القيمة الاسمية المشتركة للورقتين وقيمة الدفعة الثابتة.

المحور الثامن: استهلاك القروض

يقصد باستهلاك القروض سداد قيمتها من قبل الشخص المقترض (المدين) إلى الشخص المقرض (الدائن)، وبتسديد قيمة القرض تبدأ ذمة المقترض من مديونيته للمقرض. وعقد القرض يعد وثيقة قانونية لذلك يجب تسجيلها في مصلحة الإشهار والتسجيل حتى تكون لها الصبغة القانونية الملزمة في التعاقد.

ويتضمن عقد القرض عادة البيانات التالية:

مبلغ القرض، تاريخ عقد القرض، معدل الفائدة ونوعها، طريقة استهلاك القرض نوع وقيمة الضمان، المحاكم المختصة للنظر في الدعاوى في حالة وجود خلاف.

وهنا نهتم بدراسة الطرق المختلفة لاستهلاك القروض التي تأخذ عادة طريقة الاستهلاك المتساوي أو طريقة الأقساط المتساوية وفيما يلي سوف نتناول دراسة كل طريقة من هذه الطرق بالتفصيل.

1- طريقة الاستهلاك المتساوي:

وتتلخص هذه الطريقة في تقسيم أصل القرض إلى أجزاء متساوية بحيث يدفع المقترض في نهاية كل وحدة زمن معينة إلى المقرض ما يلي:

ـ جزء ثابت من أصل القرض يعرف بالاستهلاك المتساوي ويحسب على اساس تقسيم مبلغ القرض (القيمة الحالية)(V_0) على مدة السداد **(n)**.

ـ الفائدة التي تستحق على رصيد أصل القرض في أول وحدة زمن.

ويلاحظ في حساب الفائدة بأن النتائج لن تتغير سواء استخدمنا الفائدة البسيطة أو الفائدة المركبة.

وفيما يلي مثال تطبيقي لإيضاح هذه الطريقة:

إحدى المؤسسات اقترضت مبلغ 50000 دينار من أحد البنوك على أن يسدد بطريقة الاستهلاكات المتساوية على 5 أقساط سنوية بمعدل فائدة 5 % سنويا. المطلوب تصوير جدول استهلاك القروض.

<u>الحـل:</u>

مقدار الاستهلاك المتساوي = اصل القرض ÷ عدد الأقساط

$$\mathbf{M = V_0 / n}$$

الاستهلاك المتساوي = 50000 ÷ 5 = 10000 دج.

جدول استهلاك القرض

السنة n	رصيد القرض أول المدة (V_0)	الفائدة I	الاستهلاك المتساوي M	القسط a	رصيد القرض آخر المدة V_x
01	50000	2500	10000	12500	40000
02	40000	2000	10000	12000	30000
03	30000	1500	10000	11500	20000
04	20000	1000	10000	11000	10000
05	10000	500	10000	10500	0
المجموع		7500	50000	57500	

استنتاجات من جدول الاستهلاك:

ـ أصل القرض = الاستهلاك المتساوي × عدد الأقساط

$$\mathbf{V_0 = M \,.\, n}$$

$$5 \times 10000 = 50000$$

أصل القرض = فائدة السنة الأولى ÷ معدل الفائدة

$$V_0 = I_1 \div i$$

2 ـ القسط الأخير = الاستهلاك المتساوي + فائدته.

= الاستهلاك المتساوي + الاستهلاك المتساوي × ع.

$$\mathbf{a_n = M + I_n}$$

$$\mathbf{a_n = M + M \,.\, i}$$

$$0.05 \times 10000 + 10000 = 10500$$

3 ـ مجموع الفوائد يشكل متوالية عددية حدها الأول فائدة القرض وحدها الأخير فائدة وحدة الاستهلاك المتساوي وعدد حدودها هو عدد الأقساط وطبقا لقانون المتوالية العددية فان:

مجموع الفوائد = [(فائدة القرض + فائدة الاستهلاك)÷ 2] × عدد الأقساط

$$\Sigma I = [(I_1 + I_n) \div 2] \text{ x } n$$

$$5 \times [2 \div (500 + 2500)] = 7500$$

4 ـ مجموع الفوائد=[القرض (عدد الأقساط+1)÷2]×معدل الفائدة

$$\Sigma I = [V_0(n + 1) \div 2] \text{ x } i$$

$$0.05 \times [2 \div (1 + 5) \times 50000] = 7500$$

6 ـ فائدة السنة الأولى[فائدة القرض]=فائدة الاستهلاك المتساوي × عدد الأقساط

$$I_1 = I_n \text{ x } n$$

$$5 \times 500 = 2500$$

7 ـ فائدة الاستهلاك المتساوي = الفرق بين قيمة قسطين متتاليين

أو = الفرق بين فائدة أي وحدتي متتاليتين

أو = الفرق بين قيمة أي فائدتين ÷ الفرق بين ترتيبها

أو = الفرق بين أي قسطين ÷ الفرق بين ترتيبهما

$$I_n = 12000 - 11500 = 2000 - 1500 = 500$$

$$I_n = (12000 - 11000) \div (4 - 2) = 500$$

$$I_n = (2000 - 1000) \div (4 - 2) = 500$$

8 ـ معدل الفائدة = [فائدة القرض ÷ أصل القرض] × 100

أو = [فائدة الاستهلاك المتساوي ÷ الاستهلاك المتساوي]× 100

$$\mathbf{i = (I_1 \div V_0)\ x\ 100}$$

أمثلة تطبيقيـة

مثـال رقم(1):

قرض يستهلك شهريا بطريقة الاستهلاكات المتساوية وقد بلغت قيمـة القسـط الرابـع 6125 دج فـي حـين بلغـت قيمـة القسـط التاسـع 6000 دج، هذا وقد بلغت الفوائد التـي تحمل بـها القرض عن الشـهر الثالث فقط 250 دج، احسب كـلا من اصـل وعـدد الأقسـاط ومعـدل الفائدة السنوي.

الحــل:

عدد الأقساط = فائدة القرض ÷ فائدة وحدة الاستهلاك المتساوي

فائدة وحدة الاستهلاك المتساوي = $\dfrac{\text{القسط الرابع ـ القسط التاسع}}{4 - 9}$

فائدة وحدة الاستهلاك المتساوي(الفائدة الاخيرة)

=[6125 - 6000] ÷ 5= 25 دج

فائدة القرض (الفائدة الاولى)= فائدة الشهر الثالث + فائدة وحدة الاستهلاك المتساوي × 2

فائدة القرض = 250 + 25 × 2 = 300 دج

عدد الأقساط = 300 ÷ 25 = 12 قسط أي 12 شهر (سنة)

الاستهلاك المتساوي = القسط الرابع ـ الفائدة الرابع

الاستهلاك المتساوي = القسط الرابع - [الفائدة الثالثة ـ فائدة الاستهلاك المتساوي (الفائدة الاخيرة)]

الاستهلاك المتساوي = 6125 - [250 - 25] = 5900 دج

اصل القرض = الاستهلاك المتساوي × عدد الأقساط

= 5900 × 12 = 70800 دج

معدل الفائدة الشهري =[فائدة القرض ÷ اصل القرض] × 100

=[300 ÷ 70800] × 100 = 0.4237 %

معدل الفائدة السنوي = 0.4237 % × 12 = 5.0847 %

مثـال رقم(2):

قرض يستهلك سنويا بطريقة الاستهلاكات المتساوية فوجد أن مجموع الفوائد المدفوعة عن السنوات 4 ، 8 ، 12 ، 16 تبلغ 6400 دج في حين بلغت فائدة السنة الحادية عشر 1400 دج علما أن معدل الفائدة 4% سنويا. احسب أصل القرض ومدة الدين.

الحـل:

متوسط السنوات 4 ، 8 ، 12 ، 16 = مجموعها ÷ عددها

السنة الوسطى = [4 + 8 + 12 +16] ÷ 4 = 10

فائدة السنة العاشرة = 6400 ÷ 4 = 1600 دج

فائدة وحدة الاستهلاك المتساوي(الاخيرة)

= فائدة السنة 10 ـ فائدة السنة 11 = 1600 - 1400 = 200 دج

عدد الاستهلاكات = [الفائدة العاشرة ÷ فائدة وحدة الاستهلاك] + عدد الفوائد السابقة

= [1600 ÷ 200] + 9 = 17 أي 17 سنة لان الاستهلاك سنوي

الاستهلاك المتساوي = فائدة الاستهلاك المتساوي ÷ معدل الفائدة

= 200 ÷ 0.04 = 5000 دج

أصل القرض = الاستهلاك المتساوي × عدد الاستهلاكات

= 5000 × 17 = 85000 دج

2- طريقة الأقساط المتساوية:

طبقا لهذه الطريقة يقوم المقترض بسداد أصل القرض وفوائده [جملة القرض] على أقساط متساوية بحيث تكون جملة الأقساط في نهاية المدة مساوية لجملة القرض، وحيث أن كل قسط يتكون من جزء من أصل القرض وفائدته التي تتناقص من فترة لأخرى بصفة مستمرة وذلك لتناقص رصيد القرض، لذلك نجد أن الجزء الذي يستهلك من أصل القرض يزداد من فترة لأخرى بمقدار النقص في مبلغ الفائدة وذلك لثبات قيمة القسط المتساوي ويطلق على الجزء الذي يستهلك من أصل القرض بالاستهلاك ويكون غير متساوي.

إذا رمزنا لأصل القرض بالرمز **[V_0]** وبالرمز **[i]** لمعدل الفائدة المركبة، ولمدة القرض بالرمز **[n]** ، وبالرمز **[a]** للقسط المتساوي وهو القسط الذي يدفعه المدين للدائن فان:

جملة القرض في آخر المدة $V_n = V_0\,(1+i)^n$ 1

فكل قسط عبارة عن دفعة سداد فهي تمثل جملة دفعات السداد

فطبقا لقانون جملة دفعات السداد بالفوائد المركبة فان:

$$V_n = \frac{a[(1+i)^n - 1]}{i} \text{ ....2}$$

وبالمساواة بين المعادلتين فان:

$$V_0\,(1+i)^n = \frac{a[(1+i)^n - 1]}{i}$$

بضرب المعادلة في المقدار $(1+i)^{-n}$

$$a(1+i)^n(1+i)^{-n} = \frac{a(1+i)^{-n}[(1+i)^n - 1]}{i}$$

$$V_0 = \frac{a[1 - (1+i)^{-n}]}{i}$$

$$\boxed{a = V_0 \div \frac{[1 - (1+i)^{-n}]}{i}}$$

يلاحظ أن القسط المتساوي عبارة عن مقلوب القيمة الحالية لدفعات السداد، وفيما يلي مثال يوضح استخدام هذه الطريقة:

مثال:

اقترض شخص مبلغ 1000000 دج من بنك على أن يستهلك سنويا على أربعة أقساط بطريقة الأقساط المتساوية بمعدل فائدة مركبة8 % سنويا. ما هو جدول الاستهلاك لهذا القرض؟

الحل:

قيمة القسط المتساوي $[a] = 1000000 \div \frac{1 - (1+0.08)^{-4}}{0.08}$

القسط المتساوي = 1000000 × 0.301921 = 301921 دج

السنة n	رصيد القرض أول المدة V_0	الفائدة I	القسط المتساوي a	الاستهلاك M	رصيد القرض آخر المدة
01	1000000	80000	301921	221921	7778079
02	7778079	62246.32	301921	239674.68	538404.32
03	538404.32	43072.34	301921	258848.65	279555.65
04	279555.65	22364.45	301921	279555.65	0
المجموع		207684	1207684	1000000	

استنتاجات من جدول الاستهلاك:

الاستهلاك ويرمز له بالرمز [M] عبارة عن الجزء المستقطع من اصل القرض في نهاية كل وحدة زمن وطبقا لطريقة الأقساط المتساوية توجد علاقة بين الاستهلاكات لأنها تتزايد بمعدل ثابت وتشكل الاستهلاكات متوالية هندسية حدها الأول هو الاستهلاك الأول وأساسها [1+i] وعدد حدودها [n] هو عدد الاستهلاكات.

وطبقا لذلك نستخلص العلاقات التالية:

1 ـ أي استهلاك = الاستهلاك السابق له × [1+i]

$$M_3 = M_2\,(1+i)$$

$$258848,65 = 239674,68(1+0,08)$$

2- أي استهلاك = الاستهلاك الأول × $(1+i)^{n-1}$

$$M_3 = M_1\,(1+i)^{3-1}$$

ك3 = ك1 × (1+ع)$^{3-1}$

$$221921(1,08)^2 = 221921 \text{ x } 1,1664 = 258848,65$$

3 ـ معدل الفائدة(i)=[فائدة أي وحدة زمن ÷رصيد القرض في أول الزمن]×100

مثلا 8% = [538404.32 ÷ 43072.34] × 100

4 ـ رصيد القرض في أول أي وحدة زمن=فائدة هذه الوحدة÷ المعدل

مثلا رصيد القرض في أول السنة الرابعة=فائدة السنة الرابعة÷0.08

$$0.08 \div 22364.452 = 279555.655$$

5 ـ القسط المتساوي = الاستهلاك الأخير × [1+i]

$$1.08 \times 279556.54 = 301921$$

6 ـ القسط المتساوي = الاستهلاك الأول + فائدة السنة الأولى

$$80000 + 221921 = 301921$$

7 ـ الفرق بين استهلاكين = الفرق بين فائدتيهما مع عكس الترتيب

$$M_4 - M_2 = I_2 - I_4$$

$$M_4 - M_2 = 279556,54 - 239674,68 = 39881,86$$

$$I_2 - I_4 = 62246,32 - 39881,87$$

<u>مثـال تطبيقي:</u>

قرض يستهلك على أربعة أقساط سنوية متساوية، وقد بلغت قيمة الاستهلاك الثاني والثالث على الترتيب 97445 دج ، 102317 دج. احسب معدل الفائدة، أصل القرض، قيمة القسط المتساوي.

<u>الحـل:</u>

$$\mathbf{M_4 = M_2\,(1+i) \Rightarrow (1+i) = M_4/M_2}$$

$$(1+i) = 102317 \div 97445 = 1{,}05 \Rightarrow i = 0{,}05 = 5\%$$

$$M_1 = M_2 \div (1+i) = 97445 \div 1{,}05 = 92804{,}761$$

$$M_4 = M_3\,(1+i) = 102317\,(1{,}05) = 107432{,}85$$

$$V_0 = M_1 + M_2 + M_3 + M_4$$

$$V_0 = 92804{,}761 + 91445 + 102317 + 107432{,}85$$

أصل القرض = 399999.611 بالتقريب 400000دج

$$a = M_4\,(1+i) = 107432{,}85 \times 1{,}05 = 112804{,}49$$

المحور التاسع: إهلاك الاستثمارات Amortissement

الاستثمارات تعبر عن القيم والأملاك الدائمة التي اشترتها أو أنشأتها المؤسسة لغرض استخدامها في عملياتها.

وتسجل الاستثمارات في الدفاتر المحاسبية بكلفة حيازتها في حالة شراءها أو بكلفة إنتاجها إذا تم إنتاج هذه الاستثمارات داخل المؤسسة.

ويحسب مبلغ الإهلاك من حيث المبدأ بطريقة تسمح بإعادة الأموال الموظفة في كل فئة من هذه الاستثمارات خلال مدة زمنية محددة، لذلك فان المبلغ الخاضع للإهلاك هو كلفة الحيازة أو كلفة الإنتاج حسب الحالة.

ويتم إهلاك الاستثمارات بإحدى الطريقتين:

1 ـ طريقة الاستهلاك المتساوي (الخط المستقيم).

2 ـ طريقة الاحتياطي المستثمر.

وفيما يلي دراسة لكل نوع.

1- <u>طريقة الإهلاك المتساوي:</u>

في هذه الطريقة يكون الإهلاك المتساوي يمثل القسمة بين القيمة الهالكة (قيمة الاستثمار) ومدة إهلاك الأصل (عمر الاستثمار)

الإهلاك المتساوي = قيمة الاستثمار ÷ مدة الإهلاك.

وعليه يمكن حساب معدل الإهلاك على أساس انه يمثل التناسب بين الإهلاك المتساوي وقيمة الاستثمار.

معدل الإهلاك = [الإهلاك المتساوي ÷ قيمة الاستثمار] × 100

أمثلة تطبيقية

مثـال رقم 1:

اشترت مؤسسة آلة بمبلغ 40000 دج تهلك بطريقة الخط المستقيم وعمرها الإنتاجي 5 سنوات. احسب الإهلاك المتساوي، معدل الإهلاك المتساوي، تصوير جدول الإهلاك.

الحـل:

الإهلاك المتساوي = القيمة الهالكة ÷ العمر الإنتاجي

الإهلاك المتساوي = 40000 ÷ 5 = 8000دج

معدل الإهلاك = [الإهلاك المتساوي ÷ القيمة الهالكة] × 100

معدل الإهلاك = [8000 ÷ 40000] × 100 = 20 %

جدول الإهلاك:

السنة	رصيد الأصل أول كل عام	الإهلاك المتساوي	مجموع الإهلاك	رصيد الأصل آخر كل عام
1	40000	8000	8000	32000
2	32000	8000	16000	24000
3	24000	8000	24000	16000
4	16000	8000	32000	8000
5	8000	8000	40000	0
المجموع		40000		

استنتاجات من الجدول:

1 ـ الإهلاك المتساوي = رصيد مجموع الإهلاك ÷ رقم السنة أمام الرصيد

الإهلاك المتساوي = 240000 ÷ 3 = 8000

2 ـ الإهلاك المتساوي = الفرق بين رصيد الأصل في أي فترتين ÷ فرق ترتيبهما

الإهلاك المتساوي = [32000 - 16000] ÷ [4 - 2]= 8000

3 ـ العمر الإنتاجي = القيمة الهالكة ÷ الإهلاك المتساوي

العمر الإنتاجي = 40000 ÷ 8000 = 5

مثال رقم 2:

أصل ثابت يهلك بطريقة الإهلاك المتساوي فبلغ معدل الإهلاك 8 % سنويا وكانت قيمة أول السنة الخامسة 34000دج احسب كلفة حيازة الأصل، الإهلاك المتساوي، العمر الإنتاجي، القيمة الدفترية للأصل في أول السنة السابعة.

الحــل:

معدل الإهلاك لمدة 4 سنوات = 4 × 0.08 = 0.32

رصيد الأصل في أول السنة الخامسة = 34000 هذا المبلغ يعادل

1 - 0.329 = 0.68

إذن كلفة حيازة الأصل = (34000 × 100) ÷ 68 = 50000 دج

الإهلاك المتساوي = كلفة حيازة الأصل × المعدل

الإهلاك المتساوي = 50000 × 0.08 = 4000

العمر الإنتاجي = كلفة حيازة الأصل ÷ الإهلاك المتساوي

العمـر الإنتـاجي= 50000 ÷ 4000 = 12.5 سـنة أي 12سـنة و6 أشهر

القيمة الدفترية للأصل في أول السنة السابعة = رصيد الأصل في آخر السنة السادسة = قيمة الأصل - (6 × الإهلاك المتساوي)

القيمة الدفترية للأصل في أول السنة السابعة =

$$26000 = 24000 - 50000 = (4000 \times 6) - 50000$$

2- الإهلاك بطريقة الاحتياطي المستثمر:

طبقا لهذه الطريقة يتم استثمار مبلغ الإهلاك السنوي بمعدل استثمار معين لدى إحدى جهات الاستثمار خارج المؤسسة (البنك) في شكل احتياطي مستثمر تقوم المؤسسة بتكوينه وتغذيته سنويا بمبلغ الإهلاك، بحيث يسمح هذا الاحتياطي في نهاية العمر الإنتاجي للأصل بإعادة الأموال الموظفة في الأصل.

ويعتبر مبلغ الإهلاك السنوي بمثابة قسط الاحتياطي المستثمر، ويمثل هذا القسط دفعة سداد.

ويتم تحديد قسط الاحتياطي المستثمر بإحدى الطريقتين:

ـ استخدام دفعة السداد:

$$V_n = \frac{a[(1+i)^n - 1]}{i}$$

واذا رمزنا لقسط الاحتياطي المستثمر بالرمز $[a^\backslash]$

$$V_n = \frac{a^\backslash [(1+i)^n - 1]}{i}$$

وجملة دفعات السداد تمثل كلفة حيازة الأصل والتي يرمز لها بالرمز $[V_n]$ إذن

$$V_n = \frac{a^\backslash [(1+i)^n - 1]}{i}$$

إذن

$$\boxed{a^\backslash = V_n \div \frac{[(1+i)^n - 1]}{i}}$$

ـ استخدام الأقساط المتساوية:

$$a^\backslash = V_0 \div \frac{1 - (1+i)^{-n}}{i}$$

$$a^\backslash = \frac{V_0 \cdot i}{1 - (1+i)^{-n}}$$

ومن اجل استخدام جدول الأقساط المتساوية نطرح المقدار [i] من قيمة القسط المستخرج من الجدول كما يلي:

$$a^{\backslash} = V_0 \left[\frac{\mathbf{i}}{\mathbf{1-(1+i)^{-n}}} \mathbf{- i} \right]$$

باعتبار أن المقدار $(-i)$ = مقلوب المقدار $\frac{(1+i)^n - 1}{i}$

ويمكن إثبات ذلك كما يلي:

$$\frac{i}{1-(1+i)^{-n}} - i \quad = \quad i\left[\frac{i}{1-(1+i)^{-n}} - 1\right]$$

بتوحيد المقامات نستنتج:

$$\frac{i[1-1+(1+i)^{-n}]}{1-(1+i)^{-n}} = \frac{i(1+i)^{-n}}{1-(1+i)^{-n}}$$

وبضرب كل من البسط والمقام في المقدار $(1+i)^n$

$$\frac{i(1+i)^{-n}(1+i)^n}{(1+i)^n[1-(1+i)^{-n}]} = \frac{i}{(1+i)^n - 1}$$

مثـال:

إحـدى المؤسسـات اشـترت آلـة بمبلـغ 50000 دج تهلـك علـى 4 سنوات بطريقة احتياطي الإهلاك المستثمر بمعدل استثمار 5 % سنويا.

احسب قسط احتياطي الإهلاك المستثمر وصور جدول الإهلاك.

الحـل:

في حالة استخدام الأقساط المتساوية:

$$a^{\backslash} = \frac{0,05}{50000[1 - (1,05)^{-4} \; - 0,05]} = 11600,59$$

في حالة استخدام دفعات السداد:

$$a^{\backslash} = 50000 \div \frac{(1,05)^{-4} \; -1}{0.05} = 11600,59$$

جدول الإهلاك بطريقة الاحتياطي المستثمر

السنة	رصيد الأصل أول العام	الاحتياطي المستثمر في أول العام	الفائدة	قسط الاحتياطي المستثمر	الاحتياطي المستثمر آخر العام	رصيد الأصل آخر العام
1	50000	00	00	11600.59	11600.59	38399.41
2	38399.41	11600.59	580.03	11600.59	23781.21	26218.79
3	26218.79	23781.21	1189.06	11600.59	36570.86	13429.22
4	13429.22	36570.86	1828.55	11600.59	50000	0
المجموع			3597.64	46402.36		

ملاحظات:

- الفائدة = الاحتياطي المستثمر في أول العام × معدل الاستثمار
- الاحتياطي المستثمر في آخر كل عام = الاحتياطي المستثمر في أول كل سنة + الفائدة + قسط الاحتياطي المستثمر

- رصيد الأصل في آخر كل عام = رصيد الأصل في أول كل عام
- رصيد الاحتياطي المستثمر في آخر كل عام.

تمــارين

1- قرض يستهلك سنويا بطريقة الاستهلاكات المتساوية خلال مدة 12 سنة فكان مجموع القسطين الثاني والعاشر مقدار 29800 دج في حين بلغ مجموع الفوائد التي تحمل بها المقترض 54600 دج. احسب أصل القرض ومعدل الفائدة.

2- قرض يستهلك بطريقة الاستهلاكات المتساوية على أقساط ربع سنوية فإذا علمت أن فائدة القسط الثاني تبلغ 1520 دج وان الفرق بين القسطين الأول والثالث يبلغ 160 دج وان القسط الأخير يبلغ 4080 دج. احسب أصل القرض وعدد الأقساط ومعدل الفائدة الربع سنوي.

3- قرض يستهلك بطريقة الاستهلاكات المتساوية على أقساط نصف سنوية وقد بلغ مجموع الفوائد التي تم حسابها على القسط الأول والقسط الأخير معا 2100 دج في حين كان مجموع الفوائد التي تحمل بها المقترض 21000 دج بمعدل فائدة 2 % لنصف السنة. احسب أصل القرض ومدة السداد.

4- تم الاتفاق على سداد قرض معين على أجزاء متساوية من رأس المال فقط سنويا فكانت الفوائد المدفوعة عن السنتين الثالثة والسابعة معا 2880 دج في حين بلغ مجموع فوائد السنوات

3،6،9، مبلغ 3600 دج هذا وقد بلغ القسط الخامس 5440 دج.
احسب أصل القرض والمدة ومعدل الفائدة.

5- اقترضت إحدى المؤسسات مبلغ 500000 دج بفائدة مركبة بمعدل6 % سنويا بشرط سداد المستحق على 10 أقساط سنوية متساوية القيمة.احسب مقدار القسط المتساوي في الحالات التالية:

الحالة الأولى: يبدأ سداد القسط الأول بعد 4 سنوات من تاريخ عقد القرض.

الحالة الثانية: يبدأ سداد القسط الأول بعد 4 سنوات من استحقاقه.

6- اقترض تاجر مبلغ من المال وقد اتفق مع الدائن على سداد هذا القرض خلال 10سنوات على أن يستهلك بطريقة الأقساط المتساوية قيمة كل قسط 1000دج وذلك بفائدة مركبة بمعدل 6% سنويا. فإذا علمت أن التاجر دفع 3 أقساط في مواعيدها ثم توقف عن الدفع، وقد اتفق مع الدائن على دفع ما يستحق عليه جميعا عند حلول ميعاد القسط الثامن.

احسب أصل القرض و المبلغ الذي يدفع التاجر في ميعاد القسط الثامن.

7- اشترى شخص عقارا ودفع من ثمنه مبلغ 108267.5 دج عند الشراء على أن يسدد باقي الثمن على عدد 6 أقساط متساوية قيمة كل قسط 100000دج سنويا بفائدة مركبة بمعدل 6 % سنويا، إلا انه بعد سداد القسط الثاني مباشرة اتفق مع البائع على تخفيض معدل

الفائدة إلى 5.5 % سنويا على أن يستهلك باقي الدين على 10 أقساط سنوية متساوية.

احسب ثمن شراء العقار والقسط الجديد.

8- قرض يستهلك بطريقة الأقساط المتساوية سنويا، فإذا كان رصيد القرض في أول السنة الثانية هو 258061.26دج وفي آخر نفس السنة 213186.8دج، فإذا كانت الفائدة المستحقة على رصيد القرض في أول السنة الثانية تبلغ 18064.28دج.احسب اصل القرض وعدد الأقساط ومعدل الفائدة.

9- اكمل البيانات التالية الناقصة في جدول استهلاك قرض على أقساط متساوية مع تحديد معدل الفائدة.

السنة	رصيد القرض بداية السنة	الفائدة	القسط	الاستهلاك المتساوي	رصيد القرض نهاية السنة
1	؟؟	1000	؟؟	4640.24	؟؟
2	؟؟	؟؟	؟؟	4872.25	؟؟

10- آلة تهتلك بطريقة الخط المستقيم عمرها الإنتاجي 8 سنوات فإذا كان مجموع الإهلاك في السنة السادسة يبلغ 48000 دج. احسب الإهلاك المتساوي، كلفة حيازة الآلة، معدل الإهلاك،تصوير جدول الاستهلاك للسنتين الأخيرتين.

11- الآتي بيان جدول استهلاك آلة بطريقة الخط المستقيم:

السنة	رصيد أول	الإهلاك المتساوي	مجموع الإهلاك	رصيد آخر
12	؟؟	؟؟	**36000**	؟؟

احسب كلفة حيازة الآلة ، معدل الإهلاك،رصيد الآلة في أول السنة العاشرة.

12- آلة كلفة حيازتها 100000 دج قدر عمرها الإنتاجي 20 سنة فإذا كان قسط الاحتياطي المستثمر 3358.18 دج. احسب معدل الاستثمار، رصيد احتياطي الإهلاك آخر السنة العاشرة، تصويري جدول الاستهلاك للسنتين الأخيرتين.

13- آلة تهلك بطريقة الاحتياطي المستثمر فبلغت فائدة السنة الثانية364.17دج أما الاحتياطي المستثمر في آخر السنة الأولى 6069.44 دج في حين رصيد الأصل في آخر العام الأول 73930.56 دج. احسب معدل الاستثمار، كلفة حيازة الأصل، العمر الإنتاجي للأصل، إنجاز السطرين الأول والثاني لجدول الاستهلاك.

14- قرض يستهلك بواسطة 5 أقساط ثابتة سنوية فبلغت فائدة السنة الثانية 9200 دج وفائدة السنة الثالثة 7398.2 دج، أما الاستهلاك الثاني فبلغ 18415.7 دج. احسب معدل القرض واصل القرض.

15- قرض يستهلك بواسطة أقساط ثابتة سنوية فبلغت فائدة السنة الأولى 1000 دج، والاستهلاك الثاني 3087.37 دج، وبلغ الفرق بين الفائدتين الأولى والثانية 147.02 دج. احسب معدل الفائدة، القسط الثابت، أصل القرض.

16- قرض يستهلك بواسطة 5 دفعات ثابتة سنوية بمعدل 10% فبلغ الفرق بين الاستهلاكين الأول والأخير بلغ 7250.5 دج. أنجز السطر الأول من جدول الاستهلاك.

17- قرض يستهلك بواسطة دفعات ثابتة سنوية، فبلغ رصيد القرض في نهاية السنة الثالثة 535674.26دج أما رصيد القرض في نهاية السنة الرابعة 365553.12دج ورصيد القرض في نهاية السنة الخامسة 187130.07دج. احسب معدل الفائدة المركبة، القسط الثابت، وقيمة القرض، ثم أنجز الأسطر الثلاثة الأولى من جدول الاستهلاك.

18- قرض يسدد بواسطة 9 أقساط ثابتة سنوية فبلغ القسط الثابت 2100 دج وبلغ الفرق بين الاستهلاكين الأول والأخير 1302.69 احسب الاستهلاك الأخير، معدل الفائدة، أصل القرض، ثم برهن على أن الاستهلاك الخامس يمكن حسابه بالعلاقة ك$_5$ = ك$_9$× ك$_1$.

19- قرض يستهلك بواسطة 06 أقساط ثابتة سنوية فبلغ الفرق بين الفائدتين الأولى والثالثة 5200دج، والنسبة بين الاستهلاك الثالث والأول 1.1025 احسب الاستهلاك الأول، معدل الفائدة، أصل

القرض، والقسط الثابت، ثم أنجز السطر الأول والرابع والأخير من جدول الاستهلاك.

20- قرض يسدد بواسطة 5 دفعات ثابتة سنوية فبلغ رصيد القرض في نهاية السنة الثانية 200255 دج، رصيد القرض في نهاية السنة الرابعة 84950 دج. احسب معدل القرض، القسط الثابت،الاستهلاك الأول، أصل القرض.

21- قرض يستهلك بواسطة 8 أقساط ثابتة سنوية فبلغت فائدة السنة الثانية 19250.5دج،أما فائدة السنة الثالثة فبلغت 17326.7دج، وبلغ رصيد القرض في نهاية السنة الأولى 183510.4دج احسب معدل القرض، الاستهلاك الأول، القسط الثابت، أصل القرض، أنجز السطر الأخير من جدول الاستهلاك.

المحور العاشر: اختيار الاستثمارات

يعد اختيار الاستثمارات من ابرز العوامل والطرق التي يعتمد عليها المشروع الاقتصادي من اجل تحقيق دراسة متكاملة ومتناسق لبلوغ الأهداف والغايات، فاختيار الاستثمارات يهدف إلى البحث عن الاستثمار الأنجع وبأقل تكلفة لذلك اهتم المفكرين بدارسة هذا العنصر وجعله من بين عناصر دراسة إدارة الإنتاج، فحددوا عدة طرق تهدف للمفاضلة بين المشاريع الاقتصادية، خاصة عند قيم المشروع بشراء أو استيراد الآلات، وعليه سوف نتطرق فيما يلي لمختلف الطرق المستعملة في اختيار الاستثمارات.

1 ـ <u>الاختيار على أساس القيمة الحالية للتكاليف:</u>

عند استعمال هذه الطريق نحتاج إلى البيانات الأساسية التالية:

ـ ثمن شراء الآلات ـ العمر المتوقع للآلات المعروضة ـ التكاليف السنوية اللازمة لتشغيل كل نوع من الآلات المعروضة وتتضمن أجور العمال والوقود ونفقات الصيانة والإصلاح ـ الفائدة على الأموال المستثمرة في الآلات.ولتوضيح كيفية استخدام هذه الطريقة نورد الأمثلة التالي:

المثال رقم1: يتعلق الاختيار بين آلات متساوية في العمر الإنتاجي.

مؤسسة بصدد شراء آلة لتغليف المنتج فتلقت العرضين التالية:

	عرض من مورد فرنسي	عرض من مورد ألماني
العمر المتوقع سنوي	10	10
الثمن المقترح	70000	80000
تكاليف التشغيل السنوية	6000	4000
سعر بيع الآلة بعد العمر	2000	500

سعر الفائدة عن الأموال المستثمرة في الآلة. 5%

لكي نتمكن من الاختيار يجب تحديد القيم الحالية للمبالغ التي سوف تدفع من لحظة الشراء ولمدة 10 سنوات أي تحديد القيمة الحالية للمصاريف وذلك باستخدام جملة علاقة جملة القيم الحالية لدفعات السداد التي تطرقنا لها سابقا في درس الدفعات

$$V_0 = \frac{a[1-(1+i)^{-10}}{i}$$

إلى جانب تحديد القيمة الحالية للمبالغ التي يتم الحصول عليها من جراء بيع الآلة باستخدام علاقة حساب أصل المبلغ التي تطرقنا لها في الفائدة المركبة $c = C_n(1+i)^{-n}$

عرض المورد الفرنسي:

القيمة الحالية لثمن الشراء = 70000

جملة القيم الحالية لمصاريف التشغيل السنوية =

$$\frac{6000[1 - (1+ 0,05)^{-10}]}{\%5}$$

$$= 6000 \text{ x } 7,721735 = 46330,41$$

القيمة الحالية لسعر بيع الآلة بعد العمر = $2000(1,05)^{-10}$

$2000 \text{ x } 0.613913 =$

$1227.826 =$

القيمة الحالية للمبالغ التي تنفق على الآلة في حالة قبول عرض المورد الفرنسي = 70000 + 46330.41 - 1227.826

$115102.584 =$

عرض المورد الألماني:

القيمة الحالية لثمن الشراء = 80000

جملة القيم الحالية لمصاريف التشغيل السنوية

$$= \frac{4000[1 - (1,05)^{-10}]}{\%5}$$

$$4000 \text{ x } 7,721735 = 30886,94$$

القيمة الحالية لسعر بيع الآلة بعد العمر = $500 (1+5\%)^{-10}$

$306.9565 = 0.613913 \times 500 =$

القيمة الحالية للمبالغ التي تنفق على الآلة في حالة قبول عرض المورد الألماني = 80000 + 30886.94 -306.9565

= 110579.9835

من المقارنة بين القيم الحالية للعرضين يتبين لنا أن العرض الألماني أفضل من العرض الفرنسي وعليه يتم اختيار الآلة التي يعرضها المورد الألماني.

<u>**المثال رقم 2**</u>: يتعلق الاختيار بين آلات مختلفة في العمر الإنتاجي.

لا يشترط بالضرورة أن تتساوى الآلات المعروضة في قدرتها على تحمل الإنتاج وبالتالي لا تتساوى في العمر الإنتاجي المتوقع وعلى هذا الأساس وبفرض في المثال السابق أن العمر الإنتاجي للآلة المعروضة من طرف المورد الفرنسي 10 سنوات أما الآلة المعروضة من طرف المورد الألماني 15 سنة، في هذه الحالة لإجراء المقارنة بين العرضين والمفاضلة بينهما لابد من إيجاد الفترة الزمنية التي سيتم من خلالها المقارنة، وبما أن العمر المتوقع مختلف بين العرضين كان ولابد من الأخذ بالمضاعف المشترك أي تتم المقارنة على فترة زمنية تمتد إلى غاية 30 سنة، وبفرض أن باقي البيانات المتعلقة بثمن الشراء والمصاريف وسعر البيع لم تتغير، وفي هذه الحالة فانه يجب الأخذ بعين الاعتبار بأنه سوف يتم شراء الآلة بعد نهاية عمر الآلة الأولى في كل من العرضين، بناءا على هذه المعطيات فانه يمكننا إجراء المقارنة كما يلي:

عرض المورد الفرنسي:

مادام العمر الإنتاجي 10 والعمر بالمضاعف المشترك 30 سنة فانه في هذه الحالة يجب شراء الآلة ثلاثة مرات أي كل 10 سنوات وعليه القيمة الحالية لثمن الشراء للمرة الأولى = 70000

القيمة الحالية لثمن الشراء للمرة الثانية = $70000\ (1+5\%)^{-10}$

$= 70000 \times 0.613913 = 42973.91$

القيمة الحالية لثمن شراء الآلة للمرة الثالثة= $70000(1+5\%)^{-20}$

$= 70000 \times 0.376889 = 26382.23$

القيمة الحالية لمصاريف التشغيل السنوية لمدة 30 سنة =

$$\frac{6000\ [1 - (1+5\%)^{-30}]}{5\%}$$

$= 6000 \times 15.372451 = 92234.706$

القيم الحالية لسعر البيع بعد العمر

$= 2000(1+5\%)^{-10} + 1500(1+5\%)^{-20} + 1500(1+5\%)^{-30}$

$= 2000 \times 0.613913 + 2000 \times 0.376889 +$

2000×0.231377

$= 1227.826 + 753.778 + 462.754 = 2444.358$

القيمة الحالية للمبالغ التي تنفق على عرض المورد الفرنسي

$= 70000 + 42973.91 + 26382.23 + 92234.706 -$

$2444.358 = 229146.488$

عرض المورد الألماني:

مـادام العمـر الإنتـاجي 15 والعمـر بالمضـاعف المشـترك 30 سـنة فانه في هذه الحالة يجب شراء الآلة مرتين أي كل 15 سنة وعليه

القيمة الحالية لثمن الشراء للمرة الأولى = 80000

القيمة الحالية لثمن الشراء للمرة الثانية = $80000\ (1+5\%)^{-15}$

$= 80000 \times 0.481017 = 38481.36$

القيمة الحالية لمصاريف التشغيل السنوية لمدة 30 سنة =

$$\frac{4000\ [1 - (1+5\%)^{-30}]}{5\%}$$

$= 4000 \times 15.372451 = 61489.804$

القيم الحالية لسعر البيع بعد العمر

$= 500\ \ (1+5\%)^{-15} + 500\ \ (1+5\%)^{-30}$

$= 500 \times 0.481017 + 500 \times 0.231377$

$= 240.5085 + 115.6885 = 356.197$

القيمة الحالية للمبالغ التي تنفق على عرض المورد الألماني

$= 80000 + 38481.36 + 61489.804 - 356.197$

$= 179614.967$

بالمقارنـة بـين العرضـين وعلـى أسـاس القيمـة الحاليـة الإجماليـة للعرضين نلاحظ بأن العرض الألماني هو الواجب اختياره.

2 - <u>الاختيار على أساس المردودية المتوقعة:</u>

فـي هـذه الطريقـة نحتـاج بالإضـافة للبيانـات المـذكورة فـي الأمثلـة السـابقة إلـي الإيـرادات المتوقعـة، ويـتم الاختيـار فـي حالـة وجـود

عرض واحد فقط بناءا على القيمة الحالية لفائض فإذا كانت موجبة يتم اختيار المشروع أما إذا كانت سالبة فيرفض المشروع، أما في حالة المقارنة بين أكثر من عرض واحد فانه يتم الاختيار بناءا على اكبر معدل للقيم الحالية للفوائض الناجمة عن كل عرض وتوضيحا لذلك نورد الأمثلة التالية:

المثال رقم 1:

نتطرق في هذا المثال للقيم الحالية للإيرادات الصافية المتوقع تحقيقها دون طرح الإهلاك والفائدة على الأموال المقترضة (الجدوى الاقتصادية للمشروع للتوسع يتلقى عرضا واحدا).

نفرض أن المؤسسة السابقة تنوي إجراء توسع يهدف إقامة خط جديد وقد طلب المدير إجراء دراسة تفصيلية عن المشروع الجديد تتضمن هذه الدراسة تحديد المبالغ المطلوبة لإنشاء الخط، وضمان انتظام تشغيله، وتحديد الفائض أو العجز المتوقع تحقيقه من هذا المشروع، وقد جاءت هذه الدراسة متضمنة البيانات التالية من مورد فرنسي:

جملة الأموال اللازمة لإنشاء الخط وتشغيله = 210000

العمر المتوقع للآلات الجديدة = 6 سنوات ولا قيمة لها بعد ذلك

الفائدة التي يتم بها تمويل الخط تبلغ 15%

الإيرادات الصافية المتوقعة بعد طرح كافة المصاريف ماعدا الإهلاك والفوائد على المبالغ المستثمرة في حالة اقتراضها من البنك هي:

السنة الأولى = 50000 السنة الثانية = 70000 السنة الثالثة = 90000

السنة الرابعة=90000 السنة الخامسة=90000 السنة السادسة=65000

يجب تحديد القيمة الحالية للإيرادات المتوقعة والتي تمثل استردادا لرأس المال مضافا إليه العائد وذلك على مدار 6 سنوات التي تمثل عمر المشروع الجديد.

القيمة الحالية للإيرادات المتوقعة وذلك باستخدام علاقة القيمة الحالية بالفوائد المركبة $c = C_n(1+i)^{-n}$

السنة	الإيراد المتوقع	قيمة $(1+i)^{-n}$	القيمة الحالية
1	50000	0.869956	43497.8
2	70000	0.756144	52930.08
3	90000	0.657516	59176.44
4	90000	0.571753	51457.77
5	90000	0.497177	44745.93
6	65000	0.432327	28101.255
		المجموع	279909.275

من المثال نجد بأن القيمة الحالية للمبالغ المستثمرة في المشروع تبلغ 210000 أما القيمة الحالية الإجمالية للإيرادات تبلغ 279909.275 وعليه فالفرق بين القيمتين هي 69909.275

وتمثل القيمة الحالية للفائض المتوقع من الاستثمار، في هذه الحالة مادام الفائض موجب فيمكن إجراء التوسع.

ملاحظة: إذا كان الفائض سالبا فيرفض التوسع.

المثال رقم 2:

نتطرق في هذا المثال للقيم الحالية للإيرادات الصافية المتوقع تحقيقها دون طرح الإهلاك والفائدة على الأموال المقترضة (الجدوى الاقتصادية للمشروع للتوسع يتلقى عدة عروض).

لنفرض أن المؤسسة المذكورة في المثال رقم 1 قد تلقت عرضين من موردين مختلفين المورد الأول هو المورد الفرنسي الذي تم ذكره ببياناته في المثال رقم 1 أما المورد الثاني فهو مورد أمريكي وجاءت بياناته كما يلي:

جملة الأموال اللازمة لإنشاء الخط وتشغيله = 2200000

العمر المتوقع للآلات الجديدة = 6 سنوات ولا قيمة لها بعد ذلك.

الفائدة التي يتم بها التمويل = 15%

الإيرادات الصافية المتوقعة بعد طرح كافة المصاريف ماعدا الإهلاك والفوائد على المبالغ المستثمرة في حالة اقتراضها من البنك هي:

السنة الأولى = 60000 السنة الثانية = 80000 السنة الثالثة = 80000

السنة الرابعة=90000 السنة الخامسة=95000 السنة السادسة=65000

وبنفس الطريقة التي تم استخدامها في المثال رقم 1 نستنتج ما يلي:

السنة	الإيراد المتوقع	قيمة $(1+i)^{-n}$	القيمة الحالية
1	60000	0.869956	52197.36
2	80000	0.756144	60491.52
3	80000	0.657516	52601.28
4	90000	0.571753	51457.77
5	95000	0.497177	47231.815
6	65000	0.432327	28101.255
		المجمـوع	292080.997

من المثال نجد بأن القيمة الحالية للمبالغ المستثمرة في المشروع تبلغ 230000 أما القيمة الحالية الإجمالية للإيرادات تبلغ 292080.997 وعليه فالفرق بين القيمتين هي 62080.997 وتمثل القيمة الحالية للفائض المتوقع من الاستثمار من عرض المورد الأمريكي.

فالمقارنة تكون بين المورد الفرنسي المذكور في المثال رقم 1 والمورد الأمريكي المذكور في المثال رقم 2 باستخدام معل الفائض المتوقع وبناءا على ذلك يتم اختيار اكبر معدل للفائض.

معدل الفائض من العرض الفرنسي = 69909.275 ÷ 210000

" " " " " = 0.33 = 33%

معدل الفائض من العرض الأمريكي= 62080.997 ÷ 230000

" " " " " = 0.27 = 27%

من المقارنة بين النسبتين فعرض المورد الفرنسي افضل وينصح للمؤسسة الأخذ به.

ملاحظة: إذا كان المعدل في جميع العروض سالبا واقتضت الضرورة أن ننجز المشروع يجب اختيار اقل معدل سالب.

تمـــارين

1- مؤسسة أرادت إجراء توسع فتلقت 3 عروض ثمن الشراء لكل عرض على الترتيب 60000 دج، 60500 دج، 50000 دج.وكان العمر الإنتاجي المتوقع لكل عرض 4 سنوات، ومعدل الفائدة 10% سنويا، وبلغت المصاريف السنوية لكل عرض على الترتيب 2500دج 3000دج 1500دج أما الإيرادات المتوقعة في نهاية كل سنة كما يلي:

العرض الأول: 25000، 25000، 28000، 30000.

العرض الثاني: 25000، 25000، 19000، 15000.

العرض الثالث: 10000، 17000، 29000، 25000.

باستخدام طريقة اكبر مردودية بماذا تنصح المؤسسة.

2- مؤسسة أرادت تجديد خط الإنتاج فكان ثمن شراء الخط الجديد 250000 دج ويحتاج هذا الخط مصاريف صيانة سنوية متوقعة تقدر ب 15000 مدة حياة الخط ويتوقع أن يكون عمر الخط 5 سنوات كما أنه يمكن بيعه ب 20000 دج بعد نهاية العمر في حين أن الإيرادات السنوية المتوقع الحصول عليها كما يلي:

السنة الأولى 35000دج السنة الثانية 45000دج السنة الثالثة55000دج

السنة الرابعة 55000 دج السنة الخامسة 35000 دج ما هو القرار الذي يجب أن يتخذه المدير علما أن معدل الفائدة 7%؟

3- ترغب مؤسسة في الحصول على تجهيزات جديدة، فتلقت العروض التالية:

العرض الأول: كلفته الإجمالية 350000دج، العمر الإنتاجي5 سنوات الإيرادات السنوية المتوقعة خلال السنوات الثلاثة الأولى 100000 أما خلال السنتين الأخيرتين150000دج، سعر البيع بعد العمر 60000دج

العرض الثاني: كلفته الإجمالية 450000دج، العمر الإنتاجي 5 سنوات الإيرادات السنوية المتوقعة خلال السنوات الثلاثة الأولى 120000 أما خلال السنتين الأخيرتين 170000دج،سعر البيع بعد العمر 70000دج

بماذا تنصح المؤسسة إذا كان معدل الفائدة 12% سنويا؟

4- أرادت مؤسسة توسيع نشاطها فتلقت العروض التالية:

العرض الأول: تكلفة الشراء90000دج وكان العمر المتوقع 5سنوات، بلغت مصاريف الصيانة السنوية 15000 دج خلال السنتين الأولى والثانية و10000دج خلال السنتين الثالثة والرابعة و12000دج خلال السنة الخامسة، أما الإيرادات المتوقعة في نهاية كل سنة 55000 دج ابتداء من نهاية السنة الأولى.

العرض الثاني: يدفع مبلغ 170000دج نقدا لحظة الشراء و150000دج يقسط على أربعة أقساط ثابتة تدفع الأولى في بداية السنة الثانية، علما أن العمر المتوقع 5 سنوات وبلغت الإيرادات في نهاية كل سنة 47000 دج في نهاية السنوات الثلاثة الأولى،

80000 دج في نهاية السنة الرابعة والخامسة 70000 دج علما انه يمكن بيع الاستثمار بمبلغ 10000 دج. بماذا تنصح المؤسسة علما أن المعدل السنوي 6% ؟.

5- مؤسسة تنوي القيام باستثمار فتلقت العروض التالية:

العرض الأول: ثمن الشراء 90000 دج نقدا وفورا، عمره الإنتاجي 5 سنوات، وبلغت الإيرادات في نهاية كل سنة كما يلي: السنة الأولى 18000دج، السنة الثانية 30000دج السنتين الثالثة 40000دج السنة الرابع 40000دج السنة الخامسة 18000دج، سعر البيع بعد العمر 5000دج.

العرض الثاني: ثمن الشراء 110000 دج نقدا وفورا، العمر المتوقع 5 سنوات، وبلغت الإيرادات المتوقعة في نهاية كل سنة 70000 دج.بماذا تنصح المؤسسة؟

إذا علمت بأن هذه المؤسسة سوف تلجأ إلى اقتراض مبلغ العرض من البنك على أن يستهلك بطريقة الأقساط المتساوية في خلال 5 سنوات التي تمثل عمر الاستثمار أنجز جدول الاستهلاك.(معدل الفائدة في كلا الحالتين 10%)

6- ترغب مؤسسة في شراء آلة فتلقت العروض التالية:

العرض الأول: ثمن الشراء 250000 دج تسدد فورا من تحمل مصاريف الصيانة 15000 دج ومصاريف التشغيل بمعدل 5% سنويا من ثمن الشراء ومن المتوقع أن تحقق إيرادات سنوية متزايدة بمعدل 10% علما أن إيراد السنة الأولى قدر ب 20000

دج وقد قدر العمر الإنتاجي ب 5 سنوات ويكون سعر البيع بعد العمر 18000 دج.

العرض الثاني: ثمن الشراء 360000 دج يسدد على أقساط سنوية ثابتة ومن المنتظر أن يحقق هذا العرض إيرادات سنوية ثابتة 30000دج ابتداء من نهاية السنة وقدر العمر الإنتاجي ب 4 سنوات والقيمة المتبقية معدومة. بماذا تنصح المؤسسة علما أن معدل الفائدة 7%؟

الخاتمة

لقد تناولنا في هذه المطبوعة كل ما يتعلق بمقياس الرياضيات المالية وتم التطرق إلى جميع العلاقات الحسابية والقوانين المتعلقة بالمقياس علما أننا اعتمدنا على تطبيقية قاعدة لا يوجد مصطلحين متشابهين في التعريف ولا يوجد مصطلح له أكثر من تعريف واحد وواحد فقط.

كما أننا قدمنا للطلبة تمارين في مختلف الدروس التي تناولناها بالدراسة وهذه التمارين شاملة ومتنوعة تطرقنا فيها لجميع أساليب التعامل إلا أننا لم ننجز حلها لأننا تركنا الفرصة للطالب لاستخدام طاقته العقلية وفكره في إيجاد الحل حتى لا نعوده على الكسل.

قائمة المراجع:

1- احمد فريد مصطفى، دراسة الجدوى الاقتصادية للمشروعات الاستثمارية، مؤسسة شباب الجامعة، الإسكندرية،2009.

2- إبراهيم علي إبراهيم عبد ربه، أساسيات الرياضيات البحتة و المالية، دار المطبوعات الجامعية، الإسكندرية .2008

3- ثائر فيصل شاهر، سامر محمد عكور، الرياضيات في العلوم المالية و الإدارية، دار الحامد للنشر و التوزيع، عمان، الطبعة الأولى .2007

4- جمال جعيل و أشرف الصوفي ، محاضرات في الرياضيات المالية، جامعة الحاج لخضر، باتنة، 2013- 2014.

5- خالد احمد فرحان المشهداني، عباس خضير الجنابي، الرياضيات المالية، دار أليام للنشر و التوزيع، الطبعة العربية 2013 .

6- ريم نجم الدين، الرياضيات المالية، الأكاديميون للنشر و التوزيع، عمان- الأردن، الطبعة الأولى 2009 .

7- شقيري نور موسى، وليد احمد صافي، محمود إبراهيم نور، الرياضيات المالية، دار المسيرة للنشر و التوزيع، عمان، الطبعة الاولى.2009

8- عمر عبد الجواد عبد العزيز، الرياضيات المالية فائدة بسيطة و مركبة، دار صفاء للنشر و التوزيع، عمان، الطبعة الأولى 1999 .

9- غازي فالح المومني، الرياضيات المالية المعاصرة، دار المناهج للنشر و التوزيع عمان، الطبعة األولى2014 .
10- غازي فالح المومني، الرياضيات المالية المعاصرة بين النظرية و التطبيق، دار المناهج للنشر و التوزيع، عمان، الطبعة الثانية 2001 .
11- مصطفى جالل مصطفى وآخرون، رياضيات التمويل و الاستثمار، 2005-2006 .
12- منصور بن عوف عبد الكريم، مدخل إلي الرياضيات المالية، ديوان المطبوعات الجامعية، الطبعة الثالثة2003 .
13- مناضل الجواري، مقدمة في الرياضيات المالية، اليازوري العلمية للنشر و التوزيع، عمان، الطبعة العربية2013 .
14- منصر الياس، المحاضرات في الرياضيات المالية لطلبة السنة الثانية علوم التسيير، جامعة أكلي محند اولحاج، البويرة، 2015-2016 .
15- ناصر دادي عدون، تقنيات مراقبة التسيير، الرياضيات المالية، الجزء الأول، دار المحمدية العامة، الجزائر-1995.
16- ناصر دادي عدون، تقنيات مراقبة التسيير، الرياضيات المالية، الجزء الثاني، دار المحمدية العامة، الجزائر، 1995.
17- https://nedjmeddine.files.wordpress.com /.../d985d8afd8aed984-d9

18elbassair.net/BAC/téléchargement/.../3as+can+fén+L04.pdf
19- Hamini Allal , Mathématiques financières , office des publications universitaires, 3ème edition 2006, tome1.
20- iefpedia.com/arab/wp-content/uploads/2013/.../الفصل-الثالث.pdf
21- Coordination Daniel Fredon, Mathématiques financières avec rappels de cours, Dunod.
22- Catherine Maurice-BAUMONT, Méthode des Mathématiques Appliquée à l'économie, ellipses

٧