

وزارة التعليم العالي و البحث العلمي

جامعة الجزائر 3

كلية العلوم الإقتصادية و العلوم التجارية و علوم التسيير

قسم العلوم الإقتصادية

عنوان المطبوعة:

محاضرات في الرياضيات المالية
-دروس و تمارين محلولة-

إعداد:

د. شامي صليحة

فهرس المحتويات.

الصفحة	المحتويات
7	مقدمة
	المحور الأول: العمليات ذات الفائدة البسيطة
	I - الفائدة البسيطة
8	I-1- تعريف الفائدة.....
8	I-1-1- تعريف الفائدة البسيطة.....
8	I-1-2- العناصر المحددة للفائدة البسيطة.....
9	I-2- حساب الفائدة البسيطة.....
11	I-3- حساب مختلف عناصر الفائدة البسيطة
12	I-4- حساب القيمة المكتسبة.....
14	I-5- المعدل الحقيقي
16	I-6- المعدل الوسطي لعدة توظيفات T
	II - تمارين محلولة حول الفائدة البسيطة
17	II-1- صياغة التمارين.....
20	II-2- الحلول النموذجية للتمارين.....
	III - الخصم التجاري بالفائدة البسيطة

26	III-1- مفهوم الخصم التجاري
26	III-1-1- تعريف الخصم التجاري.....
26	III-1-2- حساب الخصم التجاري.....
28	III-2- القيمة الحالية لورقة تجارية.....
29	III-3- الخصم الصحيح (العقلاني).....
31	III-4- بعض العلاقات بين الخصمين التجاري و العقلاني
33	III-5- الأجيرو L'Agio.....
34	III-6- القيمة الصافية للورقة التجارية والمعدل الحقيقي للخصم.....
	IV- تمارين محلولة حول الخصم التجاري بالفائدة البسيطة
35	IV-1- صياغة التمارين.....
37	IV-2- الحلول النموذجية للتمارين.....
	V - تكافؤ الأوراق التجارية بالفائدة البسيطة
42	V-1- تعريف التكافؤ
42	V-2- تكافؤ ورقتين تجاريتين
44	V-3- تحديد تاريخ التكافؤ.....
45	V-4- تكافؤ عدة أوراق تجارية.....
45	V-4-1- تكافؤ ورقة تجارية مع مجموعة من الأوراق التجارية.....

46	V-4-2- تكافؤ مجموعة من الأوراق التجارية مع مجموعة أخرى من الأوراق التجارية..
48	V-5- الاستحقاق المشترك.....
48	V-6- الاستحقاق المتوسط.....
	VI- تمارين محلولة حول تكافؤ الأوراق التجارية بالفائدة البسيطة
50	VI-1- صياغة التمارين.....
52	VI-2- الحلول النموذجية للتمارين.....
	المحور الثاني: العمليات ذات الفائدة المركبة
	I- الفائدة المركبة
56	I-1- تعريف الفائدة المركبة.....
56	I-2- حساب القيمة المكتسبة بواسطة الفائدة المركبة.....
58	I-3- إستعمال قانون الفائدة المركبة
59	I-4- المعدلات المتناسبة والمعدلات المكافئة.....
59	I-4-1- المعدلات المتناسبة.....
60	I-4-2- المعدلات المكافئة.....
61	I-5- حالات خاصة في حساب القيمة المكتسبة.....
61	I-5-1- حالة عدم وجود المدة في الجدول المالي
62	I-5-2- حالة عدم وجود المعدل في الجدول المالي

63	I-5-3- حالة عدم وجود المدة و المعدل.....
	II- تمارين محلولة حول الفائدة المركبة
65	II-1- صياغة التمارين.....
68	II-2- الحلول النموذجية للتمارين.....
	III- القيمة الحالية و الخصم و بالفائدة المركبة
75	III-1- القيمة الحالية لرأس المال.....
75	III-1-1- تعريف القيمة الحالية لرأس المال
75	III-1-2- قانون القيمة الحالية.....
76	III-2- تقييم رأس مال في زمن ما
77	III-3- حالات خاصة في استعمال قانون القيمة الحالية.....
77	III-3-1- حالة عدم وجود المدة في الجدول المالي
78	III-3-2- حالة عدم وجود المعدل في الجدول المالي
78	III-3-3- حالة عدم وجود المدة و المعدل في الجدول المالي
80	III-4- الخصم بالفائدة المركبة.....
	IV- تمارين محلولة حول القيمة الحالية و الخصم و بالفائدة المركبة
81	IV-1- صياغة التمارين.....
83	IV-2- الحلول النموذجية للتمارين.....

	V - تكافؤ الأوراق التجارية بالفائدة المركبة
86	V-1- تعريف التكافؤ.....
86	V-2- حالة تكافؤ رأسمالان.....
88	V-3- تكافؤ رأسمال مع مجموعة رؤوس أموال.....
89	V-4- تكافؤ مجموعتين من رؤوس الأموال.....
89	V-5- إستعمال مبدأ التكافؤ.....
90	V-1-5- تاريخ التكافؤ.....
91	V-2-5- تاريخ الإستحقاق المشترك.....
92	V-3-5- تاريخ الإستحقاق المتوسط.....
	VI - تمارين محلولة حول تكافؤ الأوراق التجارية بالفائدة المركبة
95	VI-1- صياغة التمارين.....
98	VI-2- الحلول النموذجية للتمارين.....
105	قائمة المراجع.....

مقدمة:

هذه المطبوعة عبارة عن ملخصات للمحاضرات ، و هي ثمرة تدريس لمقياس الرياضيات المالية التي تم إلقاؤها على طلبة السنة الثانية علوم إقتصادية ، حيث يُعتبر مقياس الرياضيات المالية أحد المقاييس الأساسية لجميع تخصصات ميدان العلوم الإقتصادية ، فمن الضروري أن يتوافر لدى المتهمين بالنواحي الإستثمارية في سوق المعاملات المالية و التجارية الأدوات الرياضية اللازمة لتحديد العائد الذي يحصل عليه المستثمر نتيجة استخدام أمواله خلال مدة زمنية معينة ، تتناول هذه المطبوعة بالشرح المبسط كيفية استخدام طرق و أساليب الرياضيات المالية اللازمة لحساب العائد على الإستثمار سواء كان هذا الإستثمار قصير الأجل متوسط أو طويل الأجل مدعوما بالأمثلة المتنوعة و التمارين المحلولة التي تجعل من هذه المطبوعة دليلك لتعلم أصول الرياضيات المالية.

و من أجل التطرق إلى المفاهيم السابقة و تطبيقاتها ، قسمنا هذه المطبوعة إلى جزئين أساسيين:

- الجزء الأول: يخص العمليات ذات الفائدة البسيطة ، و يشمل كل من الفائدة البسيطة ، الخصم التجاري بالفائدة البسيطة و تكافؤ الأوراق التجارية بالفائدة البسيطة؛
- الجزء الثاني: يخص العمليات ذات الفائدة المركبة ، و يشمل كل من الفائدة المركبة ، القيمة الحالية و الخصم التجاري بالفائدة المركبة و تكافؤ الأوراق التجارية بالفائدة المركبة.

المحور الأول: العمليات ذات الفائدة البسيطة.

I-1- الفائدة البسيطة.

تتكون عناصر الإنتاج من أربعة عناصر أساسية و هي : الأرض ، العمل ، التنظيم و رأس المال ، و من الطبيعي أن يكون لكل عنصر من عناصر الإنتاج عائداً ، فإذا كان الربح هو عائد الأرض ، و الأجر هو عائد العمل و الربح هو عائد التنظيم ، فإن عائد رأس المال موضوع بحثنا هو الفائدة أو المبلغ المدفوع نتيجة استعمال هذا المال ، لذلك فالفائدة هي عبارة عن العائد من استعمال رأس المال.

I-1-1- تعريف الفائدة.

هي المقابل الذي يدفعه المدين إلى الدائن نتيجة استخدامه أو حيازته لأمواله ، أو هي الدخل الذي يحصل عليه الدائن من المدين مقابل إقراضه مبلغ من المال خلال فترة زمنية معينة ، فهي العائد على استعمال رأس مال الغير، و هي نوعان الفائدة البسيطة و الفائدة المركبة .

I-1-2- تعريف الفائدة البسيطة:

هي ذلك الدخل الثابت الناجم عن توظيف مبلغ من المال (استثمار أو إقراض أو إيداع مبلغ مالي لدى بنك) لمدة زمنية عادة لا تتجاوز السنة ، تحسب على أصل المبلغ ، دون أن تعلق عليه ، فهي تبقى ثابتة إلى غاية نهاية إستحقاقها ، مادام المبلغ المودع بقي ثابتاً.

مثال: إذا كان أصل المبلغ المقترض أو المستثمر هو 25000 دج بمعدل سنوي للفائدة البسيطة يقدر ب 6 % ، فإن الفائدة على هذا المبلغ هي 1500 دج في السنة الأولى ، 1500 دج في نهاية السنة الثانية ، 1500 دج في نهاية السنة الثالثة وهكذا حتى نهاية المدة المتفق عليها.

I-1-3- العناصر المحددة للفائدة البسيطة:

يتوقف احتساب الفائدة البسيطة على ثلاثة عناصر هي:

أ . القيمة الأصلية "C": أو المبلغ الأصلي الموظف أو المودع ، المقترض أو المستثمر، كما أن الفائدة و رأس المال متناسبان طردياً ، فكلما ارتفع المبلغ الموظف أرتفعت الفائدة البسيطة بنفس النسبة .

ب . الفترة الزمنية "n": وهي عبارة عن مدة توظيف المبلغ الأصلي ، القرض أو مدة الاستثمار، و تكون قصيرة الأجل إما سنوية ، أو شهرية أو يومية والتي تمثل المدة الفاصلة بين يوم الإيداع و يوم السحب ، حيث لا يحسب يوم الإيداع و هو اليوم الأول ، و يُحسب يوم السحب و هو اليوم الأخير ، كما أن الفائدة و مدة التوظيف متناسبان طردياً ، فكلما زادت مدة التوظيف زادت الفائدة البسيطة .

ت . **معدل الفائدة "t"**: هو عبارة عن معدل توظيف المبلغ الأصلي ، كما أن الفائدة و معدل التوظيف متناسبان طرديا ، فكلما زاد معدل التوظيف زادت الفائدة البسيطة .

ملاحظة: يجب أن تتوافق المدة الزمنية مع معدل الفائدة، بمعنى أنه إذا كان معدل الفائدة سنويا فإن المدة تكون بالسنوات، وإذا كان المعدل شهريا فإن المدة تكون بالأشهر. وسوف نفترض أن معدل الفائدة البسيطة هو معدل سنوي، لذلك من الضروري في هذه الحالة تعديل المدة إلى سنوات لكي تتوافق مع معدل الفائدة السنوي، وذلك بقسمتها على عدد أشهر السنة إذا كانت المدة بالأشهر، أو عدد أيام السنة إذا كانت المدة بالأيام.

I-2- حساب الفائدة البسيطة.

يرمز للفائدة البسيطة بالرمز "I"، و يتم حسابها بالعلاقة التالية : $I = C \times t \times n$

علما أن هو مقدار في المئة .

وهناك طريقتان لحساب الفائدة البسيطة، هما:

أ . **الطريقة العادية أو المباشرة :** وهي تعطى حسب نوع المدة:

$$I = C \times t \times n/100 \quad \text{إذا كانت المدة بالسنوات فإن:}$$

$$I = C \times t \times n/1200 \quad \text{إذا كانت المدة بالأشهر فإن:}$$

$$I = C \times t \times n/36000 \quad \text{إذا كانت المدة بالأيام فإن:}$$

ب . **طريقة القاسم الثابت:** تستعمل طريقة القاسم الثابت في قانون الفائدة البسيطة عندما تكون المدة بالأيام فقط.

انطلاقا من القانون العام للفائدة البسيطة

$$I = C \times t \times n/36000$$

نقوم بقسمة البسط والمقام على t فنحصل علىالعلاقة التالية :

$$I = \frac{C \times n}{36000/t}$$

يطلق على ناتج الضرب $c \times n$ النمر "N" (Nombre) { رأس المال \times عدد الأيام }

أما ناتج القسمة $36000/t$ فهو يسمى بالقاسم "D" (Diviseur)

وبذلك يكون قانون الفائدة البسيطة حسب هذه الطريقة $I = N/D$

مثال 1: ماهي الفائدة البسيطة لرأسمال قيمته 50000 دج موظف بمعدل فائدة بسيطة سنوية 7 % لمدة سنة و احدة ؟

الحل:

$$I = \frac{C \times t \times n}{100} = \frac{50000 \times 7}{100} = 3500$$

$$\Rightarrow \boxed{I = 3500 \text{ DA}}$$

مثال 2: ماهي الفائدة البسيطة لرأسمال قيمته 35000 دج موظف بمعدل فائدة بسيطة سنوية 6 % لمدة ثلاثة أشهر؟

الحل:

$$I = \frac{C \times t \times n}{1200} = \frac{35000 \times 6 \times 3}{1200} = 525$$

$$\Rightarrow \boxed{I = 525 \text{ DA}}$$

مثال 3: ماهي الفائدة البسيطة لرأسمال قيمته 20000 دج موظف بمعدل فائدة بسيطة سنوية 5 % لمدة من 10 جانفي 2020 إلى 19 أفريل 2020 ؟

الحل:

حساب مدة توظيف المبلغ المالي:

بما أن سنة 2020 تقبل القسمة على 4 فإن عدد أيام شهر فيفري هو 29 يوما.

شهر جانفي = (31 - 10) = 21 يوم ؛

شهر فيفري = 29 يوم ؛

شهر مارس = 31 يوم ؛

شهر أفريل = 19 يوم .

إذن عدد أيام توظيف المبلغ المالي هي: $n = 21 + 29 + 31 + 19 = 100 \text{ jours}$

- الطريقة العادية :

$$I = \frac{C \times t \times n}{36000} = \frac{20000 \times 5 \times 100}{36000}$$

$$\Rightarrow \boxed{I = 277,77 \text{ DA}}$$

1. طريقة القاسم:

$$I = \frac{c \times n}{36000/t} = \frac{20000 \times 100}{36000/5} = 277,77 \text{ DA}$$

$$\Rightarrow \boxed{I = 277,77 \text{ DA}}$$

I-3- حساب مختلف عناصر الفائدة البسيطة.

من الصيغة العامة لقانون الفائدة البسيطة يمكن إيجاد أي عنصر من عناصر الفائدة البسيطة بمعرفة بقية العناصر الأخرى .

$$I = C \times t \times n \text{ : الفائدة البسيطة}$$

$$C = \frac{I}{t \times n} \text{ : رأس المال الموظف}$$

$$n = \frac{I}{C \times t} \text{ : مدة التوظيف}$$

$$t = \frac{I}{C \times n} \text{ : معدل الفائدة البسيطة}$$

مثال 1: ماهو مقدار رأس المال الموظف لمدة 8 أشهر بمعدل سنوي 5% إذا كانت الفائدة المحصل عليها هي 300 ؟

الحل:

$$I = \frac{C \times t \times n}{1200} \Rightarrow C = \frac{I \times 1200}{t \times n} = \frac{300 \times 1200}{5 \times 8}$$

$$\Rightarrow \boxed{C = 9000 \text{ DA}}$$

مثال 2: ما هو معدل توظيف مبلغ مالي قدره 50000 خلال الفترة الممتدة من تاريخ 2019/01/19 إلى غاية 2019/03/22، وكان العائد المتحقق في نهاية المدة هو 689 دج.

الحل: بما أن سنة 2019 لا تقبل القسمة على 4 فإن عدد أيام شهر فيفري هو 28 يوماً.

$$n = (31 - 19) + 28 + 22 = 62 \text{ jours.}$$

$$t = \frac{I \times 36000}{C \times n} = \frac{689 \times 36000}{50000 \times 62} = 8\%$$

$$\Rightarrow \boxed{t = 8\%}$$

مثال 3: ما هي مدة توظيف مبلغ مالي قدره 20000 دج بمعدل فائدة سنوي 5% والذي أنتج فائدة قدرها 200 دج؟

الحل:

$$I = \frac{C \times t \times n}{36000} \Rightarrow n = \frac{I \times 36000}{C \times t} = \frac{200 \times 36000}{20000 \times 5}$$

$$\Rightarrow \boxed{n = 72 \text{ jours}}$$

ملاحظة: عدد أيام السنة البسيطة هو 365 يوم حيث يحتوي شهر فيفري على 28 يوم فهي لا تقبل القسمة على 4 ، أما السنة الكبيسة فعدد أيامها 366 يوم حيث يحتوي شهر فيفري على 29 يوم ، فهي تقبل القسمة على 4 ، أما السنة التجارية فتحتوي على 360 يوم .

إن السنة القرنية و التي تبدأ بصفرين مثل 1900 ، 2000...فإنها تكون كبيسة إذا قبلت القسمة على 400 مثل سنة 2000 ، أما سنة 1800 فهي سنة بسيطة لا تقبل القسمة على 400 .

I-4- حساب القيمة المكتسبة.

تسمى كذلك القيمة المحصلة أو جملة رأس المال هي حاصل جمع أصل رأس المال مع فوائده المستحقة في نهاية المدة ، ونرمز لها بالرمز A ، حسب العلاقة التالية :

$$A = C + I$$

مثال 1 : تم توظيف رأسمال قيمته 45000 دج بمعدل فائدة 6%، لمدة سنة ، أحسب الجملة المحصلة في نهاية مدة التوظيف.

الحل :

$$A = C + I = C + \frac{C \times t \times n}{100} = C \left(1 + \frac{t \times n}{100} \right) = 45000 \left(1 + \frac{6 \times 1}{100} \right) = 47700$$

$$\Rightarrow \boxed{A = 47700 \text{ DA}}$$

مثال 2: أودع شخص مبلغ 85000 في بنك بمعدل فائدة بسيطة 9 % لمدة 8 أشهر.

أحسب الجملة المحصلة في نهاية مدة التوظيف ؟

الحل:

$$A = C + I = C + \frac{C \times t \times n}{1200} = C \left(1 + \frac{t \times n}{1200} \right) = 85000 \left(1 + \frac{9 \times 8}{1200} \right)$$

$$= 90100 \text{ DA}$$

$$\Rightarrow \boxed{A = 90100 \text{ DA}}$$

مثال 3: وظف شخص رأسمال مقداره 90000 ، بمعدل فائدة بسيطة 7 % لمدة تتراوح من 2020/04/15 إلى غاية 2020/06/30 ، أحسب الجملة المحصلة في نهاية مدة التوظيف.

الحل:

$$n = (30 - 15) + 31 + 30 = 76 \text{ jours}$$

$$A = C + I = C + \frac{C \times t \times n}{36000} = C \left(1 + \frac{t \times n}{36000} \right) = 90000 \left(1 + \frac{7 \times 76}{36000} \right) = 91330 \text{ DA}$$

$$\Rightarrow \boxed{A = 91330 \text{ DA}}$$

مثال 4: وظيف مبلغ مالي من 04/09/2020 إلى غاية 30/20/2016 بمعدل فائدة 10% فكانت جملته المحصلة 33, 76708 دج. أحسب المبلغ الموظف.

الحل:

$$n = (30 - 9) + 31 + 30 = 82 \text{ jours}$$

$$A = C \left(1 + \frac{t \times n}{36000} \right)$$

$$\Rightarrow C = \frac{A}{1 + t \times n / 36000} = \frac{76708,33}{1 + 10 \times 82 / 36000} = 75000 \text{ DA}$$

$$\Rightarrow \boxed{C = 75000 \text{ DA}}$$

مثال 5: وظيف مبلغ مالي قيمته 10000 دج لمدة 50 يوم، إذا كانت القيمة المحصلة في نهاية فترة التوظيف 33, 10138 دج، أحسب معدل التوظيف.

الحل:

$$A = C + \frac{C \times t \times n}{36000} \Rightarrow A - C = \frac{C \times t \times n}{36000}$$

$$\Rightarrow t = \frac{(A - C) \times 36000}{C \times n}$$

$$t = \frac{(10138,88 - 10000) \times 36000}{10000 \times 50} = 10\%$$

$$\Rightarrow t = 10\%$$

مثال 6: تم توظيف رأسمال قيمته 12000 دج بمعدل فائدة 8,5%، فكانت جملته المحصلة 83, 12155 دج. أحسب مدة التوظيف.

الحل:

$$A = C + \frac{C \times t \times n}{36000} \Rightarrow A - C = \frac{C \times t \times n}{36000}$$

$$\Rightarrow n = \frac{(A - C) \times 36000}{C \times t}$$

$$n = \frac{(12155,83 - 12000) \times 36000}{12000 \times 8,5} = 55 \text{ jours}$$

$$\Rightarrow \boxed{n = 55 \text{ jours}}$$

مثال 7: مبلغ مالي قيمته 100000 ووظف بمعدل فائدة 10% في 16/06/2020 ، بلغت جملته المحصلة 102194,44 دج ، ما هو تاريخ سحبه ؟
الحل :

$$n = \frac{(A - C) \times 36000}{C \times t}$$

$$\Rightarrow n = \frac{(102194,44 - 100000) \times 36000}{100000 \times 10} = 79 \text{ jours}$$

لدينا عدد الأيام : 79 jours = سبتمبر 3 + أوت 31 + جويلية 31 + جوان (30 - 16) = 79 jours
إذن تاريخ السحب هو : 03 سبتمبر 2020 .

I-5- المعدل الحقيقي.

هو المعدل الذي يُحسب على أساس معطيات حقيقية (رأس مال حقيقي ، مدة حقيقية و معدل حقيقي) ، و ذلك عكس المعدل الإسمي الذي يُحسب على أساس معطيات إسمية مقدمة من طرف البنك ، مثل حصول صاحب المبلغ على الفائدة في بداية المدة تسمى الفائدة في هذه الحالة بـ "الفائدة المسبقة" ، فالفائدة عادة تدفع في نهاية مدة التوظيف ، ولكن في بعض الحالات قد تدفع في بداية المدة ، ويكون المبلغ المستثمر فعلا C_r هو المبلغ C مطروحا منه الفوائد المسحوبة عند الإيداع ، أو حصول صاحب المبلغ على مكافأة أو دفع رسم ، نرسم للمعدل الحقيقي بالرمز tr .

مثال 1: أودع شخص مبلغ 10000 دج في بنك لمدة 112 يوم بمعدل فائدة 9% ، علما أنه تم منح الفائدة في اليوم الأول من التوظيف ،
المطلوب: أحسب معدل التوظيف الحقيقي.

الحل:

$$C_r = C - I$$

$$\Rightarrow C_r = C - \frac{C \times t \times n}{36000} = 10000 - \frac{10000 \times 9 \times 112}{36000} = 10000 - 280$$

$$\Rightarrow C_r = 9720 \text{ و } I = 280$$

$$I = \frac{C_r \times tr \times n}{36000} \Rightarrow tr = \frac{I \times 36000}{C_r \times n} = \frac{280 \times 36000}{9720 \times 112} = 9,25$$

$$\Rightarrow \boxed{tr = 9,25 \%}$$

مثال 2: أودع شخص مبلغ 84500 دج في بنك لمدة 110 يوم بمعدل فائدة 9 % ، لنفترض أنه في نهاية مدة التوظيف تم منح صاحب رأس لمال بالإضافة إلى الفائدة مكافأة قدرها 500 دج.
المطلوب: أحسب معدل التوظيف الحقيقي.

الحل : نقوم أولاً نقوم بحساب الفائدة الحقيقية (I_r) ، والتي هي حاصل جمع الفائدة البسيطة و المكافأة.

$$I_r = I + \text{bonus}$$

$$I = \frac{C \times t \times n}{36000}$$

$$I_r = \frac{84500 \times 9 \times 110}{36000} + 500 = 2323,75 + 500 = 2823,75$$

لدينا :

$$I_r = \frac{C \times t_r \times n}{36000} \Rightarrow t_r = \frac{I_r \times 36000}{C \times n} = \frac{2823,75 \times 36000}{84500 \times 110} = 10,93$$

$$\Rightarrow \boxed{t_r = 10,93 \%}$$

مثال 3: أودع شخص مبلغ 100000 دج على أساس معدل فائدة بسيطة 8 % سنوياً لمدة 102 يوم ، علماً أنه في نهاية مدة التوظيف سدد رسم على الفائدة مقداره 400 دج .
المطلوب: أحسب معدل التوظيف الحقيقي.

الحل : نحسب الفائدة الحقيقية (I_r):

$$I_r = I - \text{taxes}$$

$$I_r = \frac{C \times t \times n}{36000} - \text{taxes} = \frac{100000 \times 8 \times 102}{36000} - 400 = 2266,67 - 400$$

$$= 1866,67 \text{ DA}$$

لدينا:

$$I_r = \frac{C \times t_r \times n}{36000} \Rightarrow t_r = \frac{I_r \times 36000}{C \times n} = \frac{1866,67 \times 36000}{100000 \times 102} = 6,58\%$$

$$\Rightarrow \boxed{t_r = 6,58 \%}$$

I-6- المعدل المتوسط لعدة توظيفات T:

لنكن لدينا مجموعة من رؤوس الأموال (C_1, C_2, C_3) لشخص واحد تم توظيفها بمعدلات فائدة بسيطة مختلفة (t_1, t_2, t_3) ، خلال فترات زمنية مختلفة (n_1, n_2, n_3) ، في بنوك متعددة ، إذا استطعنا تعويض هذه المعدلات بمعدل واحد حيث تحقق نفس المبلغ الإجمالي للفائدة البسيطة ، عندئذ نكون أمام المعدل المتوسط لعدة توظيفات نرمز له بالرمز T.

فالمعدل المتوسط لعدة توظيفات هو المعدل الوحيد الذي يُعوض مجموعة من المعدلات (t_1, t_2, t_3) ، بحيث مجموع الفوائد المحققة بهذا المعدل الوحيد يُساوي مجموع الفوائد المحققة لهذه المعدلات المختلفة.

$$I = I_1 + I_2 + I_3 \dots + I_n$$

$$I = C_1 \times t_1 \times n_1 + C_2 \times t_2 \times n_2 + C_3 \times t_3 \times n_3 \dots + C_n \times t_n \times n_n$$

إذا عوضنا $(t_1, t_2, t_3 \dots)$ بالمعدل الوحيد T ، تصبح العلاقة السابقة كما يلي :

$$\begin{aligned} & C_1 \times T \times n_1 + C_2 \times T \times n_2 + C_3 \times T \times n_3 + \dots + C_n \times t_n \times n_n \\ \Rightarrow C_1 \times t_1 \times n_1 + C_2 \times t_2 \times n_2 + C_3 \times t_3 \times n_3 + \dots + C_n \times t_n \times n_n & = \\ C_1 \times T \times n_1 + C_2 \times T \times n_2 + C_3 \times T \times n_3 + \dots + C_k \times T \times n_k & \end{aligned}$$

ومنه :

$$T = \frac{C_1 \times t_1 \times n_1 + C_2 \times t_2 \times n_2 + C_3 \times t_3 \times n_3 + \dots + C_n \times t_n \times n_n}{C_1 \times n_1 + C_2 \times n_2 + C_3 \times n_3 + \dots + C_n \times n_n}$$

$$\Rightarrow T = \frac{\sum_{i=1}^n C_i \times t_i \times n_i}{\sum_{i=1}^n C_i \times n_i}$$

مثال: وُظف شخص ثلاثة مبالغ بتاريخ 15 جوان 2020 قيمتها على الترتيب 45000 ، 52100 ، 39800 بمعدلات فائدة على التوالي : 5,5 % ، 8,5 % ، 7% إلى غاية : 20 جويلية ، 31 أوت ، 14 سبتمبر على الترتيب ، فما هو المعدل المتوسط للتوظيفات الثلاث؟

الحل:

لحساب المعدل المتوسط للتوظيفات الثلاث نحسب أولاً مدد التوظيف :

$$n_1 = (30 - 15) + 20 = 35 \text{ jours.}$$

$$n_2 = (30 - 15) + 31 + 31 = 77 \text{ jours.}$$

$$n_3 = (30 - 15) + 31 + 31 + 14 = 91 \text{ jours.}$$

$$T = \frac{C_1 \times t_1 \times n_1 + C_2 \times t_2 \times n_2 + C_3 \times t_3 \times n_3 + \dots + C_n \times t_n \times n_n}{C_1 \times n_1 + C_2 \times n_2 + C_3 \times n_3 + \dots + C_n \times n_n}$$

$$T = \frac{45000 \times 5,5 \times 35 + 52100 \times 8,5 \times 77 + 39800 \times 7 \times 91}{35000 \times 45 + 47000 \times 68 + 49500 \times 72}$$

$$T = 7,39 \%$$

II- تمارين محلولة حول الفائدة البسيطة.**II- 1- صياغة التمارين.**

التمرين 01: وظف شخص مبلغ ما لدى بنك لمدة 130 يوم بمعدل فائدة بسيطة 4% سنويا ، ثم وظف جملة هذا المبلغ لدى بنك ثاني لمدة 120 يوم بمعدل فائدة بسيطة 6% سنويا ، فبلغت الفائدة التي تحصل عليها من البنك الثاني فقط 365,2 دج.

المطلوب: حساب أصل المبلغ الموظف لدى البنك الأول.

التمرين 02: مبلغ من المال يقدر بـ 54000 دج تم إيداعه في بنك بفائدة بسيطة نسبتها 10% بتاريخ 2020/04/19، حقق في نهاية مدة التوظيف فائدة قدرها 1230 دج.

المطلوب:

1. أحسب مدة التوظيف ثم حدد تاريخ نهاية التوظيف؛
2. أحسب الجملة المحصلة في هذا التاريخ؛
3. أحسب القيمة المحصلة لهذه الجملة بعد 74 يوم من تاريخ إيداع المبلغ الأصلي.

التمرين 03: أودع شخص في البنك مبلغين ماليين ، تتناسبان كالأرقام 15 ، 7 ، الأول لمدة سنة بمعدل 8 % و الثاني لمدة 16 شهر بمعدل 9 %، فإذا علمت أن المبلغ الأول أكبر من الثاني بـ 4000 دج.

المطلوب:

1. أحسب قيمة المبلغين؛
2. أحسب الفائدة الإجمالية.

التمرين 04: إقترضت مؤسسة مبلغا ماليا C_1 من أحد البنوك و بعد مدة 6 أشهر طلب البنك من المؤسسة تسديد ما عليها و التي قدرت بـ 245600 دج ، ولكي يتم تسديد ذلك توجهت إلى بنك آخر ، حيث إقترضت و بنفس المعدل مبلغ يساوي ضعف المبلغ الأول ، و بعد 10 أشهر دفعت إلى البنك الثاني فوائد بلغت 32000 دج.

المطلوب:

1. أوجد المبلغ C_1 المقترض من البنك الأول ، ثم استنتج المبلغ المقترض من البنك الثاني C_2 ؟
2. أوجد معدل سعر الفائدة ؟

التمرين 05: رأس مال قدره 50000 دج تم توظيفه بمعدل فائدة بسيطة لمدة سنتين ، بمعدل سنوي % t ، المبلغ الإجمالي المحصل عليه بعد سنتين تم سحبه و توظيفه من جديد بفائدة بسيطة لمدة ثلاث سنوات، و بمعدل سنوي % $(t + 3)$ ، المبلغ الإجمالي المحصل عليه بعد العمليتين 68200 دج .

المطلوب: - أحسب معدل الفائدة ؟

التمرين 06: وظف تاجر مبلغ من المال لدى بنك معين لمدة سنة وسبعة أشهر فكانت الفائدة البسيطة في نهاية الفترة تقدر بـ 1425 دج، إذا علمت أنه وظف مبلغ آخر ضعف الأول في بنك آخر بمعدل فائدة 4 % و في نفس الفترة فكانت الفائدة البسيطة المحصل عليها نهاية الفترة هي 3800 دج .

المطلوب:

1. أحسب مبلغ التوظيف؛
2. أحسب معدل الفائدة المطبقة في البنك الأول؛
3. أحسب الجملة المكتسبة في البنك الأول و الثاني.

التمرين 07: وظف شخص مبلغ 35000 دج بفائدة بسيطة بمعدل ما ، في نهاية السنة الأولى أعاد توظيف القيمة المحصلة لمدة سنة أخرى بمعدل يقل عن الأول بـ 1 % ، كانت في نهاية السنة الثانية القيمة المحصلة 38955 دج.

المطلوب:

1. أحسب معدلات التوظيف؛
2. أحسب فوائد السنة الأولى و الثانية.

التمرين 08: تمتلك مؤسسة في 31 / 01 / 2019 مبلغ 390000 دج تود توظيفه على جزئين:

- الجزء الأول بمعدل فائدة بسيطة 6 % سنويا من تاريخ 31 / 01 / 2019 إلى غاية 31 / 01 / 2020، فتحصلت على جملة في نهاية مدة التوظيف قدرها 233200 دج؛
- الجزء الثاني بمعدل فائدة بسيطة 6 % سنويا من تاريخ 31 / 01 / 2019 فتحصلت على جملة في نهاية مدة التوظيف قدرها 221000 دج.

المطلوب:

1. حدد قيمة المبلغ الموظف (الجزء الأول) و قيمة الفائدة؛
2. حدد قيمة المبلغ الموظف (الجزء الثاني) ، علما أن مدة التوظيف بالسنوات ، و قيمة الفائدة و تاريخ نهاية التوظيف و المبلغ الإجمالي المتحصل عليه.

التمرين 09: أودعت مؤسسة مالية ثلاثة مبالغ تتناسب فيما بينها كالأعداد 7,5 ، 5,5 ، 2 بمعدل فائدة بمعدل فائدة بسيطة لمدة معينة ، فبلغ مجموع الفوائد 9000 دج.

المطلوب:

1. أحسب فائدة كل مبلغ؛
2. أحسب مدة الإيداع (بالأيام) إذا كان أول مبلغ 112500 ، و المعدل 12 %؛
3. أحسب المبلغين الآخرين؛
4. في نهاية المدة المحسوبة سابقا تم سحب المبلغ الأول و ترك المبالغ الأخرى بنفس المعدل لمدة 160 يوم أخرى ، أحسب ما تحقق للمؤسسة بعد هذه المدة.

التمرين 10: إستثمر شخص ثلاثة مبالغ مالية بداية من 01 / 01 / 2020:

- المبلغ الأول 64584 بمعدل 12% لمدة 135 يوم ؛
- المبلغ الثاني 125000 بمعدل 14 % لمدة 153 يوم ؛
- المبلغ الثالث 83265 بمعدل 13 % لمدة 216 يوم .

المطلوب:

1. أحسب مجموع فوائد المبالغ الثلاث؛
2. إذا حصل على فائدة المبلغ الأول في 01 / 01 / 2020 ، ما هو المعدل الحقيقي للتوظيف؟
3. إذا حصل على فائدة المبلغ الثاني مع مكافأة قدرها 600 دج ، فما هو المعدل الحقيقي للتوظيف؟
4. إذا سدد رسم على فائدة المبلغ الثالث بقيمة 400 دج ، فما هو المعدل الحقيقي للتوظيف؟

II-2-الحلول النموذجية للتمارين.

حل التمرين 01:

حساب أصل المبلغ الموظف لدى البنك الأول:

$$I_2 = \frac{C_2 \times t_2 \times n_2}{36000} = 365,2 \Rightarrow C_2 = \frac{I_2 \times 36000}{t_2 \times n_2} = \frac{I_2 \times 36000}{6 \times 120} = 18260$$

$$C_2 = A_1 = C_1 \left(1 + \frac{t_1 \times n_1}{36000} \right) \Rightarrow C_1 = \frac{A_1}{1 + \frac{t_1 \times n_1}{36000}} = \frac{18260}{1 + \frac{4 \times 130}{36000}} = 18000$$

$$\Rightarrow \boxed{C_1 = 18000DA}$$

حل التمرين 02:

لدينا : $t = 10\%$ و $C = 54000 DA$
 $n = ?$ و $I = 1230 DA$

1. حساب مدة التوظيف:

$$\text{نعلم أن: } n = \frac{I \times 36000}{t \times C} \Rightarrow n = \frac{Ctn}{36000} \text{ و بالتالي:}$$

$$n = \frac{1230 \times 36000}{10 \times 54000} = 82 \text{ jours}$$

و بالتالي تاريخ نهاية التوظيف هو 10/07/2020

2. حساب الجملة المحصلة:

$$A = C + I = 54000 + 1230 = 55\ 230 DA$$

3. حساب القيمة المحصلة بعد 74 يوما من الإيداع:

$$A' = C + I = C + \frac{Ctn}{36000} = 54000 + \frac{54000 \times 10 \times 74}{36000}$$

$$A' = 54000 + 1110 = 55\ 110 DA$$

حل التمرين 03:

1 - حساب قيمة المبلغين:

$$\frac{C_1}{15} = \frac{C_2}{7} = \frac{C_1 - C_2}{15 - 7} = \frac{4000}{8} = 500$$

$$\frac{C_1}{15} = 500 \Rightarrow \boxed{C_1 = 7500DA}$$

$$\frac{C_2}{7} = 500 \Rightarrow \boxed{C_2 = 3500 DA}$$

-2 حساب الفائدة الإجمالية:

$$I = I_1 + I_2$$

$$I = \frac{C_1 \times t_1 \times n_1}{100} + \frac{C_2 \times t_2 \times n_2}{1200} = \frac{7500 \times 8 \times 1}{100} + \frac{3500 \times 16 \times 9}{1200}$$

$$I = 600 + 420 = 1020 \text{ DA}$$

$$\boxed{I = 1020 \text{ DA}}$$

حل التمرين 04:1 - حساب المبلغ C_1 و C_2 :

$$C_2 = 2C_1$$

$$I_2 = \frac{2C_1 \times t \times n_2}{1200} = \frac{2C_1 \times t \times 10}{1200} = 32000$$

$$\Rightarrow C_1 \times t = 1920000 \dots 1$$

$$A_1 = C_1 + \frac{C_1 \times t \times n_1}{100} = C_1 \left(1 + \frac{1920000 \times 6}{1200}\right) = 245600$$

$$\Rightarrow \boxed{C_1 = 236000} \quad \boxed{C_2 = 472000}$$

2 - حساب معدل الفائدة t :

$$C_1 \times t = 1920000$$

$$\Rightarrow t = \frac{1920000}{236000} = 8,14 \% \Rightarrow \boxed{t = 8,14 \%}$$

حل التمرين 05:

$$A_1 = C_2 = C_1 + I_1 = C_1 + \frac{C_1 \times t \times n_1}{100} = 50000 + \frac{50000 \times t \times 2}{100}$$

$$= 50000 + 1000t \dots 1$$

$$A_2 = C_2 + I_2$$

$$68200 = 50000 + 1000t + \frac{(50000 + 1000t)(t + 3)3}{100}$$

$$18200 = 1000t + 1500t + 30t^2 + 4500 + 90t$$

$$30t^2 + 2590t - 13700 = 0$$

$$3t^2 + 259t - 1370 = 0$$

$$\Delta = 83521 \quad \sqrt{\Delta} = 289 \Rightarrow \boxed{t = 5 \%}$$

حل التمرين 06:

$$C_2 = 2C_1 \quad I = \frac{C \times t \times n}{1200} \quad n = 1 \text{ ans et } 7 \text{ mois} = 19 \text{ mois}$$

1 . حساب مبلغ التوظيف:

$$1425 = \frac{C_1 \times t_1 \times 19}{1200} \dots \dots \dots (1)$$

$$3800 = \frac{2C_1 \times 4 \times 19}{1200} \dots \dots \dots (2)$$

$$(2) \Leftrightarrow \boxed{C_1 = 30000 \text{ DA}} \quad \boxed{C_2 = 60000 \text{ DA}}$$

2 . حساب معدل الفائدة المطبق في البنك الأول:

$$(1) \Leftrightarrow 1425 = \frac{30000 \times t_1 \times 19}{1200} \Rightarrow \boxed{t_1 = 3\%}$$

3 . حساب الجملة المكتسبة في البنك الأول و الثاني:

$$A_1 = C_1 + I_1 = 30000 + 1425 = 31425 \Rightarrow \boxed{A_1 = 31425 \text{ DA}}$$

$$A_2 = 60000 + 3800 = 63800 \text{ DA} \Rightarrow \boxed{A_2 = 63800 \text{ DA}}$$

حل التمرين 07:

1 . حساب معدلات التوظيف (t_1, t_2) :

$$A_1 = C_2 = C_1 + I_1 = C_1 + \frac{C_1 \times t_1 \times n_1}{100} = 35000 + \frac{35000 \times t_1 \times 1}{100}$$

$$C_2 = 35000 + 350 t_1$$

$$A_2 = C_2 + I_2 = C_2 + \frac{C_2 \times t_2 \times n_2}{100} = \frac{C_2(t_1 - 1)n_2}{100}$$

$$A_2 = 35000 + 350 t_1 + \frac{35000 + 350 t_1(t_1 - 1)}{100}$$

$$38955 = 35000 + 350 t_1 + \frac{35000 + 350 t_1(t_1 - 1)}{100}$$

$$38955 - 35000 = 350 t_1 + \frac{35000t_1 - 35000 + 350t_1^2 - 350 t_1}{100}$$

$$3955 - 350 t_1 = \frac{3500t_1 - 3500 + 35t_1^2 - 35 t_1}{10}$$

$$39550 - 3500 t_1 = 35t_1^2 + 6965t_1 - 35 t_1 - 3500$$

$$35t_1^2 + 3500t_1 - 43050 = 0$$

$$t_1^2 + 199t_1 - 1230 = 0$$

$$\Delta = 44521 \quad \sqrt{\Delta} = 211$$

$$t_1 = 6\% \quad t_2 = 5\%$$

2 . حساب الفوائد (I_2, I_1)

$$I_1 = \frac{C_1 \times t_1 \times n_1}{100} = \frac{35000 \times 6 \times 1}{100} = 2100 \text{ DA}$$

$$I_2 = \frac{37100 \times 5 \times 1}{100} = 1855 \text{ DA}$$

$$C_2 = A_1 = C_1 + I_1 = 35000 + 2100 = 37100 \text{ DA}$$

حل التمرين 08:

1 . تحديد قيمة المبلغ الموظف (الجزء الأول) C_1 و قيمة الفائدة I_1 :

$$A_1 = C_1 + \frac{C_1 \times t \times n_1}{100} = C_1 + \frac{C_1 \times 6 \times 1}{100} = 233200$$

$$C_1(1,06) = 233200 \Rightarrow C_1 = 220000 \text{ DA}$$

$$I_1 = \frac{C_1 \times t \times n_1}{100} = \frac{220000 \times 6 \times 1}{100} = 13200 \text{ DA}$$

2 . تحديد قيمة المبلغ الموظف (الجزء الثاني) C_2 و قيمة الفائدة I_2 ، تاريخ نهاية التوظيف و المبلغ

الإجمالي المتحصل عليه .

$$C_2 = C - C_1 = 390000 - 220000 = 170000 \text{ DA}$$

$$A_2 = C_2 + I_2 \Rightarrow I_2 = A_2 - C_2 = 221000 - 170000 = 51000 \text{ DA}$$

$$I_2 = \frac{C_2 \times t \times n_2}{100} \Rightarrow n_2 = \frac{I_2 \times 100}{C_2 \times t} = \frac{51000 \times 100}{170000 \times 6} = 5 \text{ ans}$$

$$A = A_1 + A_2 = 233200 + 221000 = 454200 \text{ DA}$$

حل التمرين 09:

1- حساب فائدة كل مبلغ:

$$\frac{C_1}{7,5} = \frac{C_2}{5,5} = \frac{C_3}{2} = \frac{C_1 + C_2 + C_3}{15} \dots \dots \dots 1$$

$$I_1 = \frac{C_1 \times t \times n}{36000} \Rightarrow C_1 = \frac{I_1 \times 36000}{t \times n}$$

$$I_2 = \frac{C_2 \times t \times n}{36000} \Rightarrow C_2 = \frac{I_2 \times 36000}{t \times n}$$

$$I_3 = \frac{C_3 \times t \times n}{36000} \Rightarrow C_3 = \frac{I_3 \times 36000}{t \times n}$$

بالتعويض في 1 نجد:

$$\frac{I_1 \times 36000}{t \times n} = \frac{I_2 \times 36000}{t \times n} = \frac{I_2 \times 36000}{2}$$

بضرب كل كسر في $\frac{t \times n}{36000}$ نجد:

$$\frac{I_1}{7,5} = \frac{I_2}{5,5} = \frac{I_3}{2} = \frac{I_1 + I_2 + I_3}{15} = \frac{9000}{15} = 600$$

$$\frac{I_1}{7,5} = 600 \Rightarrow I_1 = 4500$$

$$\frac{I_2}{5,5} = 600 \Rightarrow I_2 = 3300$$

$$\frac{I_3}{2} = 600 \Rightarrow I_3 = 1200$$

2- حساب مدة الإيداع (بالأيام) إذا كان أول مبلغ 112500 ، و المعدل 12 % ؟

لدينا:

$$D = \frac{36000}{t} = \frac{36000}{12} = 3000$$

$$I_1 = \frac{C_1 \times t \times n}{36000} = \frac{C_1 \times n}{D} \Rightarrow n = \frac{D \times I_1}{C_1} = \frac{3000 \times 4500}{112500} = 120 \text{ jours}$$

3- حساب المبلغين الآخرين:

$$I_2 = \frac{C_2 \times n}{D} \Rightarrow C_2 = \frac{I_2 \times D}{n} = \frac{3300 \times 3000}{120} = 82500$$

$$I_3 = \frac{C_3 \times n}{D} \Rightarrow C_3 = \frac{I_3 \times D}{n} = \frac{1200 \times 3000}{120} = 30000$$

4 - في نهاية المدة المحسوبة سابقا تم سحب المبلغ الأول و ترك المبالغ الأخرى بنفس المعدل لمدة

160 يوم أخرى ، حساب ما تحقق للمؤسسة بعد هذه المدة ؟

$$\dot{I}_2 = \frac{C_2 \times n}{D} = \frac{82500 \times 160}{3000} = 4400$$

$$\dot{I}_3 = \frac{C_3 \times n}{D} = \frac{30000 \times 160}{3000} = 1600$$

$$I = 4400 + 1600 = 6000$$

حل التمرين 10:

1. مجموع فوائد المبالغ الثلاث: بداية نقوم بحساب فائدة كل مبلغ.

$$I_1 = \frac{C_1 \times t_1 \times n_1}{36000} = \frac{64584 \times 12 \times 135}{36000} = 2906,28 \text{ DA}$$

$$I_2 = \frac{C_2 \times t_2 \times n_2}{36000} = \frac{125000 \times 14 \times 153}{36000} = 7437,5 \text{ DA}$$

$$I_3 = \frac{C_3 \times t_3 \times n_3}{36000} = \frac{83265 \times 13 \times 216}{36000} = 6494,67 \text{ DA}$$

$$I = 2906,28 + 7437,5 + 6494,67 = 16838,45 \text{ DA}$$

2. حساب المعدل الحقيقي للتوظيف (حالة الفائدة المسبقة):

$$\Rightarrow C_{1r} = C_1 - I_1 = 64584 - 2906,28 = 61677,72$$

$$\Rightarrow C_r = 61677,$$

$$I_1 = \frac{C_{1r} \times tr \times n_1}{36000} \Rightarrow tr = \frac{2906,28 \times 36000}{61677,72 \times 135} = 12,56\%$$

3. حساب المعدل الحقيقي للتوظيف (حالة المكافأة):

$$I_{2r} = I_2 + \text{bonus}$$

$$I_2 = \frac{C_2 \times t_2 \times n_2}{36000}$$

$$I_{2r} = 7437,5 + 600 = 8037,5$$

$$I_{2r} = \frac{C_2 \times tr \times n_2}{36000} \Rightarrow tr = \frac{I_{2r} \times 36000}{C_2 \times n_2} = \frac{8037,5 \times 36000}{125000 \times 153} = 15,12 \%$$

4. حساب المعدل الحقيقي للتوظيف (حالة تسديد رسم):

$$I_{3r} = I_3 - \text{taxes} = 6494,67 - 400 = 6094,67$$

$$I_{3r} = \frac{C_3 \times tr \times n_3}{36000} \Rightarrow tr = \frac{I_{3r} \times 36000}{C_3 \times n_3} = \frac{6094,67 \times 36000}{83265 \times 216} = 12,19\%$$

III - الخصم التجاري بالفائدة البسيطة.**III-1-1- مفهوم الخصم التجاري.**

قد يحتاج المدين للسيولة النقدية فيلجأ إلى تحصيل و خصم الأوراق التجارية التي يمتلكها ، فيقدمها إلى البنك قبل تاريخ استحقاقها ، يقوم البنك بعملية الخصم ، و ذلك بطرح مبلغ الفائدة الناتج عن المدة الفاصلة بين تاريخ الخصم و تاريخ الاستحقاق من الورقة التجارية من القيمة الإسمية للورقة التجارية ، و يقدم لحاملها القيمة الباقية و هي القيمة الحالية للورقة.

III-1-1-1- تعريف الخصم التجاري.

هو فائدة البنك عن عملية تحويل قيمة ورقة تجارية إلى سيولة نقدية قبل تاريخ استحقاقها ، فهي عملية تسمح بتبادل ملكية الورقة التجارية ، فيصبح بذلك البنك هو المستفيد من القيمة الإسمية (مبلغ الورقة) حيث يحتفظ البنك بمبلغ القيمة الإسمية و يقدم لحامل الورقة مبلغ (القيمة الحالية)، و ذلك قبل حلول تاريخ استحقاقها.

III-1-1-2- حساب الخصم التجاري.

يحسب الخصم التجاري EC على أساس القيمة الإسمية للورقة التجارية C ، بمعدل محدد من طرف البنك يسمى معدل الخصم ، و مدة الخصم n و هي المدة الفاصلة بين تاريخ إستحقاق الورقة و تاريخ الخصم ، وهناك طريقتان لحساب الخصم التجاري:

أ . الطريقة العادية:

$$EC = \frac{C \times t \times n}{36000}$$

ب . طريقة القاسم الثابت:

$$EC = \frac{N}{D}$$

حيث: $N = C \times n$ و $D = 36000/t$

مثال 1: بتاريخ 2020/04/13 قدمت ورقة تجارية للخصم ، قيمتها الإسمية 20000 ، تستحق في 2020/06/30 لدى البنك ، طبق عليها معدل الخصم 5 % . أحسب مبلغ الخصم.

الحل:

$$n = (30 - 13) + 31 + 30 = 78 \text{ jours}$$

أ . الطريقة العادية:

$$Ec = \frac{C \times t \times n}{36000}$$

$$= \frac{20000 \times 5 \times 78}{36000} = 216,66 \text{ DA}$$

ب . طريقة القاسم الثابت:

$$Ec = \frac{N}{D} = \frac{C \times n}{36000/t} = \frac{20000 \times 78}{36000/5} = 216,66 \text{ DA}$$

مثال 2: ما هي القيمة الإسمية لسند تجاري خصم 66 يوما قبل تاريخ استحقاقه بمعدل خصم 6% ، و كان مبلغ الخصم 550 دج.

الحل:

$$Ec = \frac{C \times t \times n}{36000} \Rightarrow C = \frac{Ec \times 36000}{t \times n} = \frac{550 \times 36000}{6 \times 66} = 50000 \text{ DA}$$

مثال 3: بتاريخ 2020/03/22 باعت مؤسسة سلعة بمبلغ 58500، حيث تم الإعتراف بالدين بعد تأجيله بورقة تجارية تستحق الدفع في 2020/05/25 ، إلا أن حامل الورقة احتاج لنقود فتقدم إلى البنك للتفاوض على الورقة قبل تاريخ استحقاقها فخصم منه مبلغ 520 دج بمعدل 10%.

المطلوب إيجاد تاريخ الخصم.

الحل:

$$Ec = \frac{C \times t \times n}{36000} \Rightarrow n = \frac{Ec \times 36000}{C \times t} = \frac{520 \times 36000}{58500 \times 10} = 32 \text{ jours}$$

تاريخ الخصم هو: 2020/11/23.

مثال 4:

بتاريخ 2020/07/03 تم التفاوض مع بنك على ورقة تجارية قيمتها الإسمية 48000 و تاريخ استحقاقها 2020/12/03 ، تحصل البنك على فائدة من العملية بمقدار 1400 ، أحسب معدل الخصم.

الحل:

$$t = \frac{Ec \times 1200}{C \times n} = \frac{1400 \times 1200}{48000 \times 5} = 7\%$$

III-2- القيمة الحالية لورقة تجارية:

هي قيمة المبلغ التي يحصل عليها صاحب الورقة التجارية عند خصمها، ونرمز لها بالرمز V .
هناك طريقتان لحساب القيمة الحالية:

أ . الطريقة العادية:

$$V = C - E_c = C - \frac{C \times t \times n}{36000} = C \left(1 - \frac{t \times n}{36000}\right)$$

ب . طريقة القاسم الثابت:

$$V = C - \frac{C \times n}{D} = C \left(\frac{D - n}{D}\right)$$

مثال 1: أحسب القيمة الحالية لورقة تجارية قيمتها الاسمية 20000 دج قدمت للخصم لدى بنك 60 يوماً قبل تاريخ استحقاقها بمعدل 6%.

الحل:

الطريقة العادية:

$$V = C \left(1 - \frac{t \times n}{36000}\right) = 20000 \left(1 - \frac{6 \times 60}{36000}\right) = 19800 \text{ DA}$$

طريقة القاسم الثابت:

$$V = C \left(\frac{D - n}{D}\right) = 20000 \left(\frac{6000 - 60}{6000}\right) = 19800 \text{ DA}$$

مثال 2: قدم تاجر ورقة تجارية للخصم لدى بنك 4 أشهر قبل تاريخ استحقاقها، إذا علمت أن البنك يطبق معدل خصم 6%، وأن القيمة التي تحصل عليها التاجر بعد عملية الخصم هي 83300 دج. أحسب القيمة الاسمية للورقة التجارية.

$$V = C \left(1 - \frac{t \times n}{1200}\right) \Rightarrow C = \frac{V}{1 - \frac{t \times n}{1200}} = \frac{83300}{1 - \frac{6 \times 4}{1200}} = 85000 \text{ DA} \quad \text{الحل:}$$

مثال 3: ورقة تجارية قيمتها الاسمية 60000 دج تستحق الدفع بتاريخ 2017/12/30 قدمت للخصم لدى بنك n يوماً قبل تاريخ استحقاقها بمعدل خصم 6%، إذا علمت أن حاملها قد تحصل على قيمة 59400 دج، حدد تاريخ الخصم.

الحل:

$$V = C - \frac{C \times t \times n}{36000} \Rightarrow n = \frac{(C-V) \times 36000}{C \times t}$$

$$\Rightarrow n = \frac{(60000 - 59400) \times 36000}{60000 \times 4} = 60 \text{ jours}$$

تاريخ الخصم هو 2017/10/31.

مثال 4: ما هو معدل خصم ورقة تجارية قيمتها الاسمية 300000 دج قدمت للخصم 40 يوما قبل تاريخ استحقاقها إذا علمت أن القيمة الحالية تقدر بـ 299000 دج.

الحل:

$$t = \frac{(C - V) \times 36000}{C \times n} = \frac{(300000 - 299000) \times 36000}{300000 \times 40}$$

$$\Rightarrow \boxed{t = 3\%}$$

III-3- الخصم العقلاني (الصحيح):

هو الخصم الذي يحسب على أساس معطيات حقيقية و بالتحديد على أساس القيمة الحالية العقلانية للورقة التجارية و التي نرمز لها بالرمز \dot{V} وليس على أساس القيمة الاسمية ، ونرمز له بالرمز E_R . و هناك طريقتان لحساب الخصم العقلاني: الطريقة العادية وطريقة القاسم الثابت.

أ . الطريقة العادية:

$$\begin{cases} E_R = \frac{\dot{V} \times t \times n}{36000} \\ \dot{V} = C - E_R = C - \frac{\dot{V} \times t \times n}{36000} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \dot{V} + \frac{\dot{V} \times t \times n}{36000} = C \Rightarrow \dot{V} \left(1 + \frac{t \times n}{36000}\right) = C$$

$$\Rightarrow \dot{V} = \frac{C}{1 + \frac{t \times n}{36000}} = \frac{36000 \times C}{36000 + t \times n}$$

أما الخصم العقلاني فيحسب بالعلاقة التالية:

$$E_R = C - \dot{V} = C - \frac{36000 \times C}{36000 + t \times n}$$

$$\Rightarrow \boxed{E_R = \frac{C \times t \times n}{36000 + t \times n}}$$

ب . طريقة القاسم الثابت:

$$\begin{cases} E_R = \frac{\dot{V} \times n}{D} \\ \dot{V} = C - E_R = C - \frac{\dot{V} \times n}{D} \end{cases} \Rightarrow \dot{V} = \frac{C}{1 + n/D} = \frac{C \times D}{D + n}$$

أما الخصم العقلاني فيحسب كما يلي:

$$E_R = C - \dot{V} = C - \frac{C \times D}{D + n} = \frac{C \times n}{D + n}$$

$$\Rightarrow E_R = \frac{C \times n}{D + n}$$

مثال : ورقة تجارية قيمتها الإسمية 70000 دج تم التفاوض عليها 42 يوما قبل تاريخ الإستحقاق بمعدل خصم 7,5%.

2. أحسب الخصم التجاري ، الخصم العقلاني ، القيمة الحالية و القيمة الحالية العقلانية.

الحل : - حساب الخصم التجاري:

$$E_c = \frac{C \times t \times n}{36000} = \frac{70000 \times 7,5 \times 42}{36000} = 612,5 DA$$

- حساب الخصم العقلاني:

$$E_R = \frac{C \times t \times n}{36000 + t \times n} = \frac{70000 \times 7,5 \times 42}{36000 + 7,5 \times 42} = 607,18 DA$$

- حساب القيمة الحالية التجارية:

$$V = C - E_c = 70000 - 612,5 = 69387,5 DA$$

- حساب القيمة الحالية العقلانية:

$$\dot{V} = C - E_R = 70000 - 607,18 = 69392,82 DA$$

III-4- بعض العلاقات بين الخصمين التجاري و العقلائي:

أ . المقارنة بين الخصمين:

$$\left\{ \begin{array}{l} E_C = \frac{C \times t \times n}{36000} = \frac{C \times n}{D} \\ E_R = \frac{C \times t \times n}{36000 + t \times n} = \frac{C \times n}{D + n} \end{array} \right. \Rightarrow \boxed{E_R < E_C \Rightarrow \dot{V} > V}$$

ب . النسبة بين الخصمين:

▪ الطريقة العادية:

$$\frac{E_C}{E_R} = \frac{\frac{C \times t \times n}{36000}}{\frac{C \times t \times n}{36000 + t \times n}} \Rightarrow \boxed{\frac{E_C}{E_R} = \frac{36000 + t \times n}{36000}}$$

▪ طريقة القاسم الثابت:

$$\frac{E_C}{E_R} = \frac{\frac{C \times n}{D}}{\frac{C \times n}{D + n}} = \frac{D + n}{D} \Rightarrow \boxed{\frac{E_C}{E_R} = \frac{D + n}{D}}$$

ت . الفرق بين الخصمين:

▪ الطريقة العادية:

$$\begin{aligned} E_C - E_R &= \frac{C \times t \times n}{36000} - \frac{C \times t \times n}{36000 + t \times n} \\ &= C \times t \times n \left[\frac{36000 + t \times n - 36000}{36000(36000 + t \times n)} \right] \\ E_C - E_R &= \frac{C \times t^2 \times n^2}{36000(36000 + t \times n)} \\ E_C - E_R &= \frac{C \times t \times n}{36000} \times \frac{t \times n}{36000 + t \times n} = \frac{E_C \times E_R}{C} \\ &\Rightarrow \boxed{E_C - E_R = \frac{E_C \times E_R}{C}} \end{aligned}$$

▪ طريقة القاسم الثابت:

$$E_C - E_R = \frac{C \times n}{D} - \frac{C \times n}{D + n} = C \times n \left[\frac{D + n - D}{D(D + n)} \right]$$

$$= \frac{C \times n^2}{D(D+n)} = \frac{C \times n}{D} \times \frac{n}{D+n} = \frac{E_C \times E_R}{C}$$

$$\Rightarrow \boxed{E_C - E_R = \frac{E_C \times E_R}{C}}$$

ث . العلاقة بين القيمة الإسمية و الخصمين :

$$E_C - E_R = \frac{E_C \times E_R}{C} \Rightarrow \boxed{C = \frac{E_C \times E_R}{E_C - E_R}} \quad \text{من العلاقة السابقة لدينا:}$$

مثال 1: سند تجاري قيمته الإسمية 36630 دج و قيمته الحالية التجارية 36297 دج.

أحسب القيمة الحالية العقلانية و الخصم العقلاني.

الحل : 1- حساب الخصم التجاري:

$$V = C - E_C \Rightarrow E_C = C - V = 36630 - 36297 = 333 \text{ DA}$$

2 - حساب الخصم العقلاني:

$$C = \frac{E_C \times E_R}{E_C - E_R} \Rightarrow E_R = \frac{C \times E_C}{C + E_C} = \frac{36630 \times 333}{36630 + 333} = 330 \text{ DA}$$

3- حساب القيمة الحالية العقلانية:

$$\dot{V} = C - E_R = 36630 - 330 = 36300 \text{ DA}$$

مثال 2: إذا علمت أن الفرق ما بين الخصم التجاري و الخصم العقلاني هو 25 دج لدين يستحق الدفع

بعد 10 أشهر ، بمعدل فائدة بسيطة سنوي 8 % سنوي.

المطلوب:

1- أوجد القيمة الإسمية للدين ؛

2- أحسب الخصم التجاري و الخصم العقلاني.

الحل : 1 . حساب القيمة الإسمية:

$$E_C - E_R = \frac{C \times t \times n}{1200} - \frac{C \times t \times n}{1200 + t \times n} = 25$$

$$C \left(\frac{tn}{1200} - \frac{tn}{1200 + tn} \right) = E_C - E_R$$

$$\Rightarrow C = \frac{E_C - E_R}{\frac{tn}{1200} - \frac{tn}{1200 + tn}} = \frac{25}{\frac{8 \times 10}{1200} - \frac{8 \times 10}{1200 + 8 \times 10}} = 6000 \text{ DA}$$

2 . حساب الخصم التجاري و الخصم العقلائي:

$$E_C = \frac{C \times t \times n}{1200} = \frac{6000 \times 8 \times 10}{1200} = 400 DA$$

$$E_C - E_R = 25 \Rightarrow E_R = E_C - 25 = 400 - 25 = 375 DA$$

III-5- الأجيو L'Agio:

هي شروط خصم ورقة تجارية يتم التفاوض عليها بين البنك و حامل الورقة ، حيث يتقاضى البنك بالإضافة إلى الخصم التجاري جملة من العملات و الرسوم تسمى بإجمالي تكاليف عملية الخصم و تعرف بالأجيو . يشمل الأجيو العناصر التالية:

$$أ . الخصم التجاري : E_C = \frac{C \times t \times n}{36000} ؛$$

ب . العمولات: تنقسم إلى عدة أنواع :

. **عمولات مرتبطة بالزمن:** تحسب كالخصم التجاري ، مثل عمولة التطهير و التي تطبق نتيجة نقل ملكية الورقة التجارية من طرف حاملها إلى البنك قبل تاريخ استحقاقها، ويكون الهدف منها تغطية إعادة خصم محتملة مع البنك المركزي، وهي تحسب بالعلاقة التالية:

$$Com_{dt} = \frac{C \times t \times n}{36000}$$

. **عمولات غير مرتبطة بالزمن:** تحسب على أساس القيمة الإسمية ، مثل عمولة تحويل المكان التي تدفع بسبب اختلاف عناوين وأماكن المظهرين والمسحوب عليه، وهي تحسب بالعلاقة التالية:

$$Com_{indt} = \frac{C \times t}{100}$$

. **عمولات ثابتة Com_F :** وهي مبالغ مالية ثابتة ومحددة يفرضها البنك على حامل الورقة التجارية عند خصمها.

. **عمولات مختلفة:** خاصة بكل بنك حسب الأوراق التجارية المقدمة له.

ت . **الرسوم:** تقتطع من طرف البنك لصالح إدارة الضرائب كالرسم على القيمة المضافة TVA (و التي هي نسبة مئوية تطبق على مجموع العمولات غير المرتبطة بالزمن والعمولات الثابتة)

إذن يحسب الأجيو بالعلاقة التالية:

$$\boxed{Agio = E_C + commissions + taxes} . \text{الرسوم} + \text{العمولات} + \text{الخصم}$$

III-6- القيمة الصافية للورقة التجارية والمعدل الحقيقي للخصم.

القيمة الصافية لورقة تجارية V_n هي القيمة الحقيقية المحصلة من طرف المستفيد من الخصم، وهي تحسب كما يلي: $V_n = C - Agio$ ، أما المعدل الحقيقي للخصم فهو المعدل الذي يأخذ بكل التكاليف الحقيقية ونرمز له بـ t_r .

مثال: بتاريخ 2021/03/06 تم التفاوض مع بنك على ورقة تجارية قيمتها الإسمية 78000 تستحق في 2021/08/13 و كانت شروط الخصم كالتالي : معدل الخصم 5 % ، عمولة التظهير 0,5 % ، عمولة تحويل المكان 1,5 % ، عمولة ثابتة 200 دج ، الرسم على القيمة المضافة 17%.

المطلوب: حساب قيمة الأجيو، القيمة الصافية والمعدل الحقيقي للخصم.

الحل:

1- حساب قيمة الأجيو:

$$n = (31 - 6) + 30 + 31 + 30 + 31 + 13 = 160 \text{ jours}$$

مبلغ الخصم:

$$E_C = \frac{C \times t \times n}{36000} = \frac{78000 \times 5 \times 160}{36000} = 1733,5 \text{ DA}$$

عمولة التظهير:

$$Com_{dt} = \frac{C \times \dot{t} \times n}{36000} = \frac{78000 \times 0,5 \times 160}{36000} = 173,33 \text{ DA}$$

عمولة تحويل المكان:

$$Com_{indt} = \frac{C \times \ddot{t}}{100} = \frac{78000 \times 1,5}{100} = 1170 \text{ DA}$$

$$Com_F = 200 \text{ DA}$$

عمولة ثابتة:

$$Agio_{HT} = 1733,33 + 173,33 + 1170 + 200 = 3276,66 \text{ DA}$$

الرسم على القيمة المضافة:

$$TVA = (1170 + 200) \times \frac{17}{100} = 232,9 \text{ DA}$$

$$Agio_{TTC} = Agio_{HT} + TVA = 3276,66 + 232,9 = 3509,56 \text{ DA}$$

2- حساب القيمة الصافية:

$$V_n = C - Agio = 78000 - 3509,56 = 74490,44 \text{ DA}$$

3- حساب المعدل الحقيقي للخصم:

$$t_r = \frac{Agio \times 36000}{C \times n} = \frac{3509,56 \times 36000}{78000 \times 160} = 10,12 \%$$

IV- تمارين محلولة حول الخصم التجاري بالفائدة البسيطة.**IV-1- صياغة التمارين.**

التمرين 01: بتاريخ n/05/02 ، قام شخص بخصم ورقة تجارية فكانت النسبة بين الخصم التجاري و الخصم العقلاني 1,01 ، ثم بتاريخ n/07/01 قرر خصم ورقة تجارية أخرى و بنفس معدل الخصم الأول ، تقدر قيمتها الإسمية ب 90000 دج و تستحق بتاريخ n /07/31 ، فقدر الخصم التجاري الثاني ب 270 دج .

المطلوب:

1. أحسب معدل الخصم؛
2. حدد تاريخ استحقاق الورقة الأولى؛
3. أحسب قيمة خصم الورقة الأولى ، إذا علمت أن القيمة الإسمية للورقة الثانية تزيد عن القيمة الإسمية للورقة الأولى ب 37500 دج.

التمرين 02: إذا علمت أن الفرق بين الخصم التجاري و الخصم العقلاني 45,454 دج و نسبتها $\frac{12}{11}$.

المطلوب:

1. حساب كل من الخصم التجاري و العقلاني؛
2. حساب القيمة الإسمية للدين.

التمرين 03: تقدم أحد التجار إلى البنك لخصم ثلاث أوراق تجارية بقيمة إسمية إجمالية 15000 ، اقتطع البنك إضافة إلى الخصم التجاري عمولة غير مرتبطة بالزمن 0,85 % و عمولة ثابتة ب 0,6 دج لكل ورقة ، ليتحصل التاجر على قيمة صافية إجمالية 14764,26 دج ، إذا علمت أن القيم الإسمية للأوراق الثلاثة متناسبة طردا مع الأعداد 4 ، 5 ، 6 ، و تستحق هذه الأوراق بعد 18 ، 25 ، 47 يوم على التوالي .

المطلوب : أحسب القيمة الإسمية لكل ورقة ، الخصم التجاري و معدل الخصم.

التمرين 04: تم خصم ورقة تجارية بتاريخ 2020/05/15 بمعدل 7 % فبلغت قيمتها الحالية 133582,5 دج ، فلو خصمت هذه الورقة ب 99 يوم قبل تاريخ استحقاقها لارتفعت قيمة الخصم بمبلغ 2281,25 دج عن قيمة الخصم السابق.

المطلوب:

1. أحسب القيمة الإسمية لهذه الورقة؛

2. ما هي مدة و تاريخ إستحقاق الورقة؛
3. أحسب الآجيو الإجمالي للورقة و المبلغ الصافي الذي يتحصل عليه حامل الورقة إذا كانت نسبة فائدة البنك على العملية 0,6 % و العمولة 10 دج؛
4. حدد نسبة هذه العملية التي يتحملها حامل الورقة لتجارية.
- التمرين 05:** مؤسسة مدينة بورقتين تجاريتين ، الأولى تستحق الدفع بعد 90 يوما و قيمتها الإسمية 67000 دج ، أما الورقة تستحق بعد 180 يوم ، بمعدل فائدة 8 % للورقتين.
- 1 - إذا كان الخصم التجاري للورقة الأولى يساوي الفرق بين الخصمين التجاري و العقلاني للورقة الثانية. أحسب القيمة الإسمية للورقة الثانية؛
- 2 - إذا خصمت الورقة التجارية الأولى بعد 60 يوما بالشروط التالية : معدل الخصم 8 % ، عمولة التظهير 0,5 % و عمولة ثابتة 20 دج - أحسب مبلغ الآجيو و المعدل الحقيقي للخصم.
- التمرين 06:** خصمت ثلاث أوراق تجارية في نفس اليوم ، القيمة الإسمية للورقة الأولى 11000 دج ، تستحق بعد 165 يوم ، القيمة الإسمية للورقة الثانية 10820 دج ، تستحق بعد 68 يوم ، أما القيمة الإسمية للورقة الثالثة 10750 دج ، تستحق بعد n يوم.

المطلوب:

1. أحسب معدل الخصم التجاري؛

2. حدد تاريخ استحقاق الورقة الثالثة.

التمرين 07: ورقة تجارية وحيدة قيمتها الإسمية 60000 دج وتستحق في 06/30، خصمت في 05/15 وفقا للشروط التالية:

معدل الخصم t، عمولة التظهير 0.5 %، عمولة تحويل المكان 0.7 %، عمولة ثابتة 30 دج، الرسم على القيمة المضافة 17%. وكانت القيمة الصافية بعد الـ TVA تساوي 59379.09 دج

المطلوب: حساب معدل الخصم.

التمرين 08: يملك شخص ورقة تجارية قيمتها الإسمية وتستحق بعد 90 يوم، قدمها للخصم وأمامه عرضين:

العرض الأول: معدل الخصم 3% ، عمولة تحويل المكان $0\frac{1}{12}\%$ ، عمولة $\frac{1}{5}\%$ (غير مرتبطة بالزمن)؛

العرض الثاني: معدل الخصم 3.5%، عمولة تحويل المكان $0\frac{1}{8}\%$ ، عمولة $\frac{1}{4}\%$ (غير مرتبطة بالزمن).

المطلوب:

1. ماهو العرض المشجع بدلالة القيمة الإسمية؟

2. إذا علمت أن الفرق بين القيمتين الصافيتين هي 86 دج، ماهي القيمة الإسمية لهذه الورقة؟

التمرين 09:

بتاريخ 2020/07/22 خصمت ورقة تجارية قيمتها الإسمية 21000 دج تستحق بتاريخ 2020/09/14، وكانت شروط الخصم كالتالي:
معدل الخصم 4%، عمولة التظهير 0,4%، عمولة تحويل المكان 0,5%، عمولة ثابتة 75 دج، الرسم على القيمة المضافة 19%.

المطلوب:

1. أحسب قيمة الأجيو L'Agio؛
2. أحسب القيمة الصافية للورقة التجارية ثم المعدل الحقيقي للخصم.

IV-2- الحلول النموذجية للتمارين.

حل التمرين 01:

1 - حساب معدل الخصم:

$$E_{C2} = \frac{C_1 \times t \times n_2}{36000} = \frac{90000 \times t \times 30}{36000} = 270$$

$$\Rightarrow t = \frac{36000 \times 270}{90000 \times 30} = 3,6 \%$$

2 - تحديد تاريخ استحقاق الورقة الأولى:

$$\frac{E_C}{E_R} = \frac{36000 + 3,6 \times n}{36000} = 1,01 \Rightarrow n = 100 \text{ jours}$$

إذن تاريخ استحقاق الورقة الأولى هو : 08/10 / n

3 - حساب قيمة خصم الورقة الأولى ، علما أن : $C_2 = C_1 + 37500$

$$C_1 = C_2 - 37500 = 90000 - 37500 = 52500 \text{ DA}$$

$$E_{C1} = \frac{C_1 \times t \times n_1}{36000} = \frac{52500 \times 3,6 \times 100}{36000} = 525 \text{ DA}$$

حل التمرين 02:

1 - حساب كل من الخصم التجاري و العقلائي:

$$E_C - E_R = 45,454$$

$$\frac{E_C}{E_R} = \frac{12}{11} = \frac{E_C}{12} = \frac{E_R}{11} = \frac{E_C - E_R}{12 - 11} = 45,454$$

$$\frac{E_C}{12} = 45,454 \Rightarrow \boxed{E_C = 545,45 DA}$$

$$\frac{E_R}{11} = 45,454 \Rightarrow \boxed{E_R = 500 DA}$$

2 - حساب القيمة الإسمية للدين:

$$C = \frac{E_C \times E_R}{E_C - E_R} = \frac{545,45 \times 500}{45,454} = 6000 DA$$

حل التمرين 03:

$$\frac{C_1}{4} = \frac{C_2}{5} = \frac{C_3}{6} = \frac{C_1 + C_2 + C_3}{15} = \frac{15000}{15} = 1000$$

$$\frac{C_1}{4} = 1000 \Rightarrow \boxed{C_1 = 4000 DA}$$

$$\frac{C_2}{5} = 1000 \Rightarrow \boxed{C_2 = 5000 DA}$$

$$\frac{C_3}{6} = 1000 \Rightarrow \boxed{C_3 = 6000 DA}$$

$$Agio = C - V_n = 15000 - 14764,26 = 235,74 DA$$

$$Agio = E_C + Com_{indt} + Com_F$$

$$Com_{indt} = \frac{C \times \dot{t}}{100} = \frac{15000 \times 0,85}{100} = 127,5 DA$$

$$Com_F = 0,6 \times 3 = 1,8$$

$$E_C = Agio - Com_{indt} - Com_F = 235,74 - 127,5 - 1,8 = 106,44 DA$$

$$E_C = \frac{C_1 \times t \times n_1}{36000} + \frac{C_2 \times t \times n_2}{36000} + \frac{C_3 \times t \times n_3}{36000} = 106,44$$

$$E_C = \frac{4000 \times t \times 18}{36000} + \frac{5000 \times t \times 25}{36000} + \frac{C_3 \times t \times 47}{36000} = 106,44$$

$$\Rightarrow \boxed{t = 8\%}$$

حل التمرين 04:

1 . حساب القيمة الإسمية للورقة:

$$E_{C1} = C - V \dots \dots \dots (1)$$

$$E_{C2} - E_{C1} = 1181,25 \dots \dots \dots (2)$$

$$\frac{C \times t \times n_2}{36000} - C + V = 1181,25: \text{نعوض 1 في 2 نجد}$$

$$\frac{C \times 7 \times 99}{36000} - C + 133582,5 = 1181,25$$

$$C \left(\frac{7 \times 99}{36000} - 1 \right) = 1181,25 - 133582,5$$

$$\Rightarrow \boxed{C = 135000 \text{ DA}}$$

2 - حساب مدة و تاريخ إستحقاق الورقة:

$$E_{C1} = C - V = 135000 - 133582,5 = 1417,5$$

$$E_{C1} = \frac{C \times t \times n_1}{36000} = \frac{135000 \times 7 \times n_1}{36000} = 1417,5$$

$$\boxed{n_1 = 54 \text{ jours}}$$

إذن تاريخ استحقاق الورقة هو : 08 أوت 2020.

3 - حساب الآجيو الإجمالي للورقة و المبلغ الصافي الذي يتحصل عليه حامل الورقة ، إذا كانت نسبة فائدة البنك على العملية 0,6 % و العمولة 10 دج.

$$Agió = E_C + Com_{dt} + commissions = 1417,5 + \frac{135000 \times 0,6 \times 54}{36000} + 10$$

$$= 1549$$

$$V_n = C - Agió = 135000 - 1549 = 133451 \text{ DA}$$

4- تحديد نسبة هذه العملية التي يتحملها حامل الورقة التجارية:

$$t_r = \frac{Agió \times 36000}{C \times n} = \frac{1549 \times 36000}{135000 \times 54} = 7,65 \%$$

حل التمرين 05:

1 - حساب القيمة الإسمية للورقة الثانية:

$$E_{C1} = \frac{C_1 \times t \times n_1}{36000} = \frac{67000 \times 8 \times 90}{36000} = 1340 \text{ DA}$$

$$E_{C1} = E_{C2} - E_{R2} = \frac{C_2 \times n_2}{D} - \frac{C_2 \times n_2}{D + n_2} = C_2 \left(\frac{n_2}{D} - \frac{n_2}{D + n_2} \right)$$

$$\Rightarrow C_2 = \frac{1340}{\frac{180}{4500} - \frac{180}{4500 + 180}} = 871000$$

$$\boxed{C_2 = 871000 \text{ DA}}$$

2 - حساب مبلغ الآجيو و المعدل الحقيقي للخصم:

$$Agió = E_C + Com_{dt} + Com_F$$

$$E_C = \frac{C \times t \times n}{36000} = \frac{67000 \times 8 \times 60}{36000} = 893.33 \text{ DA}$$

$$Com_{dt} = \frac{C \times t \times n}{36000} = \frac{67000 \times 0,5 \times 60}{36000} = 55.33 \text{ DA}$$

$$Agio = 893.33 + 55.33 + 20 = 968.66$$

$$\boxed{Agio = 968.66 DA}$$

$$t_r = \frac{Agio \times 36000}{C \times n} = \frac{893.33 \times 36000}{67000 \times 54} = 0,65 \%$$

$$\boxed{t_r = 0,65 \%$$

حل التمرين 06:

1 - حساب معدل الخصم التجاري : لدينا : $V_1 = V_2 = V_3$

$$V_1 = V_2 \Rightarrow C_1 - E_{C_1} = C_2 - E_{C_2}$$

$$C_1 - \frac{C_1 \times t \times n_1}{36000} = C_2 - \frac{C_2 \times t \times n_2}{36000}$$

$$11000 - \frac{11000 \times t \times 165}{36000} = 10820 - \frac{10820 \times t \times 68}{36000}$$

$$\Rightarrow C = 6 \%$$

2 - تحديد تاريخ استحقاق الورقة الثالثة:

$$V_1 = C_1 - \frac{C_1 \times t \times n_1}{36000} = 11000 - \frac{11000 \times 6 \times 165}{36000} = 10697,5$$

$$V_1 = V_3 \Rightarrow C_3 - \frac{C_3 \times t \times n}{36000} = 10697,5$$

$$\Rightarrow 10750 - \frac{10750 \times 6 \times n}{36000} = 10697,5$$

$$\Rightarrow n = 30 \text{ jours}$$

إذن الورقة الثالثة تستحق بعد 30 يوما من تاريخ الخصم.

حل التمرين 07

$$V_n = C - Agio$$

$$\Rightarrow 59379,09$$

$$= 60000$$

$$- \left[\frac{60000 \times t \times 46}{36000} + \frac{60000 \times 0,5 \times 46}{36000} + \frac{60000 \times 0,7}{1000} + 30 + (42 + 30) \times \frac{17}{100} \right]$$

$$\Rightarrow \boxed{t = 6,5\%}$$

حل التمرين 08:

1. العرض المشجع: لمعرفة العرض المشجع نحسب ال $Agio$ لكلا العرضين.

$$Agio 1 = \frac{C \times 3 \times 90}{36000} + \frac{C}{12000} + \frac{C}{500} = C \left(\frac{270 + 3 + 72}{36000} \right) = \frac{345}{36000} C$$

$$Agi\ 2 = \frac{C \times 3,5 \times 90}{36000} + \frac{C}{8000} + \frac{C}{400} = C \left(\frac{315 + 4,5 + 90}{36000} \right) = \frac{409,5}{36000} C$$

$$Agi\ 1 < Agi\ 2$$

ومنه العرض المشجع هو العرض الأول لأنه أقل تكلفة.

2. إيجاد القيمة الإسمية للورقة التجارية:

$$V_{n1} - V_{n2} = 86 \Rightarrow C - \frac{345}{36000} C - C + \frac{409,5}{36000} C = 86 \Rightarrow$$

$$\boxed{C = 48\ 000\ DA}$$

حل التمرين 09:

1. حساب قيمة الأجيو:

نعلم أن :

$$Agi\ o = EC + Com_{dt} + Com_{indt} + Com_F + TVA$$

لدينا:

$$C = 21000\ DA\ et\ n = 54\ jours$$

$$EC = \frac{V_0 \times t \times n}{36000} = \frac{21000 \times 4 \times 54}{36000} = 126\ DA$$

$$Com_{dt} = \frac{V_0 \times t' \times n}{36000} = \frac{21000 \times 0,4 \times 54}{36000} = 12,6\ DA$$

$$Com_{indt} = \frac{V_0 \times t''}{1000} = \frac{21000 \times 0,5}{1000} = 10,5\ DA$$

$$TVA = 0,19(Com_{indt} + Com_F) = 0,19(10,5 + 75) = 16,245\ DA$$

$$Agi\ o_{TTC} = 126 + 12,6 + 10,5 + 75 + 16,245 = 240,345\ DA$$

2. حساب القيمة الصافية و المعدل الحقيقي للخصم:

حساب القيمة الصافية:

$$V_n = C - Agi\ o_{TTC}$$

$$V_n = 21000 - 240,345 = 20759,65\ DA$$

حساب المعدل الحقيقي للخصم:

$$t_r = \frac{36000 \times Agi\ o_{TTC}}{C \times n} = 7,63\%$$

V- تكافؤ الأوراق التجارية بالفائدة البسيطة.

تتطلب طبيعة العمليات التجارية الإستفادة من السيولة النقدية بأقصى سرعة ممكنة ، فالتاجر الدائن الذي لديه دين في شكل أوراق تجارية أو سندات تستحق في المستقبل ، لا ينتظر حتى يحين تاريخ استحقاقها للحصول على ماله من دين ، بل يقوم إما بخصم ما لديه من أوراق تجارية لدى البنوك أو استبدال ما عليه من ديون بديون أخرى مستحقة في مواعيد استحقاق أخرى ، و ذلك بالإتفاق بين الدائن و المدين بكيفية لا تؤدي إلى الإضرار بالمصلحة التجارية و المالية لكلا الطرفين . كما أن المدين يفضل كذلك تسديد ما عليه من ديون قبل استحقاقها ليتجنب تحمله أكثر للفوائد.

V-1- تعريف التكافؤ : هو تعادل قيم الديون التي بصدد استبدالها أو تسويتها ، و هذا بتساوي القيم الحالية لهذه الديون في تاريخ الإستبدال أو التعويض ، بمعدل ثابت وحيد.

V-2- تكافؤ ورقتين تجاريتين:

نقول عن ورقتين تجاريتين أنهما متكافئتين ، إذا خصمنا في تاريخ ما (يسمى تاريخ التكافؤ) و بنفس المعدل ، و كان لهما نفس القيمة الحالية ، أي أن التكافؤ يؤدي إلى تساوي القيم الحالية :
 $V_1 = V_2$ ، و يتم التحديد الجبري لتكافؤ ورقتين تجاريتين بطريقتين:

أ . الطريقة العادية:

$$V_1 = V_2 \Rightarrow C_1 - \frac{C_1 \times t \times n_1}{36000} = C_2 - \frac{C_2 \times t \times n_2}{36000}$$

$$\Rightarrow \boxed{C_1 \left(1 - \frac{t \times n_1}{36000}\right) = C_2 \left(1 - \frac{t \times n_2}{36000}\right)}$$

حيث:

C_1, C_2 : هي القيم الاسمية للورقتين التجاريتين.

t : معدل الخصم.

n_1, n_2 : هي الفترة الفاصلة بين تاريخ التكافؤ وتاريخ استحقاق الورقة التجارية.

ب . طريقة القاسم:

$$V_1 = V_2 \Rightarrow C_1 - \frac{C_1 \times n_1}{D} = C_2 - \frac{C_2 \times n_2}{D}$$

$$\Rightarrow C_1 \left(1 - \frac{n_1}{D}\right) = C_2 \left(1 - \frac{n_2}{D}\right)$$

$$\Rightarrow \boxed{C_1(D - n_1) = C_2(D - n_2)}$$

مثال 1: قام تاجر باستبدال ورقة تجارية قيمتها الاسمية 2000 دج تستحق الدفع بعد 40 يوما بورقة تجارية أخرى تستحق الدفع بعد 90 يوما ، ماهي القيمة الاسمية للورقة الثانية إذا كان معدل الخصم هو 6%؟

$$V_1 \Rightarrow V_2 \Rightarrow C_1(D - n_1) = C_2(D - n_2) \quad \text{الحل:}$$

$$2000(6000 - 40) = C_2(6000 - 90)$$

$$\Rightarrow \boxed{C_2 = 2016,92 \text{ DA}}$$

مثال 2: قام تاجر باستبدال ورقة تجارية قيمتها الاسمية 12700 دج تستحق بعد 40 يوم بورقة تجارية قيمتها الاسمية 12780 دج تستحق في بعد 90 يوما ، أحسب معدل الخصم.

الحل:

$$V_1 \Rightarrow V_2 \Rightarrow C_1(D - n_1) = C_2(D - n_2)$$

$$D = \frac{C_1 n_1 - C_2 n_2}{C_1 - C_2} = \frac{12700 \times 40 - 12780 \times 90}{12700 - 12780} = 8000$$

$$\Rightarrow \boxed{t = 4,5 \%}$$

مثال 3: قام تاجر باستبدال ورقة تجارية قيمتها الاسمية 17850 دج تستحق بعد n_1 يوم بورقة أخرى قيمتها الاسمية 17960 دج تستحق بعد 89 يوم. إذا علمت أن معدل الخصم هو 4,5%، أحسب n_1 .

الحل:

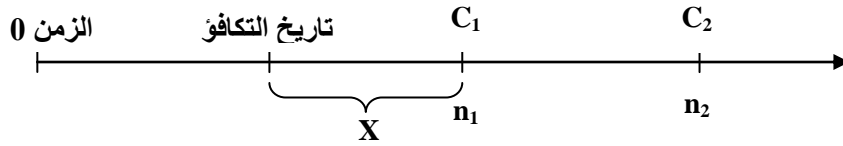
$$V_1 \Rightarrow V_2 \Rightarrow C_1(D - n_1) = C_2(D - n_2)$$

$$\Rightarrow n_1 = \frac{C_1 D - C_2(D - n_2)}{C_1}$$

$$\Rightarrow n_1 = \frac{17850 \times 8000 - 17960(8000 - 89)}{17850}$$

$$\Rightarrow \boxed{n_1 = 40 \text{ jours}}$$

V-3- تحديد تاريخ التكافؤ:



$$V_1 = V_2 \Rightarrow C_1(D - n_1) = C_2(D - n_2)$$

$$\Rightarrow \boxed{C_1(D - X) = C_2[D - (X + (n_2 - n_1))]}$$

مثال: ورقة تجارية قيمتها الاسمية 7932 دج تستحق بتاريخ 2020/07/31 تم استبدالها بورقة أخرى تستحق بتاريخ 2020/08/30، وقيمتها الاسمية 7962 دج. إذا علمت أن معدل الخصم 4,5 % .
- حدد تاريخ التكافؤ.

الحل:

$$V_1 \Rightarrow V_2 \Rightarrow C_1(D - X) = C_2[D - (X + (n_2 - n_1))]$$

$$\Rightarrow 7932(8000 - X) = 7962 [8000 - (X + 30)]$$

$$\Rightarrow \boxed{X = 38 \text{ jours}}$$

تاريخ التكافؤ هو 38 يوم قبل تاريخ استحقاق الورقة الأولى ، و 68 يوم قبل تاريخ استحقاق الورقة الثانية، و هو : 22 جوان 2020.

ملاحظات:

- إذا كان هناك ورقتان تجاريتان متكافئتان في تاريخ معين ، فهي ليست متكافئة قبل هذا التاريخ و لا يمكن أن تتكافأ بعده ؛
- لكي يكون للتكافؤ معنى ، يجب أن يكون تاريخ التكافؤ بعد تاريخ إنشاء الورقتين التجاريتين حتى و لو لم يُذكر ؛
- يمكن أن لا يكون للمعادلة حلاً ، أي لا يوجد تاريخ تكافؤ ورقتين تجاريتين ، و هذا يوافق ورقتان تجاريتان لهما نفس القيمة الاسمية و تاريخ الإستحقاق مختلف ، و بالتالي لا يمكن لهما أن يتكافأ ؛
- يمكن أن يكون للمسألة أو المعادلة عدة حلول ، و هذه الحالة توافق ورقتين تجاريتين لهما نفس القيمة الاسمية ، و نفس تاريخ الإستحقاق ، و بالتالي متكافئتين تماما في أي تاريخ.

V-4-4- تكافؤ عدة أوراق تجارية:

V-4-4-1- تكافؤ ورقة تجارية مع مجموعة من الأوراق التجارية:

نقول عن ورقة تجارية أنها متكافئة مع مجموعة من الأوراق التجارية إذا تساوت القيمة الحالية للورقة الوحيدة مع مجموع القيم الحالية لهذه الأوراق المخصومة بنفس المعدل و في التاريخ المسمى تاريخ

$$V = \sum_{i=1}^n V_i \quad \text{التكافؤ، حيث:}$$

$$V = V_1 + V_2 + V_3 + \dots + V_n$$

$$C(D - n) = C_1(D - n_1) + C_2(D - n_2) + C_3(D - n_3) + \dots + C_n(D - n_n)$$

أو :

$$V = V_1 + V_2 + V_3$$

$$\begin{aligned} C - \frac{C \times t \times n}{36000} \\ = C_1 - \frac{C_1 \times t \times n_1}{36000} + C_2 - \frac{C_2 \times t \times n_2}{36000} + C_3 - \frac{C_3 \times t \times n_3}{36000} \dots \\ + C_n - \frac{C_n \times t \times n_n}{36000} \end{aligned}$$

مثال 1 : شركة مدينة بالمبالغ التالية:

- 2000 دج تستحق السداد بعد 5 أشهر؛
- 4000 دج تستحق السداد بعد 7 أشهر؛
- 7000 دج تستحق السداد بعد 9 أشهر.

أرادت الشركة المدينة استبدال الديون الثلاثة السابقة بدين واحد يستحق بعد 10 أشهر ، أحسب قيمة هذا الدين ، إذا علمت أن معدل الفائدة 8 % سنويا.

$$V = V_1 + V_2 + V_3 \quad \text{الحل :}$$

$$C - \frac{C \times t \times n}{36000} = C_1 - \frac{C_1 \times t \times n_1}{36000} + C_2 - \frac{C_2 \times t \times n_2}{36000} + C_3 - \frac{C_3 \times t \times n_3}{36000}$$

$$C - \frac{C \times 8 \times 10}{1200} =$$

$$2000 - \frac{2000 \times 8 \times 5}{1200} + 4000 - \frac{4000 \times 8 \times 7}{1200} + 7000 - \frac{7000 \times 8 \times 9}{1200}$$

$$0,934C = 12326,68$$

$$\Rightarrow \boxed{C = 13197,730 \text{ DA}}$$

مثال 2: بتاريخ 16 / 09 إشتري تاجر بضاعة ب 50000 دج يتم التسديد عن طريق تحرير ورقتين تجاريتين ، القيمة الإسمية للورقة الأولى 30000 دج تستحق في 15 / 01 أما الثانية فتستحق في 14 / 02 ، إذا علمت أن معدل الخصم هو 06 % أحسب القيمة الإسمية للورقة الثانية.

$$V = V_1 + V_2 \quad \text{الحل:}$$

$$V = C_1 - \frac{C_1 \times t \times n_1}{36000} + C_2 - \frac{C_2 \times t \times n_2}{36000}$$

$$50000 = 30000 - \frac{30000 \times 6 \times 60}{36000} + C_2 - \frac{C_2 \times 6 \times 90}{36000}$$

$$\Rightarrow \boxed{C_2 = 20609 \text{ DA}}$$

V-4-2- تكافؤ مجموعة من الأوراق التجارية مع مجموعة أخرى من الأوراق التجارية:

نقول عن مجموعة أوراق تجارية أنها تكافئ مجموعة أخرى من الأوراق التجارية إذا تساوت القيم الحالية لمجموعة الأوراق الأولى مع مجموع القيم الحالية للمجموعة الثانية من الأوراق ، و ذلك عند تاريخ التكافؤ و بمعدل خصم واحد حيث:

$$V = \sum_{i=1}^n V_i = \sum_{i=1}^n \hat{V}_i$$

$$V_1 + V_2 + V_3 + \dots + V_n = \hat{V}_1 + \hat{V}_2 + \hat{V}_3 + \dots + \hat{V}_n$$

مثال 1 : تاجر مدين بالمبالغ التالية :

4000 دج تستحق السداد بعد 100 يوم؛

5000 دج تستحق السداد بعد 150 يوم؛

2000 دج تستحق السداد بعد 180 يوم.

أراد التاجر استبدال الديون الثلاثة بدينين جديدين متساويين ، يستحق أولهما بعد 80 يوم ، و الآخر بعد 170 يوم ، فإذا كان معدل الخصم هو 8 % سنويا أحسب قيمة الدينين .

$$V_1 + V_2 + V_3 = \hat{V}_1 + \hat{V}_2 \quad \text{الحل:}$$

$$C_1(D - n_1) + C_2(D - n_2) + C_3(D - n_3) = \hat{C}_1(D - \hat{n}_1) + \hat{C}_2(D - \hat{n}_2)$$

$$4000(4500 - 100) + 5000(4500 - 150) + 2000(4500 - 180)$$

$$= \hat{C}(4500 - 80) + \hat{C}(4500 - 150)$$

$$\Rightarrow 8740 \hat{C} = 47990000$$

$$\Rightarrow \boxed{\hat{C} = 5490,84 \text{ DA}}$$

مثال 02: يريد تاجر استبدال ورقتين تجاريتين الأولى بقيمة 67000 دج تستحق بعد 90 يوم ، و الثانية بقيمة 134000 تستحق بعد 180 يوم بورقة وحيدة تستحق بعد 60 يوم ، فإذا علمت أن معدل الخصم هو 8 % أحسب القيمة الإسمية للورقة الوحيدة.

الحل :

$$V = V_1 + V_2$$

$$C - \frac{C \times t \times n}{36000} = C_1 - \frac{C_1 \times t \times n_1}{36000} + C_2 - \frac{C_2 \times t \times n_2}{36000}$$

$$C - \frac{C \times 8 \times 60}{36000} = 67000 - \frac{67000 \times 8 \times 90}{36000} + 134000 - \frac{134000 \times 8 \times 180}{36000}$$

$$\Rightarrow \boxed{C = 196919 \text{ DA}}$$

مثال 3 : ورقة تجارية وحيدة قيمتها الإسمية 65000 دج تستحق في 09/30 ، في 08/15 من نفس السنة تم تعويضها بثلاث أوراق تجارية كما يلي: الأولى قيمتها الإسمية 17500 دج تستحق في 08/23 ، الثانية قيمتها الإسمية (C) تستحق في 09/11 ، الثالثة قيمتها الإسمية 25000 دج تستحق في 09/16.

ما هي القيمة الإسمية للورقة الثانية إذا علمت ن معدل الخصم 7 %؟

الحل:

$$n = 46 \text{ jours} , n_1 = 8 \text{ jours} , n_2 = 27 \text{ jours} , n_3 = 32 \text{ jours}$$

$$V = V_1 + V_2 + V_3$$

$$C - \frac{C \times t \times n}{36000} = C_1 - \frac{C_1 \times t \times n_1}{36000} + C_2 - \frac{C_2 \times t \times n_2}{36000} + C_3 - \frac{C_3 \times t \times n_3}{36000}$$

$$\Rightarrow 65000 - \frac{65000 \times 7 \times 46}{36000} = 17500 - \frac{17500 \times 7 \times 8}{36000} + C_2 - \frac{C_2 \times 7 \times 27}{36000} + 25000 - \frac{25000 \times 7 \times 32}{36000}$$

$$\Rightarrow \boxed{C_2 = 22218,03 \text{ DA}}$$

ملاحظة : إذا كانت ورقة تجارية متكافئة مع مجموعة من أوراق أخرى في تاريخ ما ، فإن التكافؤ لا يمكن أن يتحقق في تاريخ آخر باستثناء حالة تساوي القيمة الاسمية للورقة الوحيدة مع مجموع القيم الاسمية للأوراق الأخرى ، ففي هذه الحالة التكافؤ يتحقق في كل تاريخ.

V-5- الاستحقاق المشترك:

هو تاريخ استحقاق الورقة الوحيدة التي تعوض مجموعة من الأوراق التجارية الأخرى .

مثال : في 20 / 04 / 2020 تم تعويض ورقة تجارية قيمتها الاسمية 10100 دج بثلاث أوراق تجارية حيث القيمة الاسمية للورقة الأولى 4000 دج تستحق بعد 15 يوم ، أما القيمة الاسمية للورقة الثانية 3500 دج تستحق 30 يوم ، أما القيمة الاسمية للورقة الثالثة 2500 دج تستحق بعد 40 يوم ، حدد تاريخ الاستحقاق المشترك إذا علمت أن معدل الخصم 6 %.

الحل :

$$C(D - n) = C_1(D - n_1) + C_2(D - n_2) + C_3(D - n_3)$$

$$\Rightarrow n = \frac{CD - [C_1(D - n_1) + C_2(D - n_2) + C_3(D - n_3)]}{C}$$

$$= \frac{10100 \times 6000 - [4000(6000 - 15) + 3500(6000 - 30) + 2500(6000 - 40)]}{10100}$$

$$\Rightarrow \boxed{n = 86 \text{ jours}}$$

تاريخ الاستحقاق المشترك يقع 86 يوم بعد تاريخ التكافؤ : 04 / 20

إذن تاريخ الاستحقاق المشترك هو : 2020 / 07/15.

V-6- الاستحقاق المتوسط:

هو حالة خاصة من الاستحقاق المشترك ، فهو تاريخ استحقاق ورقة وحيدة تعوض مجموعة من الأوراق بحيث القيمة الاسمية للورقة الوحيدة، تكون مساوية لمجموع القيم الاسمية للأوراق المعوضة أي أن:

$$V = \sum_{i=1}^n V_i = V_1 + V_2 + V_3 + \dots + V_n$$

ولدينا: $C = \sum_{i=1}^n C_i = C_1 + C_2 + C_3 + \dots + C_n$

$$\Rightarrow C - \frac{C \times t \times n}{36000} =$$

$$\begin{aligned}
& C_1 - \frac{C_1 \times t \times n_1}{36000} + C_2 - \frac{C_2 \times t \times n_2}{36000} + \dots + C_n - \frac{C_n \times t \times n_n}{36000} \\
\Rightarrow & \frac{C \times t \times n}{36000} = \frac{C_1 \times t \times n_1}{36000} + \frac{C_2 \times t \times n_2}{36000} + \dots + \frac{C_n \times t \times n_n}{36000} \\
\Rightarrow & C \times t \times n = C_1 \times t \times n_1 + C_2 \times t \times n_2 + \dots + C_n \times t \times n_n \\
\Rightarrow & C \times n = C_1 \times n_1 + C_2 \times n_2 + \dots + C_n \times n_n \\
\Rightarrow & \boxed{n = \frac{C_1 \times n_1 + C_2 \times n_2 + \dots + C_n \times n_n}{C}}
\end{aligned}$$

$$\boxed{n = \frac{\sum_{i=1}^n C_i \times n_i}{C}}$$

$$V = V_1 + V_2 + V_3 + \dots + V_n \quad \text{أو :}$$

$$\Rightarrow C - \frac{C \times n}{D} =$$

$$C_1 - \frac{C_1 \times n_1}{D} + C_2 - \frac{C_2 \times n_2}{D} + C_3 - \frac{C_3 \times n_3}{D} \dots \dots C_n - \frac{C_n \times n_n}{D}$$

$$\Rightarrow C \times n = C_1 \times n_1 + C_2 \times n_2 + C_3 \times n_3 \dots \dots C_n \times n_n$$

$$\Rightarrow \boxed{n = \frac{C_1 \times n_1 + C_2 \times n_2 + \dots + C_n \times n_n}{C}}$$

مثال: نفس المثال السابق، إذا افترضنا أن القيمة الاسمية للورقة الوحيدة هي 10000 دج، أوجد تاريخ الاستحقاق المتوسط.

الحل:

$$n = \frac{C_1 \times n_1 + C_2 \times n_2 + \dots + C_n \times n_n}{C}$$

$$n = \frac{4000 \times 15 + 3500 \times 30 + 2500 \times 40}{10000} = 27 \text{ jours}$$

$$\boxed{n = 27 \text{ jours}}$$

تاريخ الاستحقاق المتوسط هو 2020/05/17.

VI - تمارين محلولة حول تكافؤ الأوراق التجارية بالفائدة البسيطة.**VI-1 - صياغة التمارين.****التمرين 01:**

مزارع مدين لأحد الشركات بالمبالغ التالية :

- 3000 دج تستحق في 8 / 01 / 2021؛

- 2000 دج تستحق في 19 / 03 / 2021.

و في 19 / 11 / 2021 ، اتفق المزارع مع الشركة الدائنة على أن يدفع لها 1000 دج نقدا ، و يحزر بالباقي ورقتين تجاريتين ، القيمة الإسمية للأولى ضعف القيمة الإسمية للثانية، تستحق الأولى في 19 / 12 / 2021 ، بينما تستحق الثانية في 27 / 02 / 2021.

المطلوب: إيجاد القيمة الإسمية للورقتين إذا كان معدل الخصم السائد 6 %.

التمرين 02: تاجر مدين بثلاث مبالغ ، تستحق بعد 120 ، 150 ، 300 يوم على الترتيب ، قرر التاجر استبدالها بدين واحد قيمته 5008,374 دج يستحق بعد 140 يوما ، أوجد قيمة الديون الثلاثة ، علما أن قيمة الدين الأول هي ضعف الثاني و الدين الثالث نصف الأول.

المطلوب : أوجد قيمة الديون الثلاثة مع العلم أن معدل الخصم السنوي هو 9%؟

التمرين 03: ورقة تجارية قيمتها الإسمية 36000 دج تستحق بعد 80 يوم ، عوضت بورقتين تجاريتين القيمة الإسمية للورقة الأولى 27000 دج تستحق بعد 75 يوم ، أما القيمة الإسمية للورقة الثانية 9000 تستحق بعد مدة معينة n ، فإذا علمت أن معدل الخصم المطبق هو 5 %.

المطلوب: حساب مدة استحقاق الورقة الثانية n .

التمرين 04: في 01/03/2020 كانت شركة مدينة بالمبالغ التالية : 2000 دج تستحق في 31/05/2020 ، 1800 دج تستحق في 31/08/2020 ، 3200 دج تستحق في 31/10/2018.

و في 01 / 04 / 2018 اتفقت الشركة مع الدائن على تسوية هذه الديون بالطريقة التالية:

أ - سداد مبلغ 642 نقدا؛

ب- أن تحرر بالباقي سدين حيث القيمة الإسمية للسند الأول ثلث القيمة الإسمية للسند الثاني و يستحق الأول بعد 6 أشهر و الثاني بعد شهرين.

المطلوب:

1. إذا علمت أن معدل الفائدة السنوي 9 % أحسب القيمة الإسمية لكل سند؛
 2. بفرض أن الشركة لم تتمكن من سداد قيمة السنتين في مواعدهما و طلبت تأجيل السداد حتى 31 / 12 / 2020 ، فما هو المبلغ الذي تسدده في هذا التاريخ ؟
- التمرين 05:** في 15 / 04 / 2020 إشتري تاجر بضاعة اقترح عليه المورد ثلاث طرق للتسديد:
- الطريقة الأولى: تسديد مبلغ فوري 20000 دج ، و 35000 في 04 / 07 / 2020؛
- الطريقة الثانية: التسديد بثلاث أوراق تجارية قيمة كل منها 18000 دج ، تستحق في 15 / 05 / 2020 ، 14 / 06 / 2020 ، 13 / 08 / 2020؛
- الطريقة الثالثة: دفع مسبقا مبلغ 10000 دج بتاريخ 01 / 03 / 2020 ، ثم دفع مبلغ 10000 دج يوم الشراء ثم 36000 دج في 13 / 08 / 2020 على التوالي.

المطلوب:

1. ماهي الطريقة التي تتصح بها التاجر ، إذا كان معدل التكافؤ 8%؟
 2. كم يجب أن تكون القيمة الإسمية للأوراق الثلاثة كي تكون الطريقة الثانية متكافئة مع الأولى؟
 3. كم يجب أن يكون معدل الخصم كي تكون الطريقة الأولى متكافئة مع الطريقة الثالثة؟
- التمرين 06:** يريد تاجر استبدال ورقتين تجاريتين الأولى بقيمة 67000 دج تستحق بعد 90 يوم ، و الثانية بقيمة 134000 تستحق بعد 180 يوم بورقة وحيدة تستحق بعد 60 يوم ، فإذا علمت أن معدل الخصم هو 8 %

المطلوب: حساب القيمة الإسمية للورقة الوحيدة.

- التمرين 07:** ورقة تجارية وحيدة قيمتها الإسمية 65000 دج وتستحق في 09/30 ، في 08/15 من نفس السنة تم تعويضها بثلاث أوراق تجارية كما يلي: الأولى قيمتها الإسمية 17500 دج تستحق في 08/23 ، الثانية قيمتها الإسمية (C) تستحق في 09/11 ، الثالثة قيمتها الإسمية 25000 دج تستحق في 09/16.

المطلوب: ما هي القيمة الإسمية للورقة الثانية إذا علمت ن معدل الخصم 7 % ؟.

VI-2- الحلول النموذجية للتمارين.

حل التمرين 01: إيجاد القيمة الإسمية للورقتين:

$$n_1 = 50j, \quad n_2 = 120j, \quad n_1 = 0 \quad n_2 = 40 \quad n_3 = 100$$

$$V_1 + V_2 = \dot{V}_1 + \dot{V}_2 + \dot{V}_3$$

$$C_1(D - n_1) + C_2(D - n_2) = \dot{C}_1(D - \dot{n}_1) + \dot{C}_2(D - \dot{n}_2) + \dot{C}_3(D - n_3)$$

$$\dot{C}_2 = 2\dot{C}_3 \quad \text{بحيث :}$$

$$3000(6000 - 50) + 2000(6000 - 120)$$

$$= 1000(6000 - 0) + 2\dot{C}_3(6000 - 40) + \dot{C}_3(6000 - 100)$$

$$23610000 = 17820\dot{C}_3$$

$$\Rightarrow \boxed{\dot{C}_3 = 1324,91 \text{ DA}}$$

$$\boxed{\dot{C}_3 = 1324,91 \text{ DA}} \quad \text{قيمة الورقة الثانية:}$$

$$\boxed{\dot{C}_2 = 264982 \text{ DA}} \quad \text{قيمة الورقة الأولى:}$$

حل التمرين 02: إيجاد قيمة الديون الثلاثة:

$$V = V_1 + V_2 + V_3$$

$$C(D - n) = C_1(D - n_1) + C_2(D - n_2) + C_3(D - n_3)$$

$$C_1 = 2C_2, \quad C_3 = \frac{1}{2}C_1 = \frac{1}{2}(2C_2) = C_2 \quad \text{علما :}$$

$$5008,374(4000 - 140)$$

$$= 2C_2(4000 - 120) + C_2(4000 - 150) + C_2(4000 - 300)$$

$$19332323,64 = 15310 C_2$$

$$\Rightarrow \boxed{C_2 = 1262,72 \text{ DA}}$$

$$\Rightarrow \boxed{C_1 = 2525,45 \text{ DA}}$$

$$\Rightarrow \boxed{C_3 = 631,36 \text{ DA}}$$

حل التمرين 03: حساب مدة استحقاق الورقة الثانية:

$$V = V_1 + V_2$$

$$C - \frac{C \times t \times n}{36000} = C_1 - \frac{C_1 \times t \times n_1}{36000} + C_2 - \frac{C_2 \times t \times n_2}{36000}$$

$$\begin{aligned} &\Rightarrow 36\,000 - \frac{36\,000 \times 5 \times 80}{36\,000} \\ &= 27\,000 - \frac{27\,000 \times 5 \times 75}{36\,000} + 9\,000 - \frac{9\,000 \times 5 \times n}{36\,000} \\ &\Rightarrow \boxed{n = 95 \text{ jours}} \end{aligned}$$

حل التمرين 04:

1 - حساب القيمة الإسمية لكل سند:

$$\begin{aligned} V_1 + V_2 + V_3 &= 642 + \dot{V}_1 + \dot{V}_2 \\ n_1 &= 2 \text{ mois}, \quad n_2 = 5 \text{ mois}, \quad n_3 = 7 \text{ mois} \\ C_1 - \frac{C_1 \times t \times n_1}{36\,000} + C_2 - \frac{C_2 \times t \times n_2}{36\,000} + C_3 - \frac{C_3 \times t \times n_3}{36\,000} \\ &= 642 + \dot{C}_1 - \frac{\dot{C}_1 \times t \times \dot{n}_1}{36\,000} + \dot{C}_2 - \frac{\dot{C}_2 \times t \times \dot{n}_2}{36\,000} \\ 2000 - \frac{2000 \times 9 \times 2}{1200} + 1800 - \frac{1800 \times 9 \times 5}{1200} + 3200 - \frac{3200 \times 9 \times 7}{36\,000} \\ &= 642 + \dot{C}_1 - \frac{\dot{C}_1 \times 9 \times 6}{36\,000} + \dot{C}_2 - \frac{\dot{C}_2 \times 9 \times 2}{36\,000} \\ \dot{C}_1 &= \frac{1}{3} \dot{C}_2 \Rightarrow \dot{C}_2 = 3\dot{C}_1 \quad \text{لدينا :} \\ 6092,5 &= 3,94 \dot{C}_1 \\ \Rightarrow \dot{C}_1 &= 1546 \text{ DA} \text{ و } \dot{C}_2 = 4638 \text{ DA} \end{aligned}$$

2 - حساب المبلغ الذي تسدده الشركة في 2020/12/31.

بافتراض أن تاريخ التكافؤ هو تاريخ استحقاق السند الثاني و منه:

$$\begin{aligned} \dot{n}_1 &= 4 \text{ mois}, \quad \dot{n}_2 = 0, \quad n = 7 \text{ mois} \\ C - \frac{C \times 9 \times 7}{36\,000} &= 1546 - \frac{1546 \times 9 \times 4}{36\,000} + 4638 - \frac{4638 \times 9 \times 0}{1200} \\ \Rightarrow \boxed{C = 6477,69 \text{ DA}} \end{aligned}$$

حل التمرين 05: 1- إيجاد الطريقة التي تتصح بها التاجر: نقوم بحساب القيمة الحالية لكل طريقة ثم نختار الطريقة الأكبر قيمة الحالية.

الطريقة الأولى: تاريخ التكافؤ هو : 15 / 04 / 2020 (يوم الشراء).

$$n_1 = 0 , \quad n_2 = 80$$

$$V = V_1 + V_2$$

$$V = C_1 - \frac{C_1 \times t \times n_1}{36000} + C_2 - \frac{C_2 \times t \times n_2}{36000}$$

$$V = 2000 - \frac{2000 \times 8 \times 0}{36000} + 35000 - \frac{35000 \times 8 \times 80}{36000}$$

$$V = 2000 + 34377,77$$

$$\Rightarrow \boxed{V = 54377,77 \text{ DA}}$$

الطريقة الثانية: $C_1 = C_2 = C_3 = 18000$

$$n_1 = 30 \text{ jours} , \quad n_2 = 60 \text{ jours} , \quad n_3 = 120 \text{ jours}$$

$$V = V_1 + V_2 + V_3$$

$$V = C_1 - \frac{C_1 \times t \times n_1}{36000} + C_2 - \frac{C_2 \times t \times n_2}{36000} + C_3 - \frac{C_3 \times t \times n_3}{36000}$$

$$V = 18000 \left(1 - \frac{8 \times 30}{36000}\right) + 18000 \left(1 - \frac{8 \times 60}{36000}\right) + 18000 \left(1 - \frac{8 \times 120}{36000}\right)$$

$$= 0,9933 (18000) + 0,9866 (18000) + 0,9733 (18000)$$

$$V = 18000(2,93)$$

$$\Rightarrow \boxed{V = 53160 \text{ DA}}$$

الطريقة الثالثة: $n_1 = 45 \text{ jours} , n_2 = 0 \text{ jours} , n_3 = 120 \text{ jours}$

$$V = V_1 + V_2 + V_3$$

$$V = C_1 + \frac{C_1 \times t \times n_1}{36000} + C_2 - \frac{C_2 \times t \times n_2}{36000} + C_3 - \frac{C_3 \times t \times n_3}{36000}$$

$$V = 10000 + \frac{10000 \times 8 \times 45}{36000} + 10000 + 36000 - \frac{36000 \times 8 \times 120}{36000}$$

$$\Rightarrow \boxed{V = 55140 \text{ DA}}$$

إذن الطريقة الثالثة هي الأفضل.

2 - حساب القيمة الإسمية للأوراق الثلاثة كي تكون الطريقة الثانية متكافئة مع الأولى:

$$\Rightarrow 54377,77 = C(2,93)$$

$$\Rightarrow C = 18537,87 DA$$

3 - حساب معدل الخصم كي تكون الطريقة الأولى متكافئة مع الطريقة الثالثة :

$$\begin{aligned} C_1 - \frac{C_1 \times t \times n_1}{36000} + C_2 - \frac{C_2 \times t \times n_2}{36000} \\ 2000 + 35000 - \frac{35000 \times t \times 80}{36000} \\ = 10000 + \frac{10000 \times t \times 45}{36000} + 10000 + 36000 \\ - \frac{36000 \times t \times 120}{36000} \end{aligned}$$

$$\Rightarrow t = 33,64 \%$$

حل التمرين 06: حساب القيمة الإسمية للورقة الوحيدة (C):

$$\begin{aligned} V &= V_1 + V_2 \\ C - \frac{C \times t \times n}{36000} &= C_1 - \frac{C_1 \times t \times n_1}{36000} + C_2 - \frac{C_2 \times t \times n_2}{36000} \\ C - \frac{C \times 8 \times 60}{36000} &= 67000 - \frac{67000 \times 8 \times 90}{36000} + 134000 - \frac{134000 \times 8 \times 180}{36000} \\ \Rightarrow C &= 196919 DA \end{aligned}$$

حل التمرين 07: حساب القيمة الإسمية للورقة الثانية (C₂):

$$\begin{aligned} n &= 46 \text{ jours}, n_1 = 8 \text{ jours}, n_2 = 27 \text{ jours}, n_3 = 32 \text{ jours} \\ V &= V_1 + V_2 + V_3 \\ C - \frac{C \times t \times n}{36000} &= C_1 - \frac{C_1 \times t \times n_1}{36000} + C_2 - \frac{C_2 \times t \times n_2}{36000} + C_3 - \frac{C_3 \times t \times n_3}{36000} \\ \Rightarrow 65000 - \frac{65000 \times 7 \times 46}{36000} &= 17500 - \frac{17500 \times 7 \times 8}{36000} + C_2 - \frac{C_2 \times 7 \times 27}{36000} + 25000 \\ &- \frac{25000 \times 7 \times 32}{36000} \end{aligned}$$

$$\Rightarrow C_2 = 22218,03 DA$$

المحور الثاني: العمليات ذات الفائدة المركبة.

I- الفائدة المركبة.

تدخل الفائدة المركبة ضمن العمليات المالية المتوسطة والطويلة الأجل ، و التي تتجاوز مدتها السنة و مبدأ هذا النظام هو احتساب الفائدة على الفوائد المستحقة و المتراكمة خلال فترات التوظيف أو الإقتراض ، أي أن الفائدة تصبح منتجة لفوائد بدورها.

I-1- تعريف الفائدة المركبة.

هي ذلك العائد من رأس المال موظف لمدة معينة و بمعدل محدد حيث أن الفائدة تضاف إلى رأس المال في نهاية كل دورة إلى أصل المبلغ و يعاد توظيف الجملة المحصل عليها خلال الدورة الموالية ، و هكذا ، و تسمى إضافة الفوائد إلى رأس المال برسمة الفوائد ، كما يمكن أن تحسب الفوائد المركبة سنويا سداسيا ، شهريا أو كل ثلاثة أشهر.

مثال: استثمر شخص مبلغ 75000 دج لمدة 3 سنوات بمعدل فائدة مركبة سنوي 7%. أحسب قيمة الفائدة لكل سنة.

الحل:

$$I_1 = 75000 \times 7\% = 5250 \text{ DA}$$

$$I_2 = (75000 + 5250) \times 7\% = 80250 \times 7\% = 5617,5 \text{ DA}$$

$$I_3 = (80250 + 5617,5) \times 7\% = 85867,5 \times 7\% = 6010725 \text{ DA}$$

I-2- حساب القيمة المحصلة بواسطة الفائدة المركبة:

تُعرف القيمة المحصلة بأنها المبلغ الإجمالي الذي يتحصل عليه الموظف أو المقرض لأمواله في نهاية مدة القرض أو التوظيف ، فهي عبارة عن الرأس مال الأصلي مضافا إليه الفوائد المستحقة عليه خلال مدة زمنية معينة .

لتكن لدينا الرموز التالية:

A : الجملة المحصلة أو القيمة المكتسبة.

C : رأس المال الموظف.

t : معدل الفائدة المركبة.

n : عدد الفترات أو الدورات.

$$A_1 = C + C \times t = C(1 + t)$$

$$A_2 = A_1 + A_1 \times t = A_1(1 + t) = C(1 + t)(1 + t) = C(1 + t)^2$$

$$A_3 = A_2 + A_2 \times t = A_2(1 + t) = C(1 + t)^2(1 + t) = C(1 + t)^3$$

.

.

.

$$A_n = A_{n-1} + A_{n-1} \times t = A_{n-1}(1 + t) = C(1 + t)^{n-1}(1 + t) = C(1 + t)^n$$

$$\Leftrightarrow \boxed{A_n = C(1 + t)^n}$$

ملاحظات :

1 - نستعمل الجدول المالي رقم (1) من الجداول المالية المستخدمة في الرياضيات المالية لحساب الفوائد المركبة لإستخراج القيمة $(1 + t)^n$ نختار عموديا الزمن المطلوب و المعدل المطلوب أفقيا ، كما يمكن استعمال اللوغاريتم في حسابها ، و استعمال الأس في الآلة الحاسبة العلمية .

2 - يجب أن يكون هناك تجانس بين المعدل و المدة حسب عملية الرسملة ، فإذا كان المعدل سنوي فالمدة تكون سنوية ، و إذا كان المعدل سداسي فالمدة تكون سداسية ، أما إذا كان المعدل شهري فالمدة تكون بالأشهر ...إلخ .

3 - في العلاقات الأساسية للفائدة البسيطة نحصل مباشرة على الفائدة $I = C \times t \times n$ ، أما في الفائدة المركبة ، فإن العلاقة الأساسية الأخيرة تحسب مباشرة القيمة المحصلة ، و بالتالي يتم الحصول على مبلغ الفائدة المركبة كالتالي :

$$I = A_n - C = C(1 + t)^n - C$$

$$\Rightarrow \boxed{I = C[(1 + t)^n - 1]}$$

مثال 1: ما هي الجملة المحصلة من توظيف مبلغ قيمته 50000 دج بمعدل فائدة مركبة سنوي 5% لمدة 5 سنوات.

الحل:

$$A = C(1 + t)^n = 50000(1 + 0,05)^5$$

$$(1,05)^5 = 1,276281 \quad \text{من الجدول المالي رقم (1) لدينا:}$$

$$A = 50000 \times 1,276281 = 63814,07 \text{ DA} \quad \text{ومنه:}$$

مثال 2: وظف شخص مبلغ 48000 في بنك يقدم فائدة مركبة بمعدل 4 % للسداسي ، ماهي القيمة المحصلة بعد 5 سنوات.

الحل :

$$A = C(1 + t)^n = 48000(1 + 0,04)^{10} = 48000(1,04)^{10}$$

من الجدول المالي رقم (1) لدينا: $(1,04)^{10} = 1,480244$

$$A = 48000 \times 1,480244 = 71051,72 \text{ DA} \quad \text{ومنه:}$$

مثال 3: وظف شخص مبلغ 12000 في بنك يقدم فائدة مركبة بمعدل 4 % للثلاثي ، ماهي القيمة المحصلة بعد سنتين ؟

الحل :

$$A = C(1 + t)^n = 12000(1 + 0,04)^8 = 12000(1,04)^8$$

من الجدول المالي رقم 1 لدينا : $(1,04)^8 = 1,368569$

$$A = 12000 \times 1,368569 = 16422,82 \text{ DA}$$

ملاحظة: نأخذ 6 أرقام بعد الفاصلة عند حساب $(1 + t)^n$ و $(1 + t)^{-n}$ حسب ما هو مستعمل في الجداول المالية.

I-3- إستعمال قانون الفائدة المركبة:

و هي حساب مختلف العناصر المكونة لقانون القيمة المحصلة بواسطة الفائدة المركبة .

مثال 1: قام شخص بتوظيف مبلغ معين لمدة 4 سنوات بمعدل فائدة مركبة 8% فتحصل على مبلغ 1360,489 دج في نهاية مدة التوظيف. أحسب المبلغ الموظف.

الحل:

$$A = C(1 + t)^n \Rightarrow C = A(1 + t)^{-n} = 1360,489(1 + 0,08)^{-4}$$

من الجدول المالي رقم (2) لدينا: $(1,08)^{-4} = 0,735029$

$$C = 1360,489 \times 0,735029 = 1000 \text{ DA}$$

مثال 2: تم توظيف مبلغ 72800 لمدة 6 سنوات بفائدة مركبة لينتج قيمة محصلة في نهاية التوظيف 125491,9848 دج ، أحسب معدل التوظيف.

الحل:

$$A = C(1 + t)^n \Rightarrow (1 + t)^n = \frac{A}{C} \Rightarrow (1 + t)^6 = \frac{125491,9848}{72800} = 1,723791$$

من الجدول المالي رقم 1 نجد :

$$t = 9,5 \%$$

مثال3: قام شخص بتوظيف مبلغ 2000 دج بمعدل فائدة مركبة 6% لمدة معينة فتحصل في نهاية المدة على مبلغ 2676,452 دج. أحسب مدة التوظيف.

الحل:

$$(1 + t)^n = \frac{A}{C} = \frac{2676,452}{2000} = 1,338226$$

من الجدول المالي رقم 1 نجد أن هذه القيمة تقابل المعدل 6% و المدة 5 سنوات.

$$\Rightarrow n = 5 \text{ans}$$

I-4- المعدلات المتناسبة والمعدلات المتكافئة:

تستعمل معدلات الفائدة عادة سنوية مع المدة بالسنوات ، و تكون رسملة الفوائد سنوية ، لكن قد تكون المعدلات أجزاء من السنة كالسداسي ، الثلاثي ، الرباعي ، أو الشهري ، فحسب مبدأ التجانس بين المعدل و المدة ، نقوم بتحويل المدة إلى فترات جزئية من السنة لتتلاءم مع المعدل المعطى ، أو نقوم بالبحث عن المعدل الملائم لكل فترة جزئية ، فإذا كان لدينا المعدل (t) سداسي و المدة (n) بالسنوات ، نقوم بتحويل المدة (n) سداسية ليصبح عدد الفترات (n2) أو نقوم بتحويل المعدل (t) السداسي إلى معدل سنوي ، عندئذ نكون أمام نوعين من المعدلات:

المعدلات المتناسبة: تستعمل في العمليات المالية قصيرة الأجل في نظام الفائدة البسيطة؛

المعدلات المتكافئة : تستعمل في العمليات المالية طويلة الأجل في نظام الفائدة المركبة.

I-4-1- المعدلات المتناسبة.

نقول عن معدلين أنهما متناسين عندما تكون نسبتهم تساوي إلى النسبة بين وحداتهما الزمنية المقابلة. ويحققان نفس القيمة المحصلة خلال نفس المدة بفترة رسملة مختلفة.

مثال: ما هي المعدلات المتناسبة للمعدل السنوي: $t_a = 24 \%$

المعدل السداسي المتناسب مع المعدل السنوي 24 % هو: $t_s = \frac{24}{2} = 12 \%$

$$t_t = \frac{24}{4} = 6 \% \quad \text{المعدل الفصلي المتناسب مع المعدل السنوي 12\% هو:}$$

$$t_m = \frac{24}{12} = 2 \% \quad \text{المعدل الشهري المتناسب مع المعدل السنوي 12\% هو:}$$

ملاحظة : إن معدلين متناسبين يؤديان إلى نفس القيمة المحصلة في نفس المدة بالفائدة البسيطة ، لكن الأمر ليس كذلك في الفائدة المركبة حيث تتضاعف القيمة المحصلة عند تخفيض فترة الرسمة.

I-4-2- المعدلات المتكافئة.

نقول عن معدلين موافقين لمراحل زمنية مختلفة أنهما متكافئين عندما يؤديان إلى نفس القيمة المحصلة بواسطة الفائدة المركبة خلال نفس مدة التوظيف لنفس المبلغ الموظف، فإذا كان (t_a) هو المعدل السنوي و (t_k) هو معدل لمرحلة معينة فإن:

$$C(1 + t_a) = C(1 + t_k)^k \Rightarrow (1 + t_a) = (1 + t_k)^k$$

مثال: ما هي المعدلات المتناسبة للمعدل السنوي: $t_a = 24 \%$

المعدل السداسي المتكافئ مع المعدل السنوي 24 % هو:

$$(1 + t_a)^1 = (1 + t_s)^2 \Rightarrow (1 + t_s) = (1 + 0,24)^{\frac{1}{2}}$$

$$\Rightarrow t_s = (1 + 0,24)^{\frac{1}{2}} - 1 = 11,35 \%$$

المعدل الفصلي المتكافئ مع المعدل السنوي 24 % هو:

$$(1 + t_a)^1 = (1 + t_t)^4 \Rightarrow (1 + t_t) = (1 + 0,24)^{\frac{1}{4}}$$

$$\Rightarrow t_t = (1 + 0,24)^{\frac{1}{4}} - 1 = 5,52 \%$$

المعدل الشهري المتكافئ مع المعدل السنوي 24 % هو:

$$(1 + t_a)^1 = (1 + t_m)^{12} \Rightarrow (1 + t_m) = (1 + 0,12)^{\frac{1}{12}}$$

$$\Rightarrow t_m = (1 + 0,12)^{\frac{1}{12}} - 1 = 1,8 \%$$

ملاحظة : المعدل المتكافئ أصغر من المعدل المتناسب.

I-5- حالات خاصة في حساب القيمة المكتسبة.

إن عملية حساب القيمة المحصلة في حالة وجود المعدل و المدة في الجدول المالي رقم 1 تكون سهلة ، لكن في حالة عدم وجود أحدهما أو كلاهما نقوم باستعمال الإستكمال الخطي لأجزاء متناسبة بين القيم الواردة في الجدول.

I-5-1 حالة عدم وجود المدة في الجدول المالي.

و هي حالة تخص حساب القيمة المحصلة عندما تكون المدة عدد غير صحيح ، و هناك 3 حلول ممكنة، سنستعرضها من خلال المثال الموالي:

مثال: أحسب القيمة المكتسبة لرأس مال قدره 150000 دج موظف لمدة 3 سنوات و 4 أشهر بمعدل فائدة مركبة سنوي 8 %.

أ- الطريقة العقلانية:

طبقا لهذه الطريقة يتم حساب جملة 3 سنوات بقانون جملة الفائدة المركبة ، أما جملة 4 أشهر فيتم حسابها باستعمال قانون جملة الفائدة البسيطة.

$$A = C(1 + t)^3 + C(1 + t)^3 \times t \times 4/12$$

$$A = C(1 + t)^3 \times [1 + t \times 4/12]$$

$$A = 150000(1 + 0,08)^3 \times [1 + 0,08 \times 4/12]$$

$$\Rightarrow \boxed{A = 193995,648 \text{ DA}}$$

ب- الطريقة التجارية: طبقا لهذه الطريقة يتم حساب القيمة المحصلة باستعمال الجدولين الماليين (1) و (6) حيث يتم استعمال الجدول المالي رقم (1) لحساب القيمة المحصلة لثلاث سنوات و الجدول المالي رقم (6) لحساب القيمة المحصلة للأربع أشهر.

$$A = C(1 + t)^3(1 + t)^{\frac{4}{12}} = C(1 + t)^3(1 + t)^{\frac{1}{3}} = 150000(1,08)^3(1,08)^{\frac{1}{3}}$$

$$= 150000(1,08)^3(1,08)^{\frac{1}{3}}$$

$$(1,08)^3 = 1,259712 \quad \text{من الجدول المالي رقم(1) لدينا :}$$

$$(1,08)^{\frac{1}{3}} = 1,0259855 \quad \text{من الجدول المالي رقم (6) لدينا :}$$

$$\Rightarrow A = 150000(1,259712)(1,0259855) = 193866,94$$

$$\boxed{A = 193866,94 \text{ DA}}$$

ت- طريقة الإستكمال الخطي: تعتمد هذه الطريقة على حصر المدة 3 سنوات و 4 أشهر بين مدتين متتاليتين صحيحتين موجودتين في الجداول المالية و هما : 3 سنوات و 4 سنوات .من أجل حساب :

$$A = 150000(1,08)^{3+\frac{4}{12}}$$

$$3 < n < 4 \Rightarrow (1,08)^3 < (1,08)^{3+\frac{4}{12}} < (1,08)^4 \quad \text{حيث أن :}$$

$$\begin{cases} (1,08)^3 = 1,259712 \\ (1,08)^4 = 1,360489 \end{cases} \Rightarrow \Delta = 0,100777$$

$$\begin{cases} 0,100777 \rightarrow 12 \text{ mois} \\ \Delta \rightarrow 4 \text{ mois} \end{cases} \Rightarrow \hat{\Delta} = \frac{4 \times 0,100777}{12} = 0,033592$$

تعتبر 4 أشهر زيادة على 3 سنوات ، و بالتالي يضاف x إلى القيمة الصغرى ، و ذلك كما يلي :

$$(1,08)^{3+\frac{4}{12}} = (1,08)^3 + \hat{\Delta} = 1,259712 + 0,033592 = 1,293304$$

$$A = 150000 (1,293304) = 193995,6 DA$$

كما يمكننا استعمال 8 أشهر نقصان على أربع سنوات ، و ينقص من القيمة الكبرى ، و ذلك كما يلي :

$$\begin{cases} 0,100777 \rightarrow 12 \text{ mois} \\ \Delta \rightarrow 8 \text{ mois} \end{cases} \Rightarrow \hat{\Delta} = \frac{8 \times 0,100777}{12} = 0,067184$$

$$(1,08)^{3+\frac{4}{12}} = (1,08)^4 - \hat{\Delta} = 1,360488 - 0,067184 = 1,293304$$

$$A = 150000 (1,293304) = 193995,6 DA$$

$$\boxed{A = 193995,6 DA}$$

ملاحظة: بالمقارنة بين الحلول الثلاثة نلاحظ أن الحلين العقلاني و الإستكمال الخطي هما الأقرب في النتيجة لبعضهما البعض.

I-5-2- حالة عدم وجود المعدل.

مثال: رأسمال قيمته 100000 دج موظف لمدة 10 سنوات بمعدل فائدة مركبة 9,2 %،

أوجد القيمة المحصلة عند نهاية مدة التوظيف.

الحل:

$$A = C(1 + t)^n = 100000(1,092)^{10}$$

القيمة $(1,092)^{10}$ غير موجودة في الجدول المالي رقم (01)، إلا أننا نلاحظ أنها محصورة بين 9 % و 9,25 %.

$$\begin{cases} (1,090)^{10} = 2,367364 \\ (1,0925)^{10} = 2,422225 \end{cases} \Rightarrow \Delta = 0,054861$$

$$(1,092)^{10} = \alpha$$

$$\begin{cases} 0,054861 \rightarrow 0,25\% \\ \Delta \rightarrow 0,05 \end{cases} \Rightarrow \hat{\Delta} = \frac{0,05 \times 0,054861}{0,25\%} = 0,0109722 \%$$

$$\alpha = 2,422225 - 0,0109722 = 2,4112528$$

$$\boxed{(1,092)^{10} = 2,4112528}$$

$$A = 100000(1,092)^{10} = 100000(2,4112528) = 241125.28 \text{ DA}$$

$$\boxed{A = 241125.28 \text{ DA}}$$

I-5-3. حالة عدم وجود المدة و المعدل في الجدول المالي.

مثال: تم توظيف رأس مال قدره 274500 دج لمدة 10 سنوات و 5 أشهر ، بمعدل فائدة مركبة 8,10 % ، أوجد القيمة المحصلة عند نهاية مدة التوظيف .

الحل :

$$A = C(1 + t)^n = 274500(1,081)^{10 + \frac{5}{12}}$$

القيمة $(1,081)^{10 + \frac{5}{12}}$ غير موجودة في الجدول المالي رقم (01)، إلا أننا نلاحظ أن المعدل محصور بين 8 % و 8,25 % ، و المدة محصورة بين 10 سنوات و 11 سنة .

$$(1,081)^{10} < (1,081)^{10 + \frac{5}{12}} < (1,081)^{11}$$

أولاً : نحسب القيمة : $(1,081)^{10}$ /حيث :

$$(1,0800)^{10} < (1,081)^{10} < (1,0825)^{10}$$

$$\begin{cases} (1,0800)^{10} = 2,158925 \\ (1,0825)^{10} = 2,209424 \end{cases} \Rightarrow \Delta = 0,050499$$

$$(1,081)^{10} = \alpha$$

$$\begin{cases} 0,050499 \rightarrow 0,25\% \\ \Delta \rightarrow 0,15\% \end{cases} \Rightarrow \hat{\Delta} = \frac{0,15 \times 0,050499}{0,25} = 0,0302994$$

$$\alpha = 2,209424 - 0,0302994 = 2,1791246$$

$$\boxed{(1,081)^{10} = 2,1791246}$$

ثانياً : نحسب القيمة : $(1,081)^{11}$ /حيث :

$$(1,0800)^{11} < (1,081)^{11} < (1,0825)^{11}$$

$$\begin{cases} (1,0800)^{11} = 2,331639 \\ (1,0825)^{11} = 2,391701 \end{cases} \Rightarrow \Delta = 0,060062$$

$$(1,081)^{11} = \alpha$$

$$\begin{cases} 0,060062 \rightarrow 0,25 \% \\ \Delta \rightarrow 0,15 \% \end{cases} \Rightarrow \dot{\Delta} = \frac{0,15 \times 0,060062}{0,25} = 0,0360372$$

$$\alpha = 2,391701 - 0,0360372 = 2,3556638$$

$$\boxed{(1,081)^{11} = 2,3556638}$$

ثالثا: نحسب القيمة $(1,081)^{10+\frac{5}{12}}$ حيث :

$$(1,081)^{10} < (1,081)^{10+\frac{5}{12}} < (1,081)^{11}$$

$$\begin{cases} (1,081)^{10} = 2,1791246 \\ (1,081)^{11} = 2,3556638 \end{cases} \Rightarrow \Delta = 0,1765392$$

$$(1,081)^{10+\frac{5}{12}} = \alpha$$

$$\begin{cases} 0,1765392 \rightarrow 12 \text{ mois} \\ \Delta \rightarrow 5 \text{ mois} \end{cases} \Rightarrow \dot{\Delta} = \frac{5 \times 0,1765392}{12} = 0,073558$$

$$\alpha = 2,3556638 - 0,073558 = 2,2526826$$

$$(1,081)^{10+\frac{5}{12}} = 2,2526826$$

بالتعويض في قانون القيمة المحصلة نجد :

$$A = 274500(1,081)^{10+\frac{5}{12}} = 274500(2,2526826) = 618361,37 \text{ DA}$$

$$\boxed{A = 618361,37 \text{ DA}}$$

II - تمارين محلولة حول الفائدة المركبة.

II-1- صياغة التمارين.

التمرين 01: أودع شخص مبلغ 98200 دج في بنك تجاري بمعدل فائدة مركبة سنوي 8,5 % لمدة 7 سنوات.

المطلوب: حساب ما يلي:

1. الفائدة المحصل عليها في نهاية السنة الأولى من الإيداع؛
2. الفائدة المحصل عليها في نهاية السنة الخامسة فقط؛
3. الجملة المحصل عليها في نهاية المدة.

التمرين 2: ثلاثة رؤوس أموال متساوية وظفت بفائدة مركبة لمدة ثلاث سنوات وفق الشروط التالية:

- رأس المال الأول بمعدل فائدة سنوي 10 % الرسملة سنوية؛
- رأس المال الثاني بمعدل فائدة سداسي 5 % الرسملة سداسية؛
- رأس المال الثالث بمعدل فائدة ثلاثي 2,5 % الرسملة ثلاثية.

1. إذا كان الفرق بين الفوائد الناتجة بالنسبة لرأس المال الأول و رأس المال الثاني في نهاية مدة التوظيف هي : (272,88 دج $I_2 - I_1$)، أحسب قيمة رؤوس الأموال الثلاثة ؛
2. أحسب الفرق بين الفوائد الناتجة بالنسبة لرأس المال الثاني و رأس المال الثالث في نهاية مدة التوظيف $(I_3 - I_2)$.

التمرين 3: لتسديد قيمة دين لأحد الدائنين بتاريخ 03 / 03 / 2019 كان لزاما على المدين توظيف مبلغا من المال في بنك قيمته 50000 دج منذ 4 سنوات و 6 أشهر ، بمعدل سنوي 8% سنويا.

المطلوب :

1. حساب قيمة الدين بتاريخ 03 / 03 / 2019 بطريقتين:

- أ . طريقة الفوائد المركبة كل نهاية سنة و الفوائد البسيطة للمدد التي تقل عن سنة؛
- ب . طريقة الفوائد المركبة طول السنة.

2. ما هو المبلغ الواجب توظيفه بتاريخ 03 / 03 / 2013 لتسديد نفس الدين؛

3. أحسب المعدل السداسي المكافئ للمعدل السنوي 8 %؛

4. برسملة سداسية للفوائد و بمعدل سداسي مكافئ من أجل نفس المبلغ الموظف : أحسب المدة اللازمة لتسديد نفس الدين.

التمرين 04 : أراد أب توزيع مبلغ 200000 دج على أبنائه الإثنيين ، عمرهما 9 و 13 سنة ، حيث يتم إيداع حصة كل منهما لدى الصندوق الوطني للتوفير و الإحتياط ، بمعدل فائدة مركبة 7 % سنويا ، إلى أن يبلغا 20 سنة كاملة.

المطلوب : إيجاد الحصة الموزعة على كل طفل حتى يتحصلا على نفس القيمة عند 20 سنة.

التمرين 05: وظف مبلغ من المال قدره C بفائدة مركبة لمدة 10 سنوات و بمعدل t ، باعتبار أن A_n تمثل القيمة المكتسبة من توظيف المبلغ C إلى آخر السنة n.

المطلوب : حساب C و معدل الفائدة t علما أن:

$$\begin{cases} C + A_5 = 240260 \text{ DA} \\ A_2 + A_7 = 275070 \text{ DA} \end{cases}$$

التمرين 06: وظف شخص مبلغ من المال لدى بنك فبلغت فائدته المركبة عن السنة الثالثة فقط 5512,5 دج ، بينما فائدته المركبة عن السنة الحادية عشر فقط 8144,47 دج ، علما أنه عند سحب الرصيد من البنك بعد مدة من الزمن بلغ 207892,8 دج.

المطلوب :

- 1 . حساب معدل الفائدة المركبة؛
- 2 . حساب المبلغ الموظف؛
- 3 . حساب مدة التوظيف.

التمرين 07: أودعا في نفس اليوم و لمدة 6 سنوات مبلغان (C_1 و C_2) بفائدة مركبة مجموعهما 80000 دج ، بحيث أودع المبلغ C_1 بمعدل 8 % سنويا برسمة سنوية للفوائد ، أما المبلغ C_2 أودع بمعدل سداسي 3,75 % ، برسمة سداسية للفوائد ، بعد 6 سنوات بلغ مجموع الفوائد للمبلغين 46007,32 دج.

المطلوب: حساب C_1 و C_2 .

التمرين 08: وظف شخص مبلغا من المال قدره 200000 دج بمعدل فائدة مركبة 10 % سنويا في البنك (A) وبعد 5 سنوات من التوظيف سحب $3/2$ من رصيده ، و وظفه في البنك (B) بمعدل سنوي 9 %.

المطلوب: إيجاد رصيد هذا الشخص في البنك (A) و البنك (B) في نهاية السنة العاشرة.

التمرين 09: بتاريخ 01 / 01 / 2018 إقترض شخص مبلغ 20000 دج من البنك الوطني الجزائري ، و في 01 / 07 / 2018 إقترض 40000 دج من بنك التنمية المحلية ، و في 01 / 01 / 2020 إقترض مبلغ 60000 دج من القرض الشعبي الجزائري ، تعهد بتسديد هذه الديون في 31 / 12 / 2020.

المطلوب: أوجد المبلغ الإجمالي الذي يسدده هذا الشخص في تاريخ استحقاق هذه الديون ، إذا كان معدل الفائدة المركبة المطبق من طرف البنوك الثلاثة كان على التوالي : 10 % سنويا ، 9 % سداسيا ، 8 % سداسيا.

التمرين 10: استثمرت مؤسسة مبلغ 454200 دج في بنك لمدة 7 سنوات ، بمعدل فائدة مركبة ثلاثي 2% برسملة سنوية.

المطلوب:

1. ماهو المعدل السنوي المتناسب للمعدل الثلاثي 2%؟
2. حدد ما تجمع للمؤسسة في نهاية السنوات السبعة.

التمرين 11: أودعت مؤسسة مبلغ 100000 دج لمدة 7 سنوات بمعدل فائدة مركبة سنوي يقدر ب 12%.

المطلوب:

1. أحسب جملة المبلغ في نهاية المدة؛
2. أحسب قيمة الفائدة للسنوات السبعة؛
3. أحسب قيمة الفائدة للسنة الرابعة فقط؛
4. إذا تم سحب مبلغ 100000 دج في نهاية السنة الرابعة و وضع في بنك آخر بمعدل فائدة 3,5% ثلاثيا. - أحسب ما تجمع للمؤسسة بعد نهاية السنوات السبعة للمبلغين.

التمرين 12: رأس مالين تم توظيفهما لمدة 3 سنوات ، رأس المال الأول تم توظيفه بمعدل فائدة بسيطة 7 % سنويا ، بينما رأس المال الثاني فتم توظيفه بمعدل فائدة مركبة 10 % سنويا ، علما أن رأس المال الأول يزيد عن رأس المال الثاني ب 500 دج ، و الرأس مالين أنتجا نفس القيمة المحصلة في نهاية مدة التوظيف.

المطلوب: حساب قيمة كل رأس مال.

2-II- الحلول النموذجية للتمارين.

حل التمرين 01:

1- حساب الفائدة المحصل عليها في نهاية السنة الأولى من الإيداع.

$$I_1 = C \times t = 98200 \times 8,5 \% = 8347 \text{ DA}$$

2- الفائدة المحصل عليها في نهاية السنة الخامسة فقط.

$$\begin{aligned} I_5 &= A_4 \times t = C(1+t)^4 \times t = 98200(1+0,085)^4 \times 0,085 \\ &= 98200(1,085)^4 \times 0,085 = 11567,76257 \text{ DA} \end{aligned}$$

3- الجملة المحصل عليها في نهاية المدة .

$$A_n = C(1+t)^n$$

$$A_7 = C(1+t)^7 = 98200(1+0,085)^7 = 98200(1,085)^7 = 173827,9687 \text{ DA}$$

حل التمرين 2:

1 . حساب قيمة رؤوس الأموال الثلاثة:

$$I_2 - I_1 = 272,88$$

$$(A_2 - C) - (A_1 - C) = 272,88$$

$$A_2 - C - A_1 + C = 272,88$$

$$A_2 - A_1 = 272,88$$

$$C(1+t_2)^{n_2} - C(1+t_1)^{n_1} = 272,88$$

$$C[(1+t_2)^{n_2} - (1+t_1)^{n_1}] = 272,88$$

$$C = \frac{272,88}{[(1+t_2)^{n_2} - (1+t_1)^{n_1}]}$$

$$C = \frac{272,88}{[(1,05)^6 - (1,1)^3]} = \frac{272,88}{[1,340095641 - 1,331]}$$

$$= \frac{272,88}{[0,0090095]} = 30000$$

$$\boxed{C = 30000 \text{ DA}}$$

2 . حساب $(I_3 - I_2)$:

$$\begin{aligned} I_3 - I_2 &= (A_3 - C) - (A_2 - C) = A_3 - C - A_2 + C = A_3 - A_2 \\ &= C(1+t_3)^{n_3} - C(1+t_2)^{n_2} \\ &= C(1,025)^{12} - C(1,05)^6 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&= C[(1,025)^{12} - (1,05)^6] \\
&= C[1,344888 - 1,340095] \\
&= 30000[1,344888 - 1,340095] \\
&= 30000[0,004793] = 143,79
\end{aligned}$$

$$I_3 - I_2 = 143,79 \text{ DA}$$

حل التمرين 3:

- 1 . حساب قيمة الدين بتاريخ 03 / 03 / 2019 :
أ . طريقة الفوائد المركبة كل نهاية سنة و الفوائد البسيطة للمدد التي نقل عن سنة:
الطريقة العقلانية:

$$\begin{aligned}
A_{2019} &= C(1+t)^4 + C(1+t)^4 \times t \times 6/12 \\
&= C(1+t)^4 \times [1 + t/2] \\
&= 50000(1,08)^4 [1 + t/2] \\
&= 50000(1,360489)(1 + 0,04)
\end{aligned}$$

$$A_{2019} = 70745,428 \text{ DA}$$

- ب . طريقة الفوائد المركبة طول السنة:

$$\begin{aligned}
A_{2019} &= C(1+t)^{4+\frac{6}{12}} = 50000(1,08)^{4+\frac{6}{12}} \\
&= C(1+t)^4(1+t)^{\frac{6}{12}} = C(1+t)^4(1+t)^{\frac{1}{2}} = 50000(1,08)^4(1,08)^{\frac{1}{2}} \\
(1,08)^4 &= 1,36048896 \quad \text{من الجدول المالي رقم (1) لدينا :}
\end{aligned}$$

$$(1,08)^{\frac{1}{2}} = 1,039230485 \quad \text{من الجدول المالي رقم (6) لدينا :}$$

$$\Rightarrow A = 50000(1,36048896)(1,039230485) =$$

$$A_{2019} = 70693,08 \text{ DA}$$

- 1 . حساب المبلغ الواجب توظيفه بتاريخ 03 / 03 / 2013 لتسديد نفس الدين :

$$A_{2013} = A_{2019}(1,08)^{-6} = 70745,428 (0,630170) = 44581,64$$

$$A_{2013} = 44581,64 \text{ DA}$$

- 2 . حساب المعدل السداسي المكافئ للمعدل السنوي 8 %:

$$(1+t_a)^1 = (1+t_s)^2 \Rightarrow (1+t_s) = (1+0,08)^{\frac{1}{2}}$$

$$t_s = (1+0,08)^{\frac{1}{2}} - 1 = (1,08)^{\frac{1}{2}} - 1 = 3,92 \%$$

$$t_s = 3,92 \%$$

4 . حساب المدة اللازمة لتسديد نفس الدين:

$$C(1,092)^n = 70745,428 \Rightarrow (1,092)^n = \frac{70745,428}{50000} = 1,4149085$$

$$(1,0392)^n = 1,4149085$$

$$\log(1,0392)^n = \log 1,4149085$$

$$n = \frac{\log 1,4149085}{\log(1,0392)} = \frac{0.150728}{0.016699} = 9,0261159 s$$

$$0,0261159 \times 6 = 0,1566954 \text{ mois} = 0,1566954 \times 30 = 5 \text{ jrs}$$

المدة اللازمة لتسديد نفس الدين هي: 9 سداسيات و 5 أيام.

حل التمرين 04:

إيجاد الحصة الموزعة على كل إبن (C_1 و C_2):

$$n_1 = (20 - 9) = 11, n_2 = (20 - 13) = 7$$

$$C_1 + C_2 = 200000 \Rightarrow C_2 = 200000 - C_1$$

$$A_1 = A_2$$

$$C_1(1+t)^{n_1} = C_2(1+t)^{n_2}$$

$$C_1(1,07)^{11} = 200000 - C_1(1,07)^7$$

$$C_1(2,104851952) = (200000 - C_1)(1,6057811476)$$

$$(2,104851952)C_1 = 321156,2953 - 1,6057811476 C_1$$

$$3,710633099 C_1 = 321156,2953$$

$$C_1 = \frac{321156,2953}{3,710633099} = 86550,26965$$

$$C_1 = 86550,26965 \text{ DA}$$

$$C_2 = 200000 - C_1 = 200000 - 86550,26965 = 113449,7303$$

$$C_2 = 113449,7303 \text{ DA}$$

حل التمرين 05:

حساب C و معدل الفائدة t علما أن:

$$\begin{cases} C + A_5 = 240260 \text{ DA} \\ A_2 + A_7 = 275070 \text{ DA} \end{cases}$$

$$\frac{A_2 + A_7}{C + A_5} = \frac{275070}{240260}$$

$$\frac{C(1+t)^2 + C(1+t)^7}{C + C(1+t)^5} = 1.144884708$$

$$\frac{C(1+t)^2[1 + (1+t)^5]}{C[1 + (1+t)^5]} = 1.144884708$$

$$(1+t)^2 = 1.144884708$$

$t = 7\%$ من الجدول المالي رقم (1) نجد:

$$C + A_5 = 240260 \text{ DA}$$

$$C[1 + (1+t)^5] = 240260$$

$$C = \frac{240260}{[1 + (1+0,07)^5]} = \frac{240260}{[1 + (1,07)^5]} = \frac{240260}{2,402552} = 100000$$

$$\boxed{C = 100000 \text{ DA}}$$

حل التمرين 06:

1. حساب معدل الفائدة المركبة:

$$I_3 = 5512,5$$

$$I_{11} = 8144,47$$

$$A_n = 207892,8$$

$$\frac{I_{11}}{I_3} = \frac{A_{10} \times t}{A_2 \times t} = \frac{C(1+t)^{10} \times t}{C(1+t)^2 \times t} = (1+t)^8 = \frac{8144,47}{5512,5} = 1,477454$$

$$(1+t)^8 = 1,477454$$

$t = 5\%$ من الجدول المالي رقم 1 نجد:

2. حساب المبلغ الموظف:

$$I_3 = Ct(1+t)^2 = 5512,5$$

$$\Rightarrow C = \frac{5512,5}{t(1+t)^2} = \frac{5512,5}{0,05(1,05)^2} = \frac{5512,5}{0,055125} = 100000$$

$$\boxed{C = 100000 \text{ DA}}$$

3. حساب مدة التوظيف: $A_n = C(1+t)^n = 100000(1,05)^n = 207892,8$

$$(1,05)^n = \frac{207892,8}{100000} = 2,078928$$

$$(1,05)^n = 2,078928$$

من الجدول المالي رقم 1 نجد : $n = 15 \text{ ans}$

حل التمرين 07: حساب C_1 و C_2 .

$$C_1 + C_2 = 80000$$

$$n_1 = 6 \text{ ans et } n_2 = 12 \text{ s}$$

$$I = C[(1+t)^n - 1] = I_1 + I_2 = 46007,32$$

$$I = C_1[(1+t)^{n_1} - 1] + C_2[(1+t)^{n_2} - 1]$$

$$= C_1[(1.08)^6 - 1] + C_2[(1.0375)^{12} - 1]$$

$$C_1[0.586874] + C_2[0.555454] = 46007,32 \dots\dots (1)$$

$$C_1 = 80000 - C_2 \dots\dots (2)$$

بتعويض (2) في (1) نجد :

$$80000 - C_2[0.586874] + C_2[0.555454] = 46007,32$$

$$\boxed{C_2 = 30000 \text{ DA}}$$

$$\boxed{C_1 = 50000 \text{ DA}}$$

حل التمرين 08:

إيجاد رصيد هذا الشخص في البنك (A) :

(A1) : رصيد الشخص في البنك (A) بعد 5 سنوات.

(A2) : رصيد الشخص في البنك (A) بعد 10 سنوات.

$$A_1 = C_1(1+t)^{n_1}$$

$$A_1 = 200000(1,1)^5 = 200000(1,61051)$$

$$A_1 = 322102$$

$$A_2 = C_2(1+t)^{n_2}$$

$$C_2 = \frac{1}{3}(A_1) = 107367,33$$

$$A_2 = \frac{1}{3}(322102)(1,1)^5 = 107367,33(1,1)^5 = 172916,164 \text{ DA}$$

$$\boxed{A_2 = 172916,164 \text{ DA}}$$

إيجاد رصيد هذا الشخص في البنك (B) :

$$A = C(1+t)^n = \frac{2}{3}(A_1)(1+t)^n = \frac{2}{3}(322102)(1,09)^5$$

$$A = \frac{2}{3}(322102)(1,09)^5 = 330395,9021$$

$$A = 330395,9021 DA$$

حل التمرين 09:

إيجاد المبلغ الإجمالي الذي يسدده هذا الشخص في تاريخ استحقاق هذه الديون:

$$A_n = C_1(1+t)^{n_1} + C_2(1+t)^{n_2} + C_3(1+t)^{n_3}$$

$$A_n = 20000(1,1)^3 + 40000(1,09)^5 + 60000(1,08)^2$$

$$A_n = 26620 + 61544,9582 + 69984 = 158148,9582$$

$$A_n = 158148,9582 DA$$

حل التمرين 10:

1. المعدل السنوي المتناسب:

$$\frac{t_a}{t} = \frac{12}{3} \Rightarrow \frac{t_a}{2} = \frac{12}{3} \Rightarrow t_a = 8\%$$

2. ما تجمع للمؤسسة بعد 7 سنوات:

$$A_n = C(1+t)^n = 454200(1,08)^7 = 454200(1,713824) = 778418,86$$

$$A_n = 778418,86 DA$$

حل التمرين 11:

1. حساب جملة المبلغ في نهاية المدة:

$$A_n = C(1+t)^n$$

$$A_n = 100000(1,12)^7 = 221068,1407 DA$$

$$A_n = 221068,1407 DA$$

2. حساب قيمة الفائدة للسنوات السبعة:

$$I = A_n - C = 221068,1407 - 100000 = 121068,1407$$

$$I = 121068,1407 DA$$

3. حساب قيمة الفائدة للسنة الرابعة فقط:

$$I_4 = A_3 \times t = C(1+t)^3 \times t = 100000(1,12)^3 \times 0,12 = 16859,136$$

$$I_4 = 16859,136 DA$$

5. حساب ما تجمع للمؤسسة بعد نهاية السنوات السبعة للمبلغين:

$$A_n = C(1+t)^n$$

$$A_n = 100000(1,12)^4 = 157351,936 DA$$

$$A_4 = 157351,936 DA$$

C_1 : المبلغ الموظف في البنك الأول بعد نهاية السنة الرابعة

$$C_1 = 157351,936 - 100000 = 57351,936$$

A_1 : ما تجمع للمؤسسة بعد نهاية السنة السابعة بالنسبة للمبلغ الأول:

$$A_n = C(1 + t)^n$$

$$A_1 = 57351,936(1,12)^3 = 80575,34 DA$$

$$\boxed{A_1 = 80575,34 DA}$$

C_2 : المبلغ الموظف في البنك الآخر

$$C_2 = 100000 DA$$

$$A_n = C(1 + t)^n$$

A_2 : ما تجمع للمؤسسة بعد نهاية السنة السابعة بالنسبة للمبلغ الثاني:

$$A_2 = 100000(1,035)^{12} = 151106,8657 DA$$

$$\boxed{A_2 = 151106,8657 DA}$$

ما تجمع للمؤسسة بعد نهاية السنوات السبعة للمبلغين:

$$A_n = A_1 + A_2 = 80575,34 + 151106,8657 = 231682,2057$$

$$\boxed{A_n = 231682,2057 DA}$$

حل التمرين 12: حساب قيمة كل رأس مال:

C_1 : المبلغ الموظف بالفائدة البسيطة

C_2 : المبلغ الموظف بالفائدة المركبة

$$t_1 = 7\%, t_2 = 10\%$$

$$C_1 = C_2 + 500 \dots \dots (1)$$

$$A_1 = A_2$$

$$A_1 = C_1 + I_1 = C_1 + \frac{C_1 \times t_1 \times n}{100} = C_1 \left(1 + \frac{t_1 \times n}{100}\right) = C_1 \left(1 + \frac{7 \times 3}{100}\right) = 1,21C_1$$

$$A_2 = C_2(1 + t_2)^n = C_2(1 + 0,1)^3 = C_2(1,1)^3 = 1,331 C_2$$

$$1,21 C_1 = 1,331 C_2 \dots \dots (2)$$

نعوض (1) في (2) نجد:

$$1,21 (C_2 + 500) = 1,331 C_2$$

$$1,21 C_2 + 605 = 1,331 C_2$$

$$0,121 C_2 = 605$$

$$C_2 = \frac{605}{0,121} = 5000$$

$$\boxed{C_2 = 5000 DA}$$

$$C_1 = C_2 + 500 = 5000 + 500 = 5500 \Rightarrow \boxed{C_1 = 5500 DA}$$

III- القيمة الحالية و الخصم و بالفائدة المركبة

III-1- القيمة الحالية لرأس المال.

إذا كانت القيمة المحصلة (المكتسبة) تمثل تقييم مبلغ مالي ما بعد مدة من توظيفه ، فإن القيمة الحالية تمثل تقييم ذلك المبلغ بمدة قبل ذلك.

III-1-1- تعريف القيمة الحالية لرأس المال.

هي عملية عكسية للرسملة (الإستثمار) هي قيمة مبلغ قبل تاريخ استحقاقه ، هي تحديد قيمة مبلغ ما في الوقت الحالي علما أنه يُستحق أو يسدد في المستقبل.

III-1-2- قانون القيمة الحالية.

من القانون العام للفائدة المركبة : $A = C(1 + t)^n$ نبحث عن C التي تمثل القيمة الحالية

نجد :

$$A = C(1 + t)^n \Rightarrow C = \frac{A}{(1 + t)^n} = A(1 + t)^{-n}$$

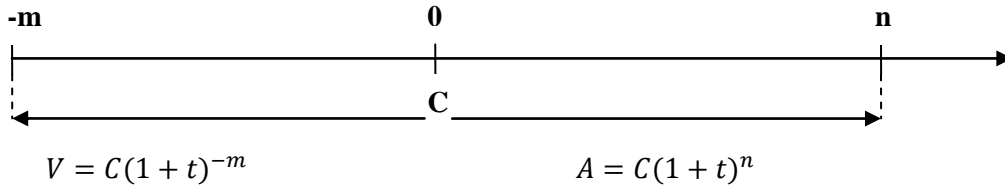
هذه العلاقة تعطي لنا القيمة الحالية عند الزمن 0 لمبلغ مستحق عند الزمن n إذن :

$$\boxed{V = C(1 + t)^{-n}}$$

فإذا كان لدينا:

C رأسمال يدفع في الزمن (0).

ما هي قيمته في الزمن n؟ ما هي قيمته في التاريخ -m؟



ملاحظة: نستعمل الجدول المالي رقم (2) من الجداول المالية لإستخراج القيمة $(1 + t)^{-n}$.

مثال: ما هي القيمة الحالية لرأسمال قيمته 100000 دج يستحق بعد 7 سنوات بمعدل فائدة مركبة

10 % ؟

الحل:

$$V = C(1 + t)^{-n} = 100000(1,1)^{-7} = 51315,81 DA$$

III-2- تقييم رأس مال في تاريخ ما .

هو إيجاد قيمة أي مبلغ في أي زمن ، بحيث يكون هذا المبلغ مستحق في أي تاريخ أو زمن قبل أو بعد تاريخ الإستحقاق ، و ذلك بالإعتماد أساسا على العمليتين التاليتين :

أ . عملية الرسملة التي تمكن من حساب القيمة المحصلة ، أي تحديد القيمة المستقبلية لمبلغ مالي ، و ذلك باستعمال قانون القيمة المحصلة ؛

ب . عملية التحيين التي تمكن من حساب القيمة الحالية أي تحديد قيمة مبلغ في الزمن الحالي أو الماضي ، و ذلك باستعمال قانون القيمة الحالية.

مثال: إشتري صناعي آلة بقيمة 500000 دج ، تستحق التسديد بعد 10 سنوات ، بمعدل فائدة مركبة 9 % سنويا ، اقترح على المدين ثلاث طرق للتسديد :

الطريقة الأولى: التسديد عند الشراء؛

الطريقة الثانية: التسديد قبل 4 سنوات من التاريخ المحدد للتسديد؛

الطريقة الثالثة: التسديد بعد 3 سنوات من التاريخ المحدد للتسديد.

المطلوب :

1 . تحديد المبالغ الواجبة الدفع حسب الطرق الثلاثة ؟

2 . ما هي قيمة الآلة في حال شراؤها بسنتين قبل تاريخ الشراء المحدد ؟

الحل :

1 - تحديد المبالغ الواجبة الدفع حسب الطرق الثلاثة:

أ . الطريقة الأولى : التسديد عند الشراء (قبل 10 سنوات):

$$V = C(1 + t)^{-n} = 500000(1,09)^{-10} = 211205,40 \text{ DA}$$

ب . الطريقة الثانية : التسديد قبل أربع سنوات من التاريخ المحدد للتسديد؛

$$V = C(1 + t)^{-n} = 500000(1,09)^{-4} = 354212,60 \text{ DA}$$

أو بطريقة أخرى:

$$A = C(1 + t)^n = 211205,40(1,09)^6 = 354212,60 \text{ DA}$$

ج . الطريقة الثالثة: التسديد بعد 3 سنوات من التاريخ المحدد للتسديد .

$$A = C(1 + t)^n = 500000(1,09)^3 = 647514,5 \text{ DA}$$

أو بطريقة أخرى:

$$A = C(1 + t)^n = 211205,40(1,09)^{13} = 647514,5 \text{ DA}$$

2 . تحديد قيمة الآلة في حال شراؤها بستينين قبل تاريخ الشراء المحدد:

$$V = C(1 + t)^{-n} = 211205,40 (1,09)^{-2} = 1777767,023 \text{ DA}$$

أو بطريقة أخرى:

$$V = C(1 + t)^{-n} = 500000(1,09)^{-12} = 1777767,023 \text{ DA}$$

III-3- حالات خاصة في استعمال قانون القيمة الحالية.

إن عملية حساب القيمة الحالية سهلة في حالة وجود المعدل و المدة الزمنية ، لكن هناك حالات تكون هذه المعطيات غير معلومة ، فيتم الإعتماد على عدة طرق منها اللوغاريتم العشري أو الآلة الحاسبة العلمية ، أو طريقة الإستكمال الخطي لأجزاء متناسبة بين القيم الواردة في الجدول المالي رقم (2) ، سوف نستعرض هذه الحالات حسب الأمثلة التالية:

III-3-1- حالة عدم وجود المدة في الجدول المالي:

مثال : بعد 10 سنوات و 5 أشهر و بمعدل 8 % سنويا تحصل شخص على مبلغ 200000 دج.

أوجد القيمة الحالية لهذا المبلغ عند تاريخ التوظيف ؟

الحل :

$$V = C(1 + t)^{-n} = 15000(1,08)^{-(10 + \frac{5}{12})}$$

إن القيمة $(1,08)^{-(10 + \frac{5}{12})}$ غير موجودة في الجدول المالي رقم 2 ،

$$10 < n < 11 \Rightarrow (1,08)^{-10} < (1,08)^{-(10 + \frac{5}{12})} < (1,08)^{-11}$$

$$\begin{cases} (1,08)^{-10} = 0,463193 \\ (1,08)^{-11} = 0,428882 \end{cases} \Rightarrow \Delta = 0,034311$$

$$\begin{cases} 0,034311 \rightarrow 12 \text{ mois} \\ \Delta \rightarrow 5 \text{ mois} \end{cases} \Rightarrow \dot{\Delta} = \frac{5 \times 0,034311}{12} = 0,01429625$$

$$(1,08)^{-(10 + \frac{5}{12})} = 0,463193 - 0,01429625 = 0,44889675$$

$$\boxed{(1,08)^{-(10 + \frac{5}{12})} = 0,44889675}$$

بالتعويض في قانون القيمة الحالية نجد:

$$V = 200000(1,08)^{-(10 + \frac{5}{12})} = 200000(0,44889675) = 8977935 \text{ DA}$$

III-3-2 - المعدل غير موجود في الجدول المالي.

مثال : دين قدره 160000 دج يستحق بعد 5 سنوات ، أوجد القيمة الحالية . إذا كان معدل التوظيف 8,8 %.

الحل :

$$V = C(1 + t)^{-n} = 160000(1,088)^{-5}$$

إن القيمة $(1,088)^{-5}$ غير موجودة في الجدول المالي رقم (02)، إلا أننا نلاحظ أن المعدل محصور بين 8,75 % و 9 %.

$$\begin{cases} (1,0875)^{-5} = 0,657436 \\ (1,0900)^{-5} = 0,649931 \end{cases} \Rightarrow \Delta = 0,007505$$

$$(1,088)^{-5} = \alpha$$

$$\begin{cases} 0,007505 \rightarrow 0,25\% \\ \Delta \rightarrow 0,05\% \end{cases} \Rightarrow \hat{\Delta} = \frac{0,007505 \times 0,05\%}{0,25\%} = 0,001501$$

بما أننا استعملنا القيمة الصغرى لحساب x إذن نضيف قيمة x إلى المعدل 8,75 % فنحصل على t :

$$\alpha = 0,657436 - 0,001501 = 0,655935$$

$$\boxed{(1,088)^{-5} = 0,655935}$$

نعوض في قانون القيمة الحالية:

$$V = C(1 + t)^{-n} = 160000(1,088)^{-5} = 160000(0,655935) = 1049496$$

$$\boxed{V = 1049496DA}$$

III-3-3 - حالة عدم وجود المدة و المعدل في الجدول المالي:

هنا نقوم بتحشية المدة متبوعة بتحشية المعدل أو العكس.

مثال : دين قدره 180000 دج يستحق بعد 6 سنوات و 8 أشهر بمعدل فائدة 9,3 سنويا ، أوجد القيمة الحالية ؟

الحل :

$$V = C(1 + t)^{-n} = 180000(1,093)^{-(6 + \frac{8}{12})}$$

إن القيمة $(1,093)^{-(6 + \frac{8}{12})}$ غير موجودة في الجدول المالي رقم 2 .

$$6 < n < 7 \Rightarrow (1,093)^{-7} < (1,093)^{-(6 + \frac{8}{12})} < (1,093)^{-6}$$

نحسب كل منهما:

نحسب أولاً : $(1,093)^{-7}$

$$\begin{cases} (1,0925)^{-7} = 0,538331 \\ (1,095)^{-7} = 0,529787 \end{cases} \Rightarrow \Delta = 0,008544$$

$$(1,093)^{-7} = \alpha$$

$$\begin{cases} 0,008544 \rightarrow 0,25\% \\ \Delta \rightarrow 0,05\% \end{cases} \Rightarrow \hat{\Delta} = \frac{0,008544 \times 0,05\%}{0,25\%} = 0,007088\%$$

$$\alpha = 0,538331 - 0,07088 = 0,536622$$

$$\boxed{(1,093)^{-7} = 0,536622}$$

نحسب $(1,093)^{-6}$:

$$\begin{cases} (1,0925)^{-6} = 0,588127 \\ (1,095)^{-6} = 0,580116 \end{cases} \Rightarrow \Delta = 0,008011$$

$$(1,093)^{-6} = \alpha$$

$$\begin{cases} 0,008011 \rightarrow 0,25\% \\ \Delta \rightarrow 0,05\% \end{cases} \Rightarrow \hat{\Delta} = \frac{0,008011 \times 0,05\%}{0,25\%} = 0,0016022\%$$

$$\alpha = 0,588127 - 0,0016022 = 0,586525$$

$$\boxed{(1,093)^{-6} = 0,586525}$$

نحسب قيمة $(1,093)^{-(6+\frac{8}{12})}$ حيث :

$$6 < n < 7 \Rightarrow (1,093)^{-7} < (1,093)^{-(6+\frac{8}{12})} < (1,093)^{-6}$$

$$\begin{cases} (1,093)^{-6} = 0,586525 \\ (1,093)^{-7} = 0,536622 \end{cases} \Rightarrow \Delta = 0,049903$$

$$(1,093)^{-(6+\frac{3}{12})}$$

$$\begin{cases} 0,049903 \rightarrow 12 \text{ mois} \\ \Delta \rightarrow 3 \text{ mois} \end{cases} \Rightarrow \hat{\Delta} = \frac{3 \times 0,049903}{12} = 0,01247575$$

$$\alpha = 0,586525 - 0,01247575 = 0,574049$$

$$\boxed{(1,093)^{-(6+\frac{3}{12})} = 0,574049}$$

بالتعويض في قانون القيمة الحالية نجد:

$$V = 180000(1,093)^{-(6+\frac{3}{12})} = 180000(0,574049) = 103328,82 \text{ DA}$$

$$\boxed{V = 103328,82 \text{ DA}}$$

III-4- الخصم بالفائدة مركبة.

الخصم هو ذلك المبلغ الذي يأخذه البنك ، و يقتطعه من القيمة الإسمية للورقة التجارية على أساس معدل فائدة معين يسمى بمعدل الخصم و مدة معينة هي المدة الفاصلة بين تاريخ الخصم و تاريخ استحقاق الورقة و تسمى مدة الخصم .و يتم حساب الخصم بفائدة مركبة بالفرق بين القيمة الإسمية و القيمة الحالية للورقة التجارية وفقا للعلاقة التالية :

$$E_s = C - V = C - C(1 + t)^{-n} = C[1 - (1 + t)^{-n}]$$

مثال 1: ورقة تجارية قيمتها الإسمية 178000 دج تستحق الدفع بعد 5 سنوات ، أراد صاحبها الحصول على مبلغ نقدي فقدمها إلى البنك للخصم بمعدل سنوي 7%.

المطلوب:

1 - أوجد القيمة الحالية للورقة التجارية؛

2 - أوجد مبلغ الخصم.

الحل :

1. إيجاد القيمة الحالية للورقة التجارية:

$$V = C(1 + t)^{-n} = 178000(1,07)^{-5} = 178000(0,712986) \\ = 126911,508 \text{ DA}$$

$$\boxed{V = 126911,508 \text{ DA}}$$

2. إيجاد مبلغ الخصم : $E_s = C - V = 178000 - 126911,508 = 51088,492$

$$\boxed{E_s = 51088,492 \text{ DA}}$$

أو بتطبيق علاقة الخصم كالتالي :

$$E_s = C[1 - (1 + t)^{-n}] = 178000[1 - (1,07)^{-5}] = 51088,492$$

$$\boxed{E_s = 51088,492 \text{ DA}}$$

مثال 2: ما هو مبلغ الخصم لورقة تجارية قيمتها 15000 دج تستحق بعد 3 أشهر بمعدل سنوي 6%؟

$$E_s = 15000 \left[1 - (1 + 0,06)^{-\frac{3}{12}} \right] \quad \text{الحل:}$$

$$\boxed{E_s = 216,92 \text{ DA}}$$

IV- تمارين محلولة حول القيمة الحالية و الخصم و بالفائدة المركبة.

IV-1- صياغة التمارين.

التمرين 1 : أودع شخص مبلغ ما بفائدة مركبة 8 % سنويا ، و بعد 6 سنوات من التوظيف تحصل على مبلغ 134884,31 دج.

المطلوب: - أوجد المبلغ الذي تم إيداعه في البنك ؟

التمرين 02: أراد شخص شراء عقار و كان له الإختيار بين طريقتين للتسديد:

الطريقة الأولى : دفع فورا مبلغ 400000 دج؛

الطريقة الثانية : قبول ورقتين تجاريتين قيمة كل منهما 240000 دج مستحقتي الدفع على الترتيب سنتين و 3 سنوات.

المطلوب: ماهي أحسن طريقة للدفع التي يختارها المدين ، علما أن معدل الخصم بالفائدة المركبة 7 % سنويا؟

التمرين 03: بتاريخ 13 / 03 / 2020 أراد شخص معرفة ما يتوفر لديه من أموال بغرض إنجاز مشروع ، فتبين من كشف حسابه البنكي أن رصيده يقدر ب 1000000 دج ، و كان نتيجة توظيفه لمبلغ مالي منذ 10 سنوات ، كما توجد بحوزته ورقتين تجاريتين قيمتهما الإسمية على التوالي 400000 دج و 700000 دج ، تستحق الأولى بعد سنتين ، و الثانية بعد 4 سنوات ، كما يتوفر على مبلغ 100000 دج تحت تصرفه فورا.

المطلوب : إذا كان معدل الفائدة المركبة السائد 7,5 % سنويا ، حساب ما يلي:

1. المبلغ الأصلي الموظف لدى البنك؛
2. مبلغ الخصم و القيمة الحالية لكل ورقة تجارية؛
3. المبلغ الإجمالي الذي يتوفر هذا الشخص حاليا.

التمرين 04: شخص مدين بالمبالغ التالية:

- الدين الأول قيمته 30000 دج يستحق الدفع بعد 3 سنوات؛
- الدين الثاني قيمته C_2 يستحق الدفع بعد 4 سنوات؛
- الدين الثالث قيمته 50000 دج يستحق الدفع بعد 5 سنوات.

و قد تم خصم هذه الديون فبلغ مجموع قيمها الحالية 97999,52 دج منها 39176,3 دج تخص الدين الثالث فقط.

المطلوب : حساب معدل الخصم و قيمة الدين الثاني.

التمرين 05: إشتري موظف سيارة في 2017/12/11 ، حيث يقوم بعملية التسديد بإحدى الطريقتين التاليتين:

الطريقة الأولى: دفع فورا مبلغ 600000 دج ، ثم مبلغ 400000 دج بعد سنة ، ثم مبلغ 400000 دج بعد سنتين ، ثم مبلغ 200000 بعد أربع سنوات؛

الطريقة الثانية: التسديد يتم بمبلغ وحيد في 2019/12/11 .
فإذا علمت أن معدل الفائدة المركبة سنويا هو 10 %.

المطلوب : حساب ما يلي:

1. قيمة السيارة في يوم الشراء؛
2. قيمة السيارة عند آخر دفع ، حسب الطريقة الأولى؛
3. ما قيمة المبلغ الوحيد المدفوع يوم 2019/12/11.

IV-2- الحل النمذجية للتمارين.

حل التمرين 01 :

إيجاد المبلغ الذي تم إيداعه في البنك:

$$V = C(1 + t)^{-n} = 134884,31(1,08)^{-6} = 85000 \text{ DA}$$

إذن المبلغ الذي تم إيداعه في البنك (القيمة الحالية) هو: 85000 دج .

حل التمرين 02:

لإيجاد أحسن طريقة للدفع التي يختارها المدين نحسب القيمة الحالية للطريقتين ثم نختار الطريقة الأقل قيمة حالية.

الطريقة الأولى:

$$V_1 = 400000 \text{ DA}$$

الطريقة الثانية:

$$\begin{aligned} V_2 &= C_1(1 + t)^{-n_1} + C_2(1 + t)^{-n_2} \\ &= 240000(1,07)^{-2} + 240000(1,07)^{-3} \\ &= 209625,2948 + 195911,4905 \end{aligned}$$

$$V_2 = 405536,7853 \text{ DA}$$

نلاحظ أن $V_1 < V_2$ و بالتالي أحسن طريقة للدفع هي الطريقة الأولى.

حل التمرين 03:

1. حساب المبلغ الأصلي الموظف لدى البنك:

$$\begin{aligned} V &= C(1 + t)^{-n} = 1000000(1 + 0,075)^{-10} = 1000000(1,075)^{-10} \\ &= 485193,9283 \text{ DA} \end{aligned}$$

2. حساب مبلغ الخصم و القيمة الحالية لكل ورقة تجارية:

$$E_s = C[1 - (1 + t)^{-n}]$$

$$E_{s1} = C_1[1 - (1 + t)^{-n_1}] = 400000[1 - (1,075)^{-2}] = 53866,95511 \text{ DA}$$

$$V_1 = C_1 - E_s = 400000 - 53866,95511 = 346133,0449 \text{ DA}$$

$$E_{s2} = C_2[1 - (1 + t)^{-n_2}] = 700000[1 - (1,075)^{-4}] = 175839,6292 \text{ DA}$$

$$V_2 = C_2 - E_{s2} = 700000 - 175839,6292 = 524160,3708 \text{ DA}$$

3. المبلغ الإجمالي الذي يتوفر لدى هذا الشخص حاليا (13 / 03 / 2020):

$$1000000 + 346133,0449 + 524160,3708 + 100000 = 1970293,416 \text{ DA}$$

حل التمرين 04:

1 . حساب معدل الخصم:

$$V_1 + V_2 + V_3 = 97999,52$$

$$V_3 = 39176,3$$

$$C_3(1+t)^{-n_3} = 39176,3$$

$$50000(1+t)^{-5} = 39176,3$$

$$(1+t)^{-5} = \frac{39176,3}{50000} = 0,783526$$

$$(1+t)^5 = 1,276281834$$

من الجدول المالي رقم 1 نجد نجد $t = 5 \%$

$$\sqrt[5]{(1+t)^5} = \sqrt[5]{1,276281834} \quad \text{طريقة 2 :}$$

$$1+t = (1,276281834)^{\frac{1}{5}}$$

$$t = (1,276281834)^{\frac{1}{5}} - 1 = 1,05 - 1 = 0,05 = 5 \%$$

$$t = 5 \%$$

2 . حساب قيمة الدين الثاني:

$$V_1 + V_2 + V_3 = 97999,52$$

$$V_1 + V_2 = 97999,52 - V_3$$

$$V_1 + V_2 = 97999,52 - 39176,3$$

$$V_1 + V_2 = 58823,22$$

$$C_1(1+t)^{-n_1} + C_2(1+t)^{-n_2} = 58823,22$$

$$30000(1,05)^{-3} + C_2(1,05)^{-4} = 58823,22$$

$$C_2(1,05)^{-4} = 58823,22 - 30000(1,05)^{-3}$$

$$C_2(1,05)^{-4} = 58823,22 - 25915,12796$$

$$C_2(1,05)^{-4} = 32908,09204$$

$$C_2 = \frac{32908,09204}{(1,05)^{-4}} = \frac{32908,09204}{0,822702474} = 40000$$

$$\boxed{C_2 = 40000 \text{ DA}}$$

حل التمرين 05:

1 . حساب قيمة السيارة في يوم الشراء (2017/12/11) :

إن قيمة السيارة هي مجموع القيم الحالية للمبالغ المدفوعة بالتقسيط ، عند الزمن 0 :

$$C = V_1 + V_2 + V_3 + V_4$$

$$= C_1(1+t)^{-n_1} + C_2(1+t)^{-n_2} + C_3(1+t)^{-n_3} + C_4(1+t)^{-n_4}$$

$$= 600000 + 400000(1,1)^{-1} + 400000(1,1)^{-2} + 200000(1,1)^{-4}$$

$$= 600000 + 363636,3636 + 330578,5124 + 136602,6911$$

$$\boxed{C = 1430817,567 \text{ DA}}$$

2 . حساب قيمة السيارة عند آخر دفع ، حسب الطريقة الأولى (بعد 4 سنوات) .

قيمة السيارة هي القيمة المحصلة للمبالغ المدفوعة بالتقسيط عند الزمن 4 :

$$A_4 = C_1(1+t)^{n_1} + C_2(1+t)^{n_2} + C_3(1+t)^{n_3} + C_4(1+t)^{n_4}$$

$$= 600000(1,1)^4 + 400000(1,1)^3 + 400000(1,1)^2 + 200000$$

$$= 878460 + 532400 + 484000 + 200000$$

$$\boxed{A_4 = 2094860 \text{ DA}}$$

أو :

$$A_4 = C(1+t)^4 = 1430817,567 (1,1)^4 = 1430817,567(1,4641)$$

$$= 2094860 \text{ DA}$$

3 . حساب قيمة المبلغ المدفوع يوم 2019/12/11 :

$$\hat{C} = C(1,1)^2 = C(1,1)^2 = 1430817,567(1,1)^2 = 1731289'256$$

$$\boxed{C = 1731289'256 \text{ DA}}$$

V - تكافؤ الأوراق التجارية بالفائدة المركبة.

V-1- تعريف التكافؤ.

تسمى كذلك بعملية استبدال الديون ، التكافؤ هو عملية مالية يتمكن من خلالها أطراف الأوراق التجارية من استبدالها بصفة عادلة ، بشرط تكافؤ الأوراق المستبدلة سواء لورقتين أو لعدة أوراق تجارية يوم التعويض (يوم الإستبدال).

V-2- حالة تكافؤ رأسمالان: نقول عن رأسمالان أنهما متكافئان ، إذا تساوت قيمتهما الحالية في تاريخ معين هو تاريخ التكافؤ بمعدل خصم واحد ، و ذلك كما يلي:

$$V_1 = V_2$$

$$C_1(1 + t)^{-n_1} = C_2(1 + t)^{-n_2}$$

مثال 1: نظرا لل صعوبات المالية التي يمر بها مدين ، أراد استبدال دينه المقدر ب 155000 دج ، و المستحق بعد ثلاث سنوات ، بدين آخر يستحق بعد 6 سنوات . فإذا علمت أن معدل الخصم السنوي بالفائدة المركبة السائد هو 8 % .

المطلوب: أوجد القيمة الإسمية للدين الجديد.

الحل:

$$V_1 = V_2$$

$$C_1(1 + t)^{-n_1} = C_2(1 + t)^{-n_2}$$

$$\Rightarrow 155000(1 + 0,08)^{-3} = C_2(1 + 0,08)^{-6}$$

$$155000(1,08)^{-3} = C_2(1,08)^{-6}$$

$$155000(0,793832) = C_2(0,630170)$$

$$\Rightarrow C_2 = \frac{123043,96}{0,630170} = 195255,18 \text{ DA}$$

$$\Rightarrow \boxed{C_2 = 195255,18 \text{ DA}}$$

مثال 2: يرغب شخص في استبدال دين قيمته 700000 دج يستحق بعد 6 سنوات بدين آخر قيمته 850000 دج يستحق بعد n_2 بمعدل تكافؤ 9 % .

المطلوب: أحسب n_2 .

الحل:

$$C_1(1 + t)^{-n_1} = C_2(1 + t)^{-n_2}$$

$$700000(1,09)^{-6} = 850000(1,09)^{-n_2}$$

$$700000(0,596267) = 850000(1,09)^{-n_2}$$

$$(1,09)^{-n_2} = \frac{417386,9}{850000} = 0,491043$$

$$\log(1,09)^{-n_2} = \log 0,491043$$

$$\Rightarrow -n_2 \log(1,09) = \log(0,491043)$$

$$-n_2 \log(1,09) = \frac{\log(0,491043)}{\log(1,09)} = \frac{-0,308880}{0,037426} = 8,25$$

$$\Rightarrow \boxed{n_2 = 8ans + 3mois}$$

أو بطريقة الإستكمال الخطي:

$$(1,09)^{-n_2} = 0,491043$$

إن القيمة 0,491043 غير موجودة في الجدول المالي رقم 2 ، فالمدة

$$V = C(1 + t)^{-n} = 15000(1,08)^{-(10 + \frac{5}{12})}$$

إن القيمة $(1,08)^{-(10 + \frac{5}{12})}$ غير موجودة في الجدول المالي رقم 2 ، فالمدة n_2 محصورة بين 8 و 9 سنوات .

$$8 < n_2 < 9 \Rightarrow (1,09)^{-9} < (1,09)^{-n_2} < (1,09)^{-8}$$

$$\begin{cases} (1,09)^{-8} = 0,501866 \\ (1,09)^{-9} = 0,450428 \end{cases} \Rightarrow \Delta = 0,051438$$

$$(1,09)^{-n_2} = 0,491043$$

$$\begin{cases} (1,09)^{-8} = 0,501866 \\ (1,09)^{-n_2} = 0,491043 \end{cases} \Rightarrow \Delta = 0,010823$$

$$\begin{cases} 0,051438 \rightarrow 12 mois \\ 0,010823 \rightarrow x mois \end{cases} \Rightarrow x = \frac{12 \times 0,010823}{0,051438} = 3$$

$$\Rightarrow \boxed{n_2 = 8ans + 3mois}$$

مثال 3: أحسب معدل تكافؤ رأسمال قيمته 71800 دج موظف لمدة 4 سنوات مع رأسمال آخر قيمته 55000 دج موظف لمدة سنتين.

الحل:

$$C_1(1 + t)^{-n_1} = C_2(1 + t)^{-n_2}$$

$$71800(1 + t)^{-4} = 55000(1 + t)^{-2}$$

$$(1 + t)^2 = \frac{71800}{55000} = 1,305454545$$

$$(1 + t)^2 = 1,305454545$$

من الجدول المالي رقم (01) ، نجد $t = 14,25\%$

V-3- تكافؤ رأسمال مع مجموعة رؤوس أموال.

نقول عن رأسمال أنه متكافئ مع مجموعة من رؤوس أموال أو العكس إذا تساوت قيمته الحالية مع مجموع القيم الحالية لمجموعة رؤوس أموال في تاريخ معين يسمى تاريخ التكافؤ، بمعدل خصم واحد حيث:

$$V = V_1 + V_2 + V_3 + \dots + V_n$$

مثال: مدين عليه تسديد الديون التالية:

4. الدين 1: 20000 دج يستحق بعد سنة؛

5. الدين 2: 50000 دج يستحق بعد سنتين؛

6. الدين 3: 70000 دج يستحق بعد 3 سنوات.

بتاريخ 2020 /04/16 ، و لظروف تتعلق بمركزه المالي ، أراد هذا المدين استبدال الديون الثلاثة بدين وحيد ، يستحق السداد بعد 4 سنوات بمعدل فائدة مركبة سنوي 9%.

المطلوب: حساب قيمة الدين الجديد.

الحل: تاريخ التكافؤ هو : 2020 /04/16.

$$V = V_1 + V_2 + V_3$$

$$C(1+t)^{-n} = C_1(1+t)^{-n_1} + C_2(1+t)^{-n_2} + C_3(1+t)^{-n_3}$$

$$C(1+t)^{-n} = 20000(1,09)^{-1} + 50000(1,09)^{-2} + 70000(1,09)^{-3}$$

$$C(1,1)^{-4} = 18348,62 + 42084 + 54052,84$$

$$\Rightarrow \boxed{C = 114485,46 \text{ DA}}$$

مثال 2: شخص مدين بمبلغين:

المبلغ الأول 50000 دج يستحق بعد 5 سنوات؛

المبلغ الثاني: 100000 دج يستحق بعد 10 سنوات.

أراد استبدالهما بمبلغ وحيد يستحق بعد 7 سنوات ، و ذلك للتخلص نهائيا من هذه الديون . فإذا علمت أن معدل الفائدة المركبة السائد 9% سنويا.

7. أوجد القيمة الإسمية لهذا الدين.

الحل :

$$C(1+t)^{-n} = C_1(1+t)^{-n_1} + C_2(1+t)^{-n_2}$$

$$C(1,09)^{-7} = 50000(1,09)^{-5} + 100000(1,09)^{-10}$$

$$C(0,547034244) = 32496,56931 + 42241,08069$$

$$C(0,547034244) = 74737,65$$

$$C = \frac{74737,65}{0,547034244} = 136623,34$$

$$\Rightarrow \boxed{C = 136623,34DA}$$

V-4- تكافؤ مجموعتين من رؤوس الأموال.

نقول عن مجموعة من رؤوس الأموال أنها متكافئة مع مجموعة أخرى من رؤوس الأموال إذا تساوى مجموع القيم الحالية لمجموعة رؤوس الأموال الأولى مع مجموع القيم الحالية لرؤوس الأموال الثانية عند تاريخ التكافؤ بمعدل خصم واحد ، حيث:

$$V_1 + V_2 + V_3 + \dots + V_n = \dot{V}_1 + \dot{V}_2 + \dot{V}_3 + \dots + \dot{V}_n$$

مثال 3 : شخص مدين بالمبلغين التاليين :

8. الدين 1: 80000 دج يستحق بعد 3 سنوات؛

9. الدين 2: 120000 دج يستحق بعد 5 سنوات.

أراد أن يستبدل هذين الدينين ، بدينين جديدين متساويين ، الدين لأول يستحق بعد 4 سنوات و الثاني بعد 7 سنوات .

أوجد القيمة الإسمية للدينين الجديدين إذا كان معدل الفائدة 9% سنويا .

الحل:

$$V_1 + V_2 = \dot{V}_1 + \dot{V}_2$$

$$80000(1,09)^{-3} + 120000(1,09)^{-5} = C(1,09)^{-4} + C(1,09)^{-7}$$

$$61774,6784 + 77991,76636 = C(0,708425211) + C(0,547034244)$$

$$139766,4448 = C(1,255459455)$$

$$\Rightarrow C = \frac{139766,4448}{1,255459455} = 111326,92$$

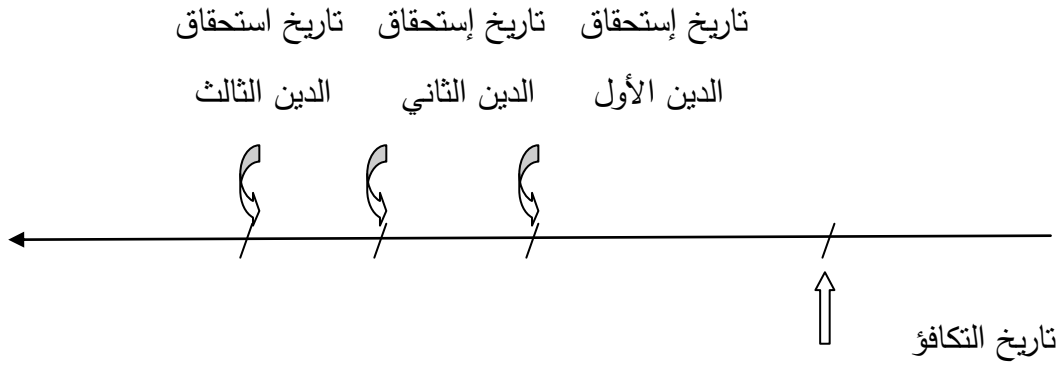
$$\Rightarrow \boxed{C = 111326,92 DA}$$

V-5- استعمال مبدأ التكافؤ.

يستخدم مبدأ التكافؤ في إيجاد القيمة الإسمية لأي دين ، أو معدل الخصم المطبق ، كما يستعمل خاصة لتحديد أي تاريخ استحقاق أو مدة استحقاق لديون معينة عند الإستبدال، أو مدة استحقاق واحدة مشتركة لدفع عدة ديون مرة واحدة ، و في مسألة الإستبدال أو التكافؤ نجد ثلاثة تواريخ معروفة و هامة و هي : تاريخ التكافؤ ، تاريخ الإستحقاق المشترك و تاريخ الإستحقاق المتوسط.

V-5-1- تاريخ التكافؤ.

هو التاريخ الذي يختاره كل من المدين و الدائن لاستبدال أو تعويض ديون قديمة بديون جديدة ، و يكون دائما قبل أقرب أول استحقاق ، لأنه لا يمكن استبدال دين بعد مضي تاريخ استحقاقه ، و قد يكون عند استحقاق أول دين .



لتحديد تاريخ التكافؤ نقوم بحساب مدة استحقاق أي دين ، ثم نقوم بالرجوع إلى الماضي بنفس المدد المحسوبة.

مثال : كان شخص مدين بمبلغ 50000 دج يستحق بعد سنتين أي بتاريخ 05 / 03 / 2021 ، أراد تعويضه بدين جديد قيمته الإسمية 100000 دج ، بمعدل فائدة مركبة سداسي 7% .

المطلوب :

1 - تحديد تاريخ التكافؤ؛

2 - إيجاد تاريخ استحقاق الدين الجديد.

الحل :

1 . تحديد تاريخ التكافؤ:

تاريخ التكافؤ يقع قبل سنتين من 05 / 03 / 2021 أي 05 / 03 / 2019.

$$n = 2 \text{ ans } (4 s)$$

2 . إيجاد تاريخ استحقاق الدين الجديد:

$$V_1 = V_2$$

$$C_1(1+t)^{-n_1} = C_2(1+t)^{-n_2}$$

$$50000(1,07)^{-4} = 100000(1,07)^{-n_2}$$

$$(1,07)^{-n_2} = 0,381447606$$

من الجدول المالي رقم 2 نجد المدة محصورة بين 14 و 15 سداسي.

$$(1,07)^{n_2} = 2.621592$$

$$n_2 = \frac{\log(2.621592)}{\log(1,07)} = \frac{0.418565103}{0.029383777} = 14.24476857$$

إذن مدة استحقاق الدين الثاني هي: 14 سداسي و شهر واحد و 14 يوم.

V-5-2 - تاريخ الإستحقاق المشترك.

هو تاريخ استحقاق ورقة تجارية وحيدة تعوض مجموعة من الأوراق التجارية بحيث تكون القيمة الإسمية لهذه الورقة تختلف عن مجموع القيم الإسمية للأوراق المعوضة.

$$C \neq C_1 + C_2 + C_3 + \dots + C_k$$

$$C(1+t)^{-n} = C_1(1+t)^{-n_1} + C_2(1+t)^{-n_2} + \dots + C_k(1+t)^{-n_k}$$

يتم حساب n (تاريخ الإستحقاق المشترك) سواء بطريقة الإستكمال الخطي أو اللوغاريتم .

$$(1+t)^{-n} = [C_1(1+t)^{-n_1} + C_2(1+t)^{-n_2} + \dots + C_k(1+t)^{-n_k}] / C$$

$$(1+t)^n = C / [C_1(1+t)^{-n_1} + C_2(1+t)^{-n_2} + \dots + C_k(1+t)^{-n_k}]$$

$$n = \frac{\log C - \log[C_1(1+t)^{-n_1} + C_2(1+t)^{-n_2} + \dots + C_k(1+t)^{-n_k}]}{\log(1+t)}$$

مثال 1: بتاريخ 01 / 01 / 2018 قامت مؤسسة بجرد ديونها ، فوجدت نفسها مدينة تجاه البنك بالمبالغ التالية :

10. 4000 دج يستحق بعد سنتين؛

11. 6000 دج يستحق بعد سنتين؛

12. 9000 دج يستحق بعد 7 سنوات.

قررت هذه المؤسسة بالإتفاق مع البنك تسديد هذه الديون بمبلغ وحيد قيمته الإسمية 200000 دج، بمعدل فائدة مركبة 7% سنويا.

المطلوب:

1 . أحسب مدة الإستحقاق المشترك؛

2 . حدد تاريخ الإستحقاق المشترك.

الحل :

1 . حساب مدة الإستحقاق المشترك:

$$C(1+t)^{-n} = C_1(1+t)^{-n_1} + C_2(1+t)^{-n_2} + C_3(1+t)^{-n_3}$$

$$200000(1,07)^{-n} = 40000(1,07)^{-2} + 60000(1,07)^{-4} + 90000(1,07)^{-7}$$

$$200000(1,07)^{-n} = 34937,54913 + 45773,71272 + 56047,47677$$

$$(1,07)^{-n} = 0,683793693$$

$$(1,07)^n = 1,4624294$$

من الجدول المالي رقم 1 نلاحظ أن المدة محصورة بين 5 و 6 سنوات .

$$n_2 = \frac{\log(1,4624294)}{\log(1,07)} = \frac{0,165074909}{0,029383777} = 5,61$$

مدة الإستحقاق المشترك هي: 5 سنوات و 7 أشهر و 10 أيام .

طريقة 2: باستعمال الإستكمال الخطي:

$$5 < n < 6 \Rightarrow (1,09)^5 < (1,07)^n < (1,09)^6$$

$$\begin{cases} (1,07)^5 = 1,402552 \\ (1,07)^6 = 1,500730 \end{cases} \Rightarrow \Delta = 0,098178$$

$$(1,07)^n = 1,4624294$$

$$\begin{cases} (1,07)^5 = 1,402552 \\ (1,07)^n = 1,4624294 \end{cases} \Rightarrow \Delta = 0,0598774$$

$$\begin{cases} 0,098178 \rightarrow 12 \text{ mois} \\ 0,0598774 \rightarrow x \text{ mois} \end{cases} \Rightarrow x = \frac{12 \times 0,0598774}{0,098178} = 7,318633502$$

$$\Rightarrow \boxed{n = 5 \text{ ans} + 7 \text{ mois} + 10 \text{ jrs}}$$

2 . تحديد تاريخ الإستحقاق المشترك:

بما أن مدة الإستحقاق المشترك هي 5 سنوات و 7 أشهر و 10 أيام ، أي أن تاريخ الإستحقاق المشترك يقع بعد 5 سنوات و 7 أشهر و 10 أيام من التاريخ 2018 / 01 / 01 ، فيكون في 2023 / 07 / 10 ، و هو تاريخ تسديد الديون الثلاثة مرة واحدة.

3-5-V - تاريخ الاستحقاق المتوسط.

هو تاريخ استحقاق ورقة وحيدة تعوض مجموعة من الأوراق بحيث القيمة الإسمية لهذه الورقة الوحيدة تساوي مجموع القيم الإسمية للأوراق المعوضة.

يتحقق تاريخ الاستحقاق المتوسط بحساب تاريخ لمجموع القيم الاسمية لمختلف الديون باعتبارها

$$C = C_1 + C_2 + C_3 + \dots + C_k \text{ حيث: } C_k$$

$$C(1+t)^{-n} = C_1(1+t)^{-n_1} + C_2(1+t)^{-n_2} + \dots + C_k(1+t)^{-n_k}$$

$$(1+t)^{-n} = [C_1(1+t)^{-n_1} + C_2(1+t)^{-n_2} + \dots + C_k(1+t)^{-n_k}] / C$$

$$n = \frac{\log C - \log[C_1(1+t)^{-n_1} + C_2(1+t)^{-n_2} + \dots + C_k(1+t)^{-n_k}]}{\log(1+t)}$$

مثال: بأخذ معطيات المثال السابق و بنفس الشروط الواردة فيه ، مع اختلاف القيمة الإسمية للورقة الإسمية و التي تقدر ب 190000 دج.

المطلوب:

1 . أحسب مدة الإستحقاق المتوسط ؛

2 . حدد تاريخ الإستحقاق المتوسط.

الحل:

1 . حساب مدة الإستحقاق المتوسط :

$$C(1+t)^{-n} = C_1(1+t)^{-n_1} + C_2(1+t)^{-n_2} + C_3(1+t)^{-n_3}$$

$$190000(1,07)^{-n} = 40000(1,07)^{-2} + 60000(1,07)^{-4} + 90000(1,07)^{-7}$$

$$190000(1,07)^{-n} = 34937,54913 + 45773,71272 + 56047,47677$$

$$(1,07)^{-n} = 0,719782834$$

$$(1,07)^n = 1,389307931$$

نلاحظ من الجدول المالي رقم 1 أن المدة محصورة بين 4 و 5 سنوات.

باستعمال قاعدة الإستكمال الخطي نجد:

$$4 < n < 5 \Rightarrow (1,07)^4 < (1,07)^n < (1,09)^5$$

$$\begin{cases} (1,07)^4 = 1,310796 \\ (1,07)^5 = 1,402552 \end{cases} \Rightarrow \Delta = 0,091756$$

$$(1,07)^n = 1,389307931$$

$$\begin{cases} (1,07)^4 = 1,310796 \\ (1,07)^n = 1,389307931 \end{cases} \Rightarrow \Delta = 0,078511931$$

$$\begin{cases} 0,091756 \rightarrow 12 \text{ mois} \\ 0,078511931 \rightarrow x \text{ mois} \end{cases} \Rightarrow x = \frac{12 \times 0,078511931}{0,091756} = 10,26791896$$

$$\Rightarrow \boxed{n = 4 \text{ ans} + 10 \text{ mois} + 8 \text{ jrs}}$$

طريقة 2: باستعمال اللوغاريتم.

$$(1,07)^n = 1,389307931$$

$$n = \frac{\log(1,389307931)}{\log(1,07)} = \frac{0,142798514}{0,029383777} = 4,859773$$

مدة الاستحقاق المتوسط هي 4 سنوات و 10 أشهر و 8 أيام.

2 . تحديد تاريخ الإستحقاق المتوسط:

تاريخ الإستحقاق المتوسط يقع بعد 4 سنوات و 10 أشهر و 8 أيام من تاريخ التكافؤ (01 / 01 / 2018) إذن تاريخ الإستحقاق المتوسط يكون في : 09 / 11 / 2022

مثال 2: مؤسسة مدينة بالمبلغين التاليين:

13. المبلغ الأول : 20000 دج يستحق بعد 3 سنوات؛

14. المبلغ الثاني : 35000 يستحق بعد n_2 .

أرادت تعويضهما بدين وحيد قيمته 55000 دج ، يسدد بعد 5 سنوات ، بمعدل فائدة مركبة 10% سنويا.
المطلوب: أوجد مدة إستحقاق المبلغ الثاني.

الحل:

$$C(1+t)^{-n} = C_1(1+t)^{-n_1} + C_2(1+t)^{-n_2}$$

$$55000(1,1)^{-5} = 20000(1,1)^{-3} + 35000(1,1)^{-n_2}$$

$$34150,67277 = 15026,29602 + 35000(1,1)^{-n_2}$$

$$19124,37675 = 35000(1,1)^{-n_2}$$

$$(1,1)^{-n_2} = 0,546410764$$

$$(1,1)^{n_2} = 1,830125001$$

نلاحظ من الجدول المالي رقم 1 أن n_2 محصورة بين 6 و 7 سنوات .

$$6 < n_2 < 7 \Rightarrow (1,1)^6 < (1,1)^{n_2} < (1,1)^7$$

$$\begin{cases} (1,1)^6 = 1,771561 \\ (1,1)^7 = 1,948717 \end{cases} \Rightarrow \Delta = 0,177156$$

$$\begin{cases} (1,1)^6 = 1,771561 \\ (1,1)^n = 1,830125001 \end{cases} \Rightarrow \Delta = 0,058564001$$

$$\begin{cases} 0,177156 \rightarrow 12 \text{ mois} \\ 0,058564001 \rightarrow \times \text{ mois} \end{cases} \Rightarrow \times = \frac{12 \times 0,058564001}{0,177156} = 3,966944456$$

$$\Rightarrow \boxed{n_2 = 6 \text{ ans} + 3 \text{ mois} + 29 \text{ jrs}}$$

VI- تمارين محلولة حول تكافؤ الأوراق التجارية بالفائدة المركبة.**IV-1- صياغة التمارين.****التمرين 01:** شخص مدين بمبلغين:

- المبلغ الأول: 50000 دج يستحق بعد 5 سنوات؛

- المبلغ الثاني: 100000 دج يستحق بعد 10 سنوات.

أراد استبدالهما بمبلغ وحيد يستحق بعد 7 سنوات ، و ذلك للتخلص نهائيا من هذه الديون ، فإذا علمت أن معدل الفائدة المركبة السائد 9% سنويا.

المطلوب: أوجد القيمة الإسمية لهذا الدين.**التمرين 02:** تاجر مدين بأربعة ديون كالتالي:

- الدين الأول: 29000 دج يستحق بعد سنة؛

- الدين الثاني: 20000 دج يستحق بعد سنة و نصف؛

- الدين الثالث: 35000 يستحق بعد سنتين؛

- الدين الرابع: 45000 يستحق بعد سنتين و نصف.

إلا أنه لم يتمكن من سداد هذه الديون فاتفق مع دائنه على أن يسدد هذه الديون بموجب دين واحد يستحق بعد 5 سنوات من تاريخ استحقاق الدين الأول.

المطلوب : أحسب مبلغ الدين الجديد علما أن معدل الفائدة المركبة السنوي 5,5%.**التمرين 03:** مؤسسة مدينة بالمبلغين التاليين:

- المبلغ الأول: 20000 دج يستحق بعد 3 سنوات؛

- المبلغ الثاني: 35000 يستحق بعد n_2 .

أرادت تعويضهما بدين وحيد قيمته 55000 دج ، يسدد بعد 5 سنوات ، بمعدل فائدة مركبة 10% سنويا

المطلوب: أوجد مدة إستحقاق المبلغ الثاني.**التمرين 04:** في 01 / 08 / 2018 كانت شركة مدينة بثلاثة ديون تستحق بعد 4 ، 6 و 8 سنوات

على التوالي، القيمة الإسمية للدين الأول ثلاثة أمثال القيمة الإسمية للدين الثاني ، و القيمة الإسمية للدين الثالث نصف القيمة الإسمية للدين الثاني.

طلبت الشركة من الدائن في 01 / 08 / 2020 تأجيل استحقاق الديون التي عليها لمدة سنتين ،
فعرض عليها الدائن البديلين التاليين كمقابل للتأجيل:

- سداد مبلغ 2885,6 دج نقداً؛

- أن تحرر ورقة تجارية قيمتها الإسمية 4000 دج تستحق في نهاية 3 سنوات.

المطلوب :

1. حساب معدل الفائدة؛

2. القيمة الإسمية للديون الثلاثة.

التمرين 05: عميل مدين للمؤسسة بالمبالغ الآتية: 2450 دج تستحق بعد سنتين ، 5000 دج تستحق بعد 5 سنوات ، 7500 دج تستحق بعد 7 سنوات ، طلب هذا المتعامل استبدال هذه الديون بدين واحد يستحق بعد 4 سنوات ، فإذا كان معدل الفائدة 10 % سنوياً.

المطلوب:

1. أحسب قيمة الدين الجديد؛

2. أحسب تاريخ الإستحقاق المتوسط لهذه الديون.

التمرين 06: توفي أب عن تركة مقدارها 200000 دج ، و ترك ولدين و بنت أعمارهم على التوالي : 14 ، 15 ، 17 سنة و زوجة عمرها 50 سنة ، ومن نصوص الوصية أن توزع التركة على الوجه التالي :

1. للأولاد نصيب متساوي ، يستحق عند بلوغ كل منهم 20 سنة؛

2. للبنات نصف نصيب الولد ، يستحق عند بلوغها 22 سنة ؛

3. للزوجة نصف نصيب البنات ، يستحق عند بلوغها 60 سنة .

المطلوب : تحديد نصيب الورثة من التركة في حالتين:

- الحالة الأولى: عند تاريخ استحقاق نصيب كل شخص؛

- الحالة الثانية: عند لحظة قراءة الوصية.

مع العلم أن معدل الخصم المطبق هو 7 % سنوياً.

التمرين 07: شخص مدين للبنك بالمبالغ التالية:

- الدين الأول: 10000 دج يستحق بعد سنة؛

- الدين الثاني: 20000 دج يستحق بعد سنتين؛

- الدين الثالث: 40000 دج يستحق 4 سنوات.

طلب من بنكه استبدال هذه الديون الثلاثة بدين وحيد ، و كان اقتراح البنك كالتالي:

- أ - إستبدالها بدين وحيد قيمته الإسمية 72000 دج؛
 ب- إستبدالها بدين وحيد قيمته الإسمية 70000 دج؛
 ج - تسديدها بدفع وحيد في أجل 3 سنوات.

المطلوب : إذا علمت أن معدل الفائدة المركبة المطبق لدى البنك هو 10 %، حدد ما يلي:

1. الإستحقاق المشترك للديون الثلاثة حسب الإقتراح الأول؛
2. الإستحقاق المتوسط للديون الثلاثة حسب الإقتراح الثاني؛
3. القيمة الإسمية للدفع الوحيد حسب الإقتراح الثالث.

التمرين 08: لتسديد المؤسسة دينها في 2011/06/30 عرضت عليها ثلاثة طرق، وهي:

- الطريقة الأولى: دفع مبلغ 36.000 دج يوم الشراء 52.000 دج في 2016/06/30؛
- الطريقة الثانية: التسديد بثلاثة ديون متساوية القيمة 36.000 د.ج وتستحق في 2013/06/30، 2016/06/30، 2017/06/30 سنوات على الترتيب؛
- الطريقة الثالثة: دفع مبلغ مسبق قدره 13500 د.ج 2007/06/30، ومبلغ 29.000 د.ج يوم الشراء ومبلغ 33.000 د.ج 2017/06/30.

المطلوب: ما هي الطريقة التي تتصح بها المؤسسة إذا كان معدل الفائدة المركبة السنوي 10%، وتاريخ التعويض هو تاريخ الشراء المحدد في 2011/06/30.

التمرين 09: مؤسسة تجارية مدينة بالديون الثلاثة التالية:

- الدين الاول قدره 37000 دج، ويُستحق الدفع في 2008/05/31؛
- الدين الثاني قدره 65700 دج، ويُستحق الدفع في 2015/05/31؛
- الدين الثالث قدره 73400 دج، ويُستحق الدفع في 2016/05/31.

لم تتمكن المؤسسة من سداد أي مبلغ في 2012/05/31، إذ اتفقت مع الدائن في هذا التاريخ على، ما يلي:

تعويضه بدين آخر لصالح الدائن بمبلغ 96200 دج يُستحق في 2017/05/31 ،
 تسديد باقي الدين نقدًا وفورًا.

المطلوب: ما هو مقدار المبلغ النقدي المدفوع ، إذا كان معدل الخصم السنوي المركب هو 8% .؟

VI-2-الحلول النموذجية للتمارين.

حل التمرين 01:

إيجاد القيمة الإسمية للدين الوحيد:

$$\begin{aligned}
V &= V_1 + V_2 \\
C(1+t)^{-n} &= C_1(1+t)^{-n_1} + C_2(1+t)^{-n_2} \\
C(1,09)^{-7} &= 50000(1,09)^{-5} + 100000(1,09)^{-10} \\
C(0,547034244) &= 32496,56931 + 42241,08069 \\
C(0,547034244) &= 74737,65 \\
C &= \frac{74737,65}{0,547034244} = 136623,34 \\
\Rightarrow & \boxed{C = 136623,34DA}
\end{aligned}$$

حل التمرين 02:

حساب مبلغ الدين الجديد:

$$\begin{aligned}
V &= V_1 + V_2 + V_3 + V_4 \\
C(1+t)^{-n} &= C_1(1+t)^{-n_1} + C_2(1+t)^{-n_2} + C_3(1+t)^{-n_3} + C_4(1+t)^{-n_4} \\
C(1,055)^{-6} &= 29000(1,055)^{-1} + 20000(1,055)^{-(1+\frac{6}{12})} + 35000(1,055)^{-2} \\
&+ 45000(1,055)^{-(2+\frac{6}{12})} \\
C(0,725246) &= 29000(0,947867) + 20000(0,922829) + 35000(0,898452) \\
&+ 45000(0,874719) \\
C &= \frac{116752,898}{0,725246} = 160983,8565 \\
& \boxed{C = 160983,8565 DA}
\end{aligned}$$

حل التمرين 03:

إيجاد مدة إستحقاق المبلغ الثاني:

$$\begin{aligned}
C(1+t)^{-n} &= C_1(1+t)^{-n_1} + C_2(1+t)^{-n_2} \\
55000(1,1)^{-5} &= 20000(1,1)^{-3} + 35000(1,1)^{-n_2} \\
34150,67277 &= 15026,29602 + 35000(1,1)^{-n_2}
\end{aligned}$$

$$19124,37675 = 35000(1,1)^{-n_2}$$

$$(1,1)^{-n_2} = 0,546410764$$

$$(1,1)^{n_2} = 1,830125001$$

نلاحظ من الجدول المالي رقم 1 أن n_2 محصورة بين 6 و 7 سنوات.

$$6 < n_2 < 7 \Rightarrow (1,1)^6 < (1,1)^{n_2} < (1,1)^7$$

$$\begin{cases} (1,1)^6 = 1,771561 \\ (1,1)^7 = 1,948717 \end{cases} \Rightarrow \Delta = 0,177156$$

$$\begin{cases} (1,1)^6 = 1,771561 \\ (1,1)^n = 1,830125001 \end{cases} \Rightarrow \hat{\Delta} = 0,058564001$$

$$\begin{cases} 0,177156 \rightarrow 12 \text{ mois} \\ 0,058564001 \rightarrow \times \text{ mois} \end{cases} \Rightarrow \times = \frac{12 \times 0,058564001}{0,177156} = 3,966944456$$

$$\Rightarrow \boxed{n_2 = 6 \text{ ans} + 3 \text{ mois} + 29 \text{ jrs}}$$

حل التمرين 04:

1 . حساب معدل الفائدة:

تاريخ التكافؤ هو : 2020 / 08 / 01

C_1 : القيمة الإسمية للدين الأول؛

C_2 : القيمة الإسمية للدين الثاني؛

C_3 : القيمة الإسمية للدين الثالث.

$$C_1 = 3C_2, C_3 = \frac{1}{2}C_2$$

$$2885,6 = 4000(1+t)^{-3}$$

$$2885,6 = 4000(1+t)^{-3} = \frac{2885,6}{4000} = 0,7214$$

من الجدول المالي رقم (2) نجد :

$$\boxed{t = 11,5 \%}$$

2 . حساب القيمة الإسمية للديون الثلاثة:

$$V_1 + V_2 + V_3 = 2885,6 + \dot{V}_1 + \dot{V}_2 + \dot{V}_3$$

$$C_1(1+t)^{-n_1} + C_2(1+t)^{-n_2} + C_3(1+t)^{-n_3} \\ = 2885,6 + \hat{C}_1(1+t)^{-n_1} + \hat{C}_2(1+t)^{-n_2} + \hat{C}_3(1+t)^{-n_3}$$

بحيث:

$$C_1 = \hat{C}_1, C_2 = \hat{C}_2, C_3 = \hat{C}_3 \\ 3C_2(1,115)^{-2} + C_2(1,115)^{-4} + \frac{1}{2}C_2(1,115)^{-6} \\ = 2885,6 + 3C_2(1,115)^{-4} + C_2(1,115)^{-6} + \frac{1}{2}C_2(1,115)^{-8} \\ C_2(3 \times 0,804360 + 0,646994 + \frac{1}{2} \times 0,520416) \\ = 2885,6 + C_2(3 \times 0,646994 + 0,520416 + \frac{1}{2} \times 0,418602) \\ C_2(0,649583) = 2885,6$$

$$\boxed{C_2 = 4442} \quad \boxed{C_1 = 133326} \quad \boxed{C_3 = 2221}$$

حل التمرين 05:

1 . حساب قيمة الدين الجديد:

$$V = V_1 + V_2 + V_3$$

$$C(1+t)^{-n} = C_1(1+t)^{-n_1} + C_2(1+t)^{-n_2} + C_3(1+t)^{-n_3}$$

$$C(1,1)^{-4} = 2450(1,1)^{-2} + 5000(1,1)^{-5} + 7500(1,1)^{-7}$$

$$C(1,1)^{-4} = 2450(0,826446) + 5000(0,620921) + 7500(0,513158)$$

$$C(0,683013) = 2024,7933 + 3104,6066 + 3848,6858$$

$$C(0,683013) = 8978,085787$$

$$C = \frac{8978,085787}{0,683013} = 13144,82$$

$$\boxed{C = 13144,82 \text{ DA}}$$

2 . حساب تاريخ الإستحقاق المتوسط لهذه الديون:

$$C = 7500 + 5000 + 2450 = 14950$$

$$V = V_1 + V_2 + V_3$$

$$C(1+t)^{-n} = C_1(1+t)^{-n_1} + C_2(1+t)^{-n_2} + C_3(1+t)^{-n_3}$$

$$14950(1,1)^{-n} = 2450(1,1)^{-2} + 5000(1,1)^{-5} + 7500(1,1)^{-7}$$

$$14950(1,1)^{-n} = 2450(0,826446) + 5000(0,620921) + 7500(0,513158)$$

$$14950(1,1)^{-n} = 2024,7933 + 3104,6066 + 3848,6858$$

$$14950(1,1)^{-n} = 8978,085787$$

$$(1,1)^{-n} = \frac{8978,085787}{14950} = 0,600540$$

$$(1,1)^n = 1,665168$$

من الجدول المالي رقم (1) نجد: المدة محصورة بين 5 و 6 سنوات.

باستعمال الوغاريتم :

$$\log(1,1)^n = \log(1,665168)$$

$$n \log(1,1) = \log(1,665168)$$

$$n = \frac{\log(1,665168)}{\log(1,1)} = \frac{0,221458}{0,041392} = 5,35$$

مدة الاستحقاق المتوسط هي 5 سنوات و 4 أشهر و 6 أيام.

حل التمرين 06:

تحديد نصيب الورثة من التركة عند تاريخ استحقاق نصيب كل شخص:

$$n_1 = (20 - 14) = 6, n_2 = (20 - 15) = 5,$$

$$n_3 = (22 - 17) = 5, n_4 = (60 - 50) = 10.$$

$$V = V_1 + V_2 + V_3$$

$$V = C_1(1+t)^{-n_1} + C_2(1+t)^{-n_2} + C_3(1+t)^{-n_3}$$

$$200000 = 4C(1,07)^{-6} + 4C(1,07)^{-5} + 2C(1,07)^{-5} + C(1,07)^{-10}$$

$$200000 = 4C(0,666342223) + 4C(0,712986179) + 2C(0,712986179) + C(0,508349292)$$

$$200000 = 2,665368892 C + 2,851944716 C + 1,425972358 C + 0,508349292 C$$

$$200000 = 7,451635258 C$$

$$C = 26839,74632 DA$$

و هو نصيب الزوجة

أما نصيب البنت هو : $\hat{C} = 2C = 2 \times 26839,74632 = 53679,49264 DA$

$$\hat{C} = 53679,49264 DA$$

أما نصيب كل ولد هو:

$$\bar{C} = 4C = 4 \times 26839,74632 = 107358,9853 \text{ DA}$$

$$\boxed{\bar{C} = 107358,9853 \text{ DA}}$$

2 . تحديد نصيب الورثة من التركة لحظة قراءة الوصية:

نصيب الإبن الأول:

$$V_1 = \bar{C}(1+t)^{-n_1} = 107358,9853 (1,07)^{-6} = 71537,82501$$

$$\boxed{V_1 = 71537,82501 \text{ DA}}$$

نصيب الإبن الثاني:

$$V_2 = \bar{C}(1+t)^{-n_2} = 107358,9853(1,07)^{-5} = 76545,47276$$

$$\boxed{V_2 = 76545,47276 \text{ DA}}$$

نصيب البنت:

$$V_3 = \bar{C}(1+t)^{-n_3} = 53679,49264 (1,07)^{-5} = 38272,73637$$

$$\boxed{V_3 = 38272,73637 \text{ DA}}$$

نصيب الزوجة:

$$V_4 = C (1+t)^{-n_4} = 26839,74632 (1,07)^{-10} = 13643,96604$$

$$\boxed{V_4 = 13643,96604 \text{ DA}}$$

حل التمرين 07:

1 - تحديد الإستحقاق المشترك للديون الثلاثة حسب الإقتراح الأول:

$$C(1+t)^{-n} = C_1(1+t)^{-n_1} + C_2(1+t)^{-n_2} + C_3(1+t)^{-n_3}$$

$$72000(1,1)^{-n} = 10000(1,1)^{-1} + 20000(1,1)^{-2} + 40000(1,1)^{-4}$$

$$72000(1,1)^{-n} = 9090,909091 + 16528,92562 + 27320,53821$$

$$72000(1,1)^{-n} = 52940,37293$$

$$(1,1)^{-n} = 0,735282957$$

$$(1,1)^n = 1,360020643$$

من الجدول المالي رقم (1) نجد : n محصورة بين 3 و 4 سنوات.

$$3 < n < 4 \Rightarrow (1,1)^3 < (1,1)^n < (1,1)^4$$

$$\begin{cases} (1,1)^3 = 1,331000 \\ (1,1)^4 = 1,464100 \end{cases} \Rightarrow \Delta = 0,1331$$

$$\begin{cases} (1,1)^3 = 1,331000 \\ (1,1)^n = 1,360020643 \end{cases} \Rightarrow \dot{\Delta} = 0,029020643$$

$$\begin{cases} 0,1331 \rightarrow 12 \text{ mois} \\ 0,029020643 \rightarrow \times \text{ mois} \end{cases} \Rightarrow \times = \frac{12 \times 0,029020643}{0,1331} = 2,616436634$$

$$\Rightarrow \boxed{n = 3 \text{ ans} + 2 \text{ mois} + 18 \text{ jrs}}$$

2- تحديد الإستحقاق المتوسط للديون الثلاثة حسب الإقتراح الثاني:

$$C(1+t)^{-n} = C_1(1+t)^{-n_1} + C_2(1+t)^{-n_2} + C_3(1+t)^{-n_3}$$

$$70000(1,1)^{-n} = 10000(1,1)^{-1} + 20000(1,1)^{-2} + 40000(1,1)^{-4}$$

$$70000(1,1)^{-n} = 9090,909091 + 16528,92562 + 27320,53821$$

$$70000(1,1)^{-n} = 52940,37293$$

$$(1,1)^{-n} = 0,756291041$$

$$(1,1)^n = 1,322242293$$

من الجدول المالي رقم (1) نجد : n محصورة بين 2 و 3 سنوات.

$$3 < n < 4 \Rightarrow (1,1)^2 < (1,1)^n < (1,1)^3$$

$$\begin{cases} (1,1)^2 = 1,210000 \\ (1,1)^3 = 1,331000 \end{cases} \Rightarrow \Delta = 0,121$$

$$\begin{cases} (1,1)^2 = 1,210000 \\ (1,1)^n = 1,322242293 \end{cases} \Rightarrow \dot{\Delta} = 0,112242293$$

$$\begin{cases} 0,121 \rightarrow 12 \text{ mois} \\ 0,112242293 \rightarrow \times \text{ mois} \end{cases} \Rightarrow \times = \frac{12 \times 0,112242293}{0,121} = 11,13146707$$

$$\Rightarrow \boxed{n = 2 \text{ ans} + 11 \text{ mois} + 4 \text{ jrs}}$$

3 - تحديد القيمة الإسمية للدفع الوحيد حسب الإقتراح الثالث .

$$C(1+t)^{-n} = C_1(1+t)^{-n_1} + C_2(1+t)^{-n_2} + C_3(1+t)^{-n_3}$$

$$C(1,1)^{-3} = 10000(1,1)^{-1} + 20000(1,1)^{-2} + 40000(1,1)^{-4}$$

$$C(1,1)^{-3} = 52940,37293$$

$$C = \frac{52940,37293}{(1,1)^{-3}} = \frac{52940,37293}{0,7513148} = 70463,63645$$

$$\Rightarrow \boxed{C = 70463,63645 \text{ DA}}$$

حل التمرين 08:

لإيجاد أحسن طريقة ننصح بها المؤسسة نحسب القيمة الحالية لكل طريقة ثم نختار الطريقة الأقل قيمة حالية:

$$V_1 = 36000 + 52000(1,1)^{-5} = 68.287,91 DA$$

$$V_2 = 36000(1,1)^{-2} + 36000(1,1)^{-5} + 36000(1,1)^{-6} = 72.426,3 DA$$

$$V_3 = 13500(1,1)^3 + 29000 + 33000(1,1)^{-6} = 65.596,14 DA$$

ننصح المؤسسة بالطريقة (3) لأنها أقل تكلفة.

حل التمرين 09:

إيجاد مقدار المبلغ النقدي المدفوع (X):

تاريخ التكافؤ 2012/05/31

$$37000(1,08)^4 + 65700(1,08)^{-3} + 73400(1,08)^{-4} = 96200(1,08)^{-5} + X$$

$$\Rightarrow \boxed{X = 90\,971,96 DA}$$

قائمة المراجع.

I - باللغة العربية:

- المشهداني خالد أحمد فرحان ، الجنابي عباس خضير الجنابي ، الرياضيات المالية ، دار الأيام ، الأردن ، 2016؛
- باشوية لحسن عبد الله ، مدخل إلى الرياضيات المالية ، اليازوري ، الأردن ، 2011؛
- بن طلحة صليحة، الرياضيات المالية، منشورات الدار الجزائرية، الجزائر، 2015؛
- بن كراديجة محمد ، الرياضيات المالية ، الصفحات الزرقاء العالمية ، الجزائر، 2005؛
- حمدان فتحي خليل ، الرياضيات للعلوم الإدارية و المالية ، الطبعة الأولى ، دار وائل ، الأردن ، 2006؛
- شاهر ثائر فيصل ، عكور سامر محمد ، الرياضيات في العلوم المالية والإدارية و الاقتصادية ، الطبعة الثانية ، دار التعليم العالي و البحث الأكاديمي ، الأردن ، 2010؛
- شقيري نوري موسى و آخرون ، الرياضيات المالية ، الطبعة الأولى ، دار المسيرة ، الأردن ، 2009؛
- عبد ربه إبراهيم علي إبراهيم ، أساسيات الرياضيات البحتة و المالية ، مصر ، 2004؛
- غازي فلاح المومني ، الرياضيات المالية المعاصرة ، دار المناهج ، الأردن ، 2016؛
- قنان براهيم ، الرياضيات المالية ، الصفحات الزرقاء ، الجزائر ، 2016؛
- منصور بن عوف عبد الكريم ، مدخل إلى الرياضيات المالية ، الطبعة الرابعة ، ديوان المطبوعات الجامعية ، الجزائر ، 2006؛
- ناصر دادي عدون، تقنيات مراقبة التسيير " الرياضيات المالية" ، دار المحمدية العامة ، الجزائر، 1997؛

II - باللغة الفرنسية:

- Oscar Assoumou MENYE, **Mathématiques financières : cours, travaux pratiques, exercices et corrigés**, éditions publibook, 2016.
- Pierre Devolder et autres, **Mathématiques Financières**, éditions pearson, France, 2012.
- Sadiki abdellatif et Mikou Nadjib , **Mathématiques financières** , 5^{ème} édition, édition savoir plus , maroc , 2013.
- F Makhoulouf, **Mathématiques financières : outil de gestion** , pages bleues int , alges , 2013 .
- <https://www2.ac-lyon.fr/enseigne/math/IMG/pdf/mathfi.pdf>