جامعة الجزائر 3

كلية العلوم الاقتصادية، العلوم التجارية وعلوم التسيير

أساسيات في علم الإِحصاء والاحتمالات بين النظرية والتطبيق

مطبوعة موجهة لطلبة السنة الاولى كل التخصصات

ليسانس ل.م.د جذع مشترك

من إعداد الأستاذ:

د/ شريط حسان

الفهرس

المقدمة

الفصل الأول: علم الاحصاء

الفصل الثاني: مقاييس النزعة المركزية

الفصل الثالث: مقاييس التشتت

المقدمة

نحن نعيش في عصر المعلومات، وعالم الأعمال يتطلب منا اليوم معالجة وتنظيم وتقديم وتفسير كميات كبيرة منها، وطبيعتها الكمية، والمهارات التي نحن بحاجة اليها في التعامل مع هذه المعلومات مرتبطة بعلم الاحصاء.

وبالنسبة للكثير منا يكون النقص في الثقة بالنفس وفي القدرة على استعمال علم الرياضيات مانعا لنا من امتلاك واستعمال الأفكار والأساسية والمهارات الضرورية التي تجعلنا بارعين في معالجة الإحصاءات البسيطة الخاصة بالأعمال والتجارة. وهذه حالة مؤسفة لأن هذه المهارات أساسية ويمكن فهمها بسهولة حيث تتطلب مهارة رفيعة في علم الرياضيات.

الفصل الأول

علم الاحصاء

الفصل الثاني

مقاييس النزعة المركزية

الفصل الثالث

مقاييس التشتت

الفصل الرابع

الاحتمالات

الفصل الاول: علم الاحصاء

تمهيد:

يعتبر علم الإحصاء من العلوم الضرورية والهامة لأية عملية بحث علمي، أو تجربة عملية أو نظرية، أو دراسة تطبيقية تهدف إلى الوصول إلى نتائج تعتمد الموضوعية، وتتسم بالمصداقية، بشكل عام، وهذا ما ينطبق على البحوث العلمية الإنسانية أو الاجتماعية التي هدفها تنمية المجتمع وتطويره، واستخدام موارده المختلفة استخداما أمثلا، وهو علم لا يمكن لأي باحث في أي علم من العلوم الاستغناء عنه، إذا أراد إتباع المنهجية العلمية الموضوعية الصحيحة المبنية على البيانات والمعلومات، واللازمة للوصول إلى نتائج موضوعية دقيقة عن الظاهرة أو المشكلة المراد دراستها وتحليلها.

هذا العلم الذي تعد مراحله من المراحل الهامة في منهجية البحث العلمي لا غنى للباحث عنه، لذالك يجدر بكل من أراد التصدي للبحث والدراسة والتحليل أن يلم بأساسياته، واستخدام هذه المبادئ في الجانب التطبيقي لبحثه أو دراسته.

1.1. علم الإحصاء:

يعد علم الإحصاء من العلوم التي تم الاهتمام بها حديثا مقارنة بالعلوم الرياضية الأخرى، والسبب في ذلك تشعب العلوم، واتصال المجتمعات بعضها مع بعض، ولزوم الحصول على المعلومة العلمية الصحيحة بأقصر الطرق، والوصول إلى اصوب النتائج المتعلقة بالدراسة، بطريقة توفر الجهد والوقت والتكلفة على الباحث.

أولا. مفهومه

هناك عدة تعاريف لعلم الإحصاء، تكاد تجمع على أن علم الإحصاء هو العلم الذي يبحث في الأساليب والطرق العلمية المناسبة لجمع البيانات، وتبويبها، وتنظيمها، وتحليلها، وتفسيرها بهدف الوصول إلى النتائج اللازمة لزيادة المعرفة أو اتخاذ القرارات المناسبة وتعميمها.

ثانيا. تطوره

عرف علم الإحصاء منذ العصور القديمة، إذ لا يمكن لأي إدارة أيا كانت ان تستغني عنه لمعرفة أحوال المجتمع المسئولة عنه، فضلا عن معرفتها لأعداد جنودها بهدف معرفة وتقويم قدراتها العسكرية، او حصر الإيرادات والموارد اللازمة لتامين حاجات مجتمعها المختلفة، وغيرها من الأمور، وكانت

الأساليب الإحصائية المستخدمة خلال تلك الفترة بسيطة، تقتصر على عملية التعداد الرقمي للظواهر فقط، ولم تكن تستخدم القوانين الإحصائية والتحليل العلمي المستخدم حاليا، واستمر هذا الحال حتى بداية القرن السابع عشر، ثم تطور هذا العلم بعد ذلك، ووضعت القوانين الإحصائية المختلفة حتى وصل إلى ما هو عليه الآن.

وقد ورد ذكر لهذا المصطلح في عدد من الآيات الكريمة، منها قول الله تبارك وتعالى **" لقد أحصاهم وعدهم عدا "** (مريم: 94) وقوله سبحانه وتعالى أيضا **" وإن تعدوا نعمة الله لا تحصوها "** (إبراهيم:34)، وغيرها من الآيات.

وبدأ هذا العلم يتطور وتتسع دائرته مع ازدياد الحاجة البشرية لدراسة الظواهر، وحل المشاكل الحياتية والعلمية المختلفة، وتحليلها ومعالجتها والتنبؤ لاحتمالاتها في المستقبل، حتى أصبح علم الإحصاء الآن ضرورة هامة لكل العلوم، وأصبح وسيلة تحليلية هامة للبيانات، يحتاجها كل باحث يعتمد المنهجية العلمية الصحيحة والسليمة للتعامل مع الظواهر والمشاكل العلمية المختلفة، وأصبحت الحاجة له للتنبؤ بالمستقبل لصياغة الحلول الناجعة لمعالجة أية مشكلة من الممكن أن تطرأ مستقبلا، وأصبح علم الإحصاء لازمة من لوازم التطور والتقدم العلمي لا يستغني عنه الباحث في أي من العلوم النظرية أو التطبيقية.

ثالثا. أهميته

تكمن أهمية علم الإحصاء بانه الجزء العملي والهام من منهجية البحث العلمي، فهو عبارة عن اختيار لأفضل الطرق وأنسبها لجمع البيانات المتعلقة بدراسة أية ظاهرة او مشكلة من المشاكل، فهو يعتمد الموضوعية والبيانات المتعلقة بالظاهرة، ولا يعتمد المعيارية أو الرأي الشخصي للباحث عند معالجته لهذه الظواهر والمشاكل المختلفة، فضلا عن ذلك فهذا العلم يتبع وسائل وقوانين رياضية محددة تجعل من النتائج التي يتوصل اليها الباحث نتائج غير قابلة للرد أو الرفض، لأن أي باحث آخر يسير بنفس المنهجية العلمية في دراسة نفس الظاهرة أو المشكلة سيصل إلى نفس النتائج التي وصل إليها سابقوه، ويبقى بعد ذلك اختيار الباحث للأسلوب الأنجع للمعالجة وفق رؤية الباحث وفكره وخبرته في التعامل مع الظاهرة أو المشكلة.

وتكمن أهمية هذا العلم في الدراسات الاقتصادية والإدارية على وجه الخصوص، لأن أي شخص يتخذ القرار الاقتصادي أو الإداري لابد له من مرجعية يعتمد عليها لتكون قراراته صائبة وصحيحة، خاصة وأن هذه العلوم متشابكة ومعقدة، ويصعب عزل متغيراتها عن بعضها البعض، وتتأثر بالسلوك

الإنساني تأثرا كبيرا، ولا توجد قوانين مجمع عليها لمعالجة المشاكل التي تواجهها، وهذا كله يتطلب من الباحث الحصول على المعلومة الصحيحة، وبناء ما سيتخذه من قرارات بناء على ذلك، ليتجنب المزاجية والارتجال في التعامل مع المشاكل التي يمكن ان يواجهها.

رابعا. مراحله

يتضمن علم الإحصاء مراحل محددة للتعامل مع الظواهر والمشاكل المختلفة، يمكن اجمال هذه المراحل في خمسة مراحل، وهي:

أ- جمع البيانات: هذه المرحلة من المراحل المهمة في علم الإحصاء، حيث يتم في هذه المرحلة تحديد البيانات اللازمة والمتعلقة بمعالجة الظاهرة المراد دراستها، واختيار أفضل الوسائل لجمعها، وذلك لأن على الباحث أن يختار نوعية البيانات التي يريد جمعها، وضرورة أن تكون هذه البيانات متعلقة بالظاهرة والمشكلة التي سيتم دراستها وتحليلها.

ب- تنظيم البيانات: بعد أن يتم جمع البيانات المتعلقة بالظاهرة المدروسة يتم اختيار أفضل الطرق التي يمكن من خلالها تنظيم هذه البيانات، حيث يراعى في هذا التنظيم توفير الوقت والجهد والمال، وخدمة الأهداف التي من أجلها تم جمع البيانات.

ت- تقديم البيانات: في هذه المرحلة يتم تقديم هذه البيانات التي تم تنظيمها للشخص أو الجهة التي تحتاج لها، وهذا في الحالة التي لا يكون الباحث هو من قام بالمرحلتين السابقتين، وتأتي هذه المرحلة للبدء بالاستفادة من هذه البيانات والبدء في عملية التحليل الاحصائي.

ث- تحليل البيانات: في هذه المرحلة يتم استخدام الطرق والأساليب الإحصائية المناسبة لتحليل البيانات، واستخدام القوانين الإحصائية المختلفة والمناسبة بهدف الوصول إلى النتائج المرغوبة والمتوقعة.

ج- تفسير النتائج: وهذا هو الهدف الأساسي من القيام بالعملية الإحصائية، حيث يتم في هذه المرحلة تفسير النتائج التي تم التوصل اليها من البحث والدراسة.

خامسا. أقسامه

يقسم علم الإحصاء إلى قسمين أساسيين وهما:

أ- الإحصاء الوصفي: ويشمل هذا القسم المراحل الثلاث الأولى لعلم الإحصاء (جمع البيانات، وتنظيمها، وعرضها بالوسائل المختلفة مثل: الجداول والرسوم البيانية وغيرها)، هذه المراحل

يمكن أن يقوم بها الباحث المختص مباشرة، ويمكن لأي شخص آخر أن يقوم بها إذا توفرت لديه القدرة والكفاءة والخبرة لأداء هذه الأعمال.

ب- الإحصاء الاستدلالي أو التحليلي : ويشمل هذا القسم المرحلتين الأخيرتين من علم الإحصاء وهما (تحليل البيانات، وتفسير النتائج)، وهاتان المرحلتين هما اللازمتان للوصول إلى النتائج والتوصيات التي من أجلهما تم دراسة الظاهرة أو المشكلة.

2.1. علم الإحصاء والعلوم الأخرى:

علم الإحصاء ككثير من العلوم الإنسانية أو النظرية له علاقة مع الكثير من العلوم الأخرى، وما يهمنا علاقة هذا العلم مع فرعين أساسين من هذه الفروع وهما (البحث العلمي والعلوم الاقتصادية والإدارية).

أولا. علم الإحصاء والبحث العلمي

تعد مراحل علم الإحصاء الخطوات التطبيقية والعملية لمنهجية البحث العلمي، فالبحث العلمي يتضمن الخطوات التالية (تحديد المشكلة المراد دراستها، واهميتها، والدراسات السابقة التي تمت لنفس المشكلة، أو لجانب من جوانبها، وصياغة فرضيات الدراسة، وتحديد منهجية البحث، ثم مراحل علم الإحصاء السابقة، ومن ثم الخروج بالتوصيات المناسبة والعملية المعتمدة على نتائج البحث، وأخيرا كتابة تقرير البحث، والمصادر والمراجع التي استخدمت في البحث)

هذه الخطوات السابقة هي الخطوات المتبعة في منهجية البحث العلمي، ويلاحظ من خلالها أن مراحل الإحصاء تعتبر الخطوات والمراحل الأساسية والعملية التي يقوم بها الباحث عند اتباع منهجية البحث العلمي في دراسة أي ظاهرة أو مشكلة ما.

ثانيا. علم الإحصاء والعلوم الاقتصادية والإدارية

علم الإحصاء لا غنى عنه في العلوم الاقتصادية والإدارية بشكل عام، ولا بد أن تتوفر لدى الباحث في هذه العلوم المعرفة الكاملة عن الطرق الإحصائية المتعلقة بتخصصه، وذلك لمعالجة المشاكل ودراسة الظواهر التي يمكن أن يواجهها في أدائه لعمله.

والاحصاء يساعد المتخصص في هذه العلوم، ويزيد من قدرته على التعامل مع الجانب الكمي للبحوث المتعلقة بتخصصه، وذلك للتعبير عن النظرية الاقتصادية بقواعد رياضية، ولقياس التغيرات التي تطرأ على أية ظاهرة اقتصادية أو إدارية تواجهه، ومن ثم الوصول إلى استنتاجات تساعد في حل

أية مشكلة، أو تطوير وتنمية أي نشاط اقتصادي أو اداري، خاصة وأن الكثير من العوامل الاقتصادية والإدارية لابد لها من دراسات إحصائية تساعد في قياس ومعرفة أثر العوامل والمتغيرات المختلفة على بعضها البعض، ومن ثم اتخاذ القرار المناسب بشأنها.

3.1. مصطلحات ومفاهيم إحصائية:

عند دراستنا لعلم الإحصاء لابد من التفريق بين المفاهيم الإحصائية المختلفة، وأهم هذه المفاهيم التي يتعامل معها الباحث:

1. المجتمع: ويقصد بها جميع الافراد أو العناصر الذين يوجه الباحث اهتمامه إليهم، أو الذين يتأثرون بالظاهرة المدروسة، أو المشكلة المراد إيجاد حلول مناسبة لها، ويمكن أن يكون هذا المجتمع محدود إذا امكننا حصر أفراده، مثل عدد الطلبة في جامعة ما، أو عدد الموظفين في مؤسسة ما، وغير ذلك، وهناك المجتمع غير المحدود وهذا يكون في حالة عدم التمكن من حصر عدد أفراده، مثل عدد الزبائن المتعاملين مع دائرة خدمية ما، أو عدد المرتادين لسوق تجاري في يوم معين، وغير ذلك.
2. مجتمع الهدف: وهو عبارة عن مجموع الأشخاص أو العناصر المستهدفين بالدراسة، والذين نريد تعميم نتائج الدراسة عليهم، مثل طلبة الجامعات الخاصة، أو موظفي القطاع العام في المجال الصحي في دولة ما، ... إلخ.
3. العينة: وهم مجموع الافراد أو العناصر من المجتمع الذين يتم اختيارهم للحصول منهم على البيانات أو المعلومات المطلوبة، وكل مفردة أو مشاهدة من العينة تسمى وحدة معاينة
4. مجتمع الدراسة: وهم جميع أفراد العينة الذين أتيح لنا الحصول منهم على البيانات أو المعلومات المتعلقة بالظاهرة أو المشكلة التي يراد بحثها ودراستها.
5. الثوابت: وهي الصفات أو السمات التي تصف المجتمعات ولا تتغير، مثل: الاستهلاك المستقل في مجتمع معين، الميل الحدي للاستهلاك، وغير ذلك.
6. المتغيرات: وهي الصفات أو السيمات التي يتصف بها أفراد عينة ما، وهذه تتغير من عنصر لآخر، مثل: أطوال الأطفال تحت سن معين في مدينة ما، كميات نزول المطر في سنوات متعددة في دولة أو منطقة ما، ... إلخ.
7. المتغير المنفصل هو المتغير الذي يأخذ قيما قابلة للعد، ويكون محدودا أو لا نهائي معدود، مثل عدد الموظفين في مؤسسة معينة، أو عدد أفراد الاسر في مجتمع معين، إلى غير ذلك.

8. المتغير المتصل: هو المتغير الذي يكون مجاله فترة أو عدة فترات، ولا يوجد قفزات بين قيمة وقيمة أخرى، مثل درجات الحرارة أو أطوال طلبة المدارس في سن معين.
9. المعلمة: هو المقياس أو الثابت الذي يصف بعض خصائص المجتمع، ونحصل عليه من خلال تحليل البيانات لهذا المجتمع، وهذه المقاييس أو الثوابت نحصل عليها من خلال اعتماد عملية المسح الشامل في العادة.
10. الإحصاء: وهو المقياس أو الثابت الذي يصف بعض خصائص العينة، ونحصل عليه من خلال تحليل البيانات المأخوذة من أفراد العينة.

هذه المفاهيم والمصطلحات التي تتكرر عادة في أدبيات علم الإحصاء، وهي ضرورية للباحث للتفريق بينها، والتعبير عنها ليسهل التعامل معها علميا.

4.1. طرق جمع البيانات:

هناك طريقتان أساسيتان يتم من خلالهما جمع البيانات في العادة، هاتان الطريقتان هما:

أولا- المسح الشامل: هذه الطريقة تستخدم إذا كان عدد افراد المجتمع قليل أو كانت الظاهرة التي سيتم دراستها تستلزم الحصول على معلومات عن كافة أفراد المجتمع بلا استثناء، مثل: حساب التعداد السكاني لمجتمع ما، ومعدل النمو السكاني لذلك المجتمع، أو الدراسات المتعلقة بأعداد المسافرين على إحدى الخطوط الجوية، أو المغادرين برا أو بحرا، وما شابه ذلك.

ثانيا- العينة: تستخدم هذه الطريقة إذا كان من الصعوبة إجراء الدراسة على كافة أفراد المجتمع، أو يمكن الاكتفاء بمعلومات عن جزء من المجتمع بدلا من المجتمع ككل، مثل دراسة آراء الطلبة حول ظاهرة أو مشكلة دراسية معينة، أو دراسة العوامل المؤثرة في الطلب على سلعة استهلاكية ما في مدينة أو دولة معينة، إلى غير ذلك.

ومن أهم الحالات التي تستخدم فيها العينة لجمع المعلومات:

أ- تشابه الظاهرة وتجانسها: مثل دراسة مدى جودة سلعة معينة يستهلكها مجتمع معين.

ب- تشابه المجتمع وتجانسه: مثل تشابه المجتمع في عاداته وتقاليده، أو أن يكون غالبية أفراد المجتمع ضمن طبق اقتصادية متشابهة.

ت- صعوبة إجراء المسح الشامل للتجربة، وذلك لفساد عناصر المجتمع المراد دراسته جميعها، مثل إجراء دراسة لمعرفة مدى صلاحية بيض المائدة للاستهلاك البشري في مدينة ما.

ث- عدم توفر القدرة المالية أو الوقت لدى الباحث، أو وجود مجتمع عدد أفراده كبير بحيث يصعب إجراء المسح الشامل لكل أفراد المجتمع.

ج- الأهمية المحدودة للظاهرة أو المشكلة بحيث لا تستدعي إجراء مسح شامل لها.

وهناك حالات أخرى يتم من خلالها استخدام طريقة العينة في جمع البيانات، مثل: الرغبة في الحصول على نتائج سريعة للبحث، أو أن يكون المجتمع متصلا بحيث لا يمكن عده، ك(أطوال طلبة المدارس في سن معين في بلد ما، أو قياس كميات الامطار التراكمية التي سقطت في سنة معينة في بلد ما)، وغير ذلك من الأمثلة.

وعند اختيارنا لجمع البيانات بطريقة العينة لابد أن تكون هذه العينة ممثلة للمجتمع المراد دراسته، بحيث يمكننا تعميم النتائج التي سيتم التوصل إليها على جميع أفراد المجتمع، وبنفس الوقت صياغة التوصيات بطريقة تضمن الحصول على أفضل الحلول والنتائج المستقبلية.

5.1. مصادر جميع البيانات:

هذه المرحلة هي أولى مراحل علم الإحصاء، وتعتبر مرحلة مهمة للباحث لتحديد نوعية المصادر التي سيجمع من خلالها بياناته، فكل ظاهرة أو مشكلة علمية لابد لها من مصادر معتمدة للمعلومات المتعلقة بها، تختلف هذه المصادر عن مصادر ظاهرة أو مشكلة أخرى، يتحدد ذلك بحسب أهميتها وطبيعتها والاهداف التي يريد الباحث تطبيقها والوصول إليها.

تنقسم مصادر المعلومات إلى قسمين رئيسيين هما:

أولا. مصادر أولية (مباشرة).

ثانيا. مصادر ثانوية (غير مباشرة).

أولا. المصادر الأولية (المباشرة)

تتضمن المصادر الأولية (المباشرة): كل الطرق التي يستخدمها الباحث للحصول على المعلومات أو البيانات من أفراد العينة مباشرة دون إجراء أي تعديل عليها، وتشمل هذه المصادر:

1- المقابلة الشخصية المباشرة: حيث يتم مقابلة الشخص المعني وجها لوجه، والحصول منه على البيانات والمعلومات المطلوبة.

2- المقابلة غير المباشرة: وهذا يكون من خلال الحصول على المعلومات أو البيانات المتعلقة بالشخص أو المؤسسة عن طريق شخص آخر، مثل مقابلة مدير المكتب لأحد المسئولين، أو

سكرتيرة للشخص المعني أو مقابلة الناطق الرسمي للمؤسسة، أو مندوب لدائرة العلاقات العامة في مؤسسة ما، وغير ذلك.

وعادة ما تستخدم هذه الطريقة عندما لا يرغب شخص في إعطاء معلومات عن نفسه، أو لضيق وقته، أو لا يستطيع الباحث الحصول على معلومات من جميع الافراد في المؤسسة مباشرة.

3- الهاتف: عادة ما تستخدم هذه الطريقة لمعرفة آراء الأشخاص حول ظاهرة معينة بحيث لا يستطيع الباحث الوصول إلى كل فرد من أفراد العينة، فيقوم بأخذ عينة من الأشخاص يتم الاتصال بهم هاتفيا والحصول منهم على ما يريده من بيانات، مثل استطلاع آراء عينة من مستخدمي الانترنت أو خدمات تقدمها دائرة خدمية حول الخدمات المقدمة إليهم.
4- الاستبيان: وهذا يكون إما مباشرة أو عن طريق البريد، وفي هذه الحالة لابد للباحث أن يقوم بإرفاق مغلف يتضمن عنوان الباحث وطابع بريدي بقيمة المغلف الذي سيعاد به الاستبيان بعد تعبئته، وذلك لضمان استجابة الشخص المعني وإعادته للاستبيان.
5- الانترنت أو الفاكس وغيره من وسائل الاتصال الحديثة بحيث يتم ارسال رسائل الكترونية أو رسالة بالفاكس إلى أفراد العينة، وهذه الطريقة توفر الجهد والمال إذا أمكن التواصل مع أفراد العينة بهذه الطريقة.

ثانيا. المصادر الثانوية (غير المباشرة)

وتشمل المصادر الثانوية (غير المباشرة)

1- المصادر الرسمية، وتضم نوعين من المصادر:
أ- المنشورات والمطبوعات الصادرة عن المؤسسات الرسمية المنشورة، مثل النشرات الشهرية والكتب السنوية الصادرة عن المؤسسات الحكومية مثل: النشرة الشهرية للبنوك المركزية، أو دائرة الإحصاءات العامة، ... إلخ.
ب- المعلومات غير المنشورة الصادرة عن المؤسسات الرسمية، هذه المعلومات تتضمنها سجلات المؤسسات الرسمية التي لا يتك نشرها لأسباب خاصة، ويمكن للباحث أن يحصل على هذه المعلومات لأغراض البحث العلمي، مثل البيانات المتعلقة بالسجناء في بلد ما، وغير ذلك.
2- المنشورات والمطبوعات الصادرة عن المؤسسات غير الرسمية مثل الكتب السنوية الصادرة عن الشركات والوكلاء للسلع والخدمات المختلفة، مثل: الشركات المنتجة لنوعية خاصة من السيارات أو وكلائها، أو المكاتب السياحية، وخطوط الطيران، وما شابه ذلك.

ولابد من التأكيد على عدم اعتماد أية معلومات لهذه المؤسسات غير منشورة، وذلك لعدم القدرة على التثبيت من صدقية هذه المعلومات، فضلا عن عدم وجود مرجعية يمكنها تأكيد أو نفي هذه المعلومات والبيانات.

6.1. طرق اختيار العينات:

تختلف الطريقة التي من خلالها اختيار العينة من المجتمع بحسب الظاهرة التي سيتم دراستها، وتنقسم هذه العينات إلى نوعين رئيسيين، هما:

أولا. العينات الاحتمالية

ثانيا. العينات غير الاحتمالية

أولا. العينات الاحتمالية

يتم اختيار العينات الاحتمالية على أسس معينة تختلف من عينة إلى أخرى، وهذه العينات تعطي فرصا متساوية لاختيار كل فرد من أفراد المجتمع ليكون ضمن العينة المختارة، وتقسم هذه العينات إلى عدة أقسام، هي:

أ- العينة العشوائية البسيطة

العينة العشوائية البسيطة تستخدم لجمع المعلومات عن العينة عندما يكون عدد افراد المجتمع قليل، أو للسرعة والسهولة باختيار أفراد تسلسليا على بطاقات، ثم يتم سحب بطاقات أفراد العينة عشوائيا من هذه البطاقات حسب حجم العينة المطلوبة، كاختيار خمس طلاب من خمسين طالب عشوائيا، وهكذا.

أما إذا كان عدد أفراد المجتمع كبيرا فيتم استخدام جدول الأرقام العشوائية لتحديد أفراد العينة الذين سيتم اختيارهم، فعلى سبيل المثال: إذا اردنا اختيار عينة مكونة من 100 فرد من مجتمع عدد أفراده 800 شخص، فنحدد لكل شخص في المجتمع رقما من 1-800، ومن ثم نختار الثلاث خانات عن يمين جدول الأرقام العشوائية حتى نحصل على مئة رقم دون تكرار، وهذه الأرقام هي التي تعتمد كعينة للدراسة.

<u>مثال 1:</u>

كيفية اختيار عينة عشوائية من 8 أفراد من مجتمع مكون من 100 شخص حسب جدول الأرقام العشوائية أدناه:

4510،3241،0214،6521،4657،6574،5473،0347،2451،1054

في مثل هذه الحالة نحدد لكل فرد من المجتمع رقما من 1-100، ثم نختار أول رقمين من الأرقام على يمين الجدول (54، 51، 47، 73، 74، 57، 21،14)، وهذه الأرقام هي التي تعتمد كعينة.

إذا كان عدد أفراد المجتمع أقل من مائة (70 شخصا مثلا)، وأردنا سحب العينة السابقة من جدول الأرقام العشوائية فإننا في مثل هذه الحالة نستثني الرقم الرابع والخامس (73،74) عند اختيار العينة لأنه أكبر من عدد أفراد المجتمع، ونختار بدلا منهما الرقمين الذين بعدهما، تصبح أرقام العينة (51،54، 10،41،14،21،57،47).

ونقوم بنفس الخطوات مهما كان حجم المجتمع والعينة المراد الحصول عليها.

ب- العينة الطبقية

يتم استخدام العينة الطبقية عندما يكون المجتمع مقسم إلى طبقات أو مجموعات، ويكون لدينا الرغبة في تمثيل جميع الطبقات في العينة، ففي هذه الحالة يتم اختيار هذه العينة بإحدى طريقتين: التخصيص المتساوي أو التخصيص النسبي.

أ- التخصيص المتساوي: يتم في هذه الطريقة قسمة العينة على عدد الطبقات التي ينقسم اليها المجتمع، فإذا افترضنا مجتمعا مكون من أربع طبقات، وكان عدد أفراد العينة يساوي 100، فحجم العينة في هذه الحالة يساوي (25=100/4)، فكل طبقة تكون حصتها من العينة يساوي 25 وحدة معاينة.

ب- التخصيص النسبي: هذه الطريقة تعتمد على عدد أفراد المجتمع (n) فكل طبقة من الطبقات n1, n2, n3 , ... nk، فإذا كان هناك مجتمع عدد أفراده N مكون من 3 طبقات n1, n2, n3، وكان عدد أفراد كل طبقة من الطبقات الثلاث على الترتيب (200، 500، 300)، وأردنا أخذ عينة طبقية (S) مقدارها 200 شخص من هذه الطبقات بطريقة النسبة، فكل طبقة من الطبقات تكون عينتها عبارة عن (حجم المجتمع في الطبقة مقسوما على مجموع عدد أفراد المجتمع في الطبقات الثلاث) مضروبا في حجم العينة.

وحسب القانون التالي: $(n_i/N) * S$

العينة للطبقة الأولى تساوي (40=200*(200/1000)).

العينة للطبقة الثانية تساوي (60=200*(300/1000)).

العينة للطبقة الثالثة تساوي (100=200*(500/1000)).

وهنا يجب التأكد من أن مجموع العينات في الطبقات الثلاث يساوي مجموع العينة الاصلية (40+60+100=200).

ت- العينة المنتظمة

تستخدم العينة المنتظمة لاختيار عينة من مجتمع عدد أفراده كبير أو يصعب تحديده، ففي هذه الحالة نحدد المجموعة (القفزة) التي ستعتمد لاختيار أفراد العينة، ونبدأ باختيار رقم عشوائي من المجموعة الأولى، ثم نضيف للرقم الذي تم اختياره حجم المجموعة (القفزة) التي تم اعتمادها.

فعلى سبيل المثال: إذا اردنا جمع معلومات من سكان إحدى المدن حول رأيهم بموضوع معين، واخترنا عينة مكونة من مائة شخص للدراسة، ففي هذه الحالة نحدد حجم المجموعة (القفزة) التي سيتم اعتمادها لاختيار أفراد العينة، ولنفترض 10 أشخاص، نختار الرقم الأول عشوائيا (الرقم 7 مثلا)، نضيف إلى الرقم 7 الرقم 10 لاختيار الثاني وهكذا، فتكون الأرقام المختارة هي (7، 17، 27، 37، 47، ... إلخ) حتى يتم اختيار العينة جميعها.

ث- العينة العشوائية المنتظمة

العينة العشوائية المنتظمة يتم اختيارها بنفس الطريقة التي يتم من خلالها اختيار العينة المنتظمة، والاختلاف بينهما أن اختيار هذه العينة يتم حين يكون عدد أفراد المجتمع معلوما أو من الممكن تحديده، فإذا افترضنا أننا نريد اختيار عينة مكونة من 100 شخص من مجتمع عدد أفراده 2000 شخص، فإننا نبدأ بقسمة عدد أفراد المجتمع على حجم العينة (2000/100) فنتحصل على حجم المجموعة (القفزة) والتي تساوي 20 فردا، فنختار الرقم الأول عشوائيا (الرقم 9 مثلا)، ثم نضيف اليه حجم المجموعة (القفزة) (20) في كل مرة حتى نحصل على مائة رقم، فتكون الأرقام المختارة هي (9, 29, 49, 69, .. الخ).

ج- العينة العنقودية

اختيار العينة العنقودية يتم من خلالها قسمة المجتمع إلى أجزاء (فروع) مرتبطة مع بعضها البعض بطريقة عنقودية (مدينة، حي، شارع) أو (جامعة، كلية، أقسام)، ويتم توزيع العينة حسب عدد الشوارع في تلك المدينة، أو حسب الأقسام في تلك الجامعة، ومن ثم نقسم عدد أفراد المجتمع على مجموعة الفروع النهائية فيكون لكل فرع عدد من أفراد العينة، وعادة ما يتم تقسيم العينة على الفروع بطريقة النسبة أو التخصيص المتساوي.

مثال: لدراسة آراء مواطني مدينة حول خدمات ما بعد البيع المقدمة من إحدى الشركات لإحدى سلعها المباعة لمواطني تلك المدينة، ولنفرض أن هذه الشركة اختارت عينة من 150 شخص، تبدأ الشركة بتحديد عدد أحياء تلك المدينة، ولنفرض (7 أحياء مثلا)، وشوارع كل حي من تلك الاحياء، (3 أحياء 4 شوارع، و4 أحياء 5 شوارع)، وهذا يعني أن لدينا (32=20+12) شارعا، تختار الآن من كل شارع (4.69= 150/32) خمسة أفراد تقريبا، وهكذا.

ثانيا. العينات غير الاحتمالية

العينات غير الاحتمالية لا تعتمد على أسس ثابتة لاختيار أفراد العينة، وإنما يقوم الباحث باعتماد الكيفية التي يتم من خلالها اختيار أفراد العينة وفق رؤيته وتقديره الشخصي، من أقسام هذه العينات ما يلي:

أ- العينة بالاختيار السهل (المريحة)

يتم اختيار هذه العينة بطريقة يسهل من خلالها الوصول إلى أفراد العينة، والحصول منهم على المعلومات المطلوبة، بحيث لا تكلف الباحث جهدا كبيرا، وتجرى بأقل تكلفة ممكنة.

مثال 2: إذا أراد باحث قياس رضا مستهلكي سلعة من السلع عن تلك السلعة، ففي هذه الحالة يذهب إلى أقرب سوق تجاري، ويقابل مجموعة من الأشخاص الذين قاموا بشراء تلك السلعة من تلك السوق، ويحصل منهم أو من بعضهم على المعلومات التي يريدها.

من سلبيات هذه الطريقة أن العينة المختارة لا تمثل المجتمع بصورة واضحة وجلية.

ب- العينة الفرضية (الغرضية)

هذه العينة يختارها الباحث وفق رؤيته الشخصية، حيث يفترض بأن أفراد العينة الذين سيختارهم هم من يمثلوا المجتمع التمثيل المطلوب ويحققوا الغرض من إجراء الدراسة، والمعلومات التي يحصل عليها منهم هي أفضل معلومات يمكنه الحصول عليها فيما يخص الظاهرة المدروسة.

مثال 3: باحث يريد الحصول على معلومات حول إحدى الخدمات التي تقدمها مؤسسة معينة لجمهورها، ففي هذه الحالة يختار أشخاص معينين لهم تجربة طويلة مع هذه المؤسسة، ولديهم مواصفات معينة تجعل المعلومات التي يعطونها تتصف بالمصداقية والموضوعية، ويعتمد في اختياره على حكمه الشخصي على الفرد الذي يختاره كوحدة معاينة دون أي أساس آخر.

ت- العينة الحصصية

هذه الطريقة يقوم الباحث من خلالها بتقسيم العينة إلى حصص دون أن يكون أساسها التساوي أو النسبة، وإنما يعتمد رأيه الشخصي، وربما ميوله الذاتي تجاه طبقة دون أخرى.

فإذا قام باحث في كلية الاقتصاد والعلوم الإدارية في جامعة ما مثلا بإجراء بحث حول ظاهرة معينة في جامعته، فإذا اختار عينة من مائتي طالب مثلا ربما يختار 100 منهم من كليته، ويقسم الآخرين على الكليات الأخرى، مع العلم أن العينة من كليته ربما لا يستحق هذه الحصة من أفراد العينة.

7.1. تصنيف البيانات (المعلومات) الإحصائية:

تأتي هذه الخطوة بعد جمع البيانات والمعلومات الإحصائية من أفراد العينة، حيث يتم تصنيف وترتيب البيانات لتوفير الوقت والجهد، ولتجميع المعلومات المتشابهة مع بعضها البعض ليسهل دراستها وتحليلها، ويتم ترتيب البيانات الإحصائية بعدة طرق منها:

أ- التصنيف الزمني: بهذه الطريقة تصنف البيانات حسب الفترات الزمنية، وتسمى ب (السلاسل الزمنية، حيث يتم التصنيف في العادة حسب السنة أو الشهر أو اليوم ... الخ.

ب- التصنيف الكمي: تصنف البيانات بهذه الطريقة إذا كان من الممكن التعبير عن البيانات والمعلومات الإحصائية عدديا، حيث يتم التعبير عنها بالأرقام، كالوحدات المنتجة من السلعة، أو المبالغ المالية المنفقة، ... الخ.

ت- التصنيف الوصفي (النوعي): وهذا التصنيف يعتمد على تصنيف البيانات وفق صفة خاصة لها علاقة بموضوع الدراسة أو البحث، مثل تصنيف البيانات حسب الجنس (ذكر أو أنثى) أو الحالة الاجتماعية (متزوج، أعزب) ...الخ.

ث- التصنيف الجغرافي: يتم من خلال هذا التصنيف تجميع البيانات الخاصة بالظاهرة أو الدراسة جغرافيا حسب الدولة أو المحافظة أو المدينة أو الحي ... الخ.

وهناك إيجابيات وفوائد لهذا التصنيف تتمثل في:

أ- جمع البيانات المتشابهة في مجموعات يوفر الوقت والجهد.

ب- يسهل المقارنة بين البيانات.

ت- إظهار الصفات الهامة بسرعة والإبقاء عليها، وحذف البيانات غير الهامة.

ث- يسهل عملية التحليل الاحصائي.

8.1. تنظيم البيانات الإحصائية:

بعد جمع البيانات الإحصائية لابد من ترتيب هذه البيانات التي تم جمعها وتنظيمها، فإذا كان عدد القيم أو البيانات قليلا فيتم ترتيبها تصاعديا أو تنازليا من القيمة الدنيا إلى القيمة العليا، وهذا ما يتعلق بالبيانات الكمية، أما إذا كانت هذه البيانات نوعية فيتم ترتيبها تنازليا أو تصاعديا من المتغير الأكبر إلى الأصغر، ويطلق على هذه البيانات (قيم مفردة).

مثال 4: رتب البيانات التالية ترتيبا تصاعديا أو تنازليا:

(14, 17, 9, 12, 19, 23, 29, 13, 7)

الحل:

(29, 23, 19, 17, 14, 13, 12, 9, 7)

مثال 5: رتب البيانات التالية ترتيبا تصاعديا أو تنازليا:

(جيد جدا، ممتاز، مقبول، جيد، متوسط، راسب)

الحل:

(ممتاز، جيد جدا، جيد، مقبول، متوسط، راسب).

أما إذا كان عدد البيانات كبيرا، وهناك قيما أو بيانات مكررة، فيتم توزيع هذه البيانات الأولية على شكل جدول، ليسهل التعامل معها وتحليلها، هذه الجداول هدفها ترتيب البيانات تصاعديا أو تنازليا وتجهيزها للبدء بالمراحل التحليلية التالية.

يتم في هذه المرحلة اختيار الجدول المناسب لعرض البيانات وفق عدد البيانات ومداها، فإذا كان عدد البيانات كبيرا، وكانت مكررة فيتم تبويب هذه القيم المفردة في جدول توزيع تكراري، وإذا كان عدد البيانات كبيرا لا يمكن ترتيبها تنازليا أو تصاعديا كقيم مفردة، فيتم توزيعها ضمن فئات تكرارية تستوعب هذه البيانات التي يراد دراستها وتحليلها.

أولا. التوزيع التكراري

أ- التوزيع التكراري للقيم المفردة

يستخدم هذا التوزيع عندما يكون لدينا قيم مفردة تكررت أكثر من مرة، ويحتاج الباحث إلى أن يجمع هذه القيم المفردة المكررة في جدول توفيرا للوقت والجهد، فيقوم بتبويبها في جدول توزيع تكراري.

مثال 6: إذا افترضنا أن شعبة من شعب مادة الإحصاء عدد طلابها 30 طالبا تقدموا للامتحان الأول، حيث العلامة المخصصة لهذا الامتحان 20 علامة، وقد حصل هؤلاء الطلبة على العلامات التالية:

17, 16, 12, 17, 15, 16, 17, 19, 15, 8
10, 12, 10, 16, 9, 15, 12, 13, 8, 15
13, 12, 15, 8, 9, 12, 17, 16, 13, 12

فإذا أردنا توزيع هذه العلامات في جدول تكراري نقوم بالخطوات التالية:

أ- نحدد القيمة الصغرى من هذه البيانات والتي هي الرقم (8).

ب- نبدأ الترتيب تصاعديا حتى القيمة الكبرى وهي (19).

ت- نستثني أية قيمة غير موجودة من بين العلامات الثلاثين.

ث- نؤشر بإشارة مائلة (/) مقابل كل قيمة تكررت من هذه البيانات فنحصل على عدد التكرارات مقابل القيمة الواحدة.

ج- يجب أن يكون مجموع تكرارات القيم في الجدول مساو لعدد القيم في المثال، وفي هذا المثال يكون عدد القيم (30).

عند تفريغنا لهذه البيانات في جدول توزيع تكراري لهذه القيم المفردة المبوبة نحصل على الجدول أدناه.

Fi	التكرار	العلامة
3	///	8
2	//	9
2	//	10
6	/ ////	12
3	///	13
5	////	15
4	////	16
4	////	17
1	/	19

ب- التوزيع التكراري للفئات التكرارية

هذا التوزيع يستخدم حينما يكون عدد البيانات (القيم) كبيرا، أو مدى البيانات كبيرا، أو كلاهما، فهنا يتم توزيعها توزيعا تكراريا باختيار عدد من الفئات التكرارية عددها يتراوح في العادة ما بين (5-15) فئة تكرارية، وهذا العدد يتم اختياره ليتناسب مع عدد القيم المعتمدة في الدراسة أو المثال، أو مداها.

ويتم في العادة تحديد مدى البيانات وعدد الفئات وفق الخطوات التالية:

أ- حساب مدى البيانات، وذلك من خلال المعادلة التالية:

مدى البيانات = القيمة العليا –القيمة الدنيا.

ب- تحديد عدد الفئات المناسب للتوزيع، وعادة ما يكون ما بين (5-15) فئة تكرارية.

ت- إيجاد طول الفئة من خلال قسمة مدى البيانات على عدد الفئات.

طول الفئة = مدى البيانات / عدد الفئات.

- إذا كان طول الفئة عدد صحيح وكسر عشري فيتم تقريبه للعدد الصحيح الأكبر.

ث- التكرار المتجمع الهابط النسبي = نطرح التكرار النسبي للفئة الأولى من 1 ثم نطرح منه التكرار النسبي للفئة الثانية، ثم نطرح منه التكرار النسبي للفئة الثالثة، وهكذا، حتى يكون التكرار المتجمع الهابط النسبي للفئة الأخيرة يساوي صفر.

يمكننا الحصول على هذه المقاييس لمثالنا السابق كما يلي:

أ- مركز الفئة الأولى = (10+15) / 2 = 12.5، وهكذا للفئات الأخرى كما في الجدول أدناه.

ب- الحد الأدنى الفعلي للفئة الأولى = 10 – 0.5 = 9.5 والحد الأعلى الفعلي للفئة الأولى = 15+0.5 = 15.5، وهكذا للفئات الأخرى كما في الجدول ادناه.

الفئات	مراكز الفئات	الحدود الفعلية للفئات
10-15	12.5	9.5-15.5
16-21	18.5	15.5-21.5
22-27	24.5	21.5-27.5
28-33	30.5	27.5-33.5
34-39	36.5	33.5-39.5
40-45	42.5	39.5-45.5
46-51	48.5	45.5-51.5

- لاحظ أن الفرق بين مركز الفئة والفئة التي قبلها يساوي طول الفئة، وأن الحد الأدنى الفعلي للفئة اللاحقة يساوي الحد الأعلى الفعلي للفئة السابقة، وأن الحد الأعلى الفعلي للفئة مطروحا منه الحد الأدنى الفعلي يساوي طول الفئة.

ت- التكرار النسبي للفئة الأولى: 4 / 45 = 0.09، وهكذا للفئات الأخرى، كما في الجدول أدناه.

الفئات	Fi	التكرار النسبي	التكرار المئوي
10 – 15	4	0.09	9%
16 – 21	4	0.09	9%
22 – 27	6	0.13	13%
28 – 33	6	0.13	13%
34 – 39	13	0.29	29%
40 – 45	9	0.20	20%
46 – 51	3	0.07	7%

- لاحظ أن مجموع التكرارات النسبية يساوي 1، ومجموع التكرارات المئوية يساوي 100%.

ث- التكرار المتجمع الصاعد للفئة الأولى: 4، التكرار المتجمع الصاعد للفئة الثانية: 4 + 4 = 8، وهكذا لجميع الفئات.

ج- التكرار المتجمع الصاعد النسبي للفئة الأولى: 0.09، التكرار المتجمع الصاعد النسبي للفئة الثانية: 0.09 + 0.09 = 0.18، وهكذا لجميع الفئات.

ح- التكرار المتجمع الهابط للفئة الأولى: 45، التكرار المتجمع الهابط للفئة الثانية: 45 – 4 =41، وهكذا لجميع الفئات.

خ- التكرار المتجمع الهابط النسبي للفئة الأولى: 1.00، التكرار المتجمع الهابط النسبي للفئة الثانية: 1.00 – 0.09 = 0.91، وهكذا لجميع الفئات.

هذه التكرارات يتضمنها الجدول أدناه.

الفئات	fi	التكرار المتجمع الصاعد	التكرار المتجمع الصاعد النسبي
أصغر من أو يساوي 15	4	4	0.09
أصغر من أو يساوي 21	4	8	0.18
أصغر من أو يساوي 27	6	14	0.31
أصغر من أو يساوي 33	6	20	0.44
أصغر من أو يساوي 39	13	33	0.73
أصغر من أو يساوي 45	9	42	0.93
أصغر من أو يساوي 51	3	45	1.00

الفئات	Fi	التكرار المتجمع الهابط	التكرار المتجمع الهابط النسبي
أكبر من أو يساوي 10	4	45	1.00
أكبر من أو يساوي 16	4	41	0.91
أكبر من أو يساوي 22	6	37	0.82
أكبر من أو يساوي 28	6	31	0.69
أكبر من أو يساوي 34	13	25	0.56
أكبر من أو يساوي 40	9	12	0.27
أكبر من أو يساوي 46	3	3	0.07

ويمكننا حساب التكرار المتجمع الصاعد المئوي، والتكرار المتجمع الهابط المئوي بنفس طريقة التكرار المتجمع الصاعد والهابط النسبي.

ثانيا. أقسام الجداول التكرارية

تقسم الجداول التكرارية إلى عدة أقسام منها:

1- الجداول التكرارية المقفلة (المغلقة) والمفتوحة.
2- الجداول المنتظمة وغير المنتظمة.

أ- الجداول التكرارية المقفلة (المغلقة) والمفتوحة

يطلق على الجداول التكرارية التي يكون للفئة الأولى منها حدا أدنى وللفئة الأخيرة حدا أعلى بالجداول التكرارية المقفلة (المغلقة)، أما الجداول التي يكون للفئة الأخيرة منها حدا أعلى ولكن ليس للفئة الأولى منها حدا أدنى بأنها جداول مفتوحة من الأسفل، والجداول التي يكون للفئة الأولى منها حدا أدنى ولا يكون لفئتها الأخيرة حدا أعلى بالجداول المفتوحة من الأعلى، أما الجداول التي لا يكون للفئة الأولى منها حدا أدنى وليس للفئة الأخيرة منها حدا أعلى بأنها جداول مفتوحة من الطرفين، كما في الجدول أدناه:

شكل (1)
جدول مقفل (مغلق) من الطرفين

الفئات
5 – 9
10 – 14
15 – 19
20 – 24
25 – 29

شكل (2)
جدول مفتوح من الأسفل

الفئات
أقل من أو يساوي 9
10 – 14
15 – 19
20 – 24
25 – 29

شكل (3)
جدول مفتوح من الأعلى

الفئات
5 – 9
10 – 14
15 – 19
20 – 24
أكبر من أو يساوي 25

شكل (4)
جدول مفتوح من الطرفين

الفئات
أقل من أو يساوي 9
10 – 14
15 – 19
20 – 24
أكبر من أو يساوي 25

تستخدم الجداول التكرارية المفتوحة لحل مشكلات القيم المتطرفة، فإذا كان هناك قيمة كبيرة تحتاج إلى وضع فئات لا يكون فيها أي تكرار، ففي هذه الحالة يتم الجدول من الأعلى لاستيعاب مثل هذه القيم المتطرفة، وليصبح الجدول التكراري ذو فائدة إحصائية يمكن أن يستفاد منه في التحليل الاحصائي، ويمكننا الاعتماد على نتائجه.

فعلى سبيل المثال إذا أراد باحث قياس رضا الموظفين في مراكز دراسات في مدينة معينة عن دخولهم، فسيجد على سبيل المثال الرواتب التالية:

450 ,300 ,150 ,200
400 ,240 ,370 ,500
420 ,1200 ,360 ,280

فإذا أراد الباحث بناء جدول توزيع تكراري لهذه القيم سيقوم بالخطوات التالية وذلك ليحصل على الجدول أدناه:

- مدى البيانات = 1200 – 150 = 1050.
- طول الفئة = 1050 / 5 = 210.

الفئات	Fi
150 – 360	6
361 – 571	5
572 – 782	0
783 – 993	0
994 – 1204	1

والملاحظ هنا أن الرواتب تركزت في فئتين فقط، وأن هناك فئتين ليس فيهما أي تكرار.

هذا الجدول لا يعطي دلالات إحصائية، ولا يمكن الاستفادة من النتائج التي يتوصل اليها الباحث، فيكون الحل باختيار أعلى قيمة قريبة من القيمة العليا (1200) وهي القيمة (500) وتعتمد كقيمة عليا نحصل منها على مدى البيانات بعد طرحها من القيمة الدنيا، فإذا وزعنا القيم السابقة على خمس فئات تكرارية حسب هذه الطريقة يكون:

- مدى البيانات = 500 – 150 = 350.
- طول الفئة = 350 / 5 = 70.

من خلال هذا التوزيع سنحصل على الفئات التكرارية كما في الجدول أدناه:

الفئات	**Fi**
150 – 219	2
220 – 289	2
290 – 359	1
360 – 429	4
أكبر من أو يساوي 430	3

بهذه الطريقة يتم معالجة القيم المتطرفة (الشاذة)، ونحصل على جدول توزيع تكراري مفتوح من الأعلى.

أما إذا كانت القيمة المتطرفة (الشاذة) أقل من القيمة الدنيا، مثال راتب فراش يعمل يوم في الأسبوع، فيحصل على مكافئة قدرها (30) دينارا شهريا، ففي هذه الحالة نقوم بنفس الخطوات السابقة ونفتح الجدول من الأسفل لاستيعاب هذه القيمة المتطرفة، فيصبح لدينا جدول مفتوح من الطرفين، كما يلي:

الفئات	**Fi**
أقل من أو يساوي 220	2
220 – 289	2
290 – 359	1
360 – 429	4
أكبر من أو يساوي 430	3

ب- الجداول التكرارية المنتظمة وغير المنتظمة

جدول التوزيع التكراري المنتظم هو الجدول الذي تكون أطوال فئاته متساوية، أما غير المنتظم فيكون طول فئة أو أكثر من فئاته مختلفة عن باقي الفئات، كما في الجدولين أدناه:

شكل (5) جدول منتظم

الفئات
5 – 9
10 – 14
15 – 19
20 – 24
25 - 29

شكل (6) جدول غير منظم

الفئات
5 – 9
10 – 14
15 – 19
20 – 24
25 - 50

- لاحظ أن الجدول رقم (6) يتضمن الفئة (50 – 25) طولها أكبر من طول الفئات الأخرى.

الجدول غير المنتظم يستخدم في حال وجود قيم متطرفة (شاذة)، فبدلا من فتح الجدول من الأسفل أو الأعلى تعتمد القيمة المتطرفة الدنيا كحد أدنى للفئة الأولى، أو القيمة المتطرفة العليا كحد أعلى للفئة الأخيرة، وتتبع نفس الخطوات التي تم اتباعها في الجداول غير المنتظمة للحصول على أطوال الفئات.

9.1. عرض البيانات الإحصائية:

بعد ترتيب البيانات الإحصائية وتوزيعها على فئات تكرارية يمكننا عرضها بعدة طرق، وذلك لتسهيل التعامل معها، ولتسهيل الحصول على بعض النتائج المباشرة في بعض الأحيان، وليصبح من السهل على المتخصص وغير المتخصص الاستفادة منها.

ويمكننا عرض البيانات الإحصائية بعدة طرق منها:

أولا. العرض الجدولي

تستخدم الجداول الإحصائية لعرض بيانات السلاسل الزمنية في العادة، ساء كانت (سنوية أم شهرية، ... الخ)، حيث يتم تخصيص عمود (للسنوات أو للأشهر، ... الخ) مثلا، وعمود آخر للأرقام أو البيانات الأخرى، كما في الشكل أدناه:

جدول رقم (1) : واردات الجزائر من السلع الاستهلاكية للسنوات (2014 – 2018)

السنة	**القيمة** (مليون دينار)
2014	1402.1
2015	1810.7
2016	2100.8
2017	2354.9
2018	2939.8

حتى يمكن الاستفادة من الجدول بأفضل صورة ممكنة، لابد من ترقيمه، وكتابة ما يتضمنه، ووحدة القياس المستخدمة، وكتابة المصدر الذي أخذت منه المعلومات، ليسهل على المستخدم الرجوع اليه للتثبيت من المعلومات الواردة فيه أو الاستفادة منها لاستخدامها في أبحاث أخرى مثلا.

ثانيا. الاشكال الهندسية والرسوم البيانية

الاشكال الهندسية والرسوم البيانية عبارة عن وسائل فعالة يمكن من خلالها عرض البيانات، بحيث تساعد على ادراك مدلولاتها، وفهمها بسهولة، وبطريقة بديلة للعرض الجدولي، وهناك عدة أشكال هندسية يمكن من خلالها عرض البيانات أهمها:

أ- التمثيل الدائري

نستخدم في هذه الطريقة التمثيل أو الشكل الدائري لعرض المعلومات، حيث يتم تخصيص زاوية من الدائرة لكل قطاع أو فئة أو معلومة واردة في الدراسة، وتتحدد زاوية القطاع في العادة من خلال تحديد نسبته إلى مجموع القطاعات، وضرب هذه النسبة بمجموع زوايا الدائرة (360 درجة)، وبنفس الطريقة تتحدد الزوايا للقطاعات الأخرى، فعلى سبيل المثال: لدينا الجدول أدناه الذي يمثل رأس المال المستثمر في القطاعات الاقتصادية المختلفة لإحدى السنوات:

جدول رقم (2): رأس المال المستثمر في القطاعات الاقتصادية لسنة (2018)

القطاع	رأس المال (مليون دينار)
قطاع الصناعة	2500
قطاع الزراعة	1200
قطاع السياحة	800
القطاعات الأخرى	1500
المجموع	6000

يمكننا تمثيل البيانات الواردة في الجدول أعلاه بطريقة التمثيل الدائري، بحساب زاوية لكل قطاع من القطاعات، كما يلي:

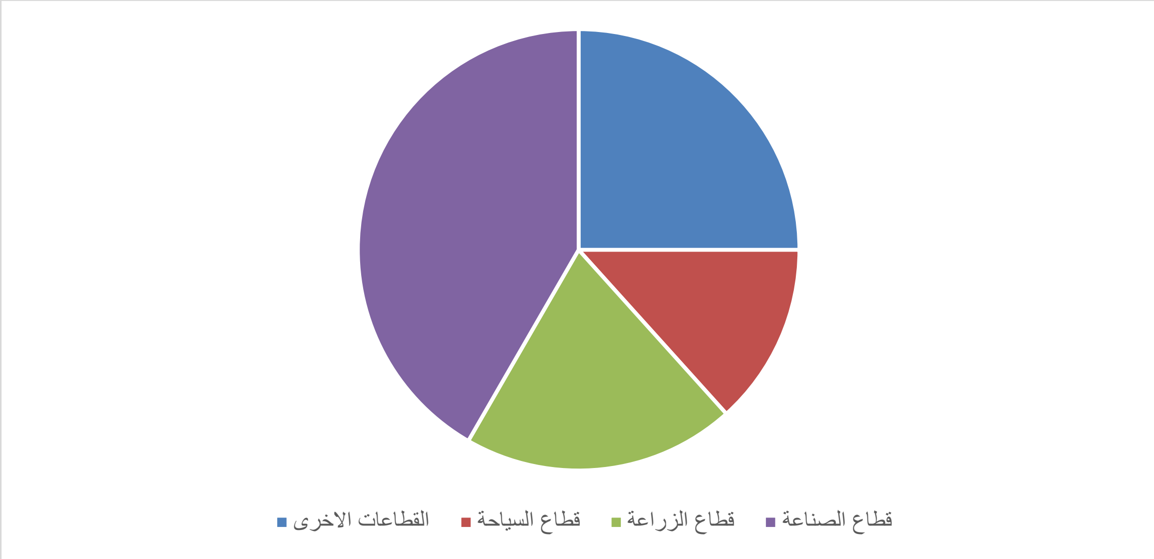
1- زاوية القطاع الأول: (6000/2500) *360 = 150 درجة.

2- زاوية القطاع الثاني: (6000/1200) *360 = 72 درجة.

3- زاوية القطاع الثالث: (6000/800) *360 = 48 درجة.

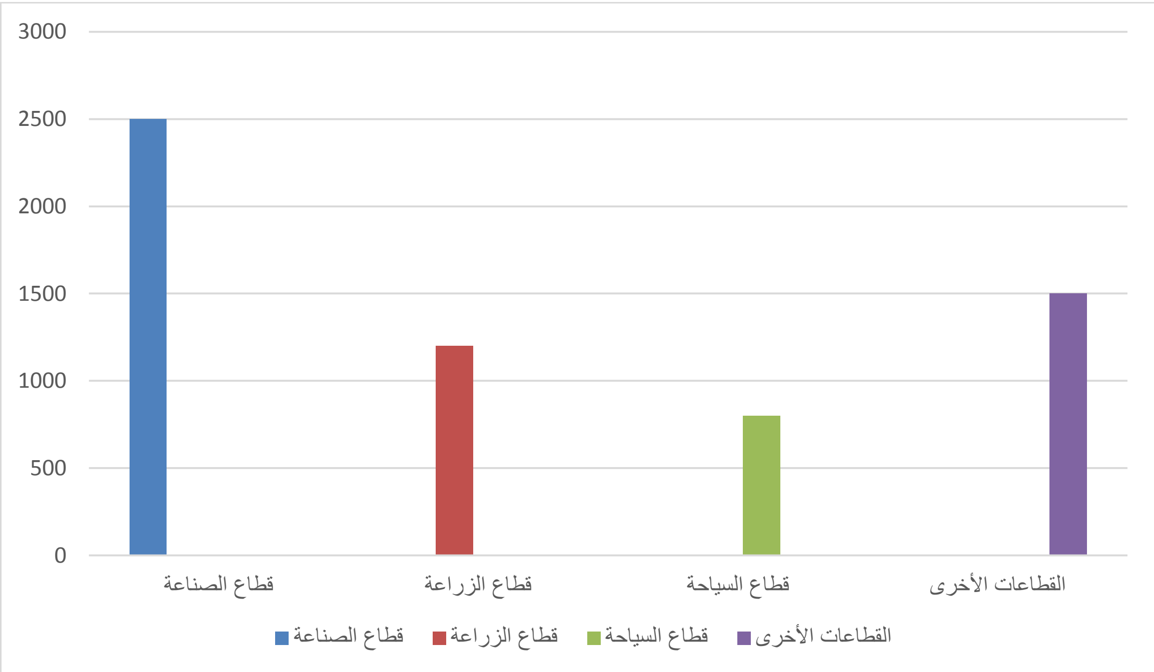
4- زاوية القطاع الرابع: (6000/1500) *360 = 90 درجة.

مجموع زوايا القطاعات الأربع يساوي 360 درجة.



ب- الأشرطة (الاعمدة) البيانية

يمكننا تمثيل البيانات السابقة من خلال الأشرطة البيانية ، حيث يتم رسم أعمدة (مستطيلات) غير متلاصقة على المحور السيني (الافقي) للقطاعات المختلفة، بحيث يمثل المحور الافقي القطاع المراد رسمه، والمحور الصادي (الرأسي) القيمة التي تم استثمارها في ذلك القطاع، كما يلي:

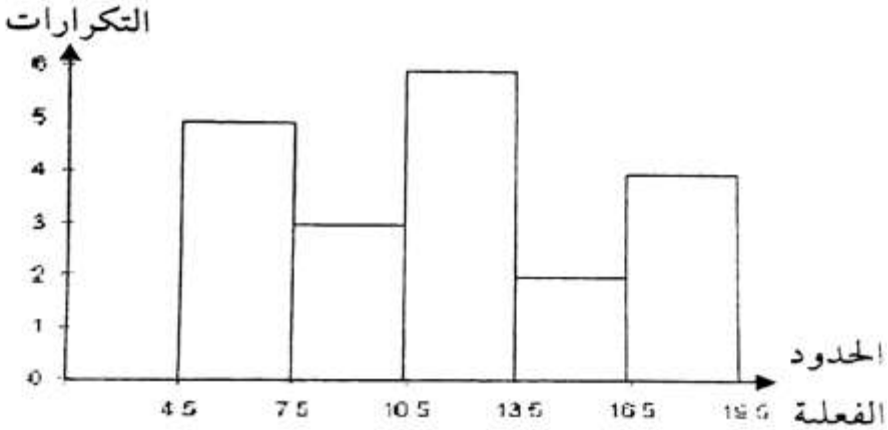


- لابد من وضع مفتاح لكل شريط بحيث يستطيع الشخص معرفة ما يمثله كل شريط من الأشرطة.

ت- المدرج التكراري

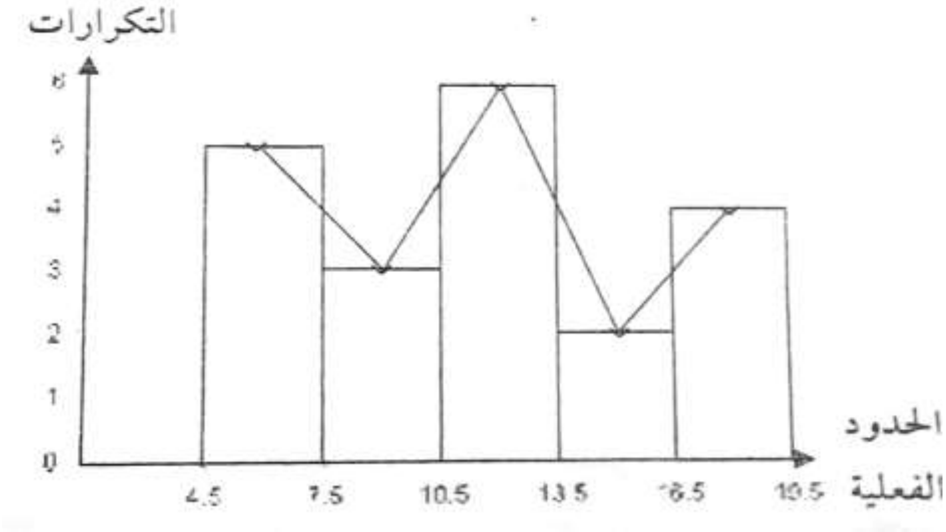
يمكن تمثيل البيانات بطريقة المدرج التكراري أيضا، حيث يتم إيجاد الحدود الفعلية للفئات أولا، ومن ثم يتم رسم المدرج على الشكل البياني بوضع الحدود الفعلية للفئات على المحور السيني (الافقي)، ووضع التكرارات أو القيم على المحور الصادي (العمودي)، وبعدها يتم رسم أعمدة (مستطيلات) متلاصقة مثل تكرارات أو قيم كل فئة من الفئات، فإذا افترضنا أن لدينا جدول التوزيع التكراري أدناه، ونريد تمثيله بمدرج تكراري فيمكننا ذلك من خلال إيجاد الحدود الفعلية للفئات، ومن ثم يتم رسم المدرج بالطريقة التي تم شرحها في الأشرطة (الاعمدة) البيانية السابقة.

الفئات	التكرارات	الحدود الفعلية
5 – 7	5	4.5 – 7.5
8 – 10	3	7.5 – 10.5
11 – 13	6	10.5 – 13.5
14 – 16	2	13.5 – 16.5
17 – 19	4	16.5 – 19.5



ث- المضلع التكراري

يمكن تمثيل البيانات بطريقة أخرى على شكل مضلع تكراري، وتتم هذه الطريقة بتنصيف الاضلاع العلوية لمستطيلات المدرج التكراري، ومن تك توصيل النقاط ببعضها البعض كما في الشكل أدناه.

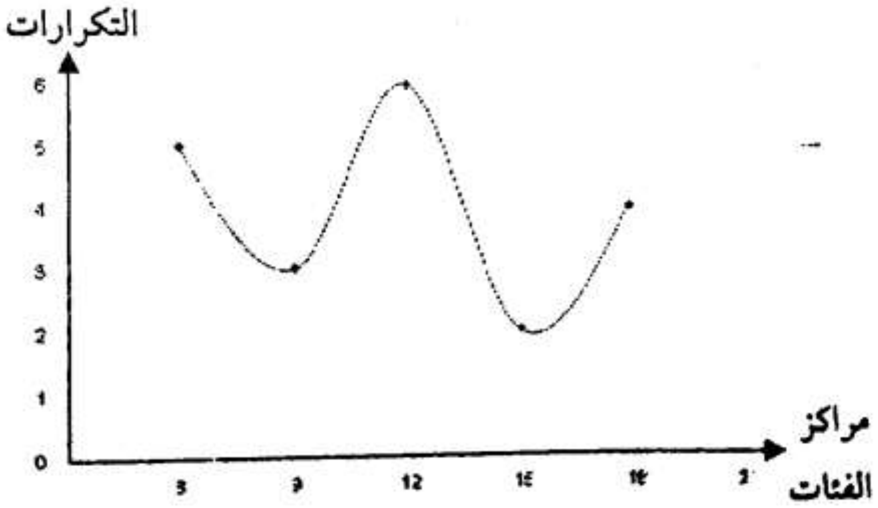


ج- المنحنى التكراري

وهذا الشكل يتطلب إيجاد مراكز الفئات أولا، ثم توضع مراكز الفئات على المحور السيني (الافقي)، وتكرارات الفئات على المحور الصادي (العمودي)، ومقابل كل مركز فئة توضع نقطة، ثم نوصل النقاط ببعضها بعضا، فإذا أردنا تمثيل جدول التوزيع التكراري السابق بمنحنى تكراري فيمكننا ذلك من خلال إيجاد مراكز الفئات (كما في الجدول أدناه).

الفئات	التكرارات	مراكز الفئات
5 – 7	5	6
8 – 10	3	9
11 – 13	6	12
14 – 16	2	15
17 – 19	4	18

ومن ثم يتم رسم المنحنى التكراري كما في الشكل أدناه.

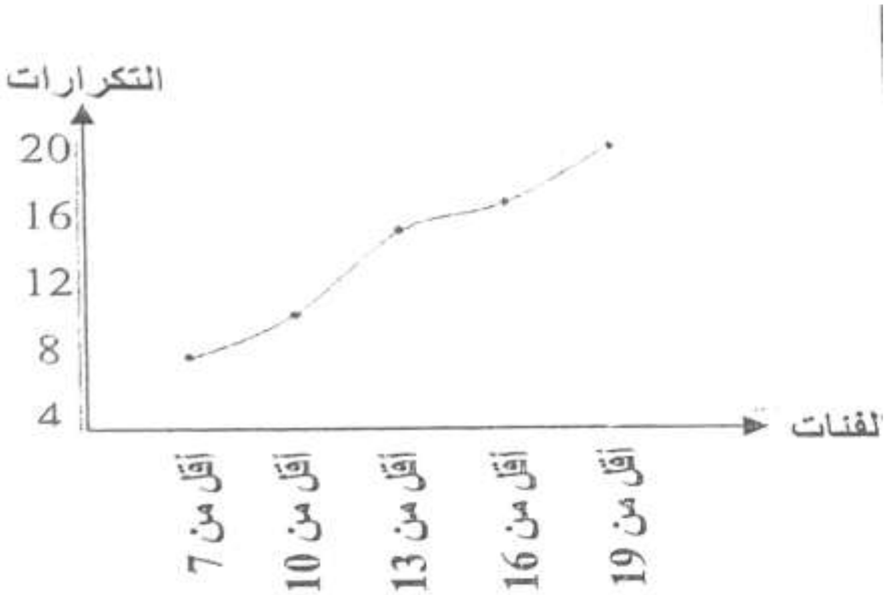


ح- المنحنى التكراري المتجمع الصاعد، والمنحنى التكراري المتجمع الهابط

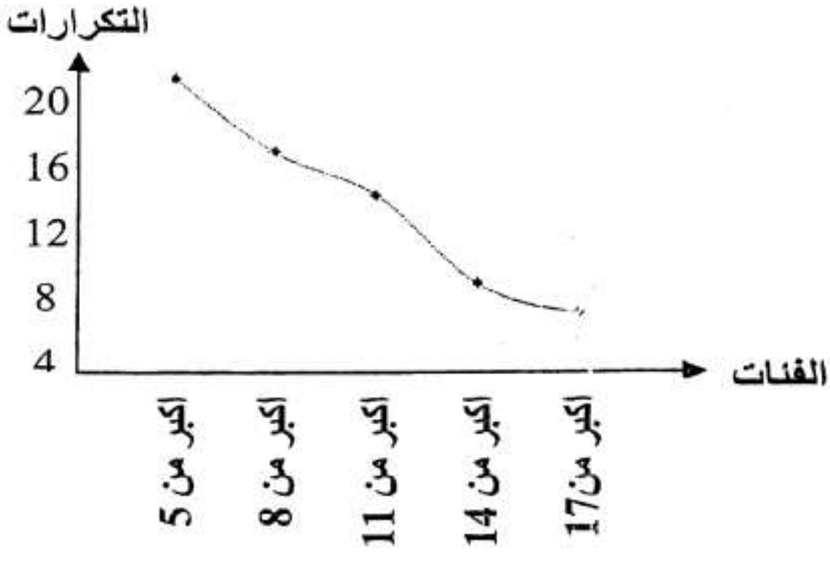
هذا المنحنى يمثل التكرار المتجمع الصاعد أو الهابط للفئات، فنضع الفئات على المحور السيني (الافقي) والتكرار المتجمع الصاعد أو الهابط على المحور الصادي (العمودي)، ومقابل كل فئة وتكرارها المتجمع الصاعد أو الهابط توضع نقطة، وعندما نوصل النقاط نحصل على المنحنى التكراري المتجمع الصاعد او الهابط، فإذا أردنا تمثيل جدول التوزيع التكراري السابق بمنحنى تكراري صاعد أو هابط فيمكننا ذلك، من خلال إيجاد التكرار المتجمع الصاعد أو الهابط (كما في الجدول أدناه)، ومن ثم يتم رسم المنحنى التكراري المتجمع الصاعد أو الهابط كما في الشكلين أدناه.

الفئات	التكرارات	الفئات للصاعد	التكرار المتجمع الصاعد	الفئات للهابط	التكرار المتجمع الهابط
5 – 7	5	أقل من أو يساوي 7	5	أكبر من أو يساوي 5	20
8 – 10	3	أقل من أو يساوي 10	8	أكبر من أو يساوي 8	15
11 – 13	6	أقل من أو يساوي 13	14	أكبر من أو يساوي 11	12
14 – 16	2	أقل من أو يساوي 16	16	أكبر من أو يساوي 14	6
17 – 19	4	أقل من أو يساوي 19	20	أكبر من أو يساوي 17	4

المنحنى التكراري المجتمع الصاعد



المنحنى التكراري المتجمع الهابط



أسئلة وتمارين

السؤال الأول: أجب بنعم أو لا.

أ- الحصاء الوصفي يهتم بطرق جمع البيانات وتمثيلها وعرضها (   ).

ب- مجتمع العينة يعني المجتمع الذي نختار منه العينة (   ).

ت- طريقة المسح الشامل تعني جمع البيانات من خلال اختيار جزء من المجتمع (   ).

ث- العينة المنتظمة هي عينة احتمالية (   ).

ج- العينة الفرضية هي عينة احتمالية (   ).

ح- المقابلة المباشرة هي إحدى المصادر المباشرة لجمع المعلومات (   ).

السؤال الثاني:

أراد باحث أخذ عينة طبقية مكونة من 60 فردا من مجتمع يتكون عدد أفراد طبقاته من (1200، 1800، 1000)، كيف يتم اختيار العينة الطبقية من هذا المجتمع بأسلوبين (التخصيص المتساوي، والتخصيص النسبي)؟

السؤال الثالث:

أراد باحث أخذ عينة منتظمة مكونة من عشرة أفراد من مجتمع غير معروف عدده، واختار لذلك عشرة مجموعات تتكون المجموعة من عشرين شخصا، اختار من المجموعة الأولى الرقم 7 كبداية لارقام أفراد العينة، ما هي أرقام أفراد العينة الأخرى؟

السؤال الرابع:

إذا كانت علامات 30 طالبا في الامتحان النهائي في مادة مبادئ الاقتصاد الجزئي كما يلي:

35, 19, 44, 30, 32, 27
43, 40, 18, 27, 43, 19
37, 27, 44, 26, 30, 23
16, 31, 38, 30, 24, 45
18, 24, 31, 42, 35, 43

أ- وزع علامات هؤلاء الطلبة توزيعا تكراريا مكون من خمس فئات تكرارية.

ب- أوجد عدد التكرارات لكل فئة.

ت- احسب الحدود الفعلية ومراكز الفئات الخمس.

ث- أوجد التكرار النسبي والتكرار المئوي للفئات الخمس.

ج- أرسم المدرج التكراري للفئات الخمس.

السؤال الخامس:

لدينا أربعة قطاعات اقتصادية، استثمر فيها رأس مال وفق البيانات الواردة في الجدول أدناه،مثل هذه البيانات تمثيلا دائريا بالرسم.

القطاع	رأس المال (مليون دينار)
الصناعة	250
الزراعة	200
التجارة	350
السياحة	400

السؤال السادس:

اختر الإجابة الصحيحة مما يلي:

1- يهتم الإحصاء الوصفي ب:

أ- تنظيم البيانات ب- تحليل البيانات ج- اختبار الفرضيات د- تفسير البيانات.

2- من الأساليب غير المباشرة لجمع البيانات:

أ- المنشورات الرسمية ب- الهاتف ج- الانترنت د- الاستبيان.

3- إذا كانت أكبر مشاهدة هي (192)، ومدى البيانات يساوي (135) فإن أصغر مشاهدة هي:

أ- 75 ب- 60 ج- 65 د- 57

4- إذا كان مدى البيانات يساوي 50، ونريد تكوين جدول تكراري لهذه البيانات يتضمن ست فئات تكرارية، فطول الفئة في هذا الجدول هو:

أ- 11 ب- 16 ج- 10 د- 9

5- تقدم 5000 طالب لامتحان الثانوية العامة في مدينة ما، نجح منهم 3000 طالب، عند تمثيل البيانات بطريقة الدائرة فإن زاوية القطاع للراسبين هي:

أ- 216 ب- 135 ج- 128 د- 144

الفصل الثاني: مقاييس النزعة المركزية

تمهيد:

مقاييس النزعة المركزية هي عبارة عن قيم تتمركز حولها باقي القيم، وتمثلها أحسن تمثيل، أو قيم تتوسط البيانات بحيث تكون البيانات التي على يسارها مساوية للبيانات التي على يمينها أفقيا، أو تكون البيانات في أعلاها مساوية للبيانات في أسفلها من ناحية عاموديه، أو تكون أكثرها القيم تكرارا .

من أهم مقاييس النزعة المركزية :

- **الوسط الحسابي**
- **الوسيط**
- **المنوال**

1.2. الوسط الحسابي

يعتبر الوسط الحسابي من أكثر مقاييس النزعة المركزية استخداما لسهولته ولفائدته في التحليل الإحصائي بشكل عام، ويمكن حسابه للقيم المفردة، و القيم المفردة المبوبة، وجداول التوزيع التكراري، هذا الوسط يمثل متوسط البيانات بحيث أن مجموع انحرافات القيم عنه يساوي صفر.

أولا . الوسط الحسابي للقيم المفردة

يتم الحصول على هذا المقياس من خلال جمع القيم، و قسمتها على عددها، و القانون المستخدم لهذا المستخدم الغرض هو :

$$\bar{x} = \frac{\sum xi}{n}$$

حيث (Xi؛: القيمة ، وn ; عدد القيم) .

<u>مثال 1</u> : احسب الوسط الحسابي للقيم التالية :

9 , 7 , 3 , 12 , 13 , 16

<u>الحل :</u>

$$\bar{x} = \frac{9+7+3+12+13+16}{6} = \frac{60}{6} = 10$$

ثانيا .الوسط الحسابي للقيم المفردة المبوبة

يتم الحصول على هذه المقياس بضرب القيمة في تكرارها، ثم يتم جمع المجاميع الجميع القيم وقسمتها على مجموع تكراراتها من خلال القانون :

$$\bar{x} = \frac{\sum (xi * fi)}{n}$$

*- حيث n عبارة عن مجموع التكرارات fi، (n= ∑ fi).

مثال 2: إذا كان لدينا قيما مفردة مبوبة كما في الجدول أدناه، أوجد الوسط الحسابي لهذه القيم ؟.

التكرار (fi)	القيمة
3	6
4	3
6	7
7	9
5	13

الحل :

$$\bar{x} = \frac{(6*3)+(3*4)+(7*6)+(9*7)+(13*5)}{25}$$

$$= \frac{18+12+42+63+65}{25} = \frac{200}{25} = 8$$

ويمكننا حساب الوسط الحسابي على نفس الجدول السابق كما هو أدناه.

Xi * fi	التكرار (fi)	القيمة
18	3	6
12	4	3
42	6	7
63	7	9
65	5	13
200	25	المجاميع

والوسط الحسابي نحصل عليه بعدها بقسمة $\sum(xi * fi)$=200) على مجموع التكرارات (25 = n) مباشرة(8= $\bar{x}$ =200/25)، فنحصل على الوسط الحسابي (8= $\bar{x}$).

ثالثا .الوسط الحسابي للتوزيع التكراري

تختلف طريقة حساب هذا المقياس عن طريقة حساب المقياسين السابقين حيث نحتاج إلى حساب مراكز الفئات أولا، ثم نتعامل مع مركز الفئة على أنها القيمة Xi، و القانون المستخدم هنا هو نفس قانون الوسط الحسابي للقيم المبوبة السابق ، حيث نضرب القيمة في تكرارها ،ثم يتم جمع المجاميع القيم، و قسمتها على مجموع تكراراتها من خلال القانون :

$$\bar{x} = \frac{\sum(xi * fi)}{n}$$

*- حيث n هي مجموع عن تكررت fi.

مثال3 : إذا كان لدينا جدول التوزيع التكراري أدناه، و الذي يمثل علامات الطلبة في احدى شعب مبادئ علم الاقتصاد، أوجد الوسط الحسابي لعلامات هؤلاء الطلبة ؟

التكرار (fi)	القيمة
8	5 - 7
6	8 -10
10	11 - 13
10	14 -16
6	17 -19

الحل :

نوجد مراكز الفئات أولا، ثم نضرب مركز الفئة في تكرارها، حسب القانون السابق، كما يلي:

$$\bar{x} = \frac{\sum(xi * fi)}{n}$$

$$= \frac{(6*8)+(9*6)+(12*10)+(15*10)+18*6}{40}$$

$$= \frac{48+54+120+150+108}{40} = \frac{480}{40}$$

=12

ويمكننا حساب الوسط الحسابي على نفس الجدول السابق كما هو أدناه.

القيمة	التكرار (fi)	مراكز الفئات	Xi * fi
5 – 7	8	6	48
8 -10	6	9	54
11 – 13	10	12	120
14 -16	10	15	150
17 -19	6	18	108
∑ fi= 40			∑ (Xi * fi) = 480

والوسط الحسابي نحصل عليه بعد إعداد الجدول و الحصول على المجموع النهائي بقسمة (∑ (Xi * fi) = 480) على مجموع التكرارات (n= 40) مباشرة ($\bar{x}$ =40/480 =12)، فنحصل على الوسط الحسابي ($\bar{x}$ =12).

الوسط الحسابي المرجع (الموزون)

الوسط الحسابي المرجح **(الموزون)** عبارة عن وسط حسابي يأخذ بعين الاعتبار الأهمية النسبية للبيانات في المجموعة ، فإذا افترضنا أن هناك مجموعتين تم حساب الوسط الحسابي للمجموعة الأولى و للمجموعة الثانية، فكان هناك اختلاف بين الوسطين للمجموعتين، ففي هذه الحالة يتم حساب وسط حسابي واحد للمجموعتين لمعرفة مدى الاختلاف بين هاتين المجموعتين، و ما ينطبق على المجموعتين ينطبق على أكثر من مجموعتين .

للحصول على هذا الوسط المرجح يتم ضرب الوسط الحسابي لكل مجموعة في عددها و نقسم المجموع الكلي على مجموع أعداد المجموعات جميعا، كما في القانون أدناه ،

$$\bar{x} = \frac{\sum (xi * fi)}{\sum ni}$$

<u>مثال 4 :</u> إذا كان لدينا شعبتين لطلبة في مبادئ الاحصاء، و كان الوسط الحسابي للشعبة الأولى (68) وعدد طلبتها (37) ، و الشعبة الثانية كان وسطها الحسابي يساوي (64) و عدد طلبتها (48) ، أوجد الوسط الحسابي **(الموزون)** لهاتين الشعبتين ؟ .

الحل :

$$\bar{x} = \frac{\sum (xi * fi)}{\sum ni}$$

$$= \frac{(68*37)+(64*48)}{37+48}$$

$$= \frac{2516+3072}{85}$$

$$= \frac{5588}{85}$$

$$= 65.74$$

خصائص الوسط الحسابي:

يمتاز الوسط الحسابي بعدة خصائص يجدر بالباحث أن يعلمها ، حيث تفيد في كثير من الاحيان و توفر عليه الجهد و الوقت ، من أهم هذه الخصائص :

أ- هذا المقياس سهل الحساب ، وأكثر مقاييس النزعة المركزية استعمالا .
ب- يدخل في حسابه جميع قيم المشاهدات دون استثناء لأي قيمة.

ج- مجموع انحرافات القيم عن وسطها الحسابي يساوي صفر .

مثال : إذا كان لدينا القيم (5 ، 6 ، 4) ، فالوسط الحسابي لهذه القيم هو :

$$\bar{x} = \frac{4+5+6}{3}$$
$$= \frac{15}{3}$$
$$= 5$$

انحرافات هذه القيم عن الوسط الحسابي يساوي :

$$((4-5) + (6-5) + (5-5)) = (-1+1+0) = 0$$

د- يتأثر الوسط الحسابي بالقيم المتطرفة، فإذا كان لدينا القيم (150، 100، 50)

فالوسط الحسابي لهذه القيم هو 300/3=100 ، فإذا أضفنا لهذه القيم أخرى لتصبح (500 ، 150، 100، 50) فالوسط الحسابي سيصبح الان 200 =800/4 ، هذا الفرق حصل بسبب القيمة المتطرفة (500) .

هـ - إذا أجريت أية عملية حسابية على القيم (جمع أو إضافة أو طرح أو ضرب) فيجب أن تجرى على الوسط الحسابي أيضا .

مثال : لدينا القيم (8، 6 ، 4، 2) وسطها الحسابي يساوي 5= 20/4 ، إذا أضفنا رقم 2 لكل قيمة ستصبح (10 ، 8 ، 6 ، 4) هذه القيم وسطها الحسابي 7=28/4 ، أي الوسط الحسابي السابق 7= 2+5 ، و هكذا لأية عملية حسابية أخرى .

2.2. الوسيط

يعد الوسيط من المقاييس الاحصائية الهامة ، حيث يستخدم هذا المقياس لإيجاد القيمة التي يقع ترتيبها في وسط البيانات بغض النظر عن مقدار هذه القيمة ، وبحيث يكون عدد القيم التي هي أقل منها مساوية لعدد القيم التي هي أعلى منها .

ويمكن إيجاد هذا المقياس (الوسيط) للقيم المفردة ، و القيم المبوبة ، و التوزيع التكراري .

أولا .الوسيط للقيم المفردة

يمكننا الحصول على الوسيط للقيم المفردة باتباع الخطوات التالية :

- يتم أولا ترتيب القيم تصاعديا.
- يتم إعطاء رتبة تصاعدية لكل قيمة تبدأ من الرتبة واحد.
- نحصل على رتبة الوسيط من خلال المعادلة :

$$M=(n+1)/2$$

- القيمة المقابلة لهذه الرتبة تكون قيمة الوسيط .
- إذا كانت رتبة الوسيط بين رتبتين نجمع القيمتين المقابلتين لهاتين الرتبتين و نقسمها على (2) فتكون النتيجة هي قيمة الوسيط .

<u>مثال 5 :</u>

إذا كان لدينا القيم المفردة التالية :

21،19،7،6،8،9،14،17،12

أوجد قيمة الوسيط لهذه القيم ؟ .

الحل :

- نرتب القيم تصاعديا فتصبح :

6 ، 7 ، 8 ، 9 ، 14 ، 12 ، 14 ، 17 ، 19 ، 21

- نعطي رتبة لكل قيمة من هذه القيم :

القيمة	6	7	8	9	12	14	17	19	21
الرتبة	1	2	3	4	5	6	7	8	9

ج- نحصل على رتبة الوسيط من خلال المعادلة $M = \frac{n+1}{2}$ و كما يلي :

$$M = \frac{9+1}{2} = \frac{10}{2} = 5$$

القيمة المقابلة للرتبة 5 هي القيمة 12، وهي قيم الوسيط .

مثال 6 :

إذا كان لدينا القيم المفردة التالية :

12 ، 17 ، 14 ، 25 ، 8 ، 16 ، 7 ، 19 ، 21 ، 23

فما قيمة الوسيط لهذه القيم ؟

الحل :

أ- نرتب القيم تصاعديا فتصبح :

7 ، 8 ، 12 ، 14 ، 16 ، 17 ، 19 ، 21 ، 23 ، 25

ب - نعطي رتبة لكل قيمة من هذه القيم :

القيمة	7	8	12	14	16	17	19	21	23	25
الرتبة	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10

ج- نحصل على رتبة الوسيط من خلال المعادلة $M = \frac{n+1}{2}$ و كما يلي :

$$M = \frac{10+1}{2}$$

$$= \frac{11}{2}$$

$$= 5.5$$

الرتبة 5.5 واقعة بين رتبتين (5&6) ، فنجمع القيمتين المقابلتين للرتبتين و هما (16+17) ونقسمهما على 2 كما يلي :

$$M = \frac{16+17}{2}$$

$$= \frac{33}{2}$$

$$= 16.5$$

فتكون قيمة الوسيط تساوي 16.5 .

ثانيا . الوسيط للقيم المفردة المبوبة

لحصول على الوسيط للقيم المفردة المبوبة نتبع الخطوات التالية :

- نقوم بإيجاد التكرار المتجمع الصاعد للقيم المفردة .
- نحصل على رتبة الوسيط من خلال المعادلة :

$$M = \frac{n+1}{2}$$

- القيمة المقابلة لهذه الرتبة تكون قيمة الوسيط، و عادة ما تكون هذه القيمة في احدى التكرارات المجتمعة الصاعدة .
- إذا كانت رتبة الوسيط واقعة بين التكرارين من التكرارات المتجمعة الصاعدة نقوم بجمع القيمتين المقابلتين للتكرارين المتجمعين الصاعدين ، و نقسمها على 2 فتكون النتيجة هي قيمة الوسيط .

مثال 7:

أوجد قيمة الوسيط للقيم المفردة المبوبة في الجدول أدناه .

القيمة	التكرار (fi)
8	2
11	4
13	3
19	4
23	6

الحل :

- نوجد التكرار المتجمع الصاعد لهذه القيم ، كما في الجدول أدناه .

القيمة	التكرار (fi)	التكرار المتجمع الصاعد
8	2	2
11	4	6
13	3	9
19	4	13
23	6	19

- نحصل على رتبة الوسيط من المعادلة $M = \frac{n+1}{2}$ و كما يلي :

$$M = \frac{19+1}{2} = \frac{20}{2} = 10$$

- القيمة المقابلة للرتبة (10) موجودة في تكرار المتجمع الصاعد (13) فتكون قيمة الوسيط
هي القيمة المقابلة لهذا التكرار و هي القيمة (19) .

مثال 8 :

أوجد قيمة الوسيط للقيم المفردة المبوبة في الجدول أدناه :

القيمة	التكرار (fi)	التكرار المتجمع الصاعد
8	2	2
11	4	6
13	4	10
19	4	14
23	6	20

- نوجد التكرار المتجمع الصاعد لهذه القيم ، كما في الجدول أدناه .
- نحصل على رتبة الوسيط من المعادلة كما يلي :

$$M = \frac{20+1}{2}$$

$$= \frac{21}{2}$$

$$= 10.5$$

- القيمة المقابلة للرتبة (10.5) موجودة بين تكرار المتجمع الصاعد (10) و التكرار المتجمع الصاعد (14) فتكون قيمة الوسيط هي مجموع القيمتين المقابلتين للتكرارين المتجمعين الصاعدين مقسومة على 2، و كما يلي :

$$M = \frac{13+19}{2}$$

$$= \frac{32}{2}$$
$$= 16$$

فتكون قيمة الوسيط تساوي 16.5 .

ملاحظة : إذا كانت رتبة الوسيط موجودة بين رتبتين في تكرار متجمع صاعد فتكون قيمة الوسيط هي نفس القيمة المقابلة لذلك التكرار .

مثال 9 :

- أوجد قيمة الوسيط للقيم المفردة المبوبة في الجدول أدناه :

القيمة	التكرار (fi)	التكرار المتجمع الصاعد
9	2	3
12	5	8
14	4	12
17	2	14
21	4	18

- نوجد التكرار المتجمع الصاعد لهذه القيم ، كما في الجدول أدناه .
- نحصل على رتبة الوسيط من المعادلة كما يلي :

$$M = \frac{18+1}{2}$$
$$= \frac{19}{2}$$
$$= 9.5$$

الرتبة (9.5) موجودة في التكرار المتجمع الصاعد (12) فتكون قيمة الوسيط هي القيمة المقابلة لذاك التكرار و هي (14) ، و ذلك لأننا إذا جمعنا القيمتين للرتبة 9 و الرتبة 10 و الواقعتان في التكرار المتجمع الصاعد (12) و قسمناها على 2 فستكون القيمة 14 هي قيمة الوسيط و هي نفس القيمة للرتب من (9-12) .

ثالثا. الوسيط للتوزيع التكراري

يتم إيجاد الوسيط للتوزيع التكراري باتباع الخطوات التالية :

- نوجد الحدود الفعلية للفئات التكرارية .
- نوجد التكرار المتجمع الصاعد للفئات التكرارية .
- نوجد رتبة الوسيط من خلال القانون M= n/2 .
- نوجد قيمة الوسيط من خلال القانون التالي :

$$M = a + \left[\frac{\frac{n}{2} - n_1}{fm} \right] * c$$

حيث :

a ; الحد الأدنى الفعلي للفئة التي تكرارها المتجمع الصاعد أعلى من رتبة الوسيط.

(n/2) ; رتبة الوسيط.

n1 ; التكرار المتجمع الصاعد للفئة التي تكرارها المتجمع الصاعد أقل من رتبة الوسيط.

n2 ; التكرار المتجمع الصاعد للفئة التي تكرارها المتجمع الصاعد أكبر من رتبة الوسيط.

fm ; n1 مطروحة من n2 ، (fm = n2 - n1).

c ; طول الفئة ، وهو الفرق بين الحد الأعلى الفعلي و الحد الأدنى الفعلي لفئات التوزيع التكراري.

<u>مثال10:</u> إذا كان لدينا جدول التوزيع التكراري أذناه أوجد قيمة الوسيط لهذا التوزيع التكراري ؟ .

التكرار (fi)	القيمة
4	11-14
7	15-18
3	19-22
6	23-26
5	27-30

الحل :

- نوجد الحدود الفعلية للفئات و التكرار المتجمع الصاعد كما في الجدول أدناه .

التكرار المتجمع الصاعد	الحدود الفعلية	التكرار (fi)	القيمة
4	10.5-14.5	4	11-14
11	14.5-18.5	7	15-18
14	18.5-22.5	3	19-22
20	22.5-26.5	6	23-26
25	26.5-30.5	5	27-30

- نوجد رتبة الوسيط بقسمة عدد التكرارات على 2 ، فتكون رتبة الوسيط تساوي :

$$M = \frac{n}{2}$$
$$= \frac{25}{2}$$
$$= 12.5$$

رتبة الوسيط تقع بين التكرار المتجمع الصاعد للفئة الثانية و الفئة الثالثة ، فيكون التكرار المتجمع الصاعد للفئة الثالثة هو n2 ، و التكرار المتجمع الصاعد للفئة ثانية هو n1 ، ثم نوجد قيمة الوسيط كما يلي :

$$M = a + \left[\frac{\frac{n}{2} - n_1}{fm}\right] * c$$
$$= 18.5 + \left[\frac{12.5 - 11}{14 - 11}\right] * 4$$

$$= 18.5 + \left[\frac{1.5}{3}\right] * 4$$
$$= 18.5 + (0.5 * 4)$$
$$= 18.5 + 2$$
$$= 20.5$$

خصائص الوسيط :

أ- يتأثر الوسيط بعدد القيم و المشاهدات ، فتختلف

ب- لا يتأثر الوسيط بالقيم المتطرفة ، لأنه يعتمد رتبة القيم و موقعها و ليس القيمة نفسها أو متوسط القيم .

ج- يمكن إيجاد بيانيا ، وهو عبارة عن نقطة التقاطع بين المنحنى التكراري المتجمع الصاعد مع المنحنى التكراري المتجمع الهابط .

د- يمكن إيجاده من الجداول المفتوحة .

وهناك ثلاثة مقاييس للنزعة المركزية تتفرع من الوسيط، وهي (الربيعات والعشيرات والمئينات) حيث أن الوسيط يقسم القيم إلى قسمين متساويين

1- الربيعات هي المقاييس التي تقسم البيانات إلى أربعة أقسام متساوية ، و يرمز لها بالرمز (Q) .
2- العشيرات هي المقاييس التي تقسم البيانات إلى عشرة أقسام متساوية و يرمز لها بالرمز (D).
3- المئينات هي المقاييس التي تقسم البيانات إلى مائة قسم متساوي و يرمز لها بالرمز (P).

ونستطيع أن نحصل على هذه المقاييس للقيم المفردة ، وللقيم المفرد المبوبة ، و للتوزيع التكراري أيضا .

1.2.2. الربيعات

الربيعات هي المقاييس التي تقسم البيانات إلى أربعة أقسام متساوية ، ويرمز لها بالرمز (Q).
ونستطيع أن نحصل على الربيعات للقيم المفردة، وللقيم المفرد المبوبة، وللتوزيع التكراري

أولا. الربيعات للقيم المفردة

- نحصل على الربيع للقيم المفردة من خلال المعادلة :

$$Q_k = \frac{k}{4} * (n+1)$$

حيث k ; الربيع (الأول أو الثاني أو الثالث) .

- القيمة المقابلة للرتبة التي نحصل غليها للربيع هي قيمة الربيع ، و إذا وقعت رتبة الربيع بين رتبتين نقسم القيمتين لهما على 2 فتكون هذه القيمة هي القيمة الربيع .

<u>مثال11 :</u>

إذا كانت لدينا القيم التالية :

5 ، 7 ، 8 ، 11 ، 14 ، 17 ، 18 ، 20 ، 24 ، 26 ، 29

أوجد قيمة الربيع الثالث لهذه القيم ؟ .

<u>الحل :</u>

- بعد ترتيب القيم تصاعديا (وهي مرتبة في المثال) نعطي رتبا تصاعدية للقيم تبدأ من 1 .

29	26	24	20	18	17	14	11	8	7	5	القيمة
11	10	9	8	7	6	5	4	3	2	1	الرتبة

- نوجد أولا رتبة الربيع (Q3) من خلال المعادلة :

$$Q_k = \frac{k}{4} * (n+1)$$

$$Q_3 = \frac{3}{4} * (11+1)$$

$$= \frac{3}{4} * 12$$

$$= 9$$

القيمة المقابلة للرتبة 9 هي 24 و هي قيمة الربيع الثالث، و نستطيع الحصول على قيمة الربيع الأول (Q1) و الثاني (Q2) بنفس الطريقة.

ثانيا .الربيعات للقيم المفردة المبوبة

- نحصل على الربيع للقيم المفردة المبوبة من خلال المعادلة :

$$Q_k = \frac{k}{4} * (n+1)$$

حيث k ، الربيع (الأول أو الثاني أو الثالث) .

وهي نفس الطريقة التي نحصل من خلالها على الربيعات للقيم المفردة .

- القيم المقابلة للرتبة التي نحصل عليها هي قيمة الربيع ، و إذا وقعت رتبة الربيع بين رتبتين نقسم القيمتين المقابلتين لهما على 2 فتكون هذه قيمة الربيع .
- إذا وقعت رتبة الربيع في التكرار المتجمع الصاعد للتكرار المقابل لأي قيمة تكون قيمة الربيع هي القيمة المقابلة لذلك التكرار المتجمع الصاعد .

<u>مثال12 :</u>

إذا كانت لدينا القيم المبوبة التالية :

القيمة	التكرار (fi)
12	9
16	8
19	9
22	7
27	6

أوجد قيمة الربيع الأول لهذه القيم ؟ .

الحل :

نوجد أولا التكرار المتجمع الصاعد للجدول أعلاه .

القيمة	التكرار (fi)	التكرار المتجمع الصاعد
12	9	9
16	8	17
19	9	26
22	7	33
27	6	39

نوجد رتبة الربيع الأول من خلال المعادلة :

$$Q_k = \left(\frac{k}{4}\right) * (n+1)$$

$$Q_k = \left(\frac{1}{4}\right) * (39+1)$$

$$= \left(\frac{1}{4}\right) * 40$$

$$= 10.5$$

- القيمة المقابلة للرتبة 10، و الواقعة في التكرار المتجمع الصاعد 17 هي قيمة الربيع الأول، وهي القيمة 16، و نستطيع الحصول على قيمة الربيع الثاني و الثالث بنفس الطريقة.

ثالثا .الربيعات للتوزيع التكراري

يتم إيجاد الربيعات للتوزيع التكراري باتباع الخطوات التالية :

نوجد الحدود الفعلية للفئات .
نوجد التكرار المتجمع الصاعد للفئات .
نوجد رتبة الربيع من خلال القانون $Q_k = \frac{k}{4} * n$
نوجد قيمة الربيع من خلال القانون التالي :

$$Q_k = a + \left[\frac{\left(\frac{k}{4} * n\right) - n_1}{fm}\right] * c$$

حيث :

a ; الحد الأدنى الفعلي للفئة التي تكرارها المتجمع الصاعد أعلى من رتبة الربيع.

((k/4) *n) ; رتبة الربيع.

N1 ; التكرار المتجمع الصاعد للفئة أقل من رتبة الربيع.

n2 ; التكرار المتجمع الصاعد للفئة الأكبر من رتبة الربيع.

Fm ; n1 مطروحة من n2 ، (fm = n2 – n1) .

c ; طول الفئة، وهو الفرق بين الحد الأعلى الفعلي والحد الأدنى الفعلي لأي فئة من فئات التوزيع التكراري.

مثال13 :

إذا كان لدينا جدول التوزيع التكراري أدناه، أوجد قيمة الربيع الثاني لهذا التوزيع التكراري ؟

الفئات	التكرار (fi)
11-14	5
15-18	6
19-22	3
23-26	4
27-30	2

الحل :

نوجد الحدود الفعلية للفئات ، والتكرار المتجمع الصاعد ، كما في الجدول أدناه .

الفئات	التكرار (fi)	الحدود الفعلية	التكرار المتجمع الصاعد
11-14	5	10.5-14.5	4
15-18	6	14.5-18.5	11
19-22	3	18.5-22.5	14
23-26	4	22.5-26.5	18
27-30	2	26.5-30.5	25

- نوجد رتبة الربيع الثاني من خلال المعادلة :

$$Q_k = \left(\frac{k}{4}\right) * n$$

$$Q_k = \left(\frac{2}{4}\right) * 20$$

$$= 10$$

رتبة الربيع الثاني تقع بين التكرار المتجمع الصاعد للفئة الثاني(n2) و التكرار المتجمع الصاعد للفئة الأولى (n1) ، فنعتمد الفئة الأعلى (الثانية) لإيجاد قيمة الربيع من خلال المعادلة التالية :

$$Q_K = a + \left[\frac{\left(\frac{k}{4} * n\right) - n_1}{fm} * c\right]$$

$$Q_k = a + \frac{(\frac{k}{4} * n) - n_1}{fm} * c$$

$$= 14.5 + \left[\frac{10-5}{11-5}\right] * 4$$

$$= 14.5 + \left[\frac{5}{6}\right] * 4$$

$$= 14.5 + \left(\frac{5*4}{6}\right)$$

$$= 14.5 + \frac{20}{6}$$

$$= 14.5 + 3.33$$

$$= 17.83$$

2.2.2. العشيرات

العشيرات هي المقاييس التي تقسم البيانات إلى عشرة أقسام متساوية ، ويرمز لها بالرمز (D). ونستطيع أن نحصل على العشيرات للقيم المفردة، وللقيم المفردة المبوبة، وللتوزيع التكراري .

أولا .العشيرات للقيم المفردة

نحصل على العشير للقيم المفردة من خلال المعادلة :

$$D_k = \left(\frac{K}{10}\right) * (n+1)$$

حيث k = (9 - 1).
أو المعادلة :

$$D_k = \left(\frac{K}{100}\right) * (n+1)$$

حيث k = (90، 80 ، 70 ، 60 ، 50 ، 40 ، 30 ، 20 ، 10) .

- القيم المقابلة للرتبة التي نحصل عليها هي قيمة العشير ، وإذا وقعت رتبة العشير بين رتبتين نقسم القيمتين المقابلتين لهما على 2 فتكون هذه قيمة العشير المطلوب .

مثال14 :

إذا كانت لدينا القيم التالية :

6 ، 8 ، 11 ، 13 ، 14 ، 19 ، 21 ، 23 ، 27 ، 31 ، 32 ، 33 ، 36 ، 38

ـ أوجد قيمة العشير السابع لهذه القيم ؟ .

$$D_k = \left(\frac{K}{10}\right) * (n+1)$$
$$D_k = \left(\frac{7}{10}\right) * (14+1)$$
$$= \left(\frac{7}{10}\right) * 15$$
$$= 10.5$$

الرتبة 10.5 تقع بين الرتبتين 10 و 11 ، القيمة المقابلة للرتبة 10 هي 31 ، و القيمة المقابلة للرتبة 11 هي 32 فنجمع القيمتين و نقسمهما على 2 فنحصل على القيمة 31.5 ، وهذه هي قيمة العشير السابع ، و نستطيع الحصول على قيمة العشيرات الأخرى بنفس الطريقة .

ثانيا . العشيرات للقيم المفردة المبوبة

نحصل على العشير للقيم المفردة المبوبة من خلال المعادلة :

$$D_k = \left(\frac{K}{10}\right) * (n+1)$$

حيث k = (9 - 1).

أو المعادلة :

$$D_k = \left(\frac{K}{100}\right) * (n+1)$$

حيث k = (90 ، 80 ، 70 ، 60 ، 50 ، 40 ، 30 ، 20 ، 10) .

وهي نفس الطريقة التي نوجد فيها قيمة العشيرات للقيم المفردة .

القيمة المقابلة للرتبة التي نحصل عليها هي قيمة العشير ، و إذا وقعت رتبة العشير بين رتبتين نقسم القيمتين المقابلتين لهما على 2 فتكون هذه قيمة العشير .

إذا وقعت رتبة العشير في التكرار المتجمع الصاعد المقابل لأي قيمة تكون قيمة العشير هي القيمة المقابلة لذلك التكرار المتجمع الصاعد .

مثال15 :

إذا كان لدينا القيم المبوبة التالية :

القيمة	التكرار (fi)
9	6
11	3
16	5
19	4
22	1

أوجد قيمة العشير الرابع لهذه القيم ؟ .

الحل :

نوجد أولا التكرار المتجمع الصاعد للجدول أعلاه .

القيمة	التكرار (fi)	التكرار المتجمع الصاعد
9	6	6
11	3	9
16	5	14
19	4	18
22	1	19

ا. رتبة العشير الرابع من خلال المعادلة :

$$D_k = \left(\frac{K}{10}\right) * (n+1)$$

$$D_4 = \frac{4}{10} * (19+1)$$

$$D_k = \left(\frac{K}{10}\right) * 20$$

$$= 8$$

القيمة المقابلة للرتبة 8 تقع في التكرار المتجمع الصاعد 9 فقيمة العشير الرابع هي 11، ونستطيع الحصول على باقي العشيرات بنفس الطريقة .

ثالثا .العشيرات للتوزيع التكراري

يتم إيجاد العشيرات لجداول التوزيع التكراري باتباع الخطوات التالية :

- نوجد الحدود الفعلية للفئات .
- نوجد التكرار المتجمع الصاعد للفئات .
- نوجد رتبة العشير من خلال القانون $Dk = \frac{k}{10} * n$
- نوجد قيمة العشير من خلال القانون التالي :

$$D_k = a + \left[\frac{(\frac{k}{10} * n) - n_1}{fm} \right] * c$$

حيث :

a ; الحد الأدنى الفعلي للفئة التي تكرارها المتجمع الصاعد أعلى من رتبة الربيع. ((k/10) *n) ; رتبة الربيع.

n1 ; التكرار المتجمع الصاعد للفئة التي تكرارها المتجمع الصاعد أقل من رتبة الربيع.

n2 ; التكرار المتجمع الصاعد للفئة التي تكرارها المتجمع الصاعد الأكبر من رتبة الربيع.

fm ; n1 الفرق بين n2 و n1 (fm = n2 – n1).

C ; طول الفئة ، وهو الفرق بين الحد الأعلى الفعلي و الحد الأدنى الفعلي لأي فئة من فئات التوزيع التكراري.

<u>مثال16 :</u>

- إذا كان لدينا جدول التوزيع التكراري أدناه ، أوجد قيمة العشير السابع لهذا التوزيع التكراري ؟

الفئات	التكرار (fi)
5-7	5
8-10	6
11-13	3
14-16	4
17-19	2

الحل :

- نوجد الحدود الفعلية للفئات و التكرار المجتمع الصاعد كما في الجدول أدناه .

الفئات	التكرار (fi)	الحدود الفعلية	التكرار المتجمع الصاعد
5-7	5	4.5-7.5	4
8-10	6	7.5-10.5	9
11-13	3	10.5-13.5	15
14-16	4	13.5-16.5	18
17-19	2	16.5-19.5	20

- نوجد رتبة العشير السابع من خلال المعادلة :

$$D_k = \frac{k}{10} * n$$

$$D_7 = \frac{7}{10} * 20$$

$$= \frac{140}{10}$$

$$= 14$$

- رتبة العشير السابع تقع بين التكرار المتجمع الصاعد للفئة الثالثة و الثانية ، فنعتمد الفئة الأعلى (الثالثة) لإيجاد قيمة العشير السابع من خلال المعادلة التالية :

$$D_k = a + \left[\frac{(\frac{k}{10} * n) - n_1}{fm} \right] * c$$

$$D_7 = 10.5 + \left[\frac{14 - 9}{15 - 9} \right] * 3$$

$$= 10.5 + \left[\frac{5}{6} \right] * 3$$

$$= 10.5 + \left(\frac{5 * 3}{6} \right)$$

$$= 10.5 + \frac{15}{6}$$

$$= 10.5 + 2.5$$

$$= 13$$

3.2.2. المئيات

المئيات هي المقاييس التي تقسم البيانات إلى مائة قسم متساوي ، و يرمز لها بالرمز (P) .

و نستطيع أن نحصل على المئينات للقيم المفردة ، و القيم المبوبة ، و جداول التوزيع التكراري .

أولا . المئيات للقيم المفردة

نحصل على المئينات للقيم المفرد من خلال المعادلة :

$$P_k = \left(\frac{k}{100}\right) * (n+1)$$

حيث k من (99 - 1).

- القيمة المقابلة للرتبة التي نحصل عليها هي قيمة المئين ، و إذا وقعت رتبة المئين بين رتبتين نقسم القسمتين المقابلتين لهما على 2 فتكون هذه هي قيمة المئين المطلوب .
ولا بد من الإشارة هنا بأن إيجاد رتبة المئين للقيم المفردة قليلة العدد لا يوجد له أي فائدة علمية أو دلالة إحصائية لوقوع عدة مئينات بين كل رتبتين .

ثانيا . المئيات للقيم المفردة المبوبة

نحصل على المئين للقيم المفردة المبوبة من خلال المعادلة :

$$P_k = \left(\frac{k}{100}\right) * (n+1)$$

- القيمة المقابلة للرتبة التي نحصل عليها هي قيمة المئين ، و إذا وقعت رتبة المئين بين رتبتين نقسم القسمتين المقابلتين لهما على 2 فتكون هذه هي قيمة المئين المطلوب .

إذا وقعت رتبة المئين في التكرار المتجمع الصاعد لأي قيمة تكون قيمة المئين عي القيمة المقابلة لذلك التكرار المتجمع الصاعد .

مثال17 :

إذا كانت لدينا القيم المبوبة التالية :

القيمة	التكرار (fi)
5	13
6	14
9	17
11	15
13	20

أوجد قيمة المئين الرابع والثلاثون لهذه القيم ؟

الحل :

نوجد أولا التكرار المتجمع الصاعد للجدول أعلاه .

القيمة	التكرار (fi)	التكرار المتجمع الصاعد
5	13	13
6	14	27
9	17	44
11	15	59
13	20	79

نوجد قيمة المئين الرابع والثلاثون من خلال المعادلة :

$$P_k = \left(\frac{k}{100}\right) * (n+1)$$

$$P_{34} = \left(\frac{34}{100}\right) * (79+1)$$

$$= \left(\frac{34}{100}\right) * 80$$

$$= 27.2$$

القيمة المقابلة لرتبة المئين الرابع و الثلاثون تقع بين التكرار المتجمع الصاعد (27 و 44) فقيمة المئين الرابع و الثلاثون هي (9+6)/2=15/2=7.5) .

- نستطيع الحصول على باقي المئينات بنفس الطريقة .

ثالثا . مئيات لجدول التوزيع التكراري

يتم إيجاد المئينات للتوزيع التكراري باتباع الخطوات التالية :

نوجد الحدود الفعلية للفئات .
نوجد التكرار المتجمع الصاعد للفئات .

- نوجد رتبة الربيع من خلال القانون $P_k = \frac{k}{100} * n$
- نوجد رتبة الربيع من خلال القانون التالي :

$$P_k = a + \left[\frac{(\frac{k}{100} * n) - n_1}{fm} \right] * c$$

a ; الحد الأدنى الفعلي للفئة التي تكرارها المتجمع الصاعد أعلى من رتبة المئين.
((k/100) *n) ; رتبة المئين.

n1 ; التكرار المتجمع الصاعد للفئة التي تكرارها المتجمع الصاعد أقل من رتبة المئين.

n2 ; التكرار المتجمع الصاعد للفئة التي تكرارها المتجمع الصاعد الأكبر من رتبة المئين.

fm ; n1 الفرق بين n2 و n1 (fm = n2 – n1) .

c ; طول الفئة ، وهو الفرق بين الحد الأعلى الفعلي و الحد الأدنى الفعلي لأي فئة من فئات التوزيع التكراري.

<u>مثال 18 :</u>

- إذا كان لدينا جدول التوزيع التكراري أدناه ، أوجد قيمة المئين الخامس و الثمانون لهذا التوزيع التكراري ؟ .

الفئات	التكرار (fi)
10-14	9
15-19	13
20-24	15
25-29	12
30-34	11

الحل :

- نوجد الحدود الفعلية للفئات، و التكرار المجتمع الصاعد كما في الجدول أدناه .

الفئات	التكرار (fi)	الحدود الفعلية	التكرار المتجمع الصاعد
10-14	9	9.5-14.5	9
15-19	13	14.5-19.5	22
20-24	15	19.5-24.5	37
25-29	12	24.5-29.5	49
30-34	11	29.5-34.5	60

- نوجد رتبة المئين الخامس و الثمانون من خلال المعادلة :

$$P_k = \frac{k}{100} * n$$

$$Q_k = \frac{85}{100} * 60$$

$$= \frac{5100}{100}$$

$$= 51$$

رتبة المئين الخامس و الثمانون تقع بين التكرار المتجمع الصاعد للفئة الخامس و الرابعة ، فنعتمد الفئة الأعلى (الخامسة) لإيجاد قيمة المئين الخامس و الثمانون من خلال المعادلة التالية :

$$P_k = a + \left[\frac{(\frac{k}{100} * n) - n_1}{fm} \right] * c$$

$$P_k = 29.5 + \left[\frac{51 - 49}{60 - 49} \right] * 5$$

$$= 29.5 + \frac{2}{11} * 5$$

$$= 29.5 + \left(\frac{10}{11} \right)$$

$$= 29.5 + 0.9$$

$$= 30.4$$

3.2. المنوال

يعد المنوال (Mode) من مقاييس النزعة المركزية الأساسية ، و يمكن إيجاده بسهولة حيث تعتبر القيمة الأكثر تكرارا من بين القيم هي المنوال ، و لا يعتمد للبيانات سوى منوالين فقط ، سواء كانت قيم مفردة أو قيم مفردة مبوبة أو توزيع تكراري ، فإذا تساوي التكرار

لقيمتين فتعتبران منوالين ، لكن إذا تساوت التكرارات لأكثر من قيمتين أو فئتين فلا يكون هناك منوال .

أولا .المنوال للقيم المفردة و المبوبة

المنوال للقيم المفردة أو المبوبة هي القيمة الأكثر تكرارا ، بغض النظر عن تكرارات القيم الأخرى ، أما إذا تساوت تكرارات هذه القيم أو تساوت 3 قيم فأكثر فلا يكون هناك منوال .

<u>مثال 19 :</u>أوجد المنوال للقيم المفردة التالية :

5 ، 7 ، 8 ، 11 ، 14 ، 8 ، 13 ، 6

الحل :

المنوال هو قيمة (8) لأنها تكررت مرتين .

<u>مثال 20 :</u>أوجد المنوال للقيم المفردة التالية :

7 ، 9 ، 11 ، 15 ، 17 ، 9 ، 13 ، 16 ، 7

الحل :

القيمتان (7 ، 9) هما المنوال لأنهما تكررتا مرتين ، و باقي القيم تكررت مرة واحدة .

<u>مثال 21 :</u> أوجد المنوال للقيم المفردة التالية :

6 ، 5 ، 9 ، 13 ، 17 ، 19 ، 5 ، 4 ، 11 ، 6 ، 5

الحل :

المنوال هو قيمة (5) لأنها تكررت 3 مرات ، و باقي القيم تكررت إما مرتين أو مرة واحدة .

<u>مثال 22 :</u> أوجد المنوال للقيم المفردة التالية :

8 ، 11 ، 7 ، 11 ، 5 ، 7 ، 8 ، 5

الحل :

لا يوجد منوال لهذه القيم لأنها تكررت بنفس العدد .

ثانيا .المنوال للتوزيع التكراري

لإيجاد المنوال للتوزيع التكراري نقوم أولا بتحديد الفئة بتحديد الفئة التكرارية ، و الفئة التكرارية هي الفئة التي تكراراتها ، و المنوال هو مركز الفئة التكرارية.

<u>مثال 23 :</u>

أوجد المنوال للتوزيع التكراري أدناه .

الفئات	التكرار (fi)
5-7	3
8-10	5
11-13	4
14-16	7
17-19	5

الحل :

الفئة المنوالية هي الفئة (16–14) لأنها الأكثر تكرارا، والمنوال هو مركز الفئة (15 =14+16)/2)) .

في الحالات التي تكون فيها التكرارات كبيرة الحجم فإن اعتماد مركز الفئة بأنه المنوال ليس دقيقا ، و لأيجاد المنوال بدقة يتم استخدام كريقة أخرى لتحديد المنوال ، و هي طريقة الفروق لبيرسون ، وهذه الطريقة تكون باستخدام القانون التالي :

$$Mode = a + \left[\frac{d_1}{d_1 - d_2}\right] * c$$

حيث a : الحد الأدنى الفعلي للفئة المنوالية .
d1 : الفرق بين التكرارات الفئة المنوالية و الفئة التي قبلها
d1 : الفرق بين التكرارات الفئة المنوالية و الفئة التي بعدها
c : طول الفئة .

مثال24 :

أوجد المنوال بطريقة الفروق لبيرسون للتوزيع التكراري السابق ؟

الحل :

$$Mode = a + \left[\frac{d_1}{d_1 - d_2}\right] * c$$

$$= 13.5 + \left[\frac{7-4}{(7-4)+(7-5)}\right] * 3$$

$$= 13.5 + \left[\frac{3}{3+2}\right] * 3$$

$$= 13.5 + \frac{3*3}{5}$$

$$= 13.5 + \frac{9}{5}$$

$$= 13.5 + 1.8$$

$$= 15.3$$

خصائص المنوال

أ- يمكن إيجاد بسهولة .
ب- لا يتأثر بالقيم المتطرفة ، لأنه يستخدم تكرارات القيم أو الفئات .
ت- يمكن إيجاد بيانيا.
ث- يمكن إيجاد من الجداول المفتوحة .

4.2. العلاقة الخطية بين مقاييس النزعة المركزية الثلاثة:

في التوزيعات المتماثلة والتي لها منوال واحد فإن الوسط الحسابي والوسيط والمنوال تنطبق على بعضها البعض، كما في التوزيع الطبيعي الذي يأخذ شكل الجرس، وهذا يعني أن :

$$\overline{X} = M = mode$$

- في التوزيعات التكرارية أحادية المنوال و الملتوية التواء بسيطا نحو (اليمين أو اليسار) فإن العلاقة بين الوسط الحسابي و الوسيط و المنوال تكون ـ تقريبا ـ كما في المعادلة التالية :

$$\overline{X} - mode = 3(\overline{X} - M)$$

حيث ($\overline{X}$; الوسط الحسابي ، و mode ; المنوال ، و M ; الوسيط) .

- في التوزيعات التكرارية أحادية المنوال و الملتوية التواء بسيطا نحو اليمين فإن ($\bar{X} > M > mode$) ، أما في التوزيعات التكرارية أحادية المنوال و الملتوية التواء بسيطا نحو اليسار فإن ($\bar{X} < M < mode$).
- في التوزيعات وحيدة المنوال الملتوية التواء شديدا (اليمين أو اليسار) لا تتحقق أي من العلاقتين السابقتين .

<u>مثال25 :</u>

إذا كان الوسط الحسابي يساوي 40 ، و الوسيط يساوي 30 ، أوجد المنوال ؟ .

<u>الحل :</u>

$$\bar{X} - \text{Mode} = 3(\bar{X} - \text{M})$$

$$40 - \text{Mode} = 3\,(40 - 30)$$

$$40 - \text{Mode} = 3\,(10)$$

$$\text{Mode} = 40 - 30$$

$$= 10$$

أسئلة وتمارين

السؤال الأول :

أوجد الوسط الحسابي للتوزيع التكراري التالي :

الفئات	التكرارات
6-8	7
9-11	9
12-14	14
15-17	12
18-20	8

السؤال الثاني :

أوجد الوسيط للتوزيع التكراري التالي :

الفئات	التكرارات
10-14	3
15-19	5
20-24	7
25-29	6
30-34	4

السؤال الثالث :

أوجد المنوال للبيانات في جدول التوزيع التكراري السابق باستخدام طريقة الفروق لبيرسون ؟ .

السؤال الرابع :

أوجد المدى العشيري للبيانات التالية :

(25 ، 40 ، 37 ، 60 ، 35 ، 14 ، 26 ، 39 ، 41 ، 46 ، 65)

السؤال الخامس :

*- استخدم الجدول التالي للإجابة على الأسئلة (1 – 3) :

الفئات	10-5	16-11	22-17	28-23	34-29	40-35
التكرار	8	7	6	5	4	10

1- الوسط الحسابي للبيانات في الجدول أعلاه هو :

أ- 22.2 ب- 24.9 ج- 22.5 د- 24.3

2- المنوال بيانات أعلاه هو :

أ- 37.5 ب- 12.5 ج- 42.5 د- 10

3- رتبة الوسيط هي :

أ- 20 ب- 25 ج- 19.5 د- 25.5

4- إذا كانت لدينا الأرقام التالية (9 ، 12 ، 10 ، 17) ، ثم جمعنا الرقم (4) إلى كل منها ، فأن الوسط الحسابي الجديد يكون :

أ- 11 ب- 12 ج- 13 د- 16

5-هناك مجموعتان الأولى حجمها 35 و الوسط الحسابي 40 ، و المجموعة الثانية حجمها 65 ووسطها الحسابي 70 ، فالوسط الحسابي المرجح للمجموعتين معا هو :

أ- 50 ب- 59.5 ج- 55 د- 65

الفصل الثالث: مقاييس التشتت

تمهيد:

مقاييس النزعة المركزية لا تكفي لإعطاء صورة كاملة عن علاقة البيانات ببعضها البعض ، فمثلا إذا كان لدينا القيم (6، 5، 4) ، والقيم (7، 6، 2)، الوسط الحسابي للقيم الأولى والثانية يساوي 5، بينما مدى البيانات للقيم الأولى يساوي (2=4 - 6)، بينما مدى البيانات للقيم الأخرى يساوي (5=2 - 7).

هذا الفرق في مدى البيانات مقابل تساوي الوسط الحسابي يجعل من الضرورة استخدام مقاييس أخرى تكمل المقاييس الأولى ، هذه المقاييس هي مقاييس التشتت .

فمقاييس التشتت هي عبارة عن مقاييس إحصائية هدفها قياس مدى تشتت البيانات، وبعدها عن بعضها البعض .

وسيتم التركيز على أهم هذه المقاييس وهي : المدى بأقسامه الثلاث (الربيعي والعشيري والمئيني)، والتباين والانحراف المعياري، والانحراف المتوسط ، ومعامل الاختلاف (التغير) .

1.3. المدى:

المدى هو مقياس من مقاييس التشتت تم استخدامه سابقا عند شرح الطريقة التي يتم من خلالها بناء التوزيع التكراري، ومدى البيانات بشكل عام هو عبارة عن الفرق بين أكبر قيمة في البيانات الخاضعة للتحليل وأدنى قيمة .

فإذا افترضنا أن أكبر قيمة لبيانات معينة تم استخدامها في التحليل هي 50 وأدنى قيمة هي 15 ، فمدى البيانات يساوي (35=15 - 50) .

وما يهمنا في إيجاد مدى البيانات هو ثلاثة أنواع من المدى هي : المدى الربيعي، والمدى العشيري والمدى المئيني .

1.1.3. المدى الربيعي

المدى الربيعي هو عبارة عن الفرق بين الربيع الثالث (Q3) و الربيع الأول (Q1) للبيانات ، ويمكن حسابه للقيم المفردة ، وأردنا حساب المدى الربيعي لهذه القيم ، فإننا نتبع الخطوات التالية :

- نرتب القيم تصاعديا
- نعطي رتبا لهذه القيم نبدأ من الرتبة 1 .

- نحسب رتبة الربيع الثالث من خلال المعادلة :

$$Q_3 = \frac{3}{4} * (n+1)$$

فتكون القيمة المقابلة لهذه الرتبة هي قيمة الربيع الثالث :

- نحسب رتبة الربيع الأول من خلال المعادلة :

$$Q_1 = \frac{1}{4} * (n+1)$$

فتكون القيمة المقابلة لهذه الرتبة هي قيمة الربيع الأول .

- نطرح قيمة الربيع الأول من قيمة الربيع الثالث فنحصل على المدى الربيعي .

مثال (1) : إذا كان لدينا القيم المفردة التالية ، أوجد المدى الربيعي لهذا القيم ؟ .

60 ، 30 ، 45 ، 55 ، 90 ، 95 ، 65 ، 35 ، 20 ، 25 ، 15

الحل :

- نرتب القيم تصاعديا و نعطي رتبة لكل قيمة ، فتصبح كما في الجدول أدناه :

95	90	65	60	55	45	35	30	25	20	15	القيمة
11	10	9	8	7	6	5	4	3	2	1	الرتبة

- نوجد رتبة الربيع الثالث من خلال المعادلة :

$$Q_3 = \frac{3}{4} * (11+1)$$

$$= \frac{3}{4} * 12$$

$$= \frac{36}{4}$$

$$= 9$$

القيمة المقابلة للرتبة 9 هي 65 ، وهذه قيمة الربيع الثالث .

- بنفس الطريقة نوجد رتبة الربيع الأول

$$Q_1 = \frac{1}{4} * (11+1)$$

$$= \frac{1}{4} * 12$$
$$= \frac{12}{4}$$
$$= 3$$

القيمة المقابلة للرتبة 3 هي 25 وهذه قيمة الربيع الأول .

- المدى الربيعي يساوي (40=25 - 65).

- نصف المدى الربيعي نحصل عليه بقسمة المدى على 2 .

*- ملاحظة : إذا وقعت رتبة أحد الربيعات بين رتبتين فنجمع القيمتين المقابلتين للرتبتين و نقسمهما على 2 فنحصل على قيمة ذلك الربيع .

مثال (2) :

إذا كان لدينا عشرة القيم المفردة كما في المثال السابق ، أوجد المدى الربيعي لهذه القيم ؟ .

60 ، 30 ، 45 ، 55 ، 90 ، 65 ، 35 ، 20 ، 25 ، 15

الحل :

- نرتب القيم تصاعديا و نعطي رتبة لكل قيمة ، فتصبح كما في الجدول أدناه :

القيمة	15	20	25	30	35	45	55	60	65	90
الرتبة	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10

- نوجد رتبة الربيع الثالث من خلال المعادلة :

$$Q_3 = \frac{3}{4} * (10 + 1)$$
$$= \frac{3}{4} * 11$$
$$= \frac{33}{4}$$
$$= 8.25$$

الرتبة 8.25 واقعة بين 8 و الرتبة 9 فنجمع القيمتين 60 و 65 ونقسمهما على 2 فتكون قيمة الربيع الثالث تساوي 62.5 .

- بنفس الطريقة نوجد رتبة الربيع الأول

$$Q_1 = \frac{1}{4} * (10+1)$$
$$= \frac{1}{4} * 11$$
$$= \frac{11}{4}$$
$$= 2.75$$

الرتبة 2.75 واقعة بين الرتبة 2 و الرتبة 3 فنجمع القيمتين 20 و 25 ونقسمهما على 2 فتكون قيمة الربيع الأول تساوي 22.5 .

- المدى الربيعي يساوي (62.5 - 22.5=40) .

ثانيا .المدى الربيعي للقيم المفردة المبوبة

بنفس الطريقة نوجد المدى الربيعي للقيم المفردة المبوبة ، فإذا وقعت رتبة الربيع في التكرار المتجمع الصاعد لأي قيمة تكون القيمة المقابلة له هي رتبة الربيع .

مثال (3) : إذا كان لدينا القيم المفردة المبوبة التالية ، أوجد المدى الربيعي لهذه القيم ؟

القيمة	التكرار
10	5
12	3
17	2
19	6
25	3

الحل :

- نوجد التكرار المتجمع الصاعد للقيم فيصبح الجدول كما هو أدناه :

القيمة	التكرار	التكرار المتجمع الصاعد
10	5	5
12	3	8
17	2	10
19	6	16
25	3	19

- نوجد رتبة الربيع الثالث من خلال المعادلة :

$$Q_3 = \frac{3}{4} * (19+1)$$
$$= \frac{3}{4} * 20$$
$$= \frac{60}{4}$$
$$= 15$$

القيمة المقابلة للرتبة 15 تقع بالتكرار المتجمع الصاعد 16 فتكون قيمة الربيع الثالث هي 19 .

- نفس الطريقة نوجد رتبة الربيع الأول

$$Q_1 = \frac{1}{4} * (19+1)$$
$$= \frac{1}{4} * 20$$
$$= \frac{20}{4}$$
$$= 5$$

القيمة المقابلة للرتبة 5 هي في التكرار المتجمع الصاعد 5 و هي القيمة المقابلة لها هي 10 و هذه هي قيمة الربيع الأول .

- المدى الربعي يساوي (9=10 - 19)

*- ملاحظة : إذا وقعت رتبة أحد الربيعات بين تكرار متجمع صاعد و تكرار متجمع صاعد أعلى منه مباشرة نجمع القيمتين المقابلتين للتكرارين المتجمعين الصاعدين و نقسمهما على 2 ، فنحصل على قيمة ذلك الربيع .

فعلى سبيل المثال ، إذا كانت رتبة الربيع الأول (5.5) مثلا ، ففي هذه الحالة تكون قيمة الربيع الأول تساوي (11=2/(12+10)) ، وهكذا .

ثالثا . المدى الربيعي للتوزيع التكراري

نوجد المدى الربيعي للتوزيع التكراري باتباع الخطوات التالية :

- نوجد الحدود الفعلية للفئات و التكرار المتجمع الصاعد .
- نوجد قيمة الربيع الأول و الربيع الثالث كما يلي :

أولا: توجد رتبة الربيع الثالث من خلال المعادلة :

$$Q_3 = \frac{3}{4} * n$$

- نوجد قيمة الربيع الثالث من خلال المعادلة :

$$Q_3 = a + \left[\frac{(\frac{3}{4} * n) - n_1}{fm} \right] * c$$

حيث :

a ; الحد الأدنى الفعلي للفئة التي تكرارها المتجمع الصاعد أعلى من رتبة الربيع. ((3/4) *n) ; رتبة الربيع الثالث.

n1 ; التكرار المتجمع الصاعد للفئة التي تكرارها المتجمع الصاعد أقل من رتبة الربيع الثالث.

n2 ; التكرار المتجمع الصاعد للفئة التي تكرارها المتجمع الصاعد الأكبر من رتبة الربيع الثالث.

fm ; n1 الفرق بين n2 و n1 (fm = n2 – n1) .

ثانيا: نوجد رتبة الربيع الأول من المعادلة :

$$Q_1 = \frac{1}{4} * n$$

- نوجد قيمة الربيع الأول حسب المعادلة :

$$Q_1 = a + \left[\frac{(\frac{1}{4} * n) - n_1}{fm} \right] * c$$

حيث :

a ; الحد الأدنى الفعلي للفئة التي تكرارها المتجمع الصاعد أعلى من رتبة الربيع.
((1/4) *n) ; رتبة الربيع الأول .

n1 ; التكرار المتجمع الصاعد للفئة التي تكرارها المتجمع الصاعد أقل من رتبة الربيع الأول .
n2 ; التكرار المتجمع الصاعد للفئة التي تكرارها المتجمع الصاعد الأكبر من رتبة الربيع الأول .
fm ; n1 الفرق بين n2 و n1 (fm = n2 – n1) .
نطرح قيمة الربيع الأول من الربيع الثالث فنحصل على المدى الربيعي .

مثال (4) : أوجد المدى الربيعي للتوزيع التكراري أدناه ؟

الفئات	التكرار (fi)
5-7	8
8-10	10
11-13	6
14-16	12
17-19	4

الحل :

نوجد الحدود الفعلية للفئات والتكرار المتجمع الصاعد، كما في الجدول أدناه .

الفئات	التكرار (fi)	الحدود الفعلية	التكرار المتجمع الصاعد
5-7	8	4.5-7.5	8
8-10	10	7.5-10.5	18
11-13	6	10.5-13.5	24
14-16	12	13.5-16.5	36
17-19	4	16.5-19.5	40

- رتبة الربيع الثالث تساوي :

$$Q_3 = \frac{3}{4} * n$$
$$= \frac{3}{4} * 40$$
$$= 30$$

- قيمة الربيع الثالث تساوي :

$$Q_3 = a + \left[\frac{(\frac{3}{4} * n) - n_1}{fm} \right] * c$$

$$=13.5+\left[\frac{30-24}{36-24}\right]*3$$

$$=13.5+\frac{6*3}{12}$$

$$=13.5+\frac{18}{12}$$

$$=13.5+1.5$$

$$=15$$

- رتبة الربيع الأول تساوي :

$$Q_1=\frac{1}{4}*n$$

$$=\frac{1}{4}*40$$

$$=\frac{40}{4}$$

$$=10$$

- قيمة الربيع ثالث تساوي :

$$Q_1=a+\left[\frac{(\frac{1}{4}*n)-n_1}{fm}\right]*c$$

$$=7.5+\left[\frac{10-8}{18-8}\right]*3$$

$$=7.5+\left[\frac{2*3}{10}\right]*3$$

$$=13.5+\frac{6}{10}$$

$$=7.5+0.6$$

$$=8.1$$

- المدى الربيعي يساوي (Q3 - Q1 = 15 - 8.1 =6.9)

2.1.3. المدى العشيري

المدى العشيري هو عبارة عن الفرق بين العشير التاسع (D9) و العشير الأول (D1) ، و يمكن حسابه للقيم المفردة ، و للقيم المفردة المبوبة ، و للتوزيع التكراري .

أولا ـ المدى العشيري للقيم المفردة

- نرتب القيم تصاعديا و نعطيها رتبا تصاعدية .
- نوجد رتبة العشير التاسع من خلال المعادلة $D_9 = \frac{9}{10} * (n+1)$
- نوجد قيمة العشير التاسع المقابلة لرتبته ، و إن وقعت الرتبة بين رتبتين نجمع القيمتين المقابلتين للرتبتين و نقسمهما على 2 .
- نوجد رتبة العشير الأول من خلال المعادلة $D_9 = \frac{9}{10} * (n+1)$
- نوجد قيمة العشير الأول المقابلة لرتبته ، وإن وقعت الرتبة بين رتبتين نجمع القيمتين المقابلتين للرتبتين و نقسمهما على 2.
- نطرح قيمة العشير الأول من قيمة العشير التاسع فنحصل على المدى العشيري .

مثال (5) :

أوجد المدى العشيري للقيم التالية :

15 20 25 30 35 40 45 45 50 55 65

<u>الحل :</u>

- نرتب القيم تصاعديا إذا لم تكن مرتبة ، و نعطيها رتبا كما في أدناه :

القيمة	15	20	25	30	35	40	45	45	500	55	65
الرتبة	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11

- رتبة العشير التاسع تساوي :

$$D_9 = \frac{9}{10} * (n+1)$$
$$= \frac{9}{10} * (11+1)$$
$$= \frac{9}{10} * 12$$

$$=\frac{108}{10}$$

$$=10.8$$

القيمة المقابلة لرتبة العشير التاسع واقعة بين الرتبة بين و نقسمهما على 2 كما يلي : (55+65)) (60=120/2= فتكون قيمة العشير التاسع تساوي 60.

- رتبة العشير الأول تساوي :

$$D_1=\frac{1}{10}*(n+1)$$

$$=\frac{1}{10}*(11+1)$$

$$=\frac{1}{10}*12$$

$$=\frac{12}{10}\quad =1.2$$

القيمة المقابلة لرتبة العشير الأول واقعة بين الرتبة 2 فنجمع القيمتين المقابلتين للرتبتين ونقسمهما على 2 كما يلي (17.5 = 2 /35 = (20+ 15)) فتكون قيمة العشير الأول تساوي 17.5 .

- المدى العشيري يساوي (D9 - D1 =60 - 17.5 = 42.5) .

ثانيا ـ المدى العشيري للقيم المفردة المبوبة

المدى العشيري للقيم المفردة المبوبة يحسب كما يلي :

- نوجد التكرار المتجمع الصاعد
- نوجد رتبة العشير التاسع من خلال المعادلة $D_9=\frac{9}{10}*(n+1)$
- نوجد قيمة العشير التاسع المقابلة لرتبته ، وإن وقعت الرتبة بين رتبتين نجمع القيمتين المقابلتين للرتبتين و نقسمهما على 2 .

-نوجد رتبة العشير الأول من خلال المعادلة : $D1=\frac{1}{10}*(n+1)$

-نوجد قيمة العشير الأول المقابلة لترتبته، وإن وقعت الرتبة بين رتبتين نجمع القيمتين المقابلتين للرتبتين ونقسمهما على 2

-نطرح قيمة العشير الأول من العشير التاسع فنحصل على المدى العشيري

مثال (6):

أوجد المدى العشيري للقيم المبوبة في الجدول أدناه:

التكرار(fi)	القيمة
3	7
7	8
10	11
15	16
19	19

الحل:

-نوجد التكرار المتجمع الصاعد فيصبح الجدول كما يلي:

التكرار المجمع الصاعد	التكرار	الفئات
3	3	7
7	4	8
10	3	11
15	5	16
19	4	18

-رتبة العشير التاسع تساوي:

$$D9 = \frac{9}{10} * (n+1) = \frac{9}{10} * \left(\frac{19}{1}\right) = \frac{9}{10} * 20 = 18$$

القيمة المقابلة لرتبة العشير التاسع واقعة في التكرار المتجمع الصاعد للقيمة الأخيرة فتكون قيمة العشير التاسع هي القمية المقابلة له، وهي القيمة 18

-رتبة العشير الأول تساوي:

$$D1 = \frac{1}{10} * (n+1) = \frac{1}{10} * (19 + 1 = \frac{20}{10} = 2$$

القيمة المقابلة لرتبة العشير الأول واقعة في التكرار المتجمع الصاعد للقيمة الأولى، فتكون قيمة العشير الأول هي القيمة المقابلة له، وهي القيمة 7

-المدى العشيري يساوي(D9-D1=18-7=11)

ثالثا: المدى العشيري للتوزيع التكراري

نوجد المدى العشيري للتوزيع التكراري باتباع الخطوات التالية:

-نوجد الحدود الفعلية للفئات، والتكرار المتجمع الصاعد

-نوجد رتبة العشير التاسع من خلال المعادلة:

$$D9 = \frac{9}{10} * n$$

-نوجد قيمة العشير التاسع من خلال المعادلة:

$$D9 = a + \frac{\left(\left(\frac{9}{10} * n\right) - n\right)}{fm} * c$$

حيث:

الحد الأدنى الفعلي للفئة التي تكرارها المتجمع المصاعد أعلى من رتبة العشير التاسع
(10/9) *n، رتبة العشير التاسع
n1 : التكرار المجتمع الصاعد للفئة التي تكرارها المجتمع الصاعد أقل من رتبة العشير التاسع
n2 : التكرار المجتمع الصاعد للفئة التي تكرارها المجتمع الصاعد أكبر من رتبة العشير التاسع
fm : الفرق بين n1 n2 و

-نوجد رتبة العشير الأول من المعادلة:

-توجد قيمة العشير الأول حسب المعادلة:

$$D9 = a + \frac{\left(\left(\frac{1}{10} * n\right) - n1\right)}{fm} * c$$

حيث:

a : الحد الأدنى الفعلي للفئة التي تكرارها المجتمع الصاعد أعلى من رتبة العشير الأول
(n*10/1) ، رتبة العشير الأول
n1 ، التكرار المجتمع الصاعد للفئة التي تكرارها المجتمع الصاعد أكب رمن رتبة العشير الأول
الفرق بين
n2 ، التكرار المجتمع الصاعد للفئة التي تكرارها المجتمع الصاعد أكب رمن رتبة العشير الأول
fm الفرق بين n1, n2 (fm=n2-n1)

-نطرح قيمة العشير الأول من العشير التاسع فنحصل على المدى العشيري

مثال (7):

أوجد المدى العشيري للتوزيع التكراري أدناه؟

الفئات	التكرار
6-10	4
11-15	5
16-20	6
21-25	3
26-30	2

الحل:

نوجد الحدود الفعلية للفئات، والتكرار المتجمع الصاعد، كما في الجدول أدناه

الفئات	التكرار	الحدود الفعلية	التكرار المتجمع الصاعد
10-6	4	10.5-5.5	4
15-11	5	105.15.5	9
20-16	6	20.5-15.5	15
25-21	3	25.5-20.5	18
30-26	2	30.5-25.5	20

-رتبة العشير التاسع تساوي:

$$D9 = \frac{9}{10} * n = \frac{9}{10} * 20 = \frac{180}{10} = 18$$

-قيمة العشير التاسع تساوي:

$$D9 = a + \frac{\left(\left(\frac{9}{10} * n\right) - n\right)}{fm} * c$$

$$= 20.5 + \frac{3 * 5}{3} = 25.5$$

ملاحظة: رتبة العشير التاسع التي تم حسابها مساوية للتكرار المتجمع الصاعد للفئة الرابعة 18، وقيمة العشير التاسع عبارة عن الحد الأعلى الفعلي لنفس الفئة وهي نفس القيمة التي تم الحصول عليها من خلال القانون وهي 25.5، وهذا ينطبق على كل قيم (الوسيط والربيعات والعشيرات والمئينات) للتوزيع التكراري.

قاعدة عامة: إذا كانت رتبة (الوسط والربيعات والعشيرات والتمثينات) في التوزيع التكراري مساوية للتكرار المتجمع الصاعد لأية فئة تكون قيمة (الوسيط والربيعات والعشيرات والمئينات) مساوية للحد الأعلى الفعلي لتلك الفئة

-رتبة العشير الأول تساوي:

$$D1 = \frac{1}{10} * n = \frac{1}{10} * 20 = \frac{20}{10} = 2$$

-قيمة العشير الأول تساوي

$$D1 = a + \frac{\left(\left(\frac{1}{10} * n\right) - n\right)}{fm} * c$$

$$= 5.5 + \frac{2 * 5}{4} = 5.5 + 2.5 = 8$$

ملاحظة:

إذا كانت رتبة العشير الأول أقل من التكرار المتجمع الصاعد للفئة الأولى، ففي هذه الحالة نفترض أن هناك فئة صفرية قبل الفئة االأولى، وتكمل الحل على هذا الأساس، حيث تكون في هذه الحالة تساوي صفر، كما في المثال السابق المدى العشيري (D9-D1=25.5-8=17.5)

3.1.3. المدى المئيني:

المدى المئيني هو عبارة عن الفرق بين المئتين التاسع والتسعون والمئين الأول، وكما هو الحال للمدى الربيعي والعشيري يكمن حسابه للقيم المفردة، وللقيم المفردة المبوبة، وللتوزيع التكراري

أولا: المدى المئيني للقيم المفردة

المدى المئيني للقيم المفردة يحسب كما يلي:

- نرتب القيم تصاعديا
- نوجد رتبة المئين التاسع والتسعون P99 من خلال المعادلة

$$p99 = \frac{99}{100} * (n + 1)$$

- نوجد قيمة المئين التاسع والتسعون المقابلة لرتبته، وإن وقعت الرتبة بين رتبتين نجمع القيمتني المقابلتين للرتبتين ونقسمها على 2

- نوجد رتبة المئين الأول من خلال المعادلة:

- نوجد قمية المئين الأول المقابلة لرتبة، وإن وقعت الرتبة بين رتبتين نجمع القيمتين المقابلتين للترتبتين ونقسمها على 2

ملاحظة: ليست هناك أية فائدة إحصائية لحساب المدى المئيني من القيم قليلة العدد، لأن المدى المئيني سيكون عبارة عن (أعلى قيمة - أدنى قيمة)، والسبب هو وقوع المئين التاسع والتسعون في القمية العليا ووقوع المئين الأول في القيمة الدنيا لأن عدد القمي قليل.

ثانيا: المدى المئيني للقيم الفردة المبوبة

يحسب المدى المئيني للقيم المفردة المبوبة كما يلي:

- نوجد التكرار المجتمع الصاعد للقيم
- نوجد رتبة المئين التاسع والتسعون من خلال المعادلة
- نوجد رتبة المئين التاسع والتسعون من خلال المعادلة

$$p99 = \frac{99}{100} * (n + 1)$$

- نوجد قيمة المئين التاسع والتسعون المقابلة لرتبته، وإن وقعت الرتبة بين رتبتين نجمع القيمتين المقابلتين للرتبتين ونقسمها على 2
- نوجد رتبة المئين ألأول من خلال المعادلة

$$p99 = \frac{1}{100} * (n + 1)$$

- نوجد قيمة المئين الأول ا لمقابلة لرتبة، وإن وقعت الرتبة بين رتبتين نجمع القيمتين المقابلتين للرتبتين ونقسمها على 2
- نطرح قيمة المئين الأول من المئين التاسع والتسعون فنحصل على المدى المئين

مثال (8):

أوجد المدى المئيني للقيم البوبة في الجدول أدناه:

القيمة	التكرار
6	15
9	35
11	55
15	30
19	14

الحل:

نوجد التكرار المتجمع الصاعد فيصبح الجدول كما يلي:

الفئات	التكرار	التكرار المجمع الصاعد
6	15	15
9	35	50
11	55	105
15	30	135
19	14	149

-رتبة المئين التاسع والتسعون تساوي:

$$p99 = \frac{99}{100} * (n+1) = \frac{99}{100} * (149+1) = \frac{14850}{100} = 148.5$$

القيمة المقابلة لرتبة المئين التاسع والتسعون واقعة في التكرار المتجمع الصاعد للقيمة الأخيرة فتكون قيمة المئين التاسع والتسعون هي القيمة المقابلة له، وهي القيمة 19

رتبة المئين الأول تساوي:

$$p99 = \frac{1}{100} * (n+1) = \frac{1}{100} * 150 = \frac{150}{100} = 1.5$$

القيمة المقابلة لرتبة المئين الأول واقعة في التكرار المتجمع الصاعد للقيمة الأولى، فتكون قيمة المئين الأول هي القيمة المقابلة له، وهي القيمة 6

المدى المئيني يساوي (P99-P1= 19-6= 13)

ثالثا: المدى المئيني للتوزيع التكراري

نوجد المدى المئيني للتوزيع التكراري باتباع الخطوات التالية:

-نوجد الحدود الفعلية للفئات والتكرار المتجمع الصاعد

-نوجد رتبة المئين التاسع والتسعون من خلال المعادلة:

$$p99 = \frac{99}{100} * n$$

-نوجد قيمة المئين التاسع والتسعون من خلال المعادلة:

$$p99 = \frac{(99 * n) - n1}{100} * c$$

حيث:

a: الحد الأدنى الفعلي للفئة التي تكرارها المتجمع الصاعد أعلى من رتبة المئين التاسع والتسعون ((99/100)*n) ، رتبة المئين التاسع والتسعون

n1 : التكرار المتجمع الصاعد للفئة التي تكرارها المتجمع الصاعد أقل من رتبة المئين التاسع والتسعون

n2 : التكرار المتجمع الصاعد للفئة التي تكرارها المتجمع الصاعد أكبر من رتبة المئين التاسع والتسعون

fm ، الفرق بينn2; n1 (fm=n2-n1)

-نوجد رتبة المئين الأول من خلال المعادلة:

$$p1 = \frac{1}{100} * n$$

-نوجد قيمة المئين الأول من خلال المعادلة:

$$p1 = \frac{\left(\frac{1}{100} * n\right) - n1}{fm} * c$$

حيث:

الحد الأدنى الفعلي للفئة التي تكرارها المتجمع الصاعد أعلى من رتبة المئين الأول (1/100)*n)، رتبة المئين الأول.

n1 ، التكرار المتجمع الصاعد للفئة التي تكرارها المتجمع الصاعد أقل من رتبة المئين الأول

n2، التكرار المتجمع الصاعد للفئة التي تكرارها المتجمع الصاعد أكب رمن رتبة المئين الأول

fm، الفرق بين n2; n1*(fm=(n2-n1

-نطرح قيمة المئين الأول من المئين التاسع والتسعون فنحصل على المدى المئيني

مثال (9):

أوجد المدى المئيني للتوزيع التكراري أدناه؟

الفئات	التكرار
10-13	12
14-17	17
18-21	14
22-25	16
26-29	11

الحل:

-نوجد التكرار المتجمع الصاعد والحدود الفعلية للفئات فيصبح الجدول كما يلي:

التكرار التجمع الصاعد	الحدود الفعلية للفئات	التكرار	الفئات
12	9.5-13.5	12	10-13
29	13.5-17.5	17	14-17
43	17.5-21.5	14	18-21
59	21.5-25.5	16	22-25
70	25.5-29.5	11	26-29

- رتبة اثنين التاسع والتسعون تساوي :

$$p99 = \frac{99}{100} * n = \frac{99}{100} * 70 = 69.3$$

- قيمة المئين التاسع والتسعون تساوي :

$$p99 = a + \frac{\left(\left(\frac{99}{100} * n\right) - n1\right)}{fm} * c$$

$$p99 = 25.5 + \frac{\left(\left(\frac{69.3 - 59}{70 - 59}\right)\right)}{fm} * 4$$

$$p99 = 25.5 + 3.75 = 29.25$$

- رتبة العين الأول تساوي :

P1=1/100*n
=1/100*70
=0.7

- قيمة المعين الأول تساوي :

$$P1 = a + \left[\frac{\left(\frac{1}{100} * n\right) - n_1}{fm}\right] * c$$

$$P1 = 9.5 + \left[\frac{0.7 - 0}{12 - 0}\right] * 4$$

$$P1 = 9.5 + \frac{0.7 * 4}{12}$$

$$P1 = 9.5 + \frac{2.8}{12}$$

$P1 = 9.5 + 2.3$
$P1 = 11.8$

ملاحظة : إذا كانت رتبة المعين الأول أقل من التكرار المتجمع الصاعد للفئة الأولى، ففي هذه الحالة نفترض أن هناك فئة صفرية، وتكيل الحل على هذا الأساس، حيث تكون niفي هذه الحالة تساوي صفر، كما في المثال السابق .

المدى المئيني يساوي (P99-P1=29.25-11.8= 17.45)

2.3. التباين والانحراف المعياري

التباين هو أحد مقاييس التشتت الهامة، ولإيجاد هذا المقياس يتم قسمة مجموع مربع انحرافات القيم على عدد المشاهدات مطروح منها واحد، وكما هو معلوم فإن مجموع انحرافات القيم عن وسطها الحسابي يساوي صفر، لذلك تبع هذه الانحرافات ليكون لهذا المقياس معني، أما الانحراف المعياري فهو عبارة عن الجذر التربيعي للتباين.

يتم الحصول على التباين للقيم المفردة، وللقيم المفردة المبوبة، وللتوزيع التكراري.

أولا: التباين والانحراف المعياري للقيم المفردة

يتم الحصول على التباين للقيم المفردة م خلال المعادلة:

مثال (10): أوجد التباين والانحراف المعياري للقيم التالية:

5،9،14،17،25

الحل:

-نوجد التباين من خلال تطبيق القانون، وكما يلي:

$$S_2 = \frac{\sum(x_i - \bar{x})^2}{n-1}$$
$$= \frac{(5-14)^2 + (9-14)^2 + (14-14)^2 + (17-14)^2 + (25-14)^2}{5-1}$$
$$= \frac{(-9)^2 + (-5)^2 + (0)^2 + (3)^2 + (11)^2}{4}$$
$$= \frac{81 + 25 + 0 + 9 + 121}{4}$$
$$= \frac{236}{4}$$
$$= 59$$

الانحراف المعياري يساوي الجذر التربيعي للتباين

ثانيا: التباين والانحراف المعياري للقيم المفردة المبوبة

يتم الحصول على التبيان للقيم المفردة المبوبة من خلال المعادلة:

$$s2 = \sum \frac{(xf - x)2 * f}{n-1}$$

وباتباع الخطوات التالية:

- نوجد الوسط الحسابي للقيم من خلال قسمة مجموع كل قيمة مضروبة بتكرارها على مجموع التكرارات
- نوجد انحراف كل قيمة عن وسطها الحسابي
- نربع الانحراف ونضربه في التكرار، ونطبق المعادلة السابقة

مثال (11):

أوجد التباين للقيم المفردة المبوبة التالية:

القيمة	التكرار
5	3
8	4
11	3
14	5
19	4

الحل:

-نوجد الوسط الحسابي بضرب كل قيمة في تكرارها، وقسمة المجموع على مجموع عدد القيم، فيكون الوسط الحسابي يساوي

-نكمل باقي الجدول كما في أدناه:

القيمة	fiالتكرار	Xi*fi	xi-x	$(xi-x)^2$	$(xi-x)^2$
5	3	15	-7.5	56.25	168.75
8	4	32	-4.5	20.25	81
11	3	33	-1.5	2.25	6.75
14	5	70	1.5	2.25	11.25
20	5	100	7.5	56.25	281.25

ونحصل على التباين بتطبيق المعادلة:

$$s_2 = \frac{\sum(x * \bar{x})^2 * f_i}{n-1}$$

$$= \frac{549}{20-1}$$

$$= 28.9$$

-الانحراف المعياري هو الجذر التربيعي للتباين، ويساوي (S = 5.4)

ثالثا: التباين والانحراف المعياري للتوزيع التكراري

يتم الحصول على التباين للتوزيع التكراري من خلال نفس المعادلة السابقة والتي استخدمت لايجاد التباين للقيم لمفردة المبوبة، والمعادلة هي:

$$s2 = \sum \frac{(xf - x)2 * f}{n-1}$$

ولإيجاد التباين تتبع الخطوات التالية:

- نوجد مراكز الفئات
- نوجد الوسط الحسابي للقيم (مراكز الفئات) من خلال قسمة مجموع كل قيمة مضروبة بتكرارها على مجموع التكرارات
- نوجد انحراف كل قيمة عن وسطها الحسابي
- نربع الانحراف ونضربه في التكرار، ونطبق لمعادلة السابقة

مثال (12):

أوجد التباين للتوزيع التكراري التالي

التكرار(fi)	الفئات
4	7-5
3	10-8
2	13-11
5	16-14
1	19-17

الحل:

- نوجد مركز كل فئة
- نوجد الوسط الحسابي بضربر كل قيمة (مركز الفئة) في تكرارها وقفسمة المجموع على مجموع عدد القيم، فنحصل على الوسط الحسابي، ويساوي
- تكميل باقي الجدول للحصول على الحل، كما في أدناه

الفئات	مراكز الفئات	التكرار	Xi*fi	$Xi - \bar{x}$	$(Xi - \bar{x})^2$	$(Xi - \bar{x})^2 *fi$
7-5	6	4	24	-5.2	27.04	108.16
8-10	9	3	27	-2.2	4.84	14.52
13-11	12	2	24	0.8	0.64	1.28
16-14	15	5	75	3.8	14.44	72.2
19-17	18	1	18	6.8	46.24	46.24

ونحصل على التباين بتطبيق المعادلة:

$$S_2 = \frac{\sum(x_i * \bar{x})^2 * f_i}{n-1} = \frac{242.4}{15-1} = \frac{242.4}{14} = 17.3$$

-الانحراف المعياري يساوي الجذر التربيعي للتباين (S = 4.16)

3.3. الانحراف المتوسط

الانحراف المتوسط يعتمد القيمة المطلقة لانحرافات القيم عن وسطها الحسابي، ويمكن حسابه للقيم المفردة، وللقيم المفردة المبوبة، و للتوزيع التكراري.

يحسب الانحراف المتوسط للقيم المفردة من خلال المعادلة:

$$M.D = \sum \frac{(xi - x)}{n}$$

ويحسب للقيم المفردة المبوبة وللتوزيع التكراري من خلال المعادلة:

$$MD = \frac{\sum|x_i - \bar{x}| * f_i}{n}$$

أولا: الانحراف المتوسط للقيم المفردة

نوجد الانحراف المتوسط للقيم المفردة من خلال المعادلة

$$MD = \frac{\sum|x_i - \bar{x}| * f_i}{n}$$

مثال (13): أوجد الانحراف المتوسط للقيم التالية:

5، 4، 3، 6، 7

الحل:

نوجد الوسط الحسابي للقيم، ويساوي

$$x = 7 + \frac{6+3+4+5}{5} = \frac{25}{5} = 5$$

من خلال التعويض في المعادلة:

$$MD = \frac{\sum|x_i - \bar{x}|}{n}$$

الانحراف المتوسط يساوي

$$MD = \frac{((7-5)+(6-5)+(3-5)+(4-5)(5-5))}{5}$$

$$MD = \frac{((2)+(1)+(-2)+(-1)(0))}{5}$$

$$= 6 - 5$$

=1.2

ثانيا: الانحراف المتوسط للقيم المفردة المبوية

يتم الحصول على الانحراف المتوسط للقيم المفردة المبوية من خلال المعادلة:

$$MD = \frac{\sum|x_i - \bar{x}| * f_i}{n}$$

وباتباع الخطوات التالية:

- نوجد الوسط الحسابي للقيم من خلال قسمة مجموع كل قيمة مضروبة بتكرارها على مجموع التكرارات

$$(\bar{x} = \frac{\sum x_i * f_i}{n})$$

- نوجد القيمة المطلقة لانحراف كل قيمة عن وسطها الحسابي ونضربها في التكرار، ونطبق المعادلة السابقة

مثال (14):

أوجد الانحراف المتوسط للقيم المفردة المبوبة التالية:

القيمة	التكرار
8	4
4	2
7	3
2	4
3	2

الحل:

نوجد الوسط الحسابي بضرب كل قيمة في تكرارها وقسمة المجموع على مجموع عدد القيم فيكون الوسط الحسابي يساوي (X = 75 / 15 = 5)

نكمل باقي الجدول لحصو على الحل

القيمة	التكرار	Xi *fi	$\lvert x_i - \bar{x} \rvert$	$\lvert x_i - \bar{x} \rvert * f_i$
8	4	32	3	12
4	2	8	-1	2
7	3	21	2	6
2	4	8	-3	12
3	2	6	-2	4

نعوض تطبيق المعادلة:

$$MD = \frac{\sum \lvert x_i - \bar{x} \rvert * f_i}{n}$$

$$MD = \frac{36}{15} = 2.4$$

ثالثا: الانحرافق المتوسط للتوزيع التكراري

يتم الحصول على الانحراف المتوسط للتوزيع التكراري من خلال المعادلة السابقة التي استخدمت لايجاد الانحراف المتوسط للقيم المفردة المبوبة، وهي:

$$MD = \frac{\sum \lvert x_i - \bar{x} \rvert * f_i}{n}$$

وباتباع الخطوات التالية:

-نوجد مراكز الفئات

-نوجد الوسط الحسابي للقيم من خلال قسمة (مجموع كل قيمة مركز الفئة مضروبة بتكرارها) على مجموع التكرارات

$$(\bar{x} = \frac{\sum x_i * f_i}{n})$$

-نوجد انحراف كل قيمة عن وسطها الحسابي ونضربه في التكرار، ونطبق المعادلة السابقة

مثال (15):

أوجد الانحراف المتوسط للتوزيع التكراري التالي:

الفئات	التكرار
5-9	4
10-15	3
15-19	2
20-24	5
25-29	1

الحل:

- نوجد مركز كل فئة
- نوجد الوسط الحسابي يضرب كل قيمة في تكرارها وقسمة المجموع على مجموع عدد القيم فيكون الوسط الحسابي يساوي

-نكمل باق يالجدول لحصول على الحل

الفئات	مراكز الفئات	التكرار	$x_i * f_i$	$\lvert x_i - \bar{x} \rvert$	$\lvert x_i - \bar{x} \rvert * f_i$
5-9	7	4	28	I-9I	36
10-14	12	3	36	I-4I	12
15-19	17	7	119	I1I	7
20-24	22	5	110	I6I	30
25-29	27	1	27	I11I	11

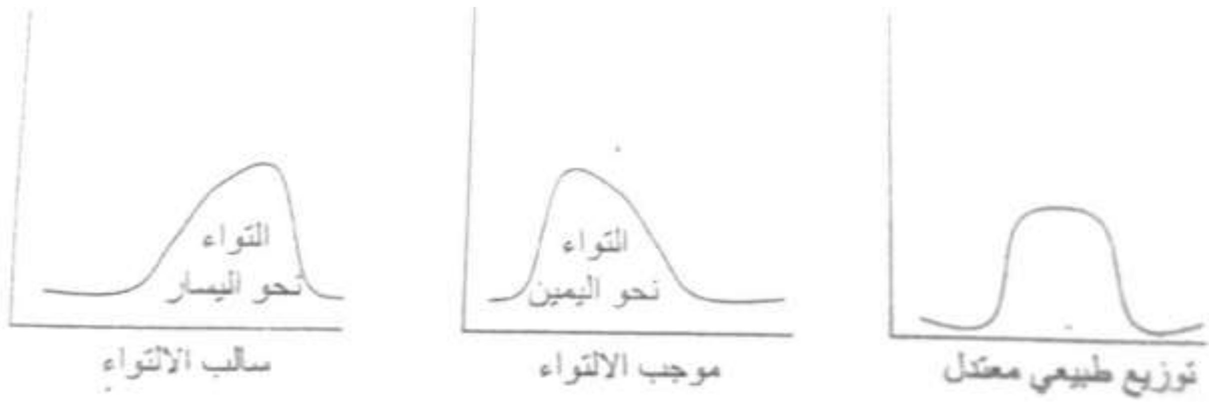
ونحصل على التباين بتطبيق المعادلة:

$$MD = \frac{\sum \lvert x_i - \bar{x} \rvert * f_i}{n} = \frac{96}{20} = 4.8$$

4.3. الالتواء والتفلطح

الالتواء هو عبارة عن بعد منحنى التوزيع عن التماثل، فالأصل في منحنى التوزيع الطبيعي التماثل حول المركز (المعدل)، فإذا كان التمركز باتجاه القيم الصغرى فيكون التواء المنحنى نحو اليمين، والعكس صحيؤح حيث يكون الالتواء نحو اليسار.

إذا كان الالتواء نحو اليمن يكون الوسط الحسابي للعينة أكبر من الوسط الحسابي والوسيط للمجتمع



أما التفلطح فهو يمثل تكرارات القيم على طرفي المتغير، وهو عبارة عن علو قمة التوزيع بالنسبة للتوزيع الطبيع، فإذا كانت قيمة التفلطح كبيرة كان للتوزيع قمة منخفضة وسمي كبير التفلطح، أما إذا كانت قمة التفلطح صغيرة كان للتوزيع قمة عالية وسمي توزيع مدبب أو قليل التفلطح، وإذا كانت قمة التفلطح متوسطة سمي التوزيع متوسط التفلطح

5.3. معامل الاختلاف (التغير):

يستخدم معامل الاختلاف (التغير) لقياس تشتت البيانات التي قمنا بقياس انحرافها المعياري، فكلما كانت قيمة المعامل أقل فهذا يعني أن تشتت هذه البيانات أقل، والعدالة في التوزيع أكبر، والعكس صحيح.

وللحصول على هذا المعامل نستخدم القانون التالي:

$$C.V = \frac{s}{\bar{x}} * 100\%$$

حيث:

S : الإنحراف المعياري للبيانات
$\bar{x}$: الوسط الحسابي

مثال (16):

إذا كان الانحراف المعياري لرواتب موظفي إحدى الجامعات يساوي (12)، والوسط الحسابي (300)، أوجد معامل الاختلاف (التغير) لرواتب موظفي هذه الجامعة؟

الحل:

$$C.V = \frac{s}{\bar{x}} * 100\%$$

$$CV = \frac{12}{300} * 100\%$$

$$CV = \frac{1200}{300}\% = 4\%$$

وعادة ما يستخدم هذا المعامل لمقارنة تشتت البيانات بين مجموعتين مختلفتين، أكثر لقياس أيهما تشتتهما أكبر من الأخرى، فكلما كانت قيمة المعامل أقل فهذا يعني أن تشتت هذه البيانات أقل، والعدالة في التوزيع أكبر، والعكس صحيح.

مثال (17):

إذا قام أحد المدرسين بتدريس شعبتين من مساق مبادىء الإحصاء، وبعد انتهاء الفصل الدراسي أراد معرفة أي الشعبتين علامات طلبتها أقل تشتتا، فإذا كان الانحراف المعياري للشعبة الأولى يساوي (3)، والوسط الحسابي يساوي (60)، وكان الانحراف المعياري للشعبة الثانية يساوي (2.5)، والوسط الحسابي يساوي (75)، أوجد معامل الاختلاف (التغير) لكلا الشعبتين، وأي الشعبتين علامات طلبتها أقل تشتتا من الأخرى؟

الحل:

من خلال معادلة معامل التغير فإن معامل التغير للشبعة الأولى يساوي:

$$C.V1 = \frac{S}{x} * 100\%$$

$$C.V1 = \frac{3}{60} * 100\%$$

$$C.V1 = \frac{300}{60}\% = 5\%$$

أما معامل التغير للشعبة الثانية فيساوي:

$$C.V2 = \frac{25}{75} * 100\%$$

$$C.V2 = \frac{250}{75}\% = 4\%$$

بما أن معامل الاختلاف (التغير) للشعبة الثانية أقل (4%) فهذا يعني أن تشتت البيانات للشعبة الثانية أقل.

الفصل الرابع:الاحتمالات

تمهيد:

تعتبر الاحتمالات من الموضوعات الهامة في علم الإحصاء، فهذا الموضوع يؤسس للوسائل التي يمكن من خلالها التعامل مع الظواهر والتجارب الاحصائية بالطريقة العلمية الصحيحة، والتنبؤ بما يمكن أن يكون عليه واقع الظاهرة في المستقبل.

1.4. طرق تقدير الاحتمالات

هناك عدة طرق لتقدير الاحتمالات منها:

أ- **طريقة التقدير الشخصي**: تستخدم هذه الطريقة عندما تكون الظاهرة المدروسة ليست مهمة لتقدير الاحتمال.

مثال: تقدير حصول طالب على علامة معينة في مساق معين، أو تقدير كفاءة موظف في أداء وظيفة معينة

هذا التقدير يعتمد على سعة علم الباحث وخبرته، وأخذه للظروف المحيطة بالظاهرة بعين الاعتبار

ب- طريقة التكرار النسبي: تعتمد هذه الطريقة على جمع المعلومات والبيانات المتعلقة بظاهرة معينة، حيث يقوم الباحث بتسجيل أو تقدير عدد المرات التي تكرر بها حادث معين وتقدير الاحتمال نسبة إلى تكرارات جميع الحوادث المتعلقة بالتجربة المدروسة

فإذا افترضنا بأن الحادث (A) تكرر عدد معين من المرات فإن التكرار النسبي للحادث (احتمال حدوث الحادث) (A) = عدد المرات التي تكرر بها الحادث (A) مجموع الحوادث التي تكررت في التجرة

من إيجابيات هذه الطريقة أنها تتصف بالثبات النسبي

مثال (1): إذا كان عدد السنوات التي سقطت فيها كميات الأمطار تزيد عن 400 ملليلتر في منطقة ما خمس سنوات خلال عشرين سنة ، فما احتمال أن تكون كمية الأمطار التي ستسقط هذه السنة تزيد عن أربعمائة ملليتر ؟.

الحل :

احتمال حدوث الحادث (A) = عدد المرات التي تكرر بها الحادث (A) / مجموع الحوادث التي تكررت في التجربة .

$$= \frac{5}{20}$$

$$= 5\%$$

* إذا تكررت التجربة لعدد كبير من المرات فإن التكرار النسبي للحادث A سوف يؤول إلى نسبة ثابتة هذه النسبة تساوي نسبة الحادث إلى عدد الحوادث المحتملة حصولها في التجربة. فإذا كان عدد الحوادث يساوي أربعة حوادث (A, B , C , D) مثلا ، فكل حادث من هذه الوادث مهما تكرر سيؤول إلى نسبة تساوي ¼.

مثال (2):

إذا كان عدد الطلبة الذين حصلوا على تقدير جيد جدا فأكثر في الامتحان الأول في شعبة معينة من شعب مادة الإحصاء يساوي 15 طالبة من مجموع الطلبة في الشعبة والبالغ 50 طالبا ، فما احتمال حصول الطلبة على تقدير جيد جدا فأكثر في الامتحان الثاني ؟.

الحل:

احتمال حدوث الحادث (A) = عدد المرات التي تكرر بها الحادث (A)/ مجموع الحوادث التي تكررت في التجربة .

$$= \frac{15}{20}$$

=0.30

مثال (3):

إذا كان عدد الطلبة في تخصصات إحدى كليات الاقتصاد والإدارة كما يلي ((الاقتصاد 200)، (إدارة الأعمال، 300)، (محاسبة، 400)، (تسويق، 100))، فما هو التكرار النسبي لأي طالب يمكن مقابلته في الكلية تخصصه اقتصاد ؟.

الحل :

احتمال حدوث الحادث (A) = عدد المرات التي تكرر بها الحادث (A) / مجموع الحوادث التي تكررت في التجربة .

$$= \frac{200}{1000}$$

$$=0.2$$

2.4. المجموعات:

لدراسة أي تجربة إحصائية لا بد من دراسة المجموعات ، فالمجموعة هي عبارة عن الصيغة التي تجمع أي عناصر ضرورية لإجراء التجربة بهدف تحديد العناصر التي تنتمي للظاهرة أو التجربة المدروسة .

فما يهمنا لإجراء التجربة معرفة ما إذا كان حادثة أو عنصرا ما ينتمي إلى المجموعة التي تم إجراء التجربة عليها أم لا ، فإذا كان ينتمي إلى هذه **المجموعة نهتم بهذا** العنصر أو الحادث، أما إذا كان لا ينتمي للمجموعة فمعنى ذلك أنه لا يوجد له أي أثر على التجربة التي نريد إجراؤها ، فيتم استبعاده .

نرمز للعنصر الذي ينتمي إلى المجموعة بالرمز (ع) ، والعنصر الذي لا ينتمي للمجموعة بالرمز (ء). فإذا افترضنا بأن لدينا المجموعة (B)، وهناك 3 عناصر تنتمي لهذه المجموعة وهي العناصر (a,b,c) فنقول مثلا بأن (c€B) (b€B) (a€b)

لكن لا يجوز أن نقول بأن (B€a) لأن المجموعة لا تنتمي إلى عناصرها ، والعكس صحيح، فالموظف ينتمي لمؤسسته في المقابل لا تنتمي المؤسسة للموظف ، والطالب ينتمي لجامعته والعكس ليس صحيح .

1.2.4. طرق وصف المجموعات

هناك طريقتان لوصف المجموعات وهما :

1- طريقة العد : تتلخص هذه الطريقة بوضع عناصر المجموعة بين حاصرتين مثل :

C= {f , m} , B={ 1,2,3,4,5 } ,A= {c,a,b}

تستخدم هذه الطريقة إذا كان عدد عناصر المجموعة قليل .

ب - طريقة القانون: تعتمد هذه الطريقة على وصف مجموعة معينة بقانون يوضع بين حاصرتين ، مثل تعريف العنصر بأنه أي طالب ينتمي إلى كلية معينة، أو تعريف الموظف بأنه أي موظف ينتمي لمؤسسة معينة ، أو تعريف العناصر بأنها مجموعة من الأرقام تبدأ برقم وتنتهي برقم ، وهكذا .

فنقول على سبيل المثال:

X={x|أي طالب ينتمي إلى كلية الآداب;x}

تستخدم هذه الطريقة إذا كان عدد العناصر كبير بحيث يصعب كتابة العناصر جميعها في المجموعة بالتفصيل .

2.2.4. أقسام المجموعات

تقسم المجموعات إلى عدة أقسام هي :

أ - المجموعة الخالية: وهي المجموعة التي لا تحتوي على أي عنصر من العناصر (فاي) ، ويرمز لها {Ø} = B.

ب - المجموعة الكلية: وهذه المجموعة تضم كل العناصر التي ستستخدم في أي دراسة إحصائية لظاهرة أو مشكلة معينة ، مثل مجموعة تتضمن طلبة كلية الاقتصاد والإدارة في إحدى الجامعات بغض النظر عن تخصصاتهم أو مستواهم الدراسي .

ج - المجموعة الجزئية: هي المجموعة التي تضم بعض عناصر المجموعة الكلية المستخدمة في التجربة الإحصائية ، مثل طلبة تخصص الاقتصاد في كلية الاقتصاد والإدارة في إحدى الجامعات .

نقول بأن المجموعة الجزئية محتواها في المجموعة الكلية ، فإذا رمزنا لمجموعة كلية ب X مثلا، ورمزنا لمجموعتين جزئيتين من هذه المجموعة ب A , B ، فيمكننا القول على سبيل المثال بأن (A⊂C) أو ($B \subset X$) .

ملاحظة : لا يجوز أن نقول بأن (A⊂C) أو ($B \subset X$) لأن محتوى **المجموعة الجزئية** يكون في المجموعة الكلية وليس العكس .

إذا كانت المجموعتان تضمان نفس العناصر فحينها نقول بأن المجموعتان متساويتان، يعنى (A = B) ، وهذا يعني أيضا أن (B =A) و (A=B) .

3.2.4. العمليات الجبرية على المجموعات

هناك العدد من العمليات الجبرية التي تجري على المجموعات في التجارب الإحصائية بهدف تحليلها والاستفادة من نتائجها لتفسير الواقع والتنبؤ بالمستقبل ، ومن أهم هذه العمليات :

أ- الاتحاد: اتحاد المجموعات يعني جمع عناصر مجموعتين أو أكثر مع بعضهما البعض في مجموعة جديدة تضم جميع العناصر في المجموعتين بدون تكرار ، وفي هذه الحالة نرمز لاتحاد المجموعتين بـ (U) ، فإذا كانت كل من A, B مجموعتين تضمان أعضاء هيئة التدريس في قسمين من أقسام كلية الآداب في جامعة عنا ، فاتحادهما يعني أن :

X_i; { أي عضو هيئة تدريس ينتمي إلى المجموعة A أو B بدون تكرار

$(A \cup B) = X_i$

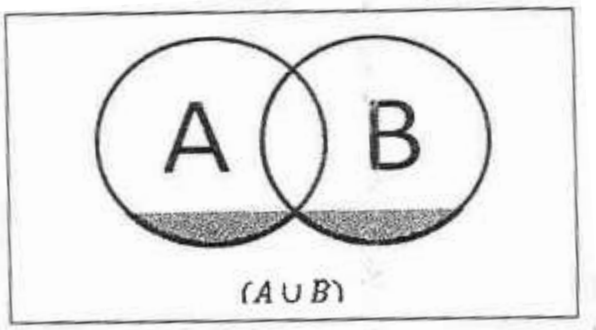
مثال (4) : إذا كان لدينا المجموعتين A و B وتضم كل مجموعة العناصر التالية :

A= { 5 , 4 , 3 , 2 , 1 } , B= { 6 , 5 ,4 } ، فأوجد (A∪B)؟ .

الحل :

(AUB)= {1,2,3,4,5,6}

- يمكن تمثيل الاتحاد بشكل هندسي ، ويطلق على هذه الأشكال (اشكال فان) ،كمايلي :



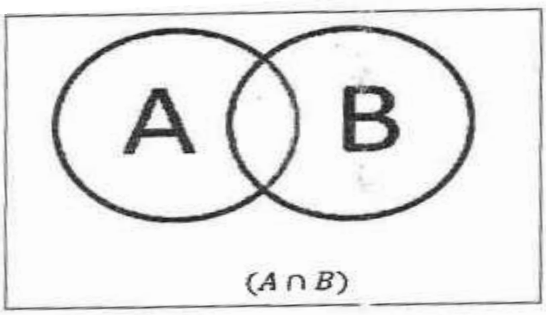
$(A \cup B)$

ب - التقاطع: تقاطع المجموعتين يعني الحصول على مجموعة تتضمن العناصر المشتركة بين المجموعتين ونرمز لتقاطع المجموعتين ب (∩)، فتقاطع المجموعتين في المثال السابق يعني :

(A$(A \cap B) = \{4, 5\}$

في حال التقاطع يمكن أن نرمز لتقاطع المجموعتين ب (AB)

يمكن تمتيل التقاطع بشكل دائري كما يلي :



$(A \cap B)$

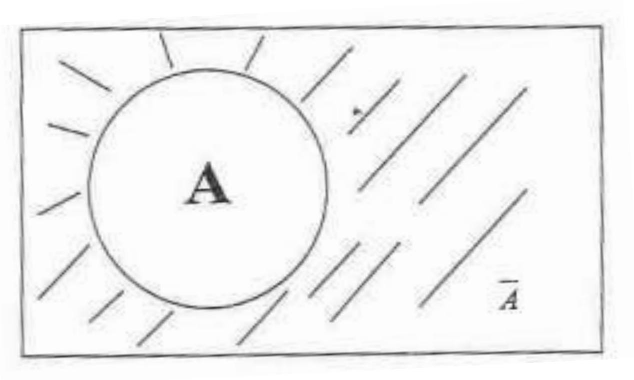
ج - المتممة: متممة المجموعة هي مجموعة العناصر التي تنتمي إلى المجموعة الكلية ولا تنتمي إلى المجموعة الجزئية التي محتواها في هذه المجموعة الكلية .

مثال :

إذا كانت المجموعة الكلية (X) تضم العناصر $X = \{a, b, c, d, e, f\}$

وكانت المجموعة الجزئية (A) تضم العناصر $A = \{a, c, d\}$، فإن متممة $\bar{A}$ تساوي $\bar{A} = \{b, e, f\}$

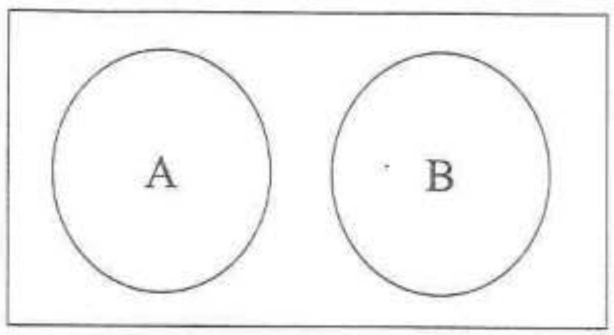
يمكن تمثيل المتممة بشكل دائري كما يلي :



د- المجموعتان المنفصلتان: وهما المجموعتان اللتان لا تتضمنان أية **عناصر متشابهة** ، **وتقاطعهما يساوي المجموعة الخالية** (فاي) .

مثال : إذا كانت المجموعة (A) تضم العناصر A=(c, b , a)، وكانت المجموعة (B)تضم العناصر (B)=(f , d , e) ، فهاتان المجموعتان منفصلتان ، لأن تقاطعهما يساوي المجموعة الخالية (فاي) {Ø}.

يمكن تمثيل هاتان المجموعتان بالشكل الدائري كما يلي :



ه - المجموعتان المتساويتان : وهما المجموعتان اللتان تتضمنان عناصر متشابهة ، واتحادهما أو تقاطعهما يساوي جميع عناصر أي منهما .

مثال :

إذا كانت المجموعة (A) تضم العناصر { 1, 2 , 3 ,4 } = A ، وكانت المجموعة (B) وتضم لعناصر { 1, 2 , 3 , 4} = B ، فإن هاتان المجموعتان متساويتان لأن اتحادهما أو تقاطعهما يساوي نفس العناصر .

4.2.4. خصائص العمليات الجبرية على المجموعات

هناك خصائص عامة للعمليات الجبرية على المجموعات يمكن إجمالها بما يلي :

أ. خاصية التبديل: هذه الخاصية تعني بأن تقاطع أو اتحاد المجموعة (A) مع المجموعة (B) تساوي تقاطع أو اتحاد المجموعة (B) مع المجموعة (A).

$$(A \cup B) = (B \cup A)$$

$$(A \cap B) = (B \cap A)$$

مثال : إذا كانت المجموعة (A) تضم العناصر { a,b,c,d,e } = A، وكانت المجموعة (B) تضم العناصر { d,e,f} = B فإن:

$$(A \cup B) = \{a, b, c, d, e,f\}$$

$$(B \cup A) = \{d, e, f, a, b,c\}$$

وأيضا:

$$(A \cap B) = \{d, e\}$$

$$(B \cap A) = \{d, e\}$$

ب - خاصية التجميع :

هذه الخاصية تعني بأن تقاطع أو اتحاد عدة مجموعات يعطي النتيجة نفسها بغض النظر عن الخطوة الأولى التي تجريها ، مثال : اتحاد المجموعتين ((A) مع المجموعة (B)) مع اتحاد المجموعة

(C) يساوي اتحاد المجموعة (A) مع اتحاد (المجموعة (B) مع المجموعة (C)) ، والتقاطع يعطي نفس النتيجة أيضا، أي أن :

$$A \cup (B \cup C) = (A \cup B) \cup C$$

$$A \cap (B \cap C) = (A \cap B) \cap C$$

مثال:

إذا كانت المجموعة (A) تضم {1 ,2,3,5}=A، وكانت المجموعة (B) تضم العناصر {3 ,4,5}=B، والمجموعة {5 ,6}=C فان:

$$A \cup (B \cup C) = \{1,2,3,4,5,6\}$$

$$(A \cup B) \cup C = \{1,2,3,4,5,6\}$$

وايضا:

$$A \cap (B \cap C) = \{5\}$$

$$(A \cap B)C = \{5\}$$

ج- خاصية التوزيع: هذه الخاصية تعني لأنه إذا كان لدينا المجموعات (A ,B,C) فان اتحاد المجموعة A مع تقاطع المجموعتين B و Cيساوي اتحاد المجموعة A مع المجموعة B تقاطع اتحاد المجموعة A مع المجموعة C والتقاطع يعطي نفس النتيجة أي:

$$A \cup (B \cup C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$$

$$A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$$

حسب المثال السابق فإن:

$$A \cup (B \cup C) = \{1,2,3,5\} \cup \{5\} = \{1,2,3,5\}$$

$$(A \cup B) \cap (A \cup C) = \{1,2,3,4,5\} \cap \{1,2,3,5,6\} = \{1,2,3,5\}$$

وأيضا :

$$A \cap (B \cup C) = \{1,2,3,5\} \cap \{3,4,5,6\} = \{3,5\}$$

$$(A \cap B) \cup (A \cap C) = \{3,5\} \cup \{5\} = \{3,5\}$$

د-قوانين ديمورغان : هذه الخاصية تعني بأن متممة اتحاد المجموعتين A وB يساوي تقاطع متممة المجموعة (A) مع متممة المجموة (B) ومتممة تقاطع المجموعتين (B, A) يساوي اتحاد متممة المجموعة (A) مع متممة المجموعة (B) أي:

$$(\overline{A \cup B}) = (\bar{A} \cap \bar{B})$$

$$(\overline{A \cap B}) = (\bar{A} \cup \bar{B})$$

مثال:

إذا كانت المجموعة الجزئية (A) تضم العناصر A=(a,b,c,d)، كانت المجموعة الجزئية(B) تضم العناصر B=(c,d,e) ، وكانت المجموعة الكلية (X) تضم العناصر(X = (a,b,c,d,e فإن:

$$(\overline{A \cup B}) = \{\emptyset\}$$

$$(\bar{A} \cap \bar{B}) = \{e\} \cap \{a,b\} = \{\emptyset\}$$

وأيضا:

$$(\overline{A \cap B}) = \{a,b,e\}$$

$$(\bar{A} \cup \bar{B}) = \{a,b,e\}$$

3.4. التجارب الاحصائية والاحتمالات

عند إجراء التجربة الاحصائية وحساب الاحتمال لا بد لنا أن تفرق بين بعض المفاهيم المتعلقة بالاحتمالات، من أهم هذه المفاهيم(المصطلحات):

أ-التجربة الإحصائية العشوائية : هي أية عملية أو مجموعة عمليات لا تعرف نتائجها مسبقا بشكل حتمي، وعادة ما نتعامل بهذه التجارب الاحصائية العشوائية لأنه إذا كنا متأكدين من النتائج فهذه تسمى تجربة تقريرية.

ب-الفضاء العيني: وهو عبارة عن المجموعة التي تضم كل النتائج الممكنة الحدوث

-مثال: إذا أردنا أخذ عينة من طلبة إحدى الكليات التي تضم ثلاثة تخصصات، فإن المجموعة التي تضم تخصص الطالب الذي سنقابله سيكون محصورا في تخصصات الكلية الثلاثة

ج-الحادث: كل نتيجة يمكننا الحصول عليها من إجراء التجربة تسمى حادث، والحادث إما أن يكون حادث بسيط بحيث لا يمكن تجزئته مثل (الطالب وتخصصه)، وإما أن يكون حادث مركب مثل (الطالب، وتخصصه، ومستواه الدراسي)، و هناك عدة أنواع من الحوادث منها:

-الحوادث المتساوية الفرص: وهي عبارة عن الحوادث التي لها فرص متساوية بالحدوث، مثل : رمي قطعة نقد، فحصولنا على النتيجة صورة (H) أو كتابة (T) ، لهما نفس الفرصة بالحدوث.

-الحوادث المستقلة: وهذه عبارة عن الحوادث التي لا يتأثر حدوث أي منها بحدوث الآخر، مثل: وصول حافة سياسحية لإحدى الشركات إلى مدينة معينة مقابل وصول حافلة أخرى لشركة أخرى

-الحوادث غير المستقلة: هذه الحوادث يعتمد حدوث أي منها على حدوث الآخر، مثل: انتاج شركة ما لنوع من العصير مقابل إنتاجها لنوع آخر.

-الحوادث المتنافية: هذه الحوادث تعني أنه إذا حدث إحداها فينتفي حدوث الآخر، أي أن تقاطع هذين الحادثين عبارة عن المجموعة الخالية، مثل حوصل طالب تخرج من الجامعة على تقدير جيد جدا ينفي حصوله على تقدير ممتاز.

4.4. قوانين الاحتمال:

الاحتمال يمثل قياس لإمكانية حدوث حادث معين، وهو عبارة عن نسبة تتراوح قيمتها ما بين صفر وواحد صحيح، يعني:

$$1 \geq P(x) \leq 0$$

وقيمة الاحتمال للمجموعة الكلية =1

1- احتمال المجموعة الخالية ({Ø}) يساوي صفر

P({Ø})=0

2-احتمال متممة المجموعة يساوي واحد ناقص احتمال المجموعة

P($\bar{A}$)=1-P(A)

3-احتمال اتحاد المجموعتين إذا كانتا مستقلتين يساوي مجموع احتمال كل منهما ناقص احتمال المجموعة الأولى مضروب في احتمال المجموعة الثانية

P(AUB)=((P(A)+P(B))-P(A)*P(B)

4-احتمال اتحاد المجموعتين إذا كانتا غير مستقلتين يساوي مجموع احتمال كل منهما ناقص احتمال تقاطعهما

P(AUB)=P(A)+P(B)-P(A∩B)

5-احتمال متممة اتحاد مجموعتين جزئيتين يساوي واحد ناقص احتمال اتحاد المجموعين الجزئيتين

$$P(\overline{A \cup B}) = 1 - P(A \cup B)$$

6-احتمال حدوث مجموعة جزئية مع عدم حدوث مجموعة جزئية أخرى يساوي احتمال حدوث المجموعة الجزئية الأولى ناقص قتاطع المجموعتين

$$P(A \cap \bar{B}) = P(A) - P(A \cap B)$$

$$P(B \cap \bar{A}) = P(B) - P(A \cap B)$$

* احتمال الاتحاد هو احتمال حدوث مجموع العناصر في المجتموعتين دون تكرار
* احتمال التقاطع هو احتمال حدوث العناصر المشتركة في المجموعتين نفس الوقت

* احتمال المتممة هو احتمال حدوث العناصر التي تنتمي للمجموعة الكلية ولا تنتمي للمجموعة الجزئية

مثال:

إذا افترضنا X مجموعة كلية احتمالها يساوي واحد صحيح، وأن احتمال المجموعة الجزئية A يساوي 0.70، واحتمال المجموعة الجزئية B يساوي 0.90، واحتمال المجموعة الجزئية C يساوي 0.20، واحتمال $P(A \cap B)$ يساوي 0.65، مع افتراض أن المجموعتين A-B غير مستقلتين، والمجموعتين A و C مستقلتين، فيمكننا تطبيق القوانين السابقة كما يلي:

1- احتمال متممة المجموعة A يساوي:

P($\bar{A}$)=1-P(A)

=1-0.70

=0.30

2- احتمال اتحاد المجموعتين إذا كانتا مستقلتين يساوي:

P(AUB)=(P(A)+P(C))-(P(A)*P(C))

=0.70+0.20-0.70*0.20

= 0.90-0.14

=0.76

3-احتمال اتحاد المجموعتين إذا كانتا غير مستقلتين يساوي مجموع احتمال كل منهما ناقص احتمال تقاطعهما

$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$

=0.70+0.90-0.65

=1.60-0.65

=0.95

4-احتمال متممة اتحاد المجدموعتين الجزئيتين A و B يساوي:

P(AUB)=1-P(AUB)

=1-0.95

=0.05

5-احتمال حدوث المجموعة الجزئية (A) مع عدم حدوث المجموعة الجزئية يساوي: (B)

$P(A \cap \bar{B}) = P(A) - P(A \cap B)$

=0.70-0.65

=0.05

6-احتمال حدوث المجموعة الجزئية B مع عدم حدوث المجموعة الجزئية Aيساوي:

$P(B \cap \bar{A}) = P(A) - P(A \cap B)$

= 0.90-0.65

=0.25

5.4. طرق العد

هناك عدة قواعد لإيجاد عدد الطرق التي يمكننا من خلالها الحصول على نقاط الفضاء العيني لتجربة (حصائية ما، أو لعدة تجارب، هذه القواعد هي:

أ-قاعدة الضرب: هذه القاعدة تعني أنه إذا أجريت تجربة في من الطرق، وتجربة أخرى في من الطرق، فإن التجربتين معا تحدثان في n2 من الطرق، وإذا كان هناك أكثر من تجربتين فيتم الحصول على عدد الطرق بالقانون التالي:

$$n1 * n2 * n3 *..........*nk$$

مثال:

إذا كانت كلية الاقتصاد والعلوم الادارية في إحدى الجامعات تضم ثمانية تخصصات، وفي كل تخصص هناك أربعة مستويات، فإن أي طالب يكمن مقابلته كوحدة معاينة في هذه الكلية سيكون كما في المجموعة التالية:

(اقتصاد، سنة أولى)، (اقتصاد، ثانية)، (اقتصاد، ثالثة)، (اقتصاد، رابعة)، (إدارة أعمال، أولى)، (ادارة أعمال، ثانية)،....إلخ)، فسنجد أن الفضاء العيني لتخصصات الطلبة في هذه الكلية ومستواهم الدراسي هو عبارة عن مجموع عدد التخصصات مضروبا في عدد المستويات لكل تخصص، أي:

$$n1 * n2 = 8 * 4 = 32$$

ب-قاعدة الجمع: هذه القاعدة تعني أنه إذا أجريت تجربة في من الطرق، وتجربة أخرى في n2 من الطرق، وكانت التجربتان لا تحدثان معا، فمجموع التجربتان تحدثان في n1 +n2 من الطرق، وإذا كان هناك أكثر من تجربتين فيتم الحصول على عدد الطرق بالقانون الثاني:

$$n1 + n2 + n3+.....+nk$$

مثال:

إذا كان هناك شخص لديه 500 دينار، ويريد شراء جهاز حاسوب أو ثلاجة بهذا المبلغ، فإذا وجد في السوق ثلاثة أنواع من الحواسيب، وخمسة أنواع من الثلاجات، فكم عدد الخيارات التي يمكنه من خلالها شراء ما يريد؟

في هذه ا لحالة عدد الطرق التي يمكنه من خلالها شراء جهاز حاسوب أو ثلاجة تساوي:

$$n1 + n2 = 3 + 5 = 8$$

ج-قاعدة التباديل: هذه القاعدة يمكن بواسطتها تحديد عدد الطرق التي يمكن من خلالها ترتيب جميع عناصر مجموعة ما بطريقة منتظمة، هذه القاعدة تنص على أن عدد الطرق يساوي:

$$nPn=n!$$

مثال:

إذا أردنا إجراء تجربة حول ترتيب الأفضلية لدى مجموعة من الأشخاص لشرب عصير خمسة أنواع من الفاكهة (برتقال، تفاح، جزر، عنب، شمام)، فكم عدد الطرق التي يمكن أن ترتب فيها هذه الأنواع بطريقة منتظمة؟

الحل:

في هذه الحالة عدد الطرق التي يمكننا من خلالها تنرتيب هذه الأنواع من العصير بطريقة منتظمة تساوي:

$$5P5 = 5*4*3*2*1=120$$

يمكننا تمثيل هذه الطريقة بالشكل أدناه:

طريقة الترتيب المنتظمة لعصير البرتقال	طريقة الترتيب المنتظمة لعصير البرتقال
برتقال، تفاح، جزر، عنب، شمام	برتقال، شمام، تفاح، جزر، عنب
برتقال، تفاح، جزر، شمام، عنب	برتاقل، شمام، تفاح، عنب، جزر
برتفال، تفاح، عنب، شمام، جزر	برتاقل، شمام، جزر، عنب، تفاح
برتقال، تفاح، عنب، جزر، شمام	برتاقل، شمام، عنب، جزر، تفاح
برتقال، تفاح، شمام، جزر، عنب	برتاقل، شمام، جزر، تفاح، عنب
برتقال، تفاح، شمام، عنب، جزر	برتاقل، شمام، عنب، تفاح، جزر
برتقال، جزر، تفاح، عنب، شمام	برتاقل، عنب، شمام، تفاح، جزر
برتقال، جزر، تفاح، شمام، عنب	برتاقل، عنب، جزر، تفاح، شمام
برتقال، جزر، عنب، تفاح، شمام	برتاقل، عنب، شمام، جزر، تفاح
برتقال، جزر، شمام، تفاح، عنب	برتاقل، عنب، جزر، شمام، تفاح
برتقال ، جزر ، عنب ، شمام ، تفاح	برتقال ، عنب ، تفاح ، شمام ، جزر
برتقال ، جزر ، شمام ، عنب ، تفاح	برتقال ، عنب ، تفاح ، جزر ، شمام

وإذا كررنا هذا الترتيب لأنواع العصائر الأربعة الأخرى لحصلنا على أربعة وعشرون ترتيبا لكل نوع ، وسيكون المجموع يساوي(120 = 5*24) مئة وعشرون طريقة .

. أما عدد الطرق التي يمكن من خلالها ترتيب بعض عناصر مجموعة ما بطريقة منتظمة، فالقاعدة في هذه الحالة تنص على أن عدد الطرق يساوي :

$$nPk = \frac{n!}{(n-k)!}$$

فحسب المثال السابق إذا أردنا أول ثلاثة تفضيلات لهذه الأنواع الخمسة فسيكون عدد الطرق التي سنحصل عليها يساوي :

$$nPk = \frac{n!}{(n-k)!}$$

$$5P3 = \frac{n!}{(n-k)!}$$

$$= \frac{5!}{(5-3)!}$$

$$= 5 * 4 * 3$$

$$= 60$$

ويمكننا تمثيلها بالجدول أدناه :

طريقة الترتيب المنتظمة لثلاث عصائر	طريقة الترتيب المنتظمة لثلاث عصائر
برتقال ، تفاح ، جزر	برتقال ، جزر ، تفاح
برتقال ، تفاح ، شمام	برتقال ، جزر ، شمام
برتقال ، تفاح ، عنب	برتقال ، جزر ، عنب
برتقال ، عنب ، جزر	برتقال ، شمام ، عنب
برتقال ، عنب ، تفاح	برتقال ، شمام ، تفاح
برتقال ، عنب ، شمام	برتقال ، شمام ، جزر

وإذا ما كررنا هذا الترتيب الأنواع العصائر الأربعة الأخرى لحصلنا على اثني عشر ترتيب لكل نوع ، وسيكون المجموع يساوي (60 = 5 * 12) ستون طريقة .

د- قاعدة التوافيق: هذه القاعدة تنص على أن عدد الطرق التي يمكننا أن نرتب بها مجموع عناصر أي تجربة بدون ترتيب يساوي :

$$\left\{\begin{matrix} n \\ r \end{matrix}\right. = \frac{n!}{r!(n-r)!}$$

مثال :

إذا كان لدينا سبع كتب اقتصاد و ثلاث كتب تاريخ ، فكم عدد الطرق التي يمكننا من خلالها اختيار ثلاثة كتب من مجموع الكتب العشرة بدون ترتيب ؟.

الحل : عدد الطرق حسب قاعدة التوافيق يساوي :

$$\begin{cases} n \\ r \end{cases} = \frac{n!}{r!(n-r)!}$$

$$\begin{cases} 10 \\ 3 \end{cases} = \frac{10!}{3!(10-3)!}$$

$$= \frac{10*9*8*7!}{3*2*1*7!!}$$

$$= \frac{n720}{6}$$

=120

مثال :

كم عدد الطرق التي يمكننا من خلالها اختيار ثلاث كتب من مجموع الكتب العشرة بدون ترتيب بحيث يكون اثنان من الثلاثة اقتصاد والآخر تاريخ ، وما هو احبته بال هذه الطرق إلى مجموع الطرق ؟.

الحل : عدد الطرق حسب قاعدة التوافيق في هذه الحالة يساوي :

$$\begin{cases} 7 \\ 2 \end{cases} = \frac{7!}{2!(7-2)!}$$

$$\begin{cases} n \\ r \end{cases} = \frac{7*6*5!}{2*1*5!}$$

=21

- عدد طرق اختيار كتابي الاقتصاد :

$\begin{cases}3\\1\end{cases} = \frac{3!}{1!(3-1)!}$

$\begin{cases}n\\r\end{cases} = \frac{3*2!}{2*1!}$

=3

عدد طرق اختيار كتاب التاريخ:

احتمال عدد الطرق لاختيار كتابي اقتصاد وكتاب تاريخ إلى مجموع الطرق بدون ترتيب يساوي:

$$\frac{21*3}{120} = \frac{63}{120} = 0.525$$

إذا كان لدينا مجموعة كلية تحتوي على عناصر متشابهة، وقمنا بقسمة هذه المجموعة الكلية إلى مجموعات جزئية، فإن عدد طرق التوافق التي يمكن من خلالها ترتيب هذه العناصر بطريقة غير منتظمة يساوي مضروب مجموع العناصر مقسوم على (مضروب عدد عناصر كل مجموعة من المجموعات الجزئية)، وحسب القانون التالي:

$$\frac{n!}{(n1!\,n2!\,\ldots\ldots =}$$

مثال:

كم عدد الطرق التي يمكننا من خلالها ترتيب حروف كلمة (سمسم) بدون ترتيب؟

الحل: حروف هذه الكلمة عددها أربعة، وعند تقسيمها لحروف متشابهة نجد أن حرف (س) عدد 2، وحرف (م) عدده 2، وهنا عدد الطرق التي يمكن من خلالها ترتيب حروف هذه الكلمة بدون ترتيب ياسوي:

$\frac{4!}{2!\,2!}$

$$\frac{(4*3*2!)}{(2*1*2)!}$$

$$\frac{12}{2}$$

$$= 6$$

هذا الترتيب يتمثل بالكلمات (سمسم، سممس، سسمم، مسمس، مسسم،ممسس)

6.4. الاحتمال الشرطي

الاحتمال الشرطي يهدف إلى دراسة حدوث حادث معين مع العلم أن حادثا آخر قد حصل، ويتم حساب هذا الاحتمال من خلال القانون:

$$P\left(\frac{A}{B}\right) = \frac{p(A \cap B)}{P(B)}$$

مثال:

إذا كان احتمال حضور طالب لإحدى المحاضرات P (A) يساوي 0.85، واحتمال حضوره محاضرة أخرى P(B) يساوي0.90 ، واحتمال حضوره المحاضرتين معا 0.80، فإذا حضر المحاضرة B ، فما احتمال حضوره للمحاضرة A ؟

الحل:

$$P\left(\frac{A}{B}\right) = \frac{p(A \cap B)}{P(B)}$$

$$= \frac{0.80}{0.90}$$

$$= 0.89$$

*يمكن استخدام قاعدة الضرب التبادلي لايجاد احتمال تقاطع الحادثين، كما يلي:

$P(A\cap B)= P (B) * P(A/B)$

مثال:

إذا كان لدينا عينة مكونة من 12 طالب تخصص تسويق، و8 طلاب تخصص محاسبة، فإذجا قابلنا طالبا من قسم التسويق(B)، فما احتمال أن يكون الطالب الثاني الذي يمكن أن نقابله تخصصه محاسبة (A) ؟

الحل:

الاحتمال لطالب التسويق P (B) من مجموع الطلبة يساوي (20/12)، فإذا قابلنا الطالب الأول وكان تخصصه تسويق فالاحتمال لأن يكون الطالب الآخر تخصصه محاسبة من مجموع الطلبة المتبقين يساوي (19/8)، أما الاحتمال أن يكون الطالب الثاني تخصصه محاسبة (A) بشرط مقابلتنا للطالب الأول الذي تخصصه تسويق (B) فيساوي:

$$P(A \cap B) = P(B) * P(A|B)$$

$$= (12|20) * (8|19)$$

$$=0.6*0.42$$

$$=0.25$$

7.4. الحوادث المستقلة

الحوادث المستقلة هي عبارة عن الحوادث التي لا يتأثر حدوث أي منها بحدوث الآخر، هذه الحوادث تعني أن احتمال حصول الحادث يساوي احتمال حدوثه رغم حدوث الحادث الآخر، وهذا يعني أن (P A/B) = P (A)، وأيضا (P(B) = (P (B/A ، ومن هذه الصيغة يكون تقاطع الحادثين يساوي:

$$P (A \cap B) = P (A) * P (B)$$

وهذا يعني أن P (A / B) يساوي P (A) لأن حصول هذا الحادث ليس له علاقة بحصول الحادث السابق P (B)

مثال:

إذا علمنا بأن احتمال وصول باص إحدى شركات نقل المسافرين الساعة الثامنة صباحا من مدينة ما P(A) يساوي 0.90، و كان هناك باص لشركة أخرى احتمال وصوله من نفس المدينة بنفس الوقت P(B) يساوي 0.95، فما هو احتمال وصول الباصين معا في نفس الوقت؟

الحل:

من الملاحظ أن وصول أحد الباطين لا يؤثر على وصول الباص الآخر لأن إدارة الشركتين مختلفتان، وكل شركة تضع برامجها بناء على رؤيتها الخاصة، فالحادثين لبس لهما علاقة ببعضهما إلا في وقت الوصول فقط، فنستخدم في هذه الحالة قانون الحوادث المستقلة السابق لمعرفة احتمال وصول الباصين معا، ويساوي:

$$P(A \cap B)=P(A)*P(B)$$

$$= 0.90*0.95$$

$$=0.855$$

7-9-نظرية بييز

تنص نظرية بيز على أنه إذا كانت An..., A3, A2,A1 مجموعات جزئية للفضاء العيني للمجموعة الكلية مثلا، فإن احتمال أي عنصر في أي مجموعة جزئية يساوي (احتمال العنصر مضروب في احتمال المجموعة الجزئية لذلك العنصر) مقسوما على مجموع (احتمال كل عنصر مشابه مضروبا في احتمال مجموعته الجزئية)،وحسب القانون التالي:

$$P(A_1|E)=\frac{P(A_1)*P(E|A1)}{\left(P(A_1)*P(E|A_1)\right)+(\left(P(A_2)*P(E|A_2)\right)\ldots+(P(A_n)*P(E|A_n))}$$

مثال:

إذا كانت إحدى الجامعات تضم ثلاث كليات (القانون والآداب والعلوم) وكانت كلية القانون تضم 0.20 من طلبة الجامعة، والآداب 0.40، العلوم 0.40، فإذا كان احتمال الطلبة الحاصلين على تقدير

امتياز في الكليات الثلاث بالترتيب (4%,5%,6%) ، فإذا قابلنا أحد الطلبة وكان تقديره امتياز، فما احتمال أن يكون هذا الطالب من كلية الآداب؟

الحل:

إذا افترضنا أن طلبة القانون يمثلون المجموعة الجزئية A1 ، والآداب A2 ، و العلوم A3 ، فيكون الحل كما يلي:

$$P(A_2|E) = \frac{P(A_2) * P(E|A_2)}{\left(P(A_1) * P(E|A_1)\right) + (\left(P(A_2) * P(E|A_2)\right) \ldots + (P(A_n) * P(E|A_n))}$$

$$= \frac{0.05 * 0.40}{(0.03 * 0.20) + (0.05 * 0.40) + (0.04 * 0.40)}$$

$$= \frac{0.02}{0.042}$$

$$= 0.48$$

الجواب هو أن احتمال أن يكون الطالب من كلية الآداب يساوي (0.48)

أسئلة وتمارين

السؤال الأول: عرف المصطلحات التالية: (فضاء العينة، المجموعة الخالية، اتحاد مجموعتين، متممة لمجموعة، الحوادث المستقلة)؟

السؤال الثاني: إذا كان عدد الطلبة الذين حصلوا على علامة أكبر من في الامتحان الأول في مادة مبادىء الإحصاء 24 طالبا من عدد الطلبة المستجلين في الشعبة وعددهم 60 طالبا، فما احتمال حصول الطلبة على علامة أكبر من في الامتحان الثاني من نفس الشعبة؟

السؤال الثالث: إذا كانت المجموعة الجزئية (A) تضم العناصر، A = (1,2,3,4,5) وكانت المجموعة الجزئية (B) تضم العناصر B= (2,4,6,7)، وكانت المجموعة الكلية (X) تضم العناصر X=(1,2,3,4,5,6,7)، فأوجد (AUB) و(B A) ومتممة (B)؟

السؤال الرابع: إذا افترضنا حصول إحدى الشركات على شهادة ضمان الجودة يساوي 0.70، واحتمال حصول شركة أخرى على نفس الشهادة يساوي 0.90، أوجد احتمال أن تحصل إحدى الشركتين على هذه الشهادة؟

السؤال الخامس: ذهب شخص ما إلى إحدى المكتبات لشراء كتابين، وكان يملك عشرة دنانير، فوجد أن هناك أربعة عناوين من كتب الادارة سعر النسخة من كل عنوان خمسة دنانير، وأن ستة عناوين من كتب الاقتصاد سعر النسخة من كل عنوان خمسة دنانير أيضا، فكم عدد الخيارات التي يمكنه من خلالها شراء كتابين من هذه الكتب؟

السؤال السادس: شخص لديه مساحة بجانب منزله يمكنه أن يزرع أربع أشجار مختلفة (تفاح، برتقال، تين، زيتون) في هذه المساحة، فما هي عدد الطرق التي يمكنه أن يزرع بها هذه الشجرات الأربعة بطريقة منتظمة؟.

المصادر و المراجع

أولا: المراجع و المصادر العربية

1. أبو صالح، محمد صبحي، 2009، الطرق الإحصائية، عمان: دار اليازوري.
2. أبو صالح، محمد صبحي ،2007، مبادئ الإحصاء، عمان: دار اليازوري.
3. عبد الحفيظ مصطفى، 2008، نظرية الاحتمالات، ديوان المطبوعات الجامعية، الطبعة الرابعة، الجزائر.
4. عبد الحميد ربيع غيطان، 2004، نظرية الاحتمالات، الجزء الأول، جامعة الأزهر
5. فليفل كامل فيلفل، 2009، مبادئ الإحصاء للمهن التجارية، عمان دار المناهج للنشر.
6. موساوي عبد النور وبركاني يوسف، 2010، الاحصاء 2، دار العلوم للنشر والتوزيع، عنابة.
7. موراي شبيجل وأخرون، الاحتمالات والاحصاء، سلسلة ملخصات شوم، ترجمة محمود علي أبو النصر ومصطفى، الدار الدولية للاستثمارات الثقافية، القاهرة، مصر.
8. حمدان، فتحي حمدان ،2012، الإحصاء عمان: دار المناهج للنشر.
9. الأطرقجي، محمد علي،1980، الوسائل التطبيقية في الطرق الإحصائية، بيروت: دار الطليعة.
10. ثائر فيصل شاهر،2010، الإحصاء في العلوم المالية و الإدارية، عمان: دار الحامد.
11. لنكولن تشاو، 1990، الإحصاء في الإدارة، ترجمة عبد المرضي حامد عزام و آخرون، الرياض، دار المريخ.
12. فتحي عبد العزيز أبو راضي، 2000، مبادئ الاحصاء، دار المعرفة الجامعية.
13. سليم ذياب السعدي، 2004، مبادئ علم الاحصاء، دار الكتاب الجديد، الطبعة الاولى، بيروت.
14. نجيب حسن محمد واخرون، 2004، المدخل إلى علم الاحصاء، دار شموع، طربلس.

ثانيا: المراجع و المصادر الأجنبية

1. Berenson M, David L, Timothyk, 2004,9th basic business statistics, prentice hall.
2. Brite, R.L , 1983, introduction to business statistics, addison-wesley, publishing company.
3. Hamett, Donald L & Soni, Ashok K (1991) Statistical Methods for Business and Economics 4th . Ed, New York: Addison- Wesley Publishing Co.
4. Maan, Prem S (1995) Statistics for Busniess and Economics, New York: John Wiley & Sons Inc.
5. Weiss N.A (2004) Introduction statistics, 7th . Ed, New York: Addison Wesley Longman Inc.