الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

وزارة التعليم العالي و البحث العلمي

جامعة الجزائر -3-

كلية العلوم الاقتصادية و العلوم التجارية و علوم التسيير

قسم العلوم التجارية

محاضرات في الإحصاء-1-

مطبوعة موجهة لطلبة السنة الأولى في العلوم الاقتصادية و التجارية و علوم التسيير

إعداد الأستاذة : سايح فاطيمة

السنة الجامعية 2020/2019

الفهرس

الفهرس :

مقدمة

مقدمة:

الحمد لله رب العالمين ، والصلاة والسلام على خاتم النبيئين وسيد المرسلين، نبينا محمد الهادي الأمين الذي بعثه الله رحمة للعالمين، وعلى أله وأصحابه وأنصاره وأتباعه ومن أهتدى بهديه وعمل بسنته إلى يوم الدين.
وبعد:
يسرني أن أقدم هذه المطبوعة التي أتت كثمرة جهد سنوات عديدة في تدريس هذا المقياس لطلاب العلوم الاقتصادية والتجارية وعلوم التسيير،سعينا إلى تقديم ما هو مقرر دراسته في مقياس الإحصاء -1-فالإحصاء هو من المقاييس التي لا يمكن لأي طالب أو باحث في شتى المجالات و المستويات المختلفة الاستغناء عنها ،فهو عبارة عن الأداة أو العصا التي تقوده إلى الطريق الصحيح من خلال مساعدته على تفسير الظواهر التي يدرسها وتوضيح النتائج ودلالات البيانات والأرقام التي يحصل عليها.
وبهدف إلمام الطلبةبهذا المقياس وتسهيل فهمهم له، ارتأينا وضع مطبوعة محاضرات في الإحصاء-1- بين أيديهم بغرض تخفيف الصعوبات التي يواجهونها وفهم أفضل لهذا المقياس، وهذه المطبوعة هي عبارة عنسلسلة من المحاضرات في الإحصاء-1- موجهة لطلبة السنة الأولى جذع مشترك ، نقدم من خلالها دروس مبسطة ومختصرة وسهلة الفهم مدعمة بالعديد من الأمثلة والتمارين التي تعرض بحلول نموذجية في نهاية كل فصل.
قمنا بتقسيم محتوى هذه المطبوعة إلى خمسة فصول، يتضمن الفصل الأول المفاهيم الأساسية لعلم الإحصاء، ويتناول الفصل الثاني كيفية عرض البيانات جدوليا و بيانيا، فيما خصصنا الفصل الثالث إلى مقاييس النزعة المركزية، في حين يتعرض الفصل الرابع إلى مقاييس التشتت يليه الفصل الخامس الذي يتناول مقاييس الشكل.

إن هذه المطبوعة كأي انتاج علمي لا تخلو من النقائص والهفوات، وكل أملنا أن تسهم في تطوير البحث العلمي، ونسأل الله أن يجعل هذا العمل خالصا لوجهه الكريم، ويجعله في ميزان حسناتنا، وأن ينفع به الطلابوالدارسين.

الفصل الأول :

مفاهيم أولية حول الإحصاء

أولا : نشأة ومفهوم علم الإحصاء

ثانيا:مراحل المنهاج الإحصائي

ثالثا: تعريف بعض المصطلحات الإحصائية

رابعا:علاقة الإحصاء بالعلوم الأخرى

تمارين الفصل الأول

تمهيد:

علم الإحصاء هو من العلوم الضرورية والهامة لأية عملية بحث علمي أو تجربة عملية أو نظرية، أو دراسة تطبيقيةتهدف إلى الوصول إلى نتائج تعتمد الموضوعية وتتسم بالمصداقية، وتكمن أهميته في شتى الميادين كونهوسيلة يستخدمها معظم الناس في حياتهم وأعمالهم اليومية، خاصة متخذي القرار في المؤسسات والإدارات لأنأي قرار اقتصادي أو إداري لا بد أن يبنى على بيانات ومعلومات دقيقة و واقعية من أجل الوصول إلى نتائجموضوعية ودقيقة عن الظاهرة أو المشكلة المراد دراستها وتحليلها.

أولا :نشأة ومفهوم علم الإحصاء

1-نشأة علم الإحصاء: عرف الإنسان الإحصاء منذ القدم و عمل به ، هناك شهادات كتابية و حفرية كثيرة تبين كيف كانت الحضارات القديمة تقوم بالعمليات الإحصائية المختلفة ،التي كانت مبنية عليها سياساتها الاقتصادية و الاجتماعية ومثل ذلك كان موجودا في سومر ، بابل ، الصين و مصر الفرعونية وكانت هذه الأخيرة أكثرهم تطورا في تنظيم العمليات الإحصائية لمعرفة تعداد السكان من الذكور القادرين على حمل السلاح للدفاع عن سلطنتهم في حالة الحروب أو تشييد الأعمال الكبرى تعظيما لفرعون في حالة السلم، لكن الأهم كان لجني الضرائب و العائدات عن أفراد المجتمع من أموال و معونة.

عرف الإحصاء تطورا كبيرا بعد الاكتشافات الكبرى و تطور الرأسمالية المنتصرة التي ضعفت في عدة مرات من الإنتاج الصناعي و الزراعي ، حيث حقق التبادل التجاري قفزة كبيرة بين الأمم و القارات، كما سجلت التجارة الدولية خطوة جديدة في تنظيم الإحصاء، حيث أصبح يفرض على السفن التجارية حمل سجلات تتضمن جرد جميع السلع المستوردة من طرف الجمارك لتحديد الضرائب عليها، كما عرف الإحصاء في هذه المدة تطورا عظيما في التسيير الإداري أيضا،حيث أصبح التسجيل في الحالة المدنية إجباريا على المواطنين، لاسيما فيما يخص الولادات و الوفيات و عقود الزواج و الطلاق.و ذلك زيادة عن إلزام أرباب الأسرة بشهرة حالتهم المادية أمام القابضات الملكية، و كانت كل هذه العمليات الإدارية تحمل اسما شاملا يسمى" Status " و هي كلمة لاتينية بمعنى الحالة المدنية أو الحالة المادية أو الثروة ، ثم صارت تعني الدولة فيما بعد و منها اشتقت الكلمة" Statistica" المفهوم الذي ترجم إلى العربية بكلمة إحصاء و يعتقد بعض الاقتصاديين أن من استعمل كلمة الإحصاء لأول مرة كان العالم "شلوسر" في بروسيا. و البعض الأخر، يرجع ذلك إلى "كولبر" رجل الدولة الفرنسي. لكن المفهوم الحديث للإحصاء لم يظهر إلا في أواسط القرن السابع عشر في انجلترا البلد الأكثر تطورا اقتصاديا آنذاك.

ظهر الإحصاء في الميدان الاجتماعي الاقتصادي مع العالمين المشهورين" وليام بيتي" و "جون غراونت "هما اللذان أسسا المدرسة المشهورة التي سميت بالمدرسة الحسابية في النظرية الاقتصادية و ذلك نسبة لكتاب "وليام

بيتي" الصادر في 1676 تحت عنوان "الحساب السياسي" حيث بين فيه "وليام بيتي" و لأول مرة في المعارف الاجتماعية أن الأرقام ليست أداة ساكتة بل ناطقة وتتكلم و تظهر الفوارق الاجتماعية الاقتصادية بين مختلف شرائح المجتمع عكس ما كان يعتقد من قبل ، كما أسس" جون غراونت "هو الآخر و لأول مرة في العالم ما يسمى بجدول الوفيات في الديموغرافيا لسكان لندن آنذاك.بروسيا أيضا رأت نشوء مدرسة إحصائية منافسة و على رأسها كل من "فرهولست" و "اخينفال" و" شلوسر"، و كانت تسمى بالمدرسة الوصفية ، كانت هذه الأخيرة تعتقد أن الإحصاء لا يمكن ان يكون تحليليا بل أداة وصف فقط يصف الظواهر الاجتماعية الاقتصادية و هذا تماما عكس ما كانت تنشده المدرسة الانجليزية التي انتصرت عليها في الأخير[1].

عرف الإحصاء منعرجا حاسما مصيريا ولاسيمابعدتطورعلمالاحتمالاتفيالقرنينالسابععشروالثامنعشر الميلاديين،وقدامتدالتطبيقالإحصائيإلىمجالاتالعلومالمختلفة(الطب-الزراعة-الأدب....الخ)وفيالنصفالثانيمنالقرنالعشرينتطورتالحاسباتالإلكترونيةوتنوعتأحجامهاوقدرتهاودقتها، الأمرالذيساعدعلىتقدمعلمالإحصاءبشكلكبير .

وفيالآونةالأخيرةلاحظناأنمعظمالأبحاثالأكاديميةفيعلمالإحصاءاستخدمأصحابهاالحاسبات،إمافيإتمامالبحثذاتهأوالتطبيقالعدديللنتائجالتيحصلواعليها[2].

2-تعريف علم الإحصاء:يمكن تعريف علم الإحصاء بأنه العلم الذي يهتم بجمع البيانات ثم تنظيمها و تلخيصها و تحليلها ، بهدف تفهم حقيقة الظواهر الاقتصادية و الاجتماعية و معرفة القوانين و النظريات التي تحكمها بما يساعد على الوصول إلى تحديد قيمتها في الحاضر و التنبؤ بقيمتها في المستقبل ، أي انه يعتبر علم اتخاذ القرارات الموضوعية في ظل توافر معلومات محددة بهدف التطبيق على كافة العلوم الأخرى و التوصل إلى قرارات حكيمة تزيد من درجة الاطمئنان لمثل هذه القرارات [3].

-3 فروععلمالإحصاء:إنمجالاتاستخدامالإحصاءواسعةجداحيثيستخدمفيجميعالعلومالاجتماعيةوالطبيعيةوقدحاولعلماءالإحصاءتقسيمميدانعلمالإحصاءإلىفرعينرئيسينهما [4]:

1-3-الإحصاءالوصفي((DescriptiveStatistics

:يختصهذاالنوعبمجموعةمنالطرقوالأساليبالخاصةبجمعوتنظيمالبياناتوذلككمانشاهدهفيالواقعلغرضتوفيرالمعلوماتعنالاتجاهاتالمختلفةللظاهرةمحلالدراسةوجعلالبياناتأكثروضوحا،فيالغالبتقوم الأجهزةالإحصائيةالعامةفيالدولةبهذاالنوعمنالإحصاءإماعلىفتراتدوريةكماهوالحالفيتعدادالسكانأو فتراتغيردوريةكماهوالحالفيبحثميزانيةالأسرة.يتضمنالإحصاءالوصفيجمعوعرضووصفالبياناتالعدديةوتقتصروظيفةالإحصاءالوصفيعلىالوصفوذلكمنخلالالبياناتالتيجمعهامنهذهالعيناتحيثيتموصفهذهالبياناتمنخلالمجموعةالأساليبوهيكالآتي :الجداولالإحصائية،الرسومالبيانية،مقاييسالنزعةالمركزية،مقاييسالتشتت،مقاييس الشكل.

2-3-الإحصاء الاستدلالي (Inferential Statistics): يتضمن مجموعة الطرق العلمية و الإحصائية التي تتناول تقدير معالم المجتمع بناء على البيانات الإحصائية التي تم جمعها من عينة مسحوبة من هذا المجتمع باستخدام نظرية الاحتمالات ، وذلك وفق مفاهيم و نظريات محددة كنظرية التقدير و نظرية اختبار الفروض.

ثانيا:مراحل المنهاج الإحصائي

منخلالالتعريفالسابقللإحصاءيتبينبأنالبحوثالإحصائيةفيالعمومتتضمنمراحلأساسيةيجبعلىالباحثأنيتبعها،وهذهالمراحلهي [5]:

---

[1]بلمير بلحسن، **إحصاء و نظرية عامة** ، مطبعة دار هومة ، الجزائر ،2016 ، ص ص 15-16.

[2] أماني موسى محمد ،**التحليل الإحصائي للبيانات**،الطبعة الأولى،دار الكتب المصرية،القاهرة،2007،ص5.

[3] إبراهيم علي إبراهيم عبد ربه، يسري عازر عبد الشهيد و آخرون، **مبادئ علم الإحصاء و تطبيقاتها باستخدام إكسيل اكس بي**، الدار الجامعية،الإسكندرية،2004،ص 03.

[4] فوزية بوموس ،**محاضرات في مقياس الإحصاء الوصفي و الاستدلالي**، سند بيداغوجي مقدم لطلبة السنة أولى علوم الاجتماع،معهد العلوم الإنسانية و الاجتماعية، المركز الجامعي نورالبشير، البيض ،الجزائر،2018/2017،ص ص 8-9.

[5]نوال فرقش، **مطبوعة في مقياس الإحصاء الوصفي**،كلية العلوم الاقتصادية والتجارية وعلوم التسيير،جامعة محمد بوضياف ،المسيلة،الجزائر،2017/2016،ص ص6-9.

-1 تحديدالظاهرةالمدروسة: وذلكمنخلالتحديدالإطار العامللظاهرةالمدروسةوالذييشملالهدفمنالدراسة،المجتمعالإحصائيوالمكانوالوقتالمناسبينلجمعالبيانات،الصفاتالمطلوبمعرفتهاووحداتالقياسالمستخدمة...إلخ.

2-جمعالبياناتالإحصائية(Data collection):
يحتاجالباحثالذييتعرضلدراسةظاهرةمامنالظواهرإلىجمعبياناتحولطبيعةهذهالظاهرةمنمصادرمتعددة.ويتمجمعالبياناتالإحصائيةبطرقمختلفة،وذلكحسبالهدفمنالدراسةوأسلوبالتحليلالمتبع،ومنبينالطرقالمتبعةفيجمعالبياناتمايلي:

- **-الطريقةغيرالمباشرة:** تسمىأيضابطريقةالبياناتالثانوية(Secondary data)، وهيتشملجميعالمصادرالتييتمالحصولمنهاعلىالبياناتبشكلغيرمباشر ،بمعنىآخريتمالحصولعليهابواسطةأشخاصآخرين،أوأجهزةوهيئاترسميةمتخصصةمثلالديوان الوطنيللإحصاء.ولهذهالطريقةفوائدمتعددةأهمهاأنهاتؤديإلىاقتصادكبيرفيوقتالباحثونفقاته،إلاأنهاتشكوأيضامنعددمنالعيوبمنها:قدتكونقديمةوغيرمتجددة و لاتفيتمامابغرضالبحث وقديكونبهابعضالتحيزالذييعيقمنالاستفادةمنالبياناتبصورةكاملة.
- **الطريقةالمباشرة:** تسمىكذلكبطريقةالبياناتالأولية(Primary Data)ويقصدبهاقيامالباحثبجمعالمعلوماتالإحصائيةبنفسه،منالمفردةمحلالبحثمباشرة .

ويتميزهذاالنوعمنالمصادربالدقةوالثقةفيالبيانات،لأنالباحثهوالذييقومبنفسهبجمعالبياناتمنالمفردةمحلالبحثمباشرة،ولكنأهممايعابعليهاأنهاتحتاجإلىوقتوتكلفةومجهودكبير.هناك أسلوبان لجمع البيانات الإحصائية بالطريقة المباشرة هما[1]: **الحصر الشامل** تقوم هذه الطريقة على جمع البيانات الإحصائية لكل وحدات المجتمع الإحصائي، **العينة**تقوم هذه الطريقة على أخذ جزء من المجتمع الإحصائي يكون ممثل لهذا المجتمع، بحيث يتم دراسة الظاهرة بواسطة العينة وإسقاط النتائج على المجتمع ككل.

-3 عرضالبياناتالإحصائية: الخطوةالمواليةبعدجمعالبياناتفيمجالالإحصاءالوصفيهوتبويبالبياناتوعرضهابصورةيمكنالاستفادةمنهافيوصفالظاهرةمحلالدراسة،منحيثتمركزالبياناتودرجةتجانسها .
وهناكطريقتينلعرضالبياناتهماالعرضالجدوليوالعرضالبيانيوهوماسيتمالتعرضلهبشيءمنالتفصيلفيالفصلالثانيمنهذهالمطبوعة.

4-تحليلالبياناتالإحصائية : تعتبر عملية تحليل البيانات مرحلة مهمة في أي بحث إحصائي و ذلك لغرض الإجابة على إشكالية البحث ، لذا فان الباحث يسعى إلى التحليل الإحصائي لجوانب الظواهر المدروسة عن طريق استخدام الأدوات الإحصائية المناسبة لتحليل البيانات من اجل الحصول على نتائج الدراسة و استقراء و استخلاص مدلولها و اتخاذ القرارات على أساس النتائج المتوصل إليها.

-5 تفسيرالبياناتالإحصائية: منالمعروفأنالدراساتالإحصائيةتتخذأساسافيإعدادالسياساتواتخاذالقراراتالمتعلقةبالمواضيعالاقتصاديةوالاجتماعيةوغيرذلك،وعليهاتبنىاتجاهاتالدولةأوالشركاتأوالمؤسساتالعامةوالخاصة،منهناكانلزاماعلىالإحصائيياعتبارهأكثرالناسدرايةوخبرةفيفهممضمونالأعدادأنيفسرالنتائجالمتوصلإليهاوأنيوضحبصراحةماتعنيه.

ثالثا: تعريف بعض المصطلحات الإحصائية

هناك بعض المفاهيم و المصطلحات المستخدمة تمثل لغة الإحصاء، منها:

1-المجتمع الإحصائي(Population): هو عبارة عن جميع الوحدات موضع الدراسة، سواء كانت هذه الوحدات أفراد أوأشياء أو قياسات...الخ، ويمكننا تقسيم المجتمعات إلى مجتمعات ثابتة لا تخضع لتغيراتخلال فترة قصيرة من الزمن كالمدن والشوارع ومجتمعات غير ثابتة(حركية) تتغير بشكلسريع من فترة لأخرى مثل عدد السكان وعدد السيارات التي تمر في شارع ما. فالمجتمع هو مجموعة من المفردات التي تشترك في صفة واحدة أو عدة صفات وقد يكونالمجتمع الإحصائي محدوداً عندما يكون عدد القيم محدود وقد يكون غير محدود عنديتضمن المجتمع عدداً لا نهائياً من القيم[2].

---

[1] بيري نورة، **مطبوعة بيداغوجية في مقياس الإحصاء-1-**،كلية العلوم الاقتصادية و العلوم التجارية وعلوم التسيير، جامعة 8 ماي 1945،قالمة،الجزائر،2017/2016،ص4.

[2] طيب جاب الله، **الإحصاء الوصفي**، مطبوعة موجهة لطلبة علم الاجتماع،جامعة اكلي محند اولحاج،البويرة،الجزائر،2017/2016،ص05.

2- العينة(Sample) :قد يتعذر أحيانا جمع القياسات من جميع عناصر المجتمع بأكمله، لذلك نلجأ في هذه الحالة لدراسةمجموعة جزئية من المجتمع تسمى العينة. وبالتالي فالعينة: هي جزء من المجتمع تختار عشوائيا بحيثتمثل جميع صفات المجتمع، وحجم العينة هو عدد عناصرها ونرمز له بالرمز n مثال **:**دراسة نسبة المصابين بفيروس كورونا في مدينة البليدة، من خلال إجراء هذه الدراسة على 500شخص اختيروا عشوائياً من هذه المدينة. فنجد أن المجتمع الإحصائي هو مجموعة سكان مدينة البليدة، وحجمه هو عدد سكان هذه المدينة، وكذلك المجموعة الجزئية المختارة عشوائياً منه تمثل العينة وحجمها هو 500شخص. أما الصفة المدروسة هي نسبة المصابين بهذاالفيروس في هذا المجتمع.
وتنقسم العينة إلى:

- **العينة العشوائية(** Random Sample **):** نقوم بسحب عناصر العينة العشوائية بطريقة تخضع للصدفة فقط. ويوجد 4طرقرئيسية لاختيار العينة العشوائية وهي:

-العينة العشوائية البسيطة (Simple Random Sample **):**هي العينة التي تعطى فيها لجميع أفراد المجتمع فرصة متساوية فيالظهور، وتستخدم عادة في المجتمعات التي تكون عناصرها متجانسة،هي أصغر وأبسط أنواع العينات تؤخذ بطريقة عشوائية ويجب أن لا يقل عدد أفرادها عن 30 فرد أو عنصر.

-العينة الطبقية(Stratified Random Sample) **:**تستخدم في حالة كون المجتمعات غير متجانسة، بحيث يقسم المجتمع إلى طبقاتويختار بطريقة عشوائية عينة بسيطة من كل طبقة، بحيث تكون كل الطبقات ممثلة بنسبة معينة فيالعينة الطبقية المسحوبة.مثال: لدراسة الطبقات الاجتماعية في المجتمع نأخذ عينة من كل طبقة و هذا حسب حجم كل طبقة(طبقة الأثرياء – طبقة الأغنياء– طبقة الوسط – طبقة الفقراء).

-العينة العنقودية(Cluster Sample) **:**تستخدم في حالة كون المجتمعات كبيرة جدا، حيث يتم تقسيم المجتمع الإحصائيإلى مجموعات جزئية، ثم نقسم كل مجموعة جزئية إلى مجموعات جزئية، وهكذا يكون لدينا شكل هرمي للمجتمع الإحصائي. بعد ذلك، نقوم بسحب عينة عشوائية بسيطة من كل مجموعة جزئية مكونة، بحيث تكون كل هذه المجموعات الجزئية ممثلة في العينة العنقودية بنسب معينة مثال:التنظيم في الجامعات (الجامعة – الكلية – السنوات الدراسية –الشعب- المجموعات- الأفواج).

-العينة المنتظمة(Systematic Random Sample) **:**يكون اختيار عناصر العينة عن طريق ترتيب عناصر المجتمع وفق نظام معين، من ثم يتم اختيار ترتيب عنصر ما بطريقة عشوائية، وبعدها نضيف عددا معين لهذا الترتيب ونأخذ العنصر الموالي وهكذا، حتى يتم أخذ جميع عناصر العينة المرغوبة.

- **العينة الغير عشوائية(**Non Random Sample)**:**يتم اختيار مفرداتها بطريقة غير عشوائية، أي لا تخضع إلى الصدفة، ومنأمثلتها:

-العينة الحصصية(Quota Sample):وهي عينة طبقية غير عشوائية، حيث يتم تقسيم المجتمع إلى طبقات حسبخصائص معينة، ثم أخذ عينات غير عشوائية من كل طبقة من هذه الطبقات.

-العينة العمدية(Judgmental Sample)**:** حيث يقوم الباحث باختيار أفراد العينة طبقا لأهداف محددة تتطلبها الدراسة.

-عينة الكرة الثلجية:(Snowball Sample)يقوم الباحث باختيار فرد في العينة، وعن طريق هذا الفرد يختار الفرد الثانيو هكذا.

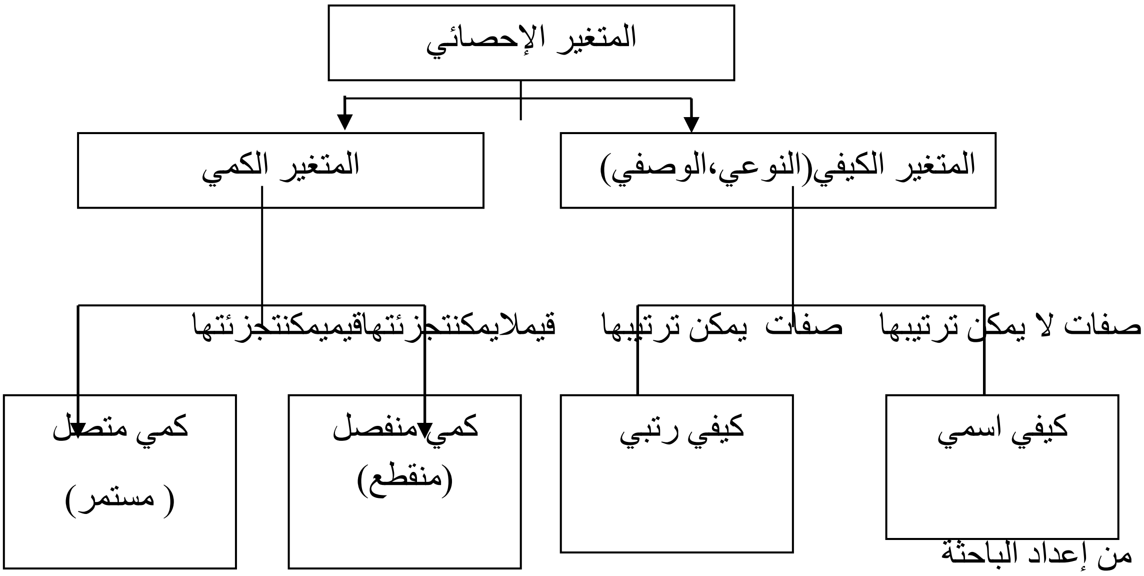
3- الوحدة الإحصائية(Statisticalunit):تعرف الوحدة الإحصائية بأنها هي الخلية الأساسية التي تجري عليها الدراسة الإحصائية ،وهي كل عنصر من المجتمع أو العينة فقد تكون شخصا أو حيوانا أو شيئا .

4-الميزة أو الخاصية(Characteristic):هي الميزات التي يتميز بها أفراد المجتمع، لو أخذنا مثلا مجتمع طلاب الجامعة فإن كل طالبيتميز بطول ووزن و عمر و لون العينين وجنس و درجة التفوق ...الخ، نلاحظ أن هذه الصفاتمنها القابل للقياس كالطول و الوزن (ميزات كمية) و منها الغير قبل للقياس كلون العينين والجنس(ميزات كيفية)[1].

[1]بن ختو فريد ، **محاضرات في الإحصاء الوصفي**، مطبوعة موجهة لطلبة الجذع المشترك علوم اقتصادية و تجارية و علوم التسيير،جامعة قاصدي مرباح ،ورقلة،الجزائر،2017/ 2018،ص5.

5-المتغير الإحصائي(Variable): يعرف المتغير على أنه خاصية أو سمة تأخذ قيمة نوعية أو كمية، وتلك القيم تتسم بالتغير تأخذ قيما ومستويات تختلف من فرد لآخر. و المتغير الإحصائي نوعان كما يمثله الشكل التالي:

الشكل رقم (01-01):أنواع المتغيرات الإحصائية



المصدر: من إعداد الباحثة

5-1-المتغيرات الكيفية أو النوعية أوالوصفية(Qualitative variables): هيتلك المتغيراتأوالظواهرالتيلايمكنقياسهاعدديابلقياستكرارهافقط [1] مثلتقديراتالطلبة،الجنسية،الحالةالعائلية،اللون...إلخ .

وتنقسمهذهالمتغيراتإلىنوعينهما:

- **متغيراتكيفية ترتيبية(ordinal variables:** هي تلك المتغيرات التييمكنترتيبهاحسبرتبةمعينةتصاعدياأوتنازلياًمثلاالمستوىالتعليمي،الرتبالعسكرية،تقديراتالطلبة وغيرها.
- **متغيرات كيفية اسمية(nominal variables):** هي متغيرات غيرقابلةللترتيبمثلاالجنسية،الحالةالعائلية،الجنس،اللون.

5-2-المتغيراتالكمية(Quantitative variables): هيتلك المتغيراتالتييمكنقياسهاو التعبير عنها رياضيا وهيأكثرالمتغيراتانتشاراواستعمالاًلأنلغةالإحصاءهيلغةالأرقام،مثالذلكالإنتاج،الاستهلاك،الاستثمار،الوزن،الطول

وتنقسمالمتغيراتالكميةبدورهاإلىقسمينهما:

- **متغيراتكميةمنقطعة أو منفصلة**

(discretevariables): هيتلكالمتغيراتالتيتأخذقيماصحيحةلايمكنتجزئتها،مثلعددالأطفالفيالأسرةالواحدة،عددالغرففالبيت،عددحوادثالمرور،عددأفرادالأسرة،عددقطعالغيار المنتجة....إلخ.

- **متغيراتكميةمستمرةاو متصلة (continuous**

variables): هيتلكالمتغيراتالتيتأخذكلالقيمالممكنةلمجالالدراسة،ونظراللعددغيرالمتناهيلهذهالقيمنقسممجالالدراسةإلىمجالاتجزئيةتسمىالفئات،مثلاالطول،السن،الوزن،....إلخ.

رابعا:علاقة الإحصاء بالعلوم الأخرى

يعتبر علم الإحصاء احد الوسائل المهمة في البحث العلمي من خلال استخدام قواعده وقوانينه وطرقه في جمع المعلومات والبيانات اللازمة وتحليل هذه البيانات والمعلومات بهدف الوصول إلى النتائج التي يهدف إليها البحث العلمي . وللإحصاء دورا بارزا في التخطيطووضع الخطط المستقبلية عن طريق التنبؤ بالنتائج ففي قصة سيدنا يوسف عليه السلام مثال عظيم لدور الإحصاء في التخطيط فيبين أن هناك سنوات عجاف يقل فيها المحصول وسنوات سمان يزيد فيها المحصول ويبين انه يجب الاحتفاظ لسنين القحط بادخار

[1] William M. Mendenhall , **statistics for engineering and the sciences**, six th edition, Crc press Taylor and Frances group, new York,2016,p07.

جزء من إنتاج سنين الرخاء .وفي مجال **الاجتماع** يبرز دور الإحصاء في بحوث السكان متمثلا في تعدادات السكان فالتخطيط السليم لتنمية اقتصادية واجتماعية لا ينفصل ولا يمكن أن يتم بدون الدراسات الإحصائية للسكان ، فكيف نقرر إقامة مصانع ونحن لا نعرف حجم قوة العمل المتوافرة والتي ستتوفر خلال فترة مقبلة وعلى أي أساس نقيم سياسة للسكان ونحن لا نعرف معدلات الزواج والطلاق ..... وهكذا .وفي مجال **الاقتصاد** من الصعب فصل العمل الإحصائي عن العمل الاقتصادي فأي دراسة اقتصادية هدفها التخطيط أو التقدير أو التنبؤ سواء كان ذلك على مستوى المشروع الخاص أو الاقتصاد الوطني يلزمها البيانات والمعلومات عن كافة المتغيرات المحددة لهذه الدراسة والذي بدوره يمكن الحصول عليها باستخدام أسلوب العمل الإحصائي ، كما أن دراسة السوق لغرض معرفة وتحديد العوامل المؤثرة على طلب وعرض إحدى السلع يكون من خلال الأسلوب العلمي للعمل الإحصائي ، وأيضاً الإحصاءات النقدية والمالية وإحصاءات المعاملات الخارجية..الخ.وفي مجال **الزراعة** يأتي دور الإحصاء في أن العلوم الزراعية تبدأ بالملاحظة وجمع بيانات عن الطبيعة في الحقل أو المزرعة ثم يلي ذلك الدراسات العملية ويفيد الإحصاء في تنظيم وترتيب عملية الملاحظة والمشاهدة وجمع البيانات وتحليلها واستخلاص النتائج ولا يمكن أن يكون ذلك بغير دراسة كاملة بأساليب الإحصاء. وللإحصاء أيضا أهمية في مجال **الصناعة** من خلال استخدام النظرية الإحصائية في الإنتاج الصناعي وفي مجالات صناعات الفحم والحديد والمواد الكهربائية...الخ .كما أن للإحصاء دور فعال في **مجال الطب والصحة العامة** في معرفة عدد المواليد وعدد الوفيات حيث تعتبر مؤشرات للمستوى الصحي العام ومؤشر لمدى تقدم البلد أو تخلفه وأصبح للإحصاء أهمية كبرى في دراسة وتحليل العلاقات بين الأمراض المختلفة وطرق العلاج واستخدام نظريات العروض الإحصائية أصبح الأساس في عمل شركات إنتاج العقاقير والأدوية وعليه فان الإحصاء بحد ذاته وسيلة وليس غاية فذاك يعني إمكانية استخدامه أينما وجد في البحث العلمي[1].

تمارين الفصل الأول:

التمرين الأول :قامت مؤسسة الاتصالات "موبيليس" بإجراء دراسة إحصائية بغرض معرفة مدى رضا الزبائن المتعاملين معها حول جودة الخدمات المقدمة لهم.

المطلوب:

1. ماهو الهدف العام من الدراسة؟
2. ماهو المجتمع الإحصائي و الوحدة الإحصائية في هذه الدراسة ؟
3. ماهو المتغير الإحصائي و نوعه ؟
4. ماهو الأسلوب المستخدم و ماهي المصادر المعتمدة لجمع البيانات في مثل هذه الدراسة؟

الحل:

الهدف العام من الدراسة	معرفة مدى رضا الزبائن المتعاملين مع مؤسسة الاتصالات "موبليس" حول جودة الخدمات المقدمة لهم.
المجتمع الإحصائي	الزبائن المتعاملين معمؤسسة الاتصالات "موبليس".
الوحدة الإحصائية	الزبون المتعامل معمؤسسة الاتصالات "موبليس".
المتغير الإحصائي	رضا الزبون حول جودة الخدمات المقدمة لهم من طرف مؤسسة موبليس.
نوع المتغير الإحصائي	كيفي ترتيبي
طريقة جمع البيانات	أسلوب المعاينة تقوم هذه الطريقة على أخذ جزء من المجتمع الإحصائي يكون ممثل لهذا المجتمع.
مصادر جمع البيانات	المقابلة المباشر مع الزبائن المستهدفين أو عن طريق توزيع الاستبيان عليهم.

التمرين الثاني:حدد المجتمع الإحصائي، الوحدة الإحصائية، المتغير الإحصائيو نوعه:

1. فصائل الدم ل 20 مريض في إحدى المستشفيات .
2. درجة تفضيل 30 مستهلك لعلامة تجارية معينة.

[1] بتصرف :عماد توما كرش ، ولاء احمد القزاز و آخرون، **علم الإحصاء** ، المعهد التقني نينوى،العراق،2014، ص11.

3. عدد المكالمات التليفونية الواردة خلال ساعة.
4. تحديد مستويات الدخل لـ20 أسرة.
5. توزيع الطلبة حسب الولايات التي ينتمون إليها.
6. جنسية مجموعة من المستثمرين في بلد ما.
7. الرياضة التي يمارسها الطلبة.
8. تصنيف 50ملاكم حسب الوزن.
9. لون السيارات التي تدخل أحدى المدن الجامعية يوميا.
10. عدد غيابات العمال خلال الأسبوع.

الحل:

رقم العبارات	المجتمع الإحصائي	الوحدة الإحصائية	المتغير الإحصائي	نوع المتغير
01	المرضى	مريض واحد	فصائل الدم	كيفي
02	المستهلكين	مستهلك	درجة تفضيل مستهلك لعلامة تجارية معينة	كيفي ترتيبي
03	المكالمات الهاتفية	مكالمة هاتفية	عدد المكالمات التليفونية الواردة خلال ساعة.	كمي منفصل
04	أسر	أسرة	مستويات الدخل لكل اسرة	كيفي ترتيبي
05	الطلبة	طالب	الولايات التي ينتمون إليها كل طالب	كيفي اسمي
06	المستثمرين	مستثمر	جنسية المستثمر	كيفي اسمي
07	الطلبة	طالب	الرياضة التي يمارسها كل طالب	كيفي اسمي
08	ملاكمين	ملاكم	الوزن	كمي متصل
09	سيارات	سيارة	لون السيارة	كيفي اسمي
10	العمال	عامل	عدد الغيابات	كمي منفصل

التمرين الثالث: صنف المتغيرات التالية حسب نوعها: الجنس، الدخل، عدد الأطفال في الأسرة، لون العينين، الجنسية، ، أوزان المرضى ، عدد الغرف في الفندق، أعمار الطلبة، المستوى التعليمي للعمال،الرتبة العسكرية،الوقت المستغرق عند حل الامتحان،عدد الكتب المقروءة،درجة الحرارة،تقديرات الطلبة، عدد المصابين بفيروس الكورونا في الجزائر.

الحل:

المتغير الإحصائي	كمي		كيفي	
	منفصل	متصل	اسمي	ترتيبي
الجنس			x	
الدخل		X		
عدد الأطفال في الأسرة	x			
لون العينين			x	
الجنسية			x	
أوزان المرضى		X		

عدد الغرف في الفندق	x			
أعمار الطلبة		X		
المستوى التعليمي للعمال				x
الرتبة العسكرية				x
الوقت المستغرق عند حل الامتحان		X		
عدد الكتب المقروءة	x			
درجة الحرارة		X		
تقديرات الطلبة				x
عدد المصابين بفيروس كورونا في الجزائر	x			

الفصل الثاني :

تنظيم و عرضالبيانات الإحصائية

Organization and Presentation of Data

أولا:العرض الجدولي للبيانات الإحصائية

ثانيا: العرض البيانيللبيانات الإحصائية

تمارين الفصل الثاني

تمهيد:

الخطوة التالية بعد جمع ال... ...بيانات وعرضها بصورة يمكن الاستفادة منها في وصف الظاهرة محل الدراسة، من حيث تمركز البيانات، ودرجة تجانسها. وهناك طريقتين لعرض البيانات هما: عرض البيانات جدوليا ،العرض(التمثيل) البياني.

أولا:العرض الجدولي للبيانات الإحصائية(Tabular presentation)

و يقصد به وضع البيانات الأولية الخاصة بالظاهرة المدروسة بعد جمعها في جداول و ترتب و تصنف وفقا لبعض خواصها مثل الترتيب الأبجدي ، الترتيب التاريخي،الترتيب النوعي ،الترتيب الكمي...، تمتاز طريقة العرض الجدولي بالدقة والسهولة فهي تمكن من إعطاء فكرة سريعة عن الظاهرة بمجرد نظرة واحدة إلى الجدول وهناك مجموعة من الشروط يجب توافرها في الجدول الإحصائي منها :

1. لابد أن يكون لأي جدول عنوان واضح وموجز ومناسب.
2. لابد أن يكون لكل جدول رقم بحيث يسهل عملية الرجوع إليه مرة أخرى.
3. لابد أن يكون هناك وضوح وإيجاز في العبارات التي تدل على كل عمود وكل خط أفقي في الجدول.
4. إذا كانت معطيات الجدول مقتبسة من أكثر من مصدر، فإنه يجب الإشارة إلى المصادر المحددة أسفل الجدول مباشرة .

5. وحدة القياس المستعملة يجب أن تكون واضحة.

1-جدول التوزيعالتكراري(Frequency Distribution):هو جدول يتم فيه تنظيم البيانات الوصفية أو الكمية بما يسمى بالتوزيع التكراري ،يتكون جدول التوزيع التكراري من ثلاثة أعمدة ، العمود الأول يكتب فيه الصفات إذا كان المتغير وصفي أو يكتب فيه قيم المتغير الإحصائي المنفصل أو يكتب فيه الفئات إذا كان المتغير كمي متصل،و العمود الثاني للعلامات وهي عبارة عن حزمة تتكون من خمسة خطوط أربعة منها راسية و الخامسة أفقية ، و العمود الثالث للتكرار و هذا كأول خطوة لتفريغ البيانات ،و في الخطوة الثانية يتم تحسين الجدول بحذف العمود الثاني (الأوسط) فتحصل على جدول التوزيع التكراري النهائي.

2-أنواع جداول التوزيع التكراري:

2-1- جداول التوزيع التكراري البسيطة و المركبة:يتم تصنيف جداول التوزيع التكراري على أساس عدد المتغيرات الإحصائية المدروسة إلى جداول بسيطة و جداول مركبة.

2-1-1- جدول التوزيع الإحصائي البسيط :إذا كنا بصدد دراسة ظاهرة ما تحتوي على متغير وصفي أو كمي واحد، فإنه يمكن عرض بياناتـه فيشكل جدول تكراري بسيط، وهو جدول يتكون من عمودين، أحدهما به قيم المتغير،والثاني به (التكرارات) لكل صفة.

مثال رقم (02-01):

المستوى التعليمي	عدد العمال
ابتدائي	02
متوسط	06
ثانوي	10
جامعي	12
المجموع	30

عدد الأطفال	عدد الأسر
0	03
1	08
2	11
3	18
المجموع	40

الوزن	عدد الطلاب
60-50	20
70-60	12
80-70	05
100-80	03
المجموع	40

2-1-2- جدول التوزيع الإحصائي المركب :هي الجداول التي تصف ظاهرتين أو أكثر، وبالتالي تحتوي على صفتين أو أكثر.

مثال رقم (02-02):

المستوى التعليمي للعمال	**جنس العمال**		المجموع
	ذكر	أنثى	
ابتدائي	02	01	03
متوسط	07	04	11
ثانوي	11	13	24
جامعي	15	17	32
المجموع	35	35	70

2-2- جدول التوزيعالتكراري للمتغير الكيفي و الكمي:يتم تصنيف جداول التوزيع التكراري على أساسنوع المتغيرات الإحصائية المدروسة إلى جداول التوزيع التكراري للمتغير الكيفي و جداول التوزيع التكراري للمتغير الكمي .

2-2-1- جدول التوزيعالتكراري للمتغير الكيفي (Frequency distribution table for Qualitative variable):

إذا كنا بصدد دراسة ظاهرة ما تحتوي على متغير وصفي واحد، فإنه يمكن عرض بياناتـه فيشكل جدول تكراري بسيط، وهو جدول يتكون من عمودين، أحدهما به قيم المتغير الكيفي(صفات)،والثاني به عدد المفردات (التكرارات) لكل صفة.

مثال رقم (02-03): البيانات التالية تمثل تقديرات 40طالباً في مادة الإحصاء لأحد أفواج السنة أولى في كلية العلوم الاقتصادية و العلوم التجارية بجامعة الجزائر- 3-خلال العام الجامعي 2018/2017والمطلوب هو وضع هذه البيانات في جدول تكراري؟

جيد جداً	جيد	مقبول	جيد جداً	جيد	مقبول	جيد	جيد	مقبول	جيد
متوسط	متوسط	ممتاز	مقبول	مقبول	جيد	جيد جدا	مقبول	ممتاز	مقبول
جيد	جيد جدا	متوسط	متوسط	مقبول	متوسط	ممتاز	جيد	مقبول	ممتاز
مقبول	جيد	جيد	ممتاز	جيد	مقبول	جيد جداً	ممتاز	جيد	ممتاز

الحل:

يتم ترتيب هذه التقديرات دون تكرار تصاعديا ثم وضع هذه البيانات في العمود الأول من الجدول ثم وضععدد مرات التكرار باستخدام العلامات (/)في العمود الثاني(تفريغ البيانات)،أما العمود الثالث فيمثل التكرار المقابل لكل تقدير.

الجدول رقم (02-01): جدول تفريغ البيانات

تقديرات الطلبة	تفريغ البيانات	التكرار fi(عدد الطلبة)
متوسط	~~////~~	05
مقبول	~~////~~ ~~////~~ /	11
جيد	~~////~~ ~~////~~ //	12
جيد جدا	~~////~~	05
ممتاز	~~////~~ //	07
المجموع		40

يعتبر الجدول السابق جدولا أوليا أي جدول مسودة، وعند حذف العمود الثاني نحصل على الجدول النهائي المطلوب كما يلي:

الجدول رقم (02-02): توزيع عينة من الطلاب حسب تقديراتهم في مقياس الإحصاء

تقديرات الطلبة	التكرار fi(عدد الطلبة)
متوسط	05
مقبول	11
جيد	12
جيد جدا	05
ممتاز	07
المجموع	40

2-2-2-التوزيعالتكراريللمتغير الكمي (Frequency Distribution Table for Quantitative variable):وهي الجداول التي نقوم فيها بتصنيف ظاهرة تقاس كميا، أو بمعنى آخر، هي الجداول التيتعرض تكرارات كميات الظواهر كتوزيع عدد من الأشخاص حسب أعمارهم، أو وزنهم، أو أجورهم. وقدتكون هذه الجداول إما متصلة أو منفصلة، وفي كلتا الحالتين، فإنه عند إفراغ البيانات الخام في هذهالجداول، لا بد من مراعاة ترتيب القيم تنازليا، أو تصاعديا، واستخدام قاعدة العد الأساسية وهيالتشطيبات لتفادي الأخطاء، خاصة إن كان عدد الأرقام المراد جدولتها كبير[1].

2-2-2-1- التوزيعالتكراريللمتغير الكمي المنفصل:وهو جدول يتكون من عمودين، أحدهما به قيم المتغير الكمي المنفصل (أرقام صحيحة)مرتبة تصاعديا والثاني به عدد المفردات (التكرارات) لكل قيمة.

مثال رقم (02-04): البيانات التالية تمثل عدد غيابات 40طالباً فى مقياس الإحصاء لأحد أفواج السنة أولى في كلية العلوم الاقتصادية و العلوم التجارية بجامعة الجزائر -3-خلالالسداسي الأول والمطلوب هو وضع هذه البيانات فى جدول تكراري؟

0	1	3	0	2	2	4	3	3	1
2	1	0	4	1	2	3	2	4	2
3	3	5	1	2	0	1	1	3	1
5	1	4	4	1	1	2	2	3	0

الحل:

يتم ترتيب الغيابات ثم وضع هذه البيانات في العمود الأول من الجدول، ثم وضععدد مرات التكرار باستخدام العلامات(/)في العمود الثاني أما العمود الثالث فيمثل التكرار المقابل لكل غياب.

الجدول رقم (02-03): جدول تفريغ البيانات

عدد الغيابات	تفريغ البيانات	التكرار fi(عدد الطلبة)
0	~~////~~	05
1	~~////~~ ~~////~~ /	11
2	~~////~~////	09
3	~~////~~ ///	08
4	~~////~~	05
5	//	02
المجموع		40

وعند حذف العمود الثاني نحصل علىالجدول النهائي المطلوب كما يلي:

الجدول رقم (02-04): توزيع عينة من الطلاب حسب عدد الغيابات خلال السداسي الأول

عدد الغيابات	التكرار fi(عدد الطلبة)
0	05
1	11
2	09
3	08
4	05

[1]بيري نورة، **مرجع سبق ذكره**،ص13.

5	02
المجموع	40

2-2-2-2- التوزيعالتكراريللمتغير الكمي

المتصل:يتماللجوءإلىهذهالطريقةعندمايكونحجمالبياناتكبير ،لهذايتمتجميعالبياناتفيمجموعاتتسمىبالفئات،كلفئةيقابلها تكرارمعين.ومنأجلتشكيلجدولالتوزيعالتكراريفيالبياناتالمبوبةنتبعمايلي[1]:

1. **تحديدطولالفئة** **(Class length or class width):**

يتمتحديدطولالفئةمنخلالقسمةالمدى(R)علىعددالفئات(K)، من خلال العلاقة التالية :

$$C=\frac{R}{-}=\frac{X_{Max}-X_{Min}}{}$$

المدى هو الفرق بين اكبرقيمة في المجموعة الإحصائية X_{Max}و اصغرقيمة في المجموعة الإحصائية X_{Min}،

أما عدد الفئات فهناك عدة طرق حسابية تقريبية لإيجادهاوأهمها:

- **طريقةيول Yule:**تستخدم معادلة الإحصائي Yuleلتحديد عدد الفئات بالعلاقة التالية:

$$K=2.5\sqrt[4]{N}$$

حيث:N: عددعناصر المجموعة الإحصائية،K : عدد الفئات

- **طريقة ستورجس sturges:** تعتبرطريقة ستورجس الطريقة الوحيدة التي تأخذ بعين الاعتبار طبيعة الظاهرة المدروسة مع كيفية توزيعها الإحصائي، وتعطى هذه الطريقة بالقانون التالي :

$$K=1+3.322LogN$$

حيث:N: عددعناصر المجموعة الإحصائية،K : عدد الفئات،log:لوغاريتم العشري

> **ملاحظة:**لا توجد قاعدة تلزم الباحث لإتباع طريقة معينة في تحديد عدد الفئات، والأمر متروك للتقديرالشخصي لكل باحث في تحديد هذه الفئات بشرط احترام الخصائص المطلوبة في هذا الصنفمن الجداول التكرارية، و فيالغالبلايتجاوزعددالفئات15فئةولايقلعن 5 فئات.

2. ... أعلى

(أيانالقيمةالدنياللفئةيشملهاالمجال،بينمالايشملقيمتهاالعليا)،وهذاانطلاقامنالفئةالأولىالتييكونحدهاالأدنىأصغرقيم ةفيالبيانات X_{Min} ثمنضيفلهطولالفئة،وهكذامعالفئاتالمواليةبإضافةفيكلمرةطولالفئة C المحصلإلىالحدالأدنى(الذيكانالحدالأعلىللفئةالسابقة)حتىنغطيجميع البيانات.

3. **تحديدمراكزالفئات(Class mark or Class mid-point):**نحصلعلىمركزالفئةمنخلالجمعالحدالأعلىللفئةمعالحدالأدنىلهاوقسمةالناتجعلىاثنينكمايلي:

$$x_i=\frac{x_{Min}+x_{Max}}{2}$$

x_{Min}: الحدالأدنىللفئة، x_{Max}: الحدالأعلىللفئة، x_i: مركز الفئة.

4. **وضعجدولالتوزيعالتكراري:**يتمفيالأخيروضعجدولالتوزيعالتكراريمنخلالكتابةالفئاتالناتجةوتكراراتهاالمقابلة fi .

مثال رقم(02-

05):تمثلالبياناتأدناهعلامات40طالبامنطلبةالسنةالأولىعلوماقتصاديةوتجاريةوعلومالتسييربجامعةالجزائر-3- فيمقياسالإحصاء-1 -:

[1]هشام بورمة ، **الاحصاء1-دروس وأمثلة تطبيقية-**،كلية العلوم الاقتصادية والتجارية وعلوم التسيير، جامعة محمد الصديق بن يحي ،جيجل،الجزائر،2018/2017،ص 15-17.

المطلوب:تشكيلجدو لالتوزيعالتكراري.

19	08	06	20	06	17	08	04
09	08	08	11	07	06	14	$\overbrace{20}^{x_{\max}}$
07	19	10	06	11	07	10	11
12	10	20	16	17	12	10	15
12	11	$\overbrace{03}^{x_{\min}}$	04	07	14	10	09

الحل:

1-تحديدطولالفئة:

- **المدى:**

$$R = X_{Max} - X_{Min} = 20 - 03 = 17$$

- **عدد الفئات :**

-طريقة ستورجس:

$$=6.322\simeq 6 K = 1 + 3.322\text{Log}40$$

- **أو طريقة يول:**

$$K = 2.5 * \sqrt[4]{40} = 2.5 * 2.51 = 6.275 \approx 6$$

ومنه طول الفئة يساوي:

$$C=\frac{R}{\text{K}}=\frac{XMax-XMin}{1+1.322\text{LogN}}=\frac{20-03}{1+3.322log40}=\frac{17}{6.322}=2.689\simeq 3$$

2 -كتابةحدودالفئات:نبدأكتابةحدودالفئةالأولىفيجدو لالتوزيعالتكراريمنأصغرقيمةفيالبيانات (03)وهيتمثلالحدالأدنىللفئةالأولى ،ونضيفلهاطو لالفئة (C =3) لنتحصلعلى الحدالأعلىللفئةالأولى وبالتاليتكونالفئةالأولىهي]$6 - 3$]او يكتباختصارا6-3،وهكذادو اليكمعالفئةالمواليةحيثيصبححدهاالأدنىهو الحدالأعلىللفئةالسابق (6)وحدهاالأعلىهو 6+3=09 ،وبإضافةكلمرةطو لالفئة (C =3) نحصلعلىفئةجديدةإلىأننكملعددالفئات K ونغطيجميعالبياناتالموجودة.

3-تحديدمراكزالفئات:نقومبحسابمركز الفئةx_iلكلفئةموجودةفيجدو لالتوزيعالتكراري،فمثلاالفئةرقمواحدتكون(i = 1)x 1وتحسبكمايلي:

$$x_1 = \frac{3+6}{2}=4.5$$

وهكذادو اليكحتىنكملآخرفئةفيجدو لالتوزيعالتكراري.

4-وضعجدو لالتوزيعالتكراري :بعدتفريغالبياناتيصبحالجدو لكمايلي:

الجدول رقم (02-05): جدول تفريغ البيانات

التكرار fi(عدد الطلبة)	تفريغ البيانات	مراكز الفئاتxi	الفئات(العلامات)
03	///	4.5	6-3
12	///// ////	7.5	9-6
11	//// ////	10.5	12-9
05	////	13.5	15-12
04	////	16.5	18-15
05	////	19.5	21-18
40	المجموع		

يعتبر الجدول السابق جدولا أوليا أي جدول مسودة، وعند حذف العمود الثاني نحصل علىالجدول النهائي المطلوب كما يلي:

الجدول رقم (02-06): توزيع عينة من الطلاب حسب العلامات المتحصل عليها في مقياس الإحصاء

الفئات(العلامات)	مراكز الفئات xi	التكرار fi (عدد الطلبة)
6-3	4.5	03
9-6	7.5	12
12-9	10.5	11
15-12	13.5	05
18-15	16.5	04
21-18	19.5	05
المجموع	/	40

ملاحظة : :تقدم الجداول التكرارية المستمرة بعدة صيغ منها مايلي:

- **التوزيع التكراري المنتظم و غير المنتظم** :قد يكون فيه مدى الفئات متساويا، ويسمى بالتوزيع التكراري المنتظم ،وفي الحالة المعاكسة لما يكون فيه مدى الفئات غير متساويا يسمى بالتوزيع التكراري غير المنتظم.و يمكن توضيح ذلك في الجداول التالية:

مثال رقم (02-06):

جدول توزيع تكراري منتظم جدول توزيع تكراري غير منتظم

الفئات	التكرار
2-0	03
4-2	10
6-4	04
المجموع	17

الفئات	التكرار
2-0	03
4-2	10
8-4	04
المجموع	17

- **التوزيع التكراري المغلق و المفتوح(Closed and open tables):** التوزيع التكراري المغلقيكون في هذه الحالة الحد الأدنىلأول فئة والحد الأعلى لآخر فئة محددين، أما التوزيع التكراري المفتوحيكون فيه إما الحد الأدنى لأول فئة غير محدد ويسمى بالتوزيع التكراريالمفتوح من الأعلى، أو الحد الأعلى لآخر فئة غير محدد ويسمى بالتوزيع التكراري المفتوح منالأسفل، أو الحدين معاً ويسمى بالتوزيع التكراري المفتوح الطرفين.كما تمثله الجداول التالية:

مثال رقم (02-07):

توزيع تكراري مغلقتوزيع تكراري مفتوح من الأعلى توزيع تكراري مفتوح من الأسفل

الفئات	التكرار
اقل من2	03

الفئات	التكرار
2-0	03
4-2	10
6-4	04
المجموع	17

4-2	10
6-4	04
المجموع	17

الفئات	التكرار
2-0	03
4-2	10
4 فأكثر	04
المجموع	17

توزيع تكراري مفتوح من الجهتين

الفئات	التكرار
اقل من 2	03
4-2	10
4فاكثر	04
المجموع	17

3-2-جدول التوزيع التكراري النسبي و المئوي (Relative and percentage Frequency Distribution):

التوزيع التكراري النسبي هو توزيع تكراري يبين الأهمية النسبية لكل فئة أو عبارة عن نسبة ما يشكله تكرار كل فئة إلى مجموع التكرارات ، و يتم الحصول على التكرار النسبي بقسمة كل تكرار على مجموع التكرارات[1]،ويحسب بالعلاقة التالية:

$$fr = \frac{fi}{\sum fi}$$

أما **جدول التوزيع التكراري المئوي** يتم الحصول على التكرار المئوي بقسمة تكرار كل فئة على المجموع الكلي للتكرارات ثم يضرب في 100 ،أو بطريقة أخرى بضرب قيم التكرار النسبي في 100 نحصل على التكرار المئوي،ويحسب بالعلاقة التالية: $\boxed{fr\% = \frac{f_i}{\sum f_i} * 100 = f_r * 100}$

ملاحظة:
مجموع التكرار النسبي لأي جدول $=1$ $f_r = 1$
مجموع التكرار المئوي لأي جدول = 100% $fr\%$=100%

مثال رقم (

الحل:

الجدول رقم (02-07): جدول التوزيع التكراري النسبي و المئوي

الفئات	التكرار fi	التكرار النسبي fr	التكرار المئوي $fr\%$
50-40	4	$\frac{4}{20} = 0.2$	$0.2*100 = 20$
60-50	3	$\frac{3}{20} = 0.15$	$0.15*100 = 15$

[1]Jean .Michel . Josslin ,Benoit .Le maux**, statistical tools for program evaluation** , Spinger international publishing,2017,p48.

70-60	7	$\frac{7}{20}=0.35$	$0.35*100=35$
80-70	4	$\frac{4}{20}=0.2$	$0.2*100=20$
90-80	2	$\frac{2}{20}=0.1$	$0.1*100=10$
المجموع	20	1	100

التعليق: نلاحظ أن نسبة 35% من الطلاب وزنهم محصور بين يتراوح بين 60 و 70 كغ و هي اكبر نسبة ،أما اقل نسبة 10 % تمثل نسبة الطلاب الذين وزنهم محصور بين يتراوح بين 80 و 90 كغ .

2-4-التوزيع التكراري المتجمع (Cumulative Distribution):التوزيع التكراري البسيط يعطينا عدد المفردات في كل فئة، لكن في بعض الأحيان نرغب في معرفة عددالمفردات التي قيمتها أقل أو أكثر من قيمة معينة في التوزيع التكراري . ويعرف التوزيع التكراري المتجمع: بأنه التوزيع الذي يبين كمية التكرار المتجمع عند قيمة معينة من قيم المتغير الإحصائي، وهناك نوعان من الجداولالتكرارية المتجمعة [1]:

2-4-1-التوزيع التكراري المتجمع الصاعد (LessthanCumulative Distribution) و: $F_i^{\uparrow}$

هو تجميع تكرار كل فئة على جميع التكرارات السابقة لها ، ننطلق بالتكرار العادي للفئة الأولى كتكرار صاعد للفئة الأولى $\boxed{F_1^{\uparrow}=f_1}$، ثم نضيف تكرار العادي للفئة الثانية إلى التكرار الصاعد للفئة الأولى لإيجاد التكرار الصاعد للفئة الثانية $\boxed{F_1^{\uparrow}+f_2=F_2^{\uparrow}}$و نتبع نفس الخطوات حتى نصل إلى التكرار الصاعد للفئة الأخيرة الذي يجب أن يكون مساوي لمجموع التكرارات $\boxed{\sum f_i=F_n^{\uparrow}}$،و التكرار المجمع الصاعد له علاقة بالحد الأعلى للفئات[2] فهو يجيب على السؤال التالي: ما هي عدد العناصر الأقل تماما من قيمة معينة؟

مثال رقم (02-09) : لو أردنا عمل جدول التوزيع التكراري المتجمع الصاعد للمثال رقم (02-08)الذييمثل أوزان 20 طالبا بالكيلوغرامات :

الجدول رقم (02-08): جدول التوزيع التكراري المجمع الصاعد

الفئات	التكرار fi	الحدود العليا للفئات	التكرار المجمع الصاعد $F^{\uparrow}$
50-40	4	اقل من 50	**4 (التكرار العادي للفئة الأولى)**
60-50	3	اقل من 60	**7**=3+4
70-60	7	اقل من 70	**14**=7+7
80-70	4	اقل من 80	**18**=4+14
90-80	2	اقل من 90	18+2=**20(مجموع التكرارات)**
المجموع	20	/	/

التعليق: يمكن قراءة بعض قيم التكرار المجمع الصاعد حسب الجدول أعلاه :

- التكرار المجمع الصاعد للفئة الأولى يمثل عدد الطلبة الذي وزنهم اقل من 50 كغ وهم 4 طلاب.
- التكرار المجمع الصاعد للفئة الثالثة يمثل عدد الطلبة الذي وزنهم اقل من 70 كغ و هم 14 طالب.

[1] عماد توما كرش ، ولاء احمد القزاز و آخرون، **مرجع سبق ذكره**، ص29.
[2] مهدي محمد القصاص ، **مبادئ الإحصاء و القياس الاجتماعي** ،مطبوعة جامعية، جامعة المنصورة، مصر ،2007،ص135.

2-4-2-التوزيعالتكراري المتجمع النازل($F_i^{\downarrow}$)More than Cumulative Distribution:

نقوم بوضع مجموع التكرارات كتكرار نازل للفئة الأولى$\boxed{\sum fi = F_1^{\downarrow}}$ثم نقوم بطرح تكرار النازل للفئة الأولى من تكرار العادي للفئة الأولى لإيجاد قيمة التكرار النازل للفئة الثانية$\boxed{F_2^{\downarrow} = F_1^{\downarrow} - f_1}$ وهكذا حتى نصل إلى التكرار النازل للفئة الأخيرة والذي يجب أن يكون مساوي لتكرار العادي للفئة الأخيرة $\boxed{f_n = F_n^{\downarrow}}$. و التكرار المجمع النازل عنده علاقة بالحد الأدنى للفئات فهو يجيب على السؤال التالي: ماهي عدد العناصر التي تساوي أو تفوق قيمة معينة؟

مثال رقم (02-10) :فلو رجعنا إلىالمثال رقم (02-08) فان التوزيع التكراري المتجمع النازل يكون كالأتي:

الجدول رقم (02-09): جدول التوزيع التكراري المجمع النازل

الفئات	التكرار fi	الحدود الدنيا للفئات	التكرار المجمع النازل $F^{\downarrow}$
50-40	4	40 فأكثر	**20(مجموع التكرارات)**
60-50	3	50 فأكثر	20-4=**16**
70-60	7	60 فأكثر	16-3=**13**
80-70	4	70 فأكثر	13-7=**6**
90-80	**2**	80 فأكثر	6-4=**2(نفسه التكرار العادي للفئة الأخيرة)**
المجموع	20	/	/

التعليق :و يمكن قراءة بعض قيم التكرار المجمع النازل حسب الجدول أعلاه :

- التكرار المجمع النازل للفئة الأولى يمثل عدد الطلبة الذي وزنهم يساوي أو يفوق 40 كغ وهم 20 طالب.
- التكرار المجمع النازل للفئة الثالثة يمثل عدد الطلبة الذي وزنهم يساوي أو يفوق 60 كغ هم 13 طالب.

2-4-3- التكرار المتجمع الصاعد النسبي و النسبي المئوي:يحسب التكرار المجمع الصاعدالنسبي بنفس الطريقة المعتمدة التي يحسب بها التكرار المجمع الصاعد المطلق و لكن بالاعتماد على التكرار النسبي بدلا من التكرار المطلق ،أما التكرار المتجمع الصاعد النسبي المئوي هو التكرار المجمع الصاعد النسبي مضروب في 100.

مثال رقم (02-11): بالاعتماد على معطيات المثال رقم (02-08)احسب التكرارات التجميعية الصاعدة النسبية والنسبية المئوية:

الجدول رقم (02-10): جدول التوزيع التكراري المجمع النسبي و المئوي الصاعد

الفئات	التكرار fi	التكرار النسبيfr	التكرار المجمع الصاعد النسبي	التكرار المجمع الصاعد النسبي المئوي$F^{\uparrow}\%$
50-40	4	**0.2**	**0.2(التكرار النسبي للفئة الأولى)**	**0.2*100=20**
60-50	3	0.15	0.35	0.35*100=35
70-60	7	0.35	0.7	0.7*100=70
80-70	4	0.2	0.9	0.9*100=90
90-80	2	0.1	**1(مجموع التكرار**	1*100=**100**

		(النسبي)		
المجموع	20	**1**	/	/

التعليق: يمكن قراءة بعض قيم التكرار المجمع الصاعد النسبي المئوي حسب الجدول أعلاه :

- التكرار المجمع الصاعد النسبي المئوي للفئة الأولى يمثل أن هناك %20 من الطلبة الذين وزنهم اقل من 50 كغ .
- التكرار المجمع الصاعد النسبي المئوي للفئة الرابعة يمثل أن هناك 90 % من الطلاب الذين وزنهم اقل من 80 كغ .

2-4-4-التكرار المتجمع النازل النسبي و النسبي المئوي: يحسب التكرار المجمع النازل النسبي بنفس الطريقة المعتمدة التي يحسب بها التكرار المجمع النازل المطلق و لكن بالاعتماد على التكرار النسبي بدلا من التكرار المطلق ،أما التكرار المتجمع النازل النسبي المئوي هو التكرار المجمع النازل النسبي مضروب في 100

مثال رقم (02-12): بالاعتماد على معطيات المثال رقم(02-08) احسب التكرارات التجميعية النازلة النسبية والنسبية المئوية:

الجدول رقم (02-11): جدول التوزيع التكراري التكراري المجمع النسبي و المئوي النازل

الفئات	التكرار fi	التكرار النسبي fr	التكرار المجمع النازل النسبي	التكرار المجمع النازل النسبي المئوي $F^{\downarrow}\%$
40-50	4	0.2	**1(مجموع التكرار النسبي)**	**1*100=100**
50-60	3	0.15	0.8	0.8*100=80
60-70	7	0.35	0.65	0.65*100=65
70-80	4	0.2	0.3	0.3*100=30
80-90	2	**0.1**	**0.1(التكرار النسبي للفئة الاخيرة)**	0.1*100=10
المجموع	20	1	/	/

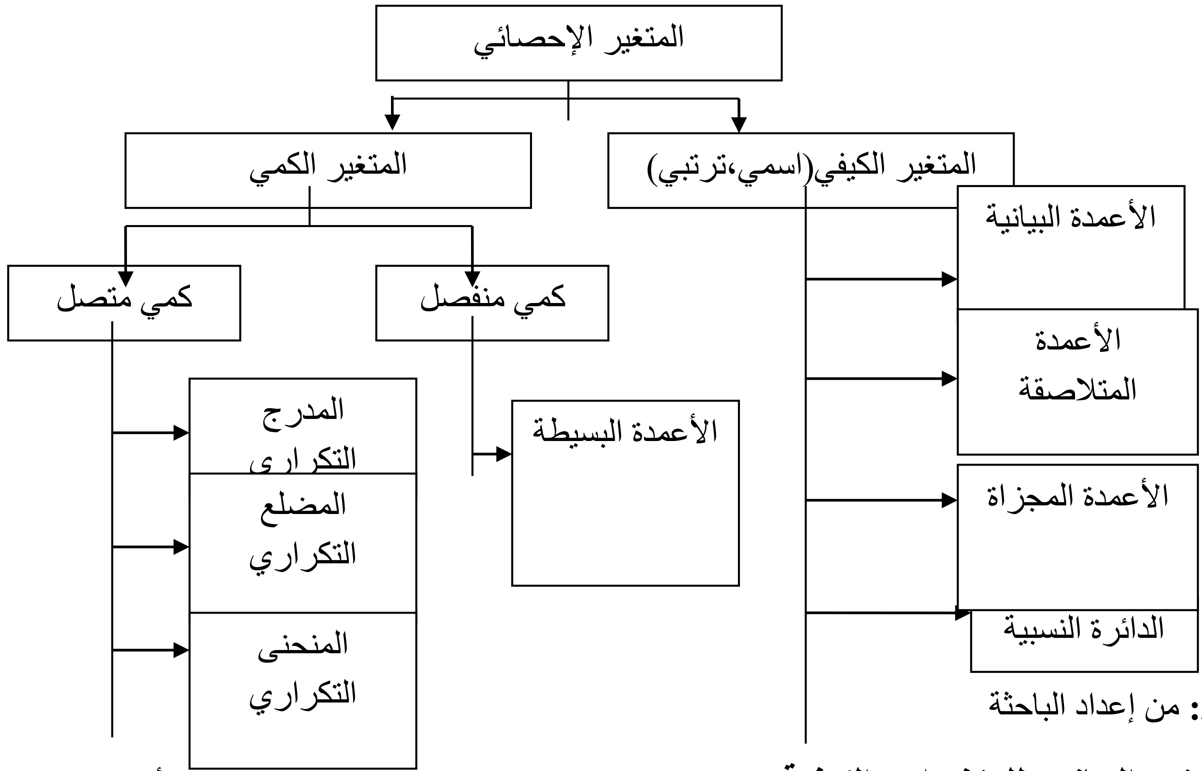
التعليق: يمكن قراءة بعض قيم التكرار المجمع النازل النسبي المئوي حسب الجدول أعلاه :

- التكرار المجمع النازل النسبي المئوي للفئة الأولى يمثل أن هناك%100 من الطلبة الذين وزنهم يساوي أو يفوق40 كغ .
- التكرار المجمع النازل النسبي المئوي للفئة الرابعة يمثل أن هناك30 % من الطلاب الذين وزنهم يساوي او يفوق70 كغ .

ثانيا: العرض البياني للبيانات الإحصائية(Graphical presentation):

لا يستطيع القارئ غير المتخصص من إدراك الجداول التكرارية و بشكل خاص إذا كانت تحتوي على معاني و مصطلحات متخصصة، لذلك يعطي الرسم البياني فكرة عامة مرئية بالعين المجردة و يكون ذلك أكثر جاذبية و أسهل فهما و استيعابا للقارئ غير المتخصص ، و التمثيل البياني للبيانات الإحصائية عبارة عن استخدام الأشكال الهندسية و الرسوم البيانية بحيث تساعد القارئ على سهولة فهم المعلومات الواردة و استيعاب قيم الظاهرة و استخلاص بعض النتائج فيها و تصورها و المقارنة بينها و تختلف طرق عرض البيانات بيانيا حسب نوع المتغير الإحصائي، و فيما يلي عرض للأشكال البيانية المختلفة:

الشكل رقم (02-01): العرض البياني حسب طبيعة المتغير الإحصائي



المصدر: من إعداد الباحثة

1-العرض البياني للمتغيرات الكيفية:اكثر العروض والتمثيلات البيانية انتشارا هي الأعمدة البيانية والدوائر النسبية.

1-1-الأعمدة البيانية (BarChart):وهي مستطيلات غير متلاصقة، تفصلها مسافاتمتساوية ، المحور الأفقي لها يمثل الظاهرة المدروسة بينما المحور العمودي يمثل التكرارات لكل مفردة داخل الظاهرة و لرسمها نتبع الخطوات التالية[1]:

1. ندرج المحور الأفقي إلى أقسام متساوية بمقياس رسم مناسب بحيث يشمل جميع البيانات و عليه فان قاعدة المستطيل تمثل صفة الظاهرة و يفضل ترك مسافة متساوية بين المستطيل و الآخر.
2. المحور العمودي فيمثل التكرارات و مقسمة بمقياس رسم مناسب بحيث كل صفة تقابلها التكرار المقابل لها.
3. نضيف المفتاح و هو مفسر للأعمدة و الأشكال.

مثال رقم (02-13):يمثل الجدول التكراري التالي المؤهلات العلمية لعينة مكونة من 40 موظف في إحدىالمؤسسات الاقتصادية الخاصة:

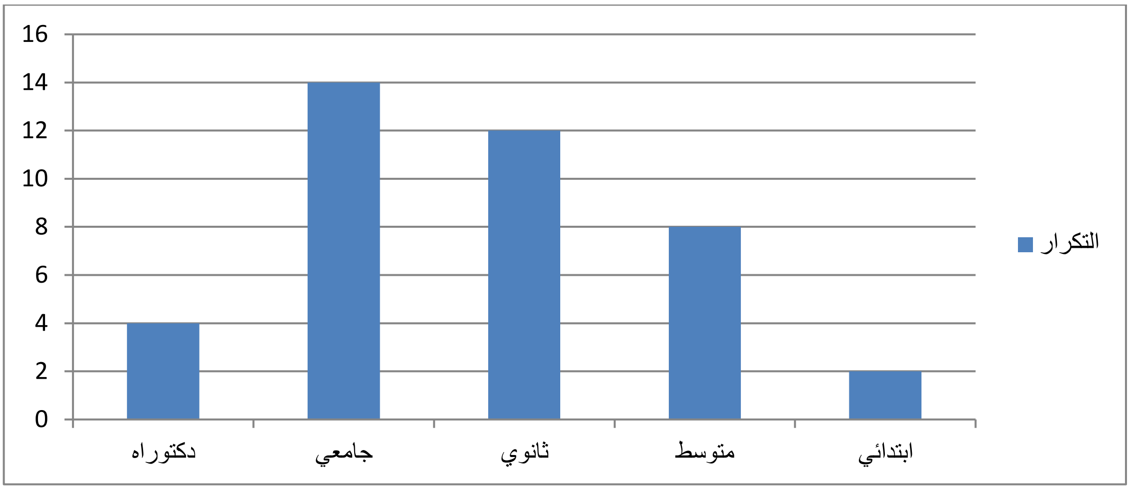
المؤهل العلمي	دكتوراه	جامعي	ثانوي	متوسط	ابتدائي
التكرار	04	14	12	08	02

[1] سهيل احمد سمحان، محمود حسين الوادي، **مبادئ الإحصاء للاقتصاد و العلوم الإدارية**، الطبعة الأولى،دار صفاء للنشر و التوزيع، عمان،2010،ص58.

المطلوب :اعرض هذه البيانات في بيان مناسب لذلك

الحل : بما أن المتغير الإحصائي في هذا المثال هو المؤهل العلميللموظفين في إحدىالمؤسسات الاقتصادية الخاصة و هو متغير كيفي وبالتالي يمكن تمثيله بالأعمدة البيانية:

الشكل رقم (02-02): أعمدة بيانية تمثل توزيع عينة من الموظفينحسب المؤهلات العلمية



2-1-الأعمدةالبيانية المتلاصقة(multiple bar graph): في بعض الأحيان ، يهتم الباحثون بفحص توزيعات أكثر من متغير في وقت واحدتستخدم الأعمدة المتلاصقة عادة إذا أردنا المقارنة بين ظاهرتين ومقارنة التطور بينهما[1]،وهي عبارة عن عمودين متلاصقين لكل قراءتين متناظرتين و كل الأعمدة الخاصة بالظاهرة الأولى تلوّن بلون خاص و الظاهرة الثانية تلون بلون مختلف حتى يمكن بسهولة المقارنة بينهما .

مثال رقم (02-14) : إذاأدخلنا على المثال السابق رقم(02-13) جنس الموظفين بالإضافة إلى مؤهل العلمي كما يمثله الجدول التالي :

المؤهل العلمي للموظفين	جنس الموظفين		المجموع
	ذكر	أنثى	
ابتدائي	01	01	02
متوسط	04	04	08
ثانوي	05	07	12
جامعي	08	06	14
دكتوراه	01	03	04
المجموع	20	20	40

المطلوب:قم بتمثيل هذه معطيات بواسطة الأعمدة المتلاصقة.

الحل:

الشكل رقم (02-03): أعمدة متلاصقة تمثل توزيع عينة من الموظفينحسب المؤهلات العلمية

[1] Timothy C. Urdan ,**statistics in plain English** , third edition ,Taylor and Frances group, NEW York,2010,p07.

1-3-الأعمدة البيانية المجزاة(segmented or stacked bar chart): هي عبارة عن أعمدة بيانية بسيطة، ولكن كل عمود منها يوضح قراءات أخرى لظاهرتين أوأكثر، حيث يكون كل جزأ في العمود متناسب مع تكراره، ويكون طول العمود كاملا ممثلا للمجموع الكليللتكرارات التي تخص الصفة الممثلة.

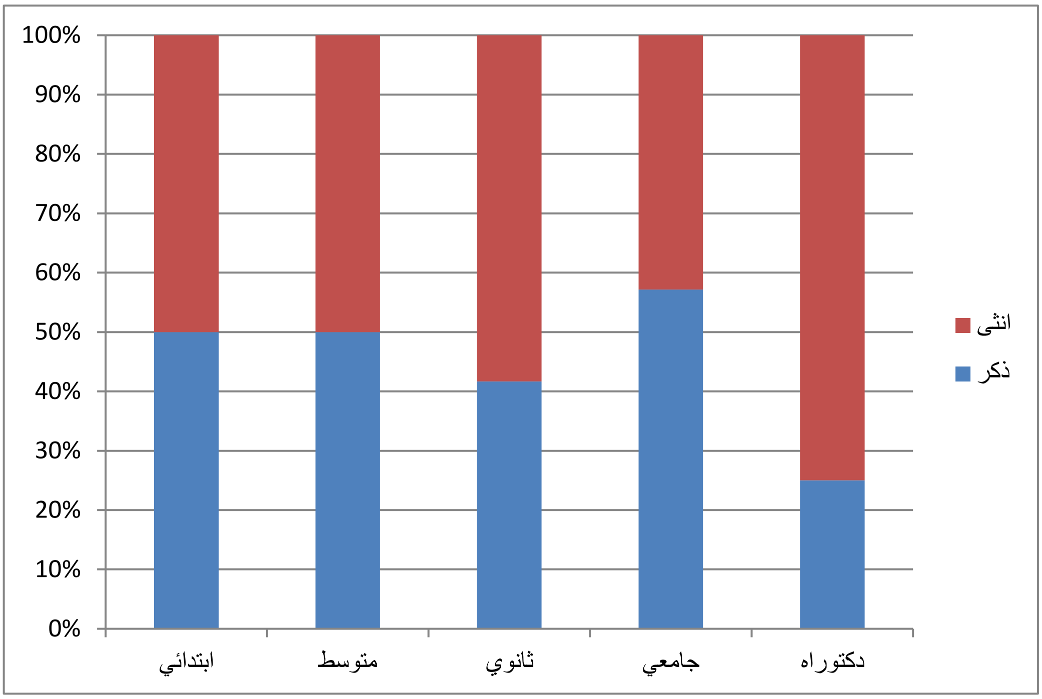
مثال رقم (02-15) : مثل الأعمدة المجزأة بالقيم المطلقة للبيانات الواردة في المثال رقم (02-14):

الشكل رقم (02-04): أعمدة مجزاة تمثل توزيع عينة من الموظفينحسب المؤهلات العلمية

ويمكن كذلك أن يتم عرض البيانات باستخدام النسب المئوية، بحيث يمثل طول كل الأعمدة الممثلة للصفات المعروضة 100%ثم يقسم كل عمود إلى أجزاء، بحيث كل جزء يتناسب مع تكرار الجزء الممثل.

مثال رقم (02-16) : مثل الأعمدة المجزأة بالنسب المئوية للبيانات الواردة في مثال رقم (02-14):

الشكل رقم (02-05):أعمدة مجزاةتمثل توزيع عينة من الموظفينحسب المؤهلات العلمية



1-4-الدوائر المجزاءة (الدائرة النسبية Pie Chart): حيث تمثل الدائرة مجموع القيم الكلية للظاهرة ، فيتم تقسيمهاإلى قطاعات جزئية وتميز تلك القطاعات عن بعضها إمابألوان مختلفة أو بظلال مختلفة من أجل ضمان الإيضاح. ويستخدم هذا النوع من الرسوم البيانية في الحالات التالية:

1-عندما يكون الهدف منها مقارنة الأجزاء المختلفة بالنسبةللمجموع الكلي لبيانات وصفية.

2-عندما تكون الأجزاء المقارنة قليلة العدد نسبياً.

3-كما يمكن استخدامها أيضاً لتوضيح التطور النسبي لأجزاألظاهرة لفترات زمنية مختلفة.

نتبع الخطوات التالية لرسم الدوائر:

1-نرسم دائرة بمقياس رسم مناسب.

2-نحسب نسبة كل فئة إلى المجموع الكلي (التكرارالنسبي)

3-يتم تحديد الزوايا لكل فئة حيث:الزاوية تساوي التكرار النسبي مضروب في 360°

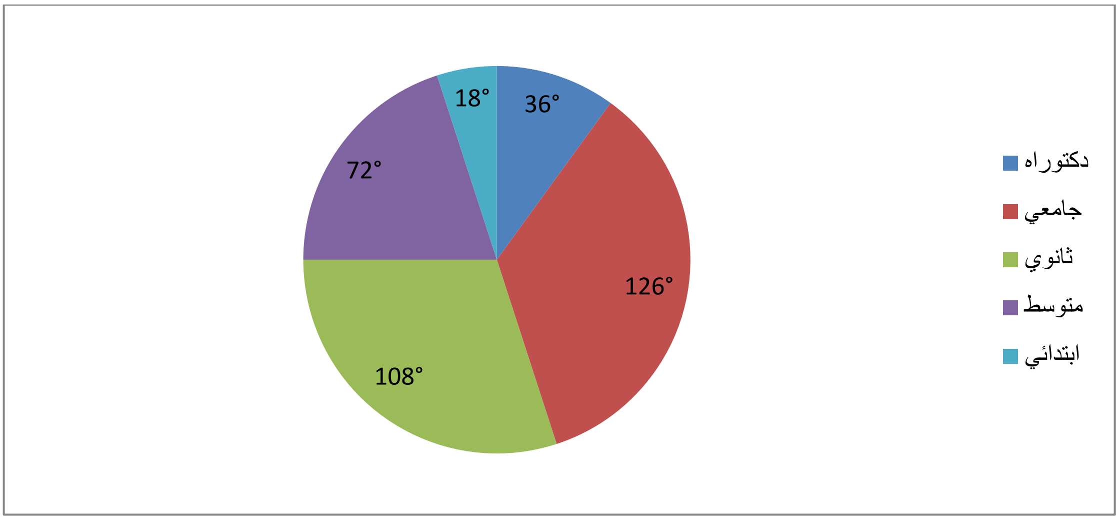
مثال رقم (02-17): مثل معطيات مثال رقم (02-13) بدائرة نسبية:

الحل: يجب حساب التكرارات النسبية ثم حساب الزوايا لكل مؤهل كما يوضحه الجدول التالي:

الجدول رقم (02-12): توزيع عينة من الموظفين حسب المؤهلات العلمية

المتغير	دكتوراه	جامعي	ثانوي	متوسط	ابتدائي	المجموع
التكرار	04	14	12	08	02	40
التكرار النسبي	$\frac{4}{40}=0.1$	0.35	0.3	0.2	0.05	1
قيس الزوايا	360*0.1=36°	126°	108°	72°	18°	360°

الشكل رقم (02-06): دائرة نسبية تمثل توزيع عينة من الموظفينحسب المؤهلات العلمية



2-العرض البياني للمتغيرات الكمية(Graphs for Quantitative data):وهنا تستخدم أنواع مختلفة للعرض البياني وهذا حسب نوعية المتغير المدروس .

2-1-العرض البياني للمتغير الكمي المنفصل(Graphs for discrete variables):وهنا يمكن استخدام الأعمدة البسيطة، و العرض البيانيللتكرارات المتجمعة الصاعدة والنازلة.

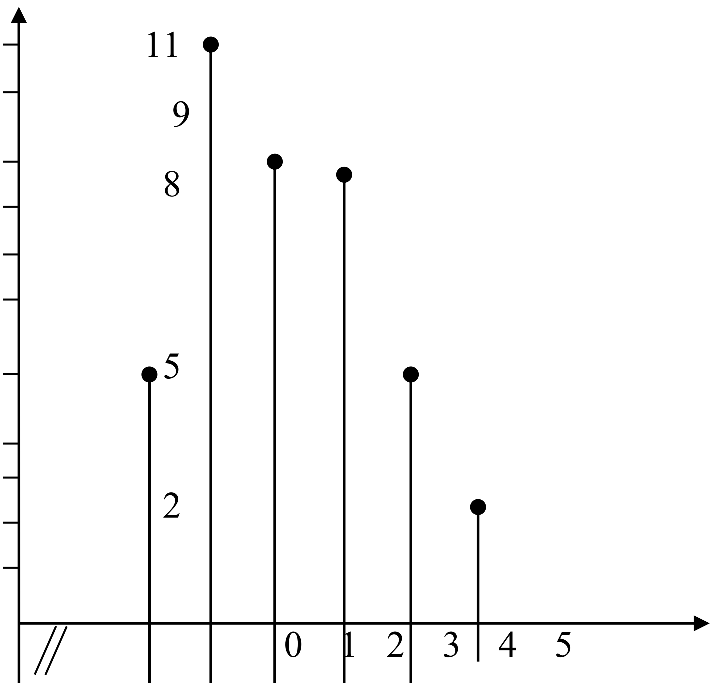
2-1-1- الأعمدة البسيطة (Simple bar chart):يعتمد هذا النوع على رسم معلم، حيث نضع على محور الفواصل المتغير، وعلى محور التراتيب نضع التكرارات المناسبة لقيم المتغير الإحصائي المنفصل، ثم نرسم خطوط عمودية مستقيمة تتناسب أطوالها مع التكرار المقابل لقيمة المتغير المدروس.

مثال رقم (02-18): أعرض بيانيا معطيات المثال رقم(02-04):

عدد الغيابات	0	1	2	3	4	5	المجموع
التكرار fi(عدد الطلبة)	05	11	09	08	05	02	40

الحل: بما أن المتغير في هذا المثال هو عدد الغيابات نوعه كمي منفصل فان العرض المناسب له هو الأعمدة البسيطة.

الشكل رقم (02-07): أعمدة بسيطة تمثلعدد غيابات 40طالباً فيمقياس الإحصاء



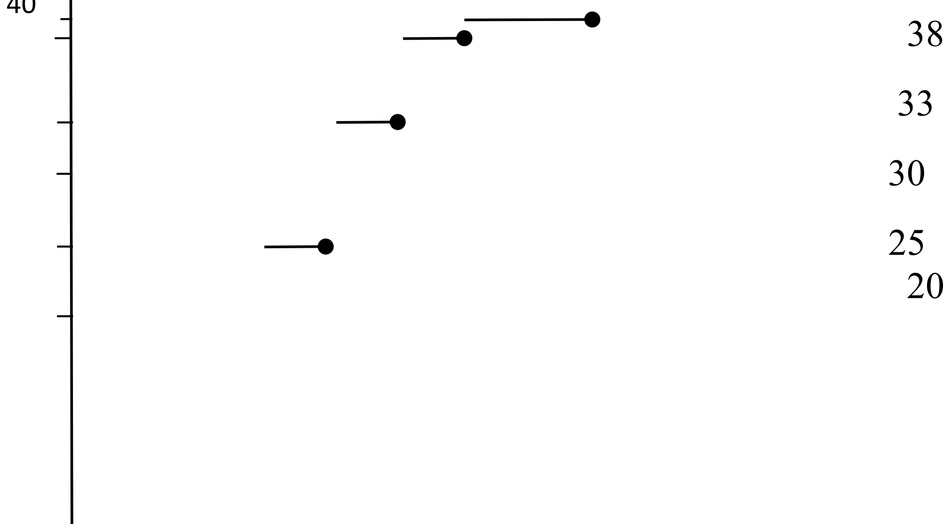
2-1-2-العرض البياني للتكرار التجميعي الصاعد والتكرار التجميعي النازل :هي قطع أفقية مستقيمة متزايدة ومتصاعدة حسب التكرار التجميعي الصاعد، ومتناقصة ونازلة حسب التكرار التجميعي النازل.

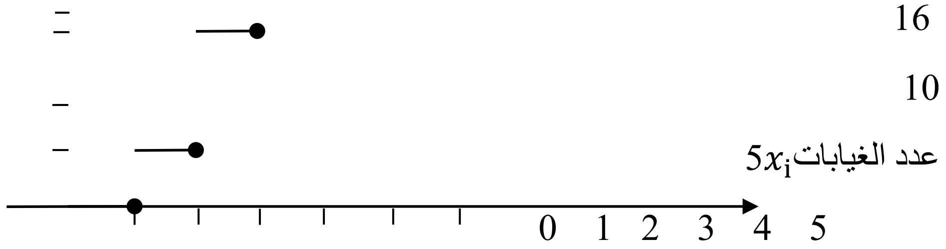
مثال رقم (02-19): مثل تكرار المجمع الصاعد و النازل بيانيا لمعطيات المثال رقم (02-04):

الجدول رقم (02-13): جدول التوزيع التكراري المجمع الصاعد و النازل

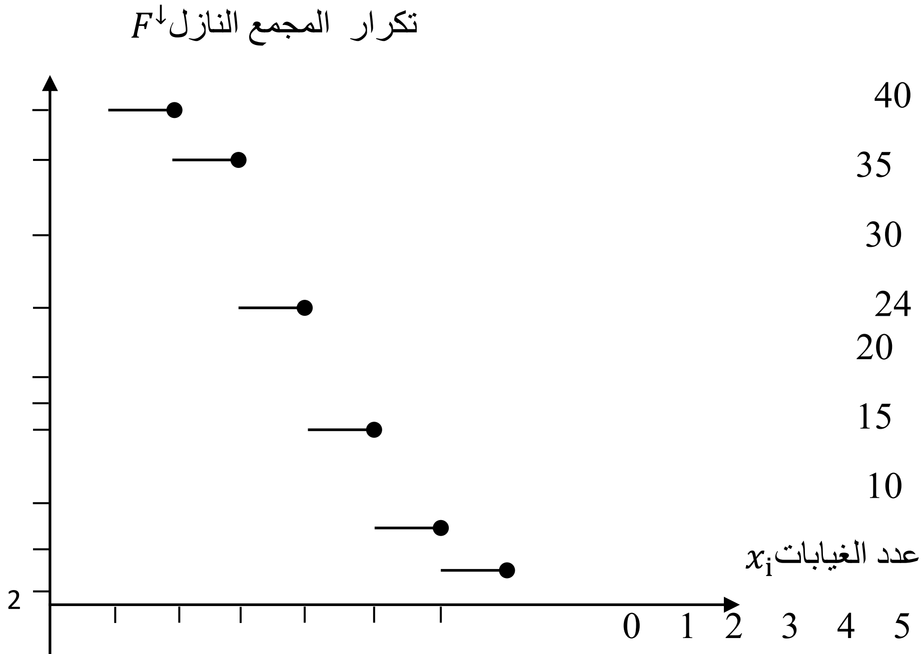
عدد الغيابات	0	1	2	3	4	5	المجموع
التكرار fi (عدد الطلبة)	05	11	09	08	05	02	40
تكرار المجمع الصاعد $F^{\uparrow}$	05	16	25	33	38	40	/
تكرار المجمع النازل $F^{\downarrow}$	40	35	24	15	07	02	/

الشكل رقم (02-08): العرض البياني لتكرار المجمع الصاعد





الشكل رقم (02-09): العرض البياني لتكرار المجمع النازل



2-2-العرض البيانيللمتغير الكمي المتصل (Graphs for continuous variables) :هنا يمكن استخدام المدرج التكراري، المضلع التكراري،المنحنى التكراري ومنحنىالتكرارات المتجمعة الصاعدة والنازلة.

2-2-1-المدرج التكراري(Histogram):نرسم المدرج التكراري على محورين متعامدين أحداهما أفقي يمثل الفئات و الثاني عمودي يمثل التكرار و تكون وحدة القياس على كل محور متناسقة مع بعضها البعض ، نرسم مستطيلات متلاصقة على الفئات قاعدتها طول الفئة و ارتفاعاته عبارة عن تكرار هذه الفئات.ولرسم المدرج التكراري هناك حالتين هما:

- فئات متساوية الطول(جدول توزيع تكراري منتظم): نرسم مستطيلات متلاصقة على الفئات قاعدتها طول الفئة و ارتفاعاته عبارة عن تكرار المطلق لهذه الفئات.فمثلا بالنسبة للفئة الأولى يكون المستطيل قاعدته تبدأ من الحد الأدنى للفئة الأولى و منتهية عند الحد الأعلى للفئة الأولى و ارتفاع المستطيل هو تكرار الفئة الأولى وهكذا لباقي المستطيلات التي تمثل باقي التكرارات[1]. ومن الملاحظ أن المساحة تحت المدرج التكراري تساوي مجموع مساحات المستطيلات والتي تساوي طول الفئة مضروبة في مجموع الارتفاعات(التكرارات).

مثال رقم(02-20):الجدول التالى يبين توزيع عينة من 100عامل فى أحد المصانع حسب فئاتالدخل الشهرى (بالآلاف دينار جزائري):

---

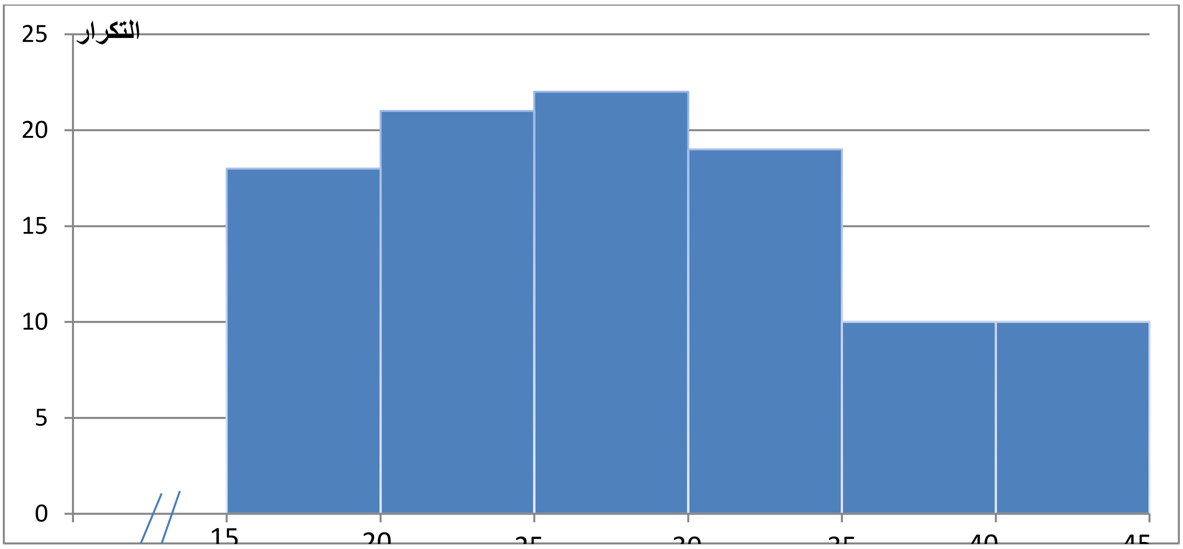
[1] محمد عبد العال النعيمي ،**الإحصاء المتقدم في دعم القرار بالتركيز على منظمات الأعمال الإنتاجية**، الطبعة الأولى،مؤسسة الوراق للنشر و التوزيع ، عمان ،2007،ص 330.

فئات الدخل	20-15	25-20	30-25	35-30	40-35	45-40	المجموع
عدد العمال	18	21	22	19	10	10	100

المطلوب: ارسم المدرج التكراري ؟

الحل: نلاحظ أننا في حالة فئات متساوية الطول وبالتالي نرسم المدرج التكراري كالتالي:

الشكل رقم (02-10):مدرج تكراريلتوزيع عينة منالعمال حسب فئاتالدخل الشهري



- فئات غير متساوية الطول (جداول توزيع تكراري غير منتظم):في هذه الحالة يلزم تعديل التكرارات قبل رسم المدرج التكراري و هناك عدة طرق لحساب التكرار المعدل و من أكثر الطرق استخداما من طرف الإحصائيينهو بقسمة تكرار كل فئة على طولها ، و بذلك نحصل على التكرار المعدل.[1]

ثم نقوم برسم المدرج التكراري وذلك بإنشاء عدد من المستطيلات قواعدها طول الفئات غير المتساوية و ارتفاعاتها التكرارات المعدلة و هذه الحالة بالذات فان مساحة كل مستطيل من تلك المستطيلات يساويطول الفئة مضروب في التكرار المعدل.

مثال رقم (02-21): بتعديل على معطيات المثال رقم (02-20) قم برسم المدرج التكراري؟

فئات الدخل	20-15	25-20	35-25	50-35	55-50	المجموع
عدد العمال	18	21	22	19	5	85

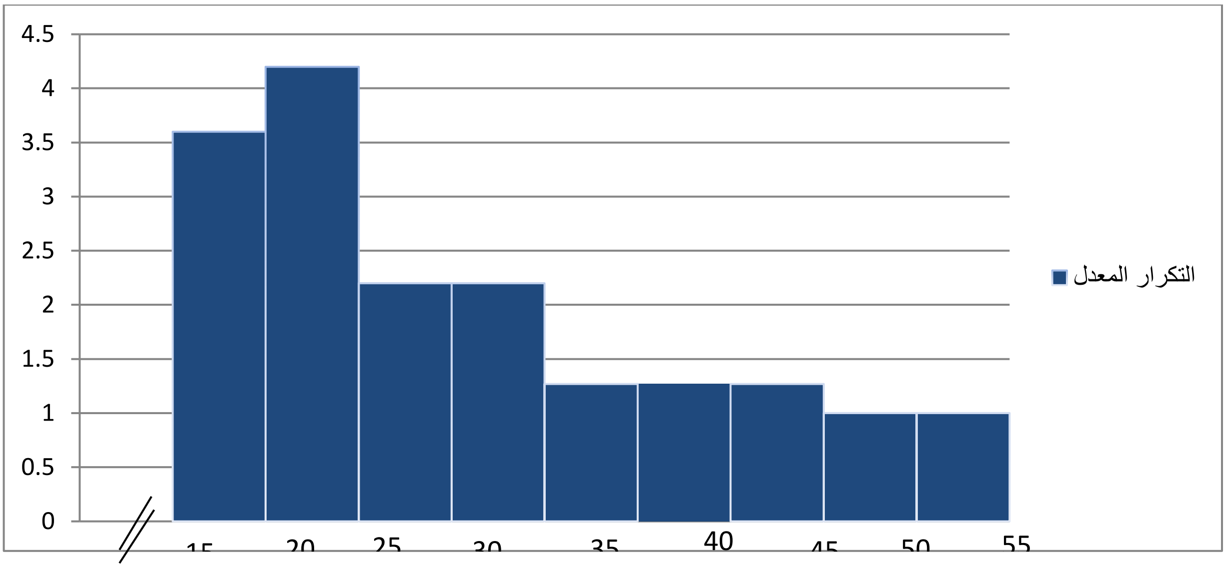
[1] صالح رشيد بطارسة ، **الإحصاء و الاحتمالات** ، الطبعة الأولى ، دار أسامة للنشر و التوزيع ، عمان،2010،ص82

الحل: نلاحظ أن الفئات غير متساوية الطول ، لذا يجب أولا تعديل التكرارات بحساب التكرار المعدل لكل فئة كالتالي:

الجدول رقم (02-14): توزيع عينة من العمال حسب فئات الدخل الشهري

فئات الدخل	20-15	25-20	35-25	50-35	55-50	المجموع
عدد العمال	18	21	22	19	5	85
طول الفئات	5	5	10	15	5	/
تكرار المعدل	$\frac{18}{5}$ =3.6	4.2	2.2	1.27	1	/

الشكل رقم (02-11): مدرج تكراري لتوزيع عينة من العمال في أحد المصانع حسب فئاتالدخل الشهري



ملاحظة :نقوم بتعديل التكرارات في حالة الفئات غير المتساوية في الحالتين التاليتين:

-عند رسم المدرج التكراري و المنحنى و المضلع التكراري؛

-عند تحديد الفئة المنوالية وحساب المنوال.

2-2-2 المضلع التكراري (Frequency Polygon): هو وسيلة أخرى لتمثيل التوزيع التكراري بيانيا ويمكن رسمه بإحدى الطريقتين:

- **الطريقة الأولى (المضلع التكراري على المدرج التكراري) :** إذا كان المدرج التكراري معلوم ،ويتم ذلك بتحديد منتصفات القواعد العليا لمستطيلات المدرج ثم نصل بين هذه النقط بمستقيمات ورسم فئة قبل الأولى تكرارها صفر و هي نقطة بداية المضلع وفئة بعد الأخيرة تكرارها صفر و هي نقطة نهاية المضلع.
- **الطريقة الثانية (المضلع التكراري خارج المدرج التكراري):** وهو عبارة عن رسم بياني مكون من محورين،المحور الأفقي يمثلمراكز الفئات والمحور العمودي يمثل التكرار(التكرار المطلق في حالة فئات متساوية الطول و التكرار المعدل في حالة فئات غير متساوية الطول)، يتم رسم المضلعالتكراري برسم نقاط فوق كل مركز فئة، ارتفاع النقطة عن مركزالفئة عبارة عن تكرار تلك الفئة، وبعد رسم جميع النقاط يتم توصيلها بخطوط مستقيمة ومن ثم غلق المضلع التكراري لكي

تكون المساحة تحت المضلع التكراري مساوية لمساحات المستطيلات في المدرج التكراري و ذلك بإضافة فئة سابقة وفئة لاحقة و تكرار كل منها صفر.

مثال رقم (02-22) : ارسم المضلع التكراري خارج المدرج لمعطيات المثال رقم(02-20)؟

الحل:

الجدول رقم (02-15): توزيع عينة من العمال حجمها 100 عامل حسب فئات الدخل الشهري

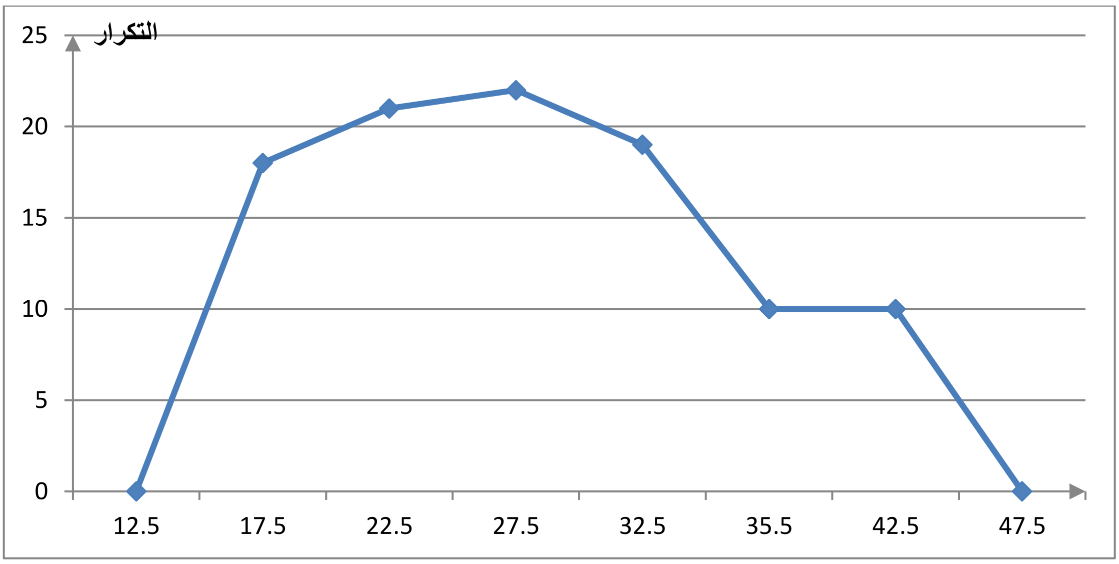
فئات الدخل	20-15	25-20	30-25	35-30	40-35	45-40	المجموع
التكرار fi	18	21	22	19	10	10	100
مراكز الفئات x_i	17.5	22.5	27.5	32.5	37.5	42.5	/

❖ يجب إضافة فئتين افتراضيتين:

- فئة افتراضية في الأول وهي الفئة10-15 مركزها 12.5 و هذا المركز هو نقطة انطلاق المضلع التكراري.

- فئة افتراضية في الأخير وهي الفئة45-50 مركزها 47.5 و هذا المركز هو نقطة نهاية المضلع التكراري.

الشكل رقم (02-12):المضلع التكراريلتوزيع عينة منالعمال حسب فئاتالدخل الشهري



مثال رقم (02-23): ارسم المضلع التكراري على و خارج المدرج لمعطيات المثال رقم(02-21)؟

الحل : فئات غير متساوية الطول يجب أولا حساب التكرار المعدل لكل فئة كالأتي:

الجدول رقم (02-16): توزيع عينة من العمال حجمها 85 عامل حسب فئات الدخل الشهري

فئات الدخل	20-15	25-20	35-25	50-35	55-50	المجموع
عدد العمال	18	21	22	19	5	85
طول الفئات	5	5	10	15	5	/
تكرار المعدل	$\frac{18}{5}$ =3.6	4.2	2.2	1.27	1	/

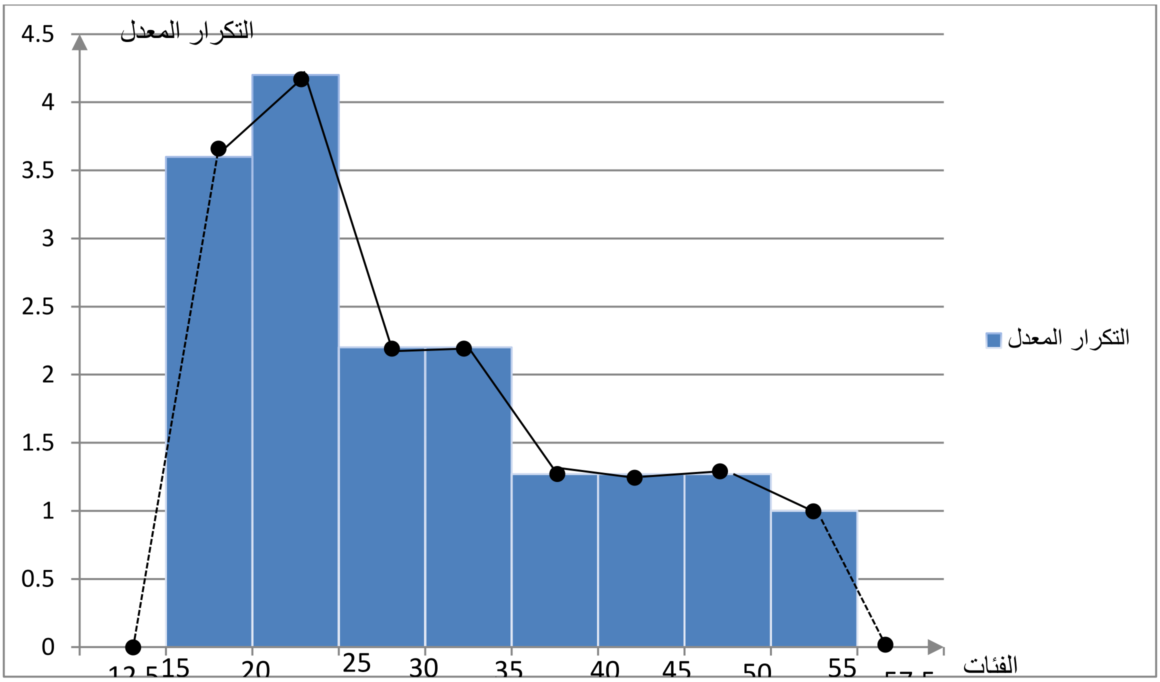
❖ يجب إضافة فئتين افتراضيتين:

- فئة افتراضية في الأول وهي الفئة10-15 مركزها 12.5 و هذا المركز هو نقطة انطلاق المضلع التكراري.

- فئة افتراضية في الأخير وهي الفئة55-60 مركزها 57.5 و هذا المركز هو نقطة نهاية المضلع التكراري.

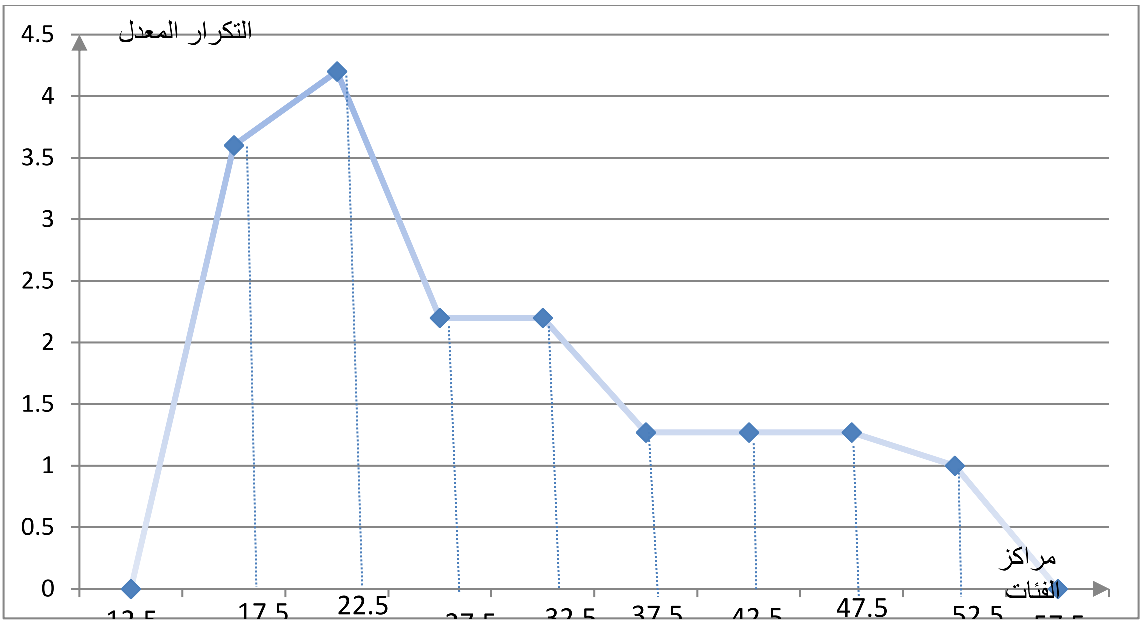
المضلع التكراري على المدرج التكراري:

الشكل رقم (02-13):مدرج و مضلع تكراريمثلان توزيع عينة منالعمال حسب فئاتالدخل الشهري



المضلع التكراري خارج المدرج التكراري:

الشكل رقم (02-14):مضلعتكراريمثل توزيع عينة منالعمال حسب فئاتالدخل الشهري



2-2-3-المنحنى التكراري(Frequency Curve): يرسم المنحني التكراري على محورين متعامدين، الأفقي يمثل مراكز الفئات والعمودي يمثل التكرارات، ويتمرسم النقاط كما اتبع في المضلع التكراري، ويرسم المنحني التكراري باليد كي يأخذ شكل منحني انسيابي،حتى لو لزم الأمر عدم المرور في بعض النقاط. ومن ثم غلق المنحنى التكراري لكي تكون المساحة تحت المنحنى التكراري مساوية لمساحات المستطيلات في المدرج التكراري، و ذلك بإضافة فئة سابقة وفئة لاحقة و تكرار كل منها صفر.

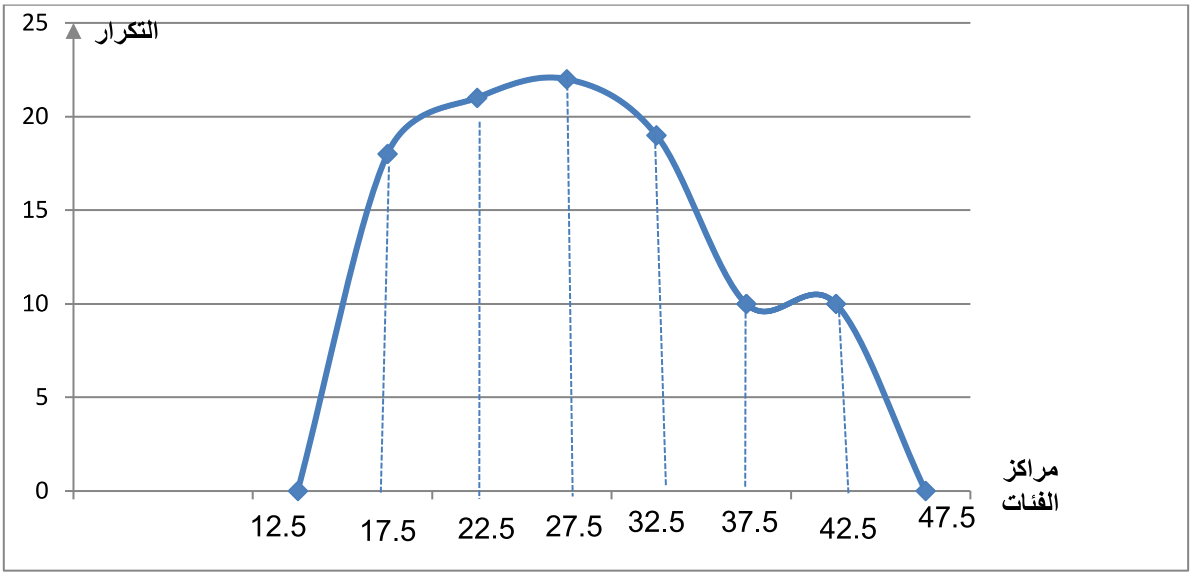
مثال رقم (02-24): ارسم المنحنى التكراري لمعطيات المثال رقم(02-20)؟

الحل :يجب إضافة فئتين افتراضيتين:

- فئة افتراضية في الأول وهي الفئة10-15 مركزها 12.5 و هذا المركز هو نقطة انطلاق المنحنى التكراري.

- فئة افتراضية في الأخير وهي الفئة45-50 مركزها 47.5 و هذا المركز هو نقطة نهاية المنحنى التكراري.

الشكل رقم (02-15):منحنى التكراري يمثل توزيع عينة منالعمال حسب فئاتالدخل الشهري



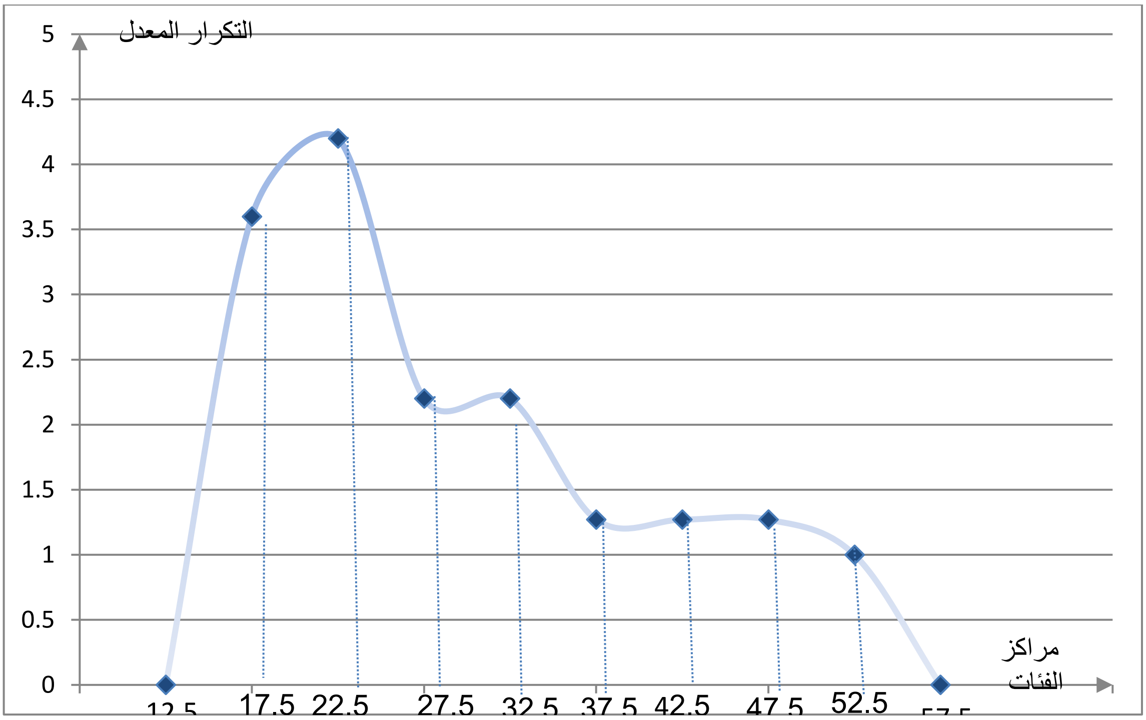
مثال رقم (02-25): ارسم المنحنى التكراري لمعطيات المثال رقم(02-21)؟

الحل :يجب إضافة فئتين افتراضيتين:

- فئة افتراضية في الأول وهي الفئة10-15 مركزها 12.5 و هذا المركز هو نقطة انطلاق المنحنى التكراري.

- فئة افتراضية في الأخير وهي الفئة55-60 مركزها 57.5 و هذا المركز هو نقطة نهاية المنحنى التكراري.

الشكل رقم (02-16):منحنى تكراري يمثل توزيع عينة منالعمال حسب فئاتالدخل الشهري



ملاحظة:

كذلك المنحنى التكراري يمكن تمثيلهعلى المدرج التكراري بنفس الطريقة التي مثلنا فيها المضلع التكراري على المدرج الفرق الوحيد هو أننا نقوم بإيصال النقاط باستعمال اليد.

4-2-2-المنحنى المتجمع الصاعد (less thanogive):نرسم محورين متعامدين و تخصص المحور الأفقي للحدود العليا للفئات ، والمحور الرأسيللتكرارات المتجمعة الصاعدة، ثم نحدد النقاط على الشكل بحيث تكون الإحداثيات السينية للنقاط هيالحدود العليا للفئات و الإحداثيات الصادية لها هي التكرارات المتجمعة الصاعدة المناظرةلتلك الفئات.

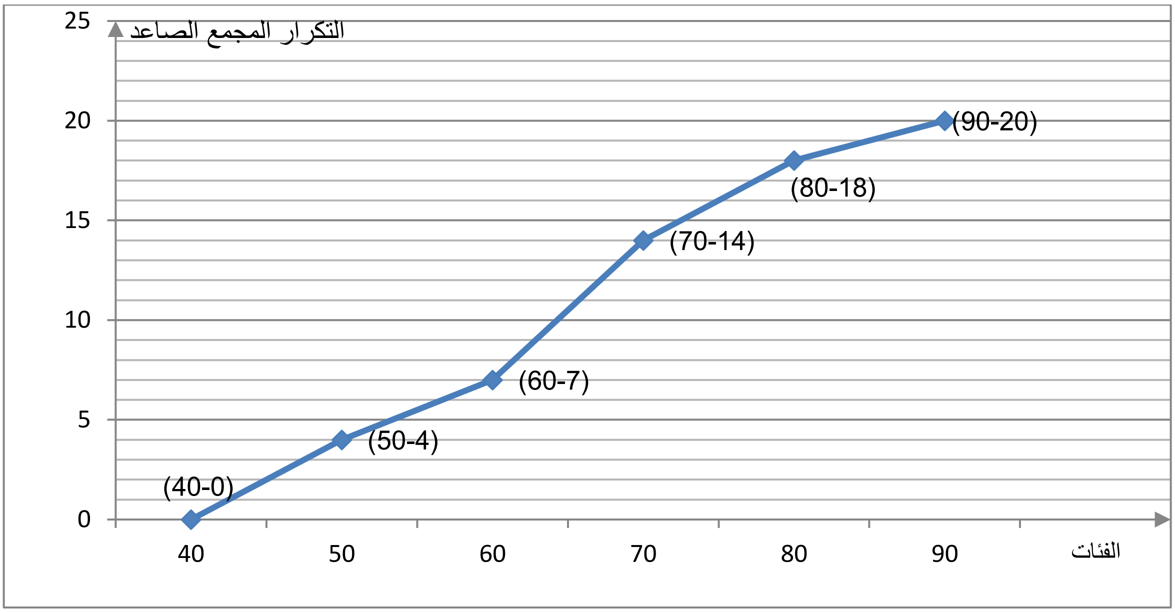
مثال رقم (26-02): ارسم منحنى تكرار المجمع الصاعد لمعطيات المثال رقم(2-20):

الجدول رقم (17-02): جدول التوزيع التكراري المجمع الصاعد

الفئات	التكرار fi	التكرار المجمع الصاعد $F^{\uparrow}$
50-40	4	4
60-50	3	7
70-60	7	14
80-70	4	18
90-80	2	20
المجموع	20	/

الحل : نرسم منحنى المجمع الصاعد بتوصيل بين إحداثيات الحدود الأعلى للفئات و التكرار المجمع الصاعد المقابل لها ،فمثلا بالنسبة للفئة الأولى نقوم بتحديد نقطة في المعلم إحداثياتها (50،4) التي تمثل الحد الأعلى للفئة الأولى "50" مع التكرار المجمع الصاعد للفئة الأولى" 4 " وهذا مع كل الفئات ثم نقوم بتوصيل بين هذه النقاط برسم منحنى باليد، و ينطلق هذا المنحنى من نقطة إحداثياتها(40،0)تمثل الحد الأدنى للفئة الأولى بتكرار مجمع صاعد معدوم .

الشكل رقم (17-02): منحنى تكرار المجمع الصاعدلأوزان عينة من الطلبة حجمها20 طالبا



2-2-5-المنحنى المتجمع النازل(more thanogive): نرسم محورين متعامدين و نخصص المحور الأفقي للحدود الدنيا للفئات ، والمحور الرأسيللتكرارات المتجمعة النازلة، ثم نحدد النقاط على الشكل بحيث تكون الإحداثيات السينية للنقاط هيالحدود الدنيا للفئات و الإحداثيات الصادية لها هي التكرارات المتجمعة النازلة المناظرةلتلك الفئات.

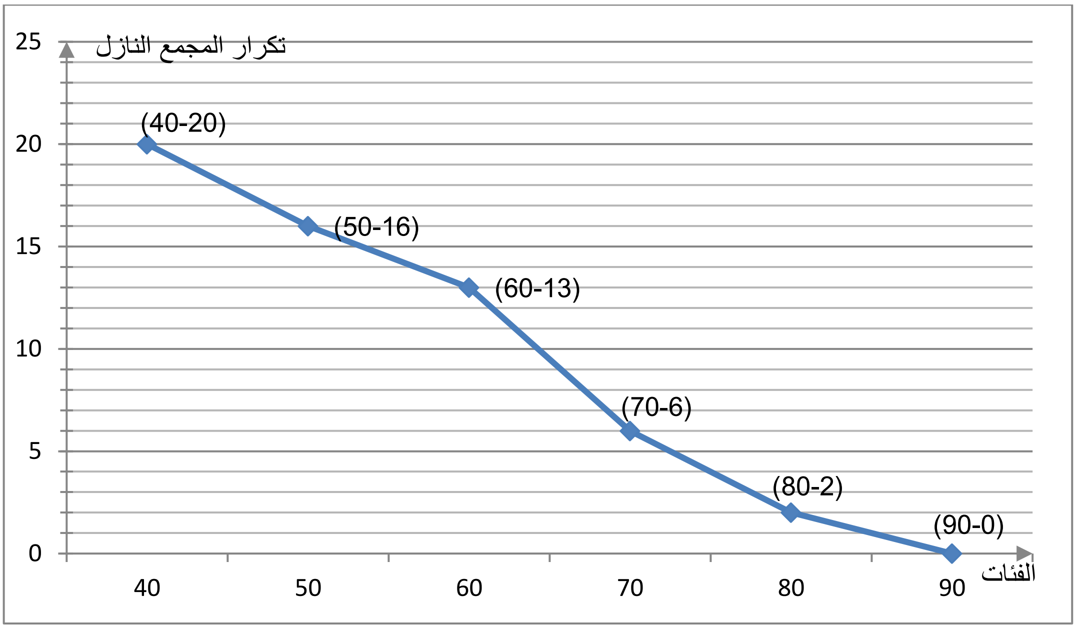
مثال رقم (02-27): ارسم منحنى تكرار المجمع النازل لمعطيات المثال رقم(02-20):

الجدول رقم (02-18): جدول التوزيع التكراري المجمع النازل

الفئات	التكرار fi	التكرار المجمع النازل $F^{\downarrow}$
50-40	4	20
60-50	3	16
70-60	7	13
80-70	4	6
90-80	2	2
المجموع	20	/

الحل : نرسم منحنى المجمع النازل بتوصيل بين إحداثيات الحدود الدنيا للفئات و التكرار المجمع النازل المقابل لها ،فمثلا بالنسبة للفئة الأولى نقوم بتحديد نقطة في المعلم إحداثياتها (40،20) التي تمثل الحد الأدنى للفئة الأولى "40" مع التكرار المجمع النازل للفئة الأولى" 20 " و هذا مع كل الفئات ثم نقوم بتوصيل بين هذه النقاط برسم منحنى باليد، و ينتهي هذا المنحنى في نقطة إحداثياتها(90،0)تمثل الحد الأعلى للفئة الأخيرة مع تكرار مجمع نازل معدوم .

الشكل رقم (02-18): منحنى تكرار المجمع النازللأوزان عينة من الطلبة حجمها20 طالبا



تمارين الفصل الثاني:

التمرين الأول : البيانات التالية توضح فصيلة الدم لمجموعة من اللاعبينبفريق كرة القدم:

A, B, B+, B, O, A+, O+, B, O, B+ , A+

المطلوب: حدد المتغير الإحصائي و نوعه ،كون جدول التوزيع التكراري ومثله بيانيا.

الحل:

1- **المتغير الإحصائي:** فصائل الدم لمجموعة من اللاعبينبفريق كرة القدم **نوعه :** كيفي

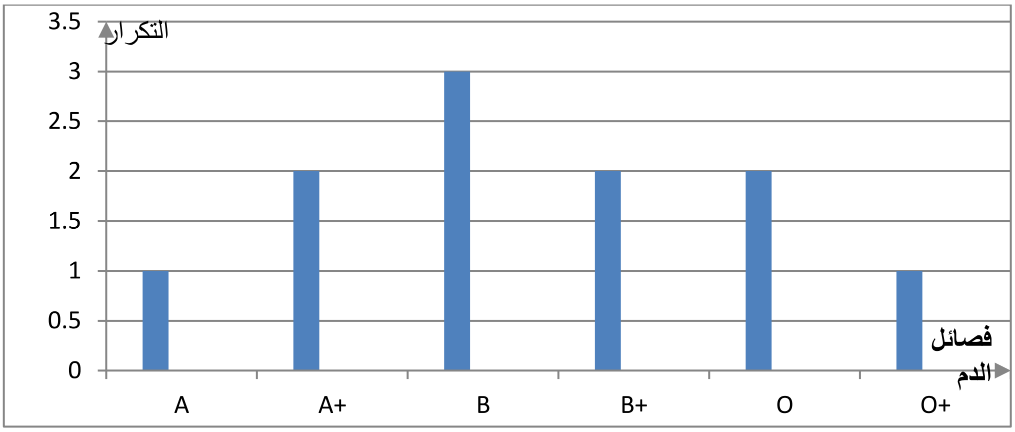
2- **جدول التوزيع التكراري:**

توزيع مجموعة من اللاعبينبفريق كرة القدم حسبفصيلة الدم

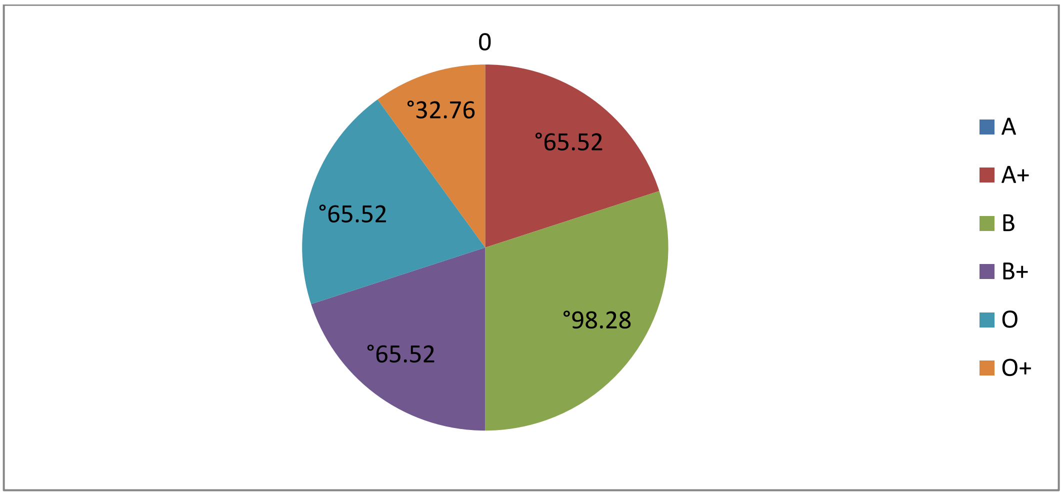
المتغير	A	A+	B	B+	O	O+	المجموع
التكرار	01	02	03	02	02	01	11
التكرار النسبي	$\frac{1}{11} = 0.091$	$\frac{2}{11} = 0.182$	0.273	0.182	0.182	0.091	1
حساب الزوايا	$\frac{1}{11} * 360 = 32.76°$	65.52°	°98.28	°65.52	°65.52	32.76°	°360

3- **التمثيل البياني لجدول التوزيع التكراري:** بما أن المتغير كيفي يتم تمثيله بالأعمدة البيانية و الدائرة النسبية.

أعمدة بيانيةتمثل فصيلة الدم لمجموعة من اللاعبينبفريق كرة القدم



دائرة نسبية تمثل فصيلة الدم لمجموعة من اللاعبينبفريق كرة القدم



التمرين الثاني : لدينا عينة عشوائية تتكون من 40 عامل من عمال احد المؤسسات الاقتصادية موزعين حسب عدد الأطفال لكل منهم كمايلي:

2،1،1،3،5،1،3،3،3،5،0،2،2،2،2،1،1،3،5،5،4،2،2،0،1،2،3،3،5،4،0،0،5،4،4،4،0،0،1،1.

المطلوب: ماهو المتغير الإحصائي؟ وماهو نوعه؟

-كون جدول التوزيع التكراريمشتملاً على التوزيع التكراري النسبي و المئوي، التكرارالتجميعي الصاعد و النازل.

- مثل جدول التوزيع التكراري بالتمثيل المناسب.

-مثل منحنىالتكرار التجميعي الصاعد و النازل.

الحل:

1- **المتغير الإحصائي:** عدد الأطفال **نوعه:** كمي منفصل

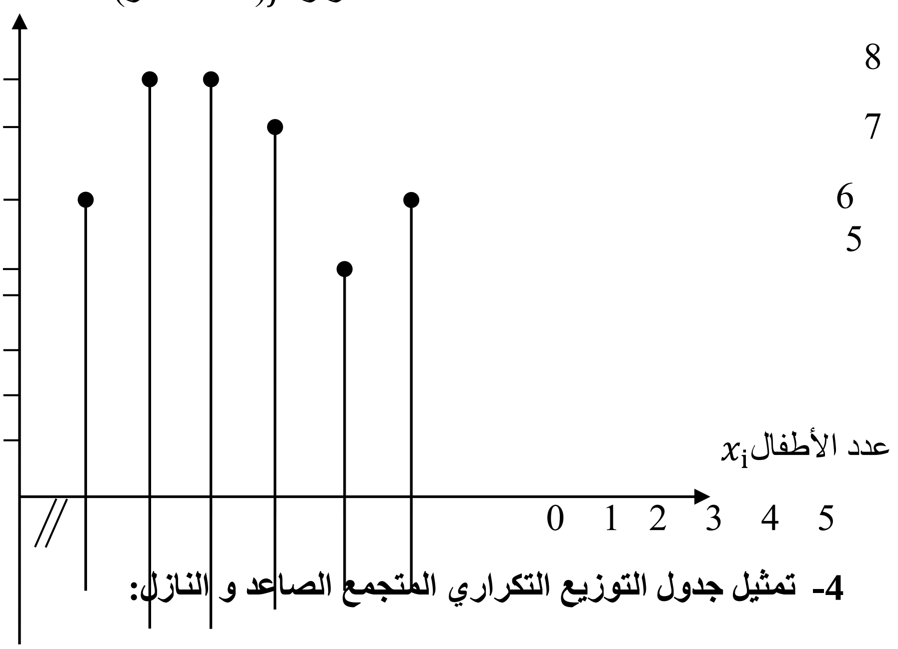
2- **جدول التوزيع التكراري :** يتم ترتيب عدد الأطفال تصاعديا ثم وضع هذه البيانات في العمود الأول من الجدول،ثمقيم التكرار في العمود الثاني.

توزيع عينة من عمال احد المؤسسات الاقتصادية حسب عدد الأطفال

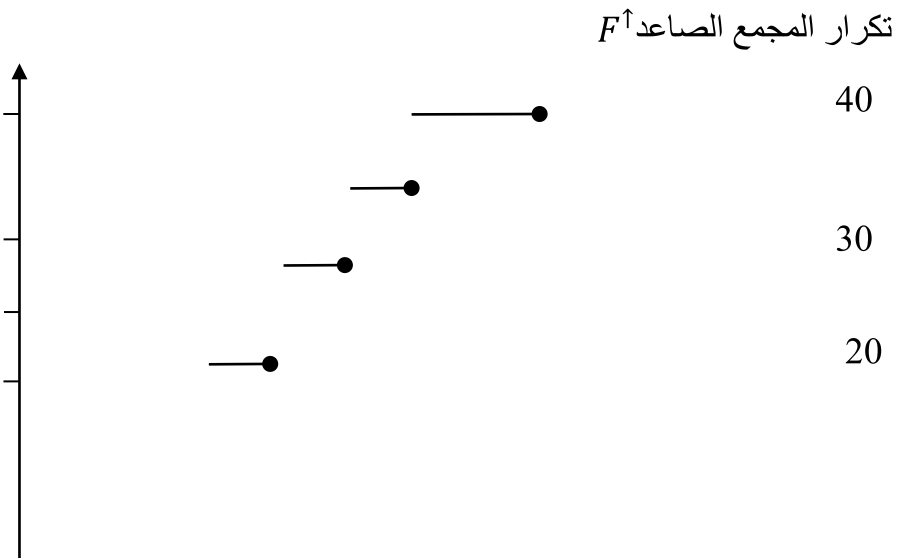
عدد الأطفال x_i	التكرار fi (عدد الأسر)	التكرار النسبي fr	التكرار النسبي المئوي $fr\%$	تكرار المجمع الصاعد $F^{\uparrow}$	تكرار المجمع النازل $F^{\downarrow}$
0	06	0.15	15	06	40
1	08	0.2	20	14	34
2	08	0.2	20	22	26
3	07	0.175	17.5	29	18
4	05	0.125	12.5	34	11
5	06	0.15	15	40	06
المجموع	40	1	100	/	/

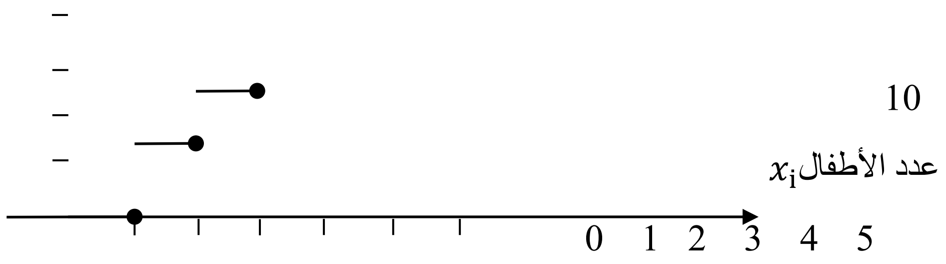
3- **تمثيل جدول التوزيع التكراري:** بما أن المتغير كمي منفصل يتم تمثيله بالأعمدة البسيطة

أعمدة بسيطة تمثل عدد الأطفال لعينة من عمال إحدى المؤسسات الاقتصادية

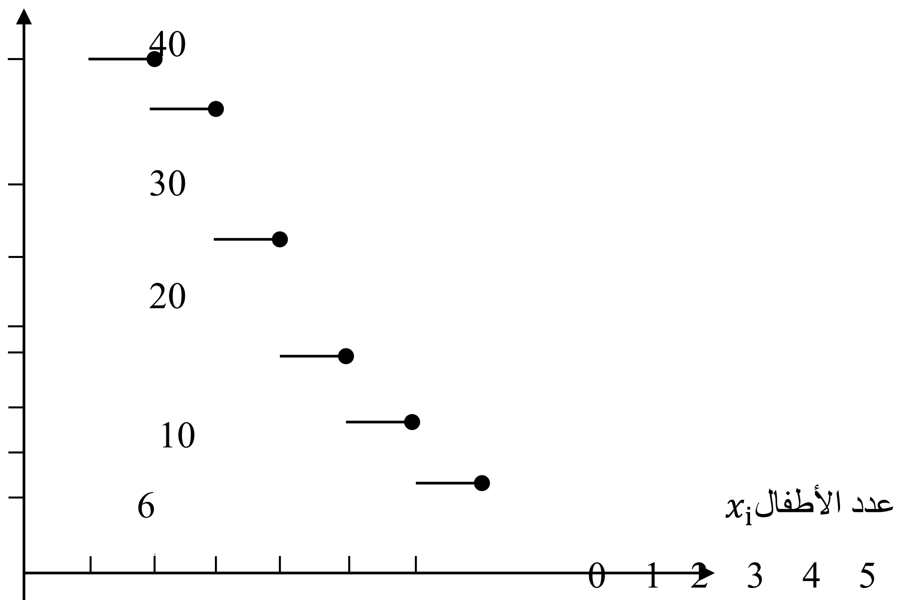


4- **تمثيل جدول التوزيع التكراري المتجمع الصاعد و النازل:**





تكرار المجمع النازل $F^{\downarrow}$



التمرين الثالث: سجلت أطوال أربعين طالبا فكانت كما يلي(الوحدة سنتيمترات):

131 153 138 152 145 149 147 143
155 164 134 152 144 123 145 142
174 146 155 135 155 165 131 127
168 166 148 145 144 141 157 129
158 138 147 162 $\overbrace{\mathbf{176}}^{X_{Max}}$ 135 $\overbrace{\mathbf{119}}^{X_{Min}}$ 140

المطلوب:- ماهو المتغير الإحصائي؟ و ماهو نوعه؟،كون جدول التوزيع التكراري،احسب التكرار النسبي و التكرار النسبي المئوي،ارسم المدرج التكراري و المضلع التكراري خارج المدرج التكراري،كّون الجدول التكراريالتجميعي الصاعد و النازل، وارسم المنحنى التجميعي الصاعد و النازل

الحل:

1- **المتغير الإحصائي:** أطوال الطلبة **نوعه:** كمي متصل
2- **تكوين جدول التوزيع التكراري:** يتم إتباع الخطوات التالية لإيجاد الجدول التكراري:

1-تحديدطولالفئة:

- **المدى:**

$$R = X_{Max} - X_{Min} = 176 - 119 = 57\text{cm}$$

- **عدد الفئات :**

طريقة ستورجس:	طريقة يول:
$K = 1 + 3.322\text{Log}40 = 6.32 \simeq 6$	$K = 2.5 * \sqrt[4]{40} = 2.5 * 2.51 = 6.28 \approx 6$

ومنه طول الفئة يساوي:

$$C=\frac{R}{K}=\frac{XMax-XMin}{1+1.322\text{LogN}}=\frac{176-119}{1+3.322log40}=\frac{57}{6.322}=9.5\simeq10$$

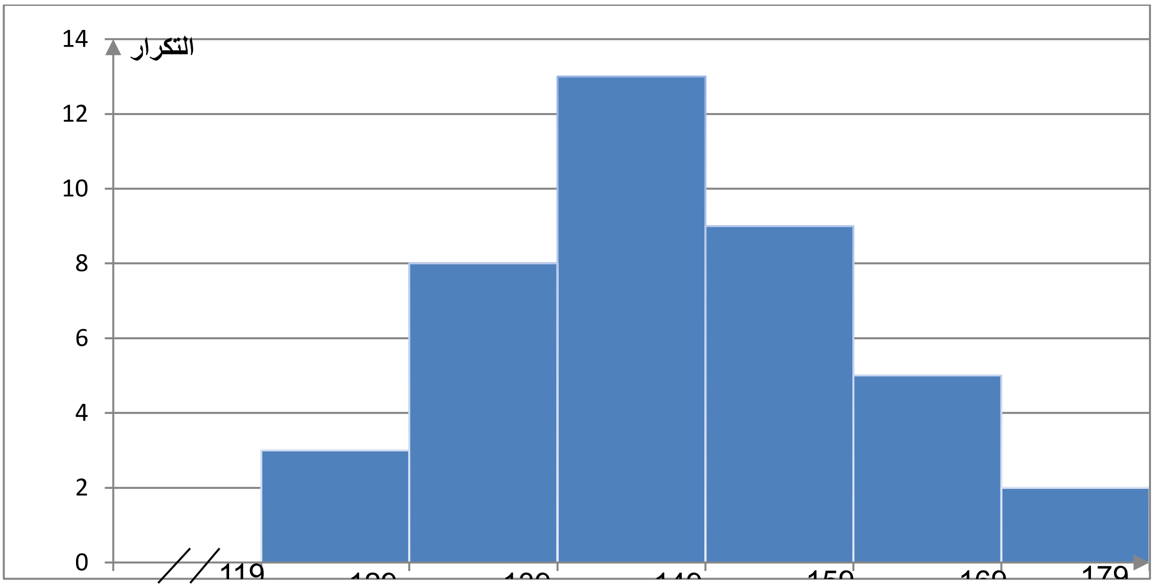
2 -**كتابةحدودالفئات:**نبدأكتابةحدودالفئةالأولىفيجدولالتوزيعالتكراريمنأصغرقيمةفيالبيانات (119)
وهيتمثلالحدالأدنىللفئةالأولى ،ونضيفلهاطولالفئة (C =10) لنتحصلعلى الحدالأعلىللفئةالأولى
وبالتاليتكونالفئةالأولىهي– 119[
[129وهكذاتواليكمعالفئةالمواليةحيثيصبححدهاالأدنىهوالحدالأعلىللفئةالسابق (129)
وحدهاالأعلىهو 139=10+129،وبإضافةكلمرةطولالفئة (C =3) نحصلعلىفئةجديدةإلىأننكملعددالفئات K
ونغطيجميعالبياناتالموجودة.

3-وضعجدولالتوزيعالتكراري :بعدتفريغالبياناتيصبحالجدولكمايلي:

الفئات	مراكز الفئات xi	التكرار fi	التكرار النسبي fr	التكرار النسبي المئوي $fr\%$	تكرار المجمع الصاعد	تكرار المجمع النازل
129-119	124	03	0.075	7.5	03	40
139-129	134	08	0.2	20	11	37
149-139	144	13	0.325	32.5	24	29
159-149	154	09	0.225	22.5	33	16
169-159	164	05	0.125	12.5	38	07
179-169	174	02	0.05	5	40	02
المجموع	/	40	1	100	/	/

3- رسم المدرج التكراري و المضلع التكراري:

مدرج تكراري لأطوال عينة من الطلاب حجمها40 طالب

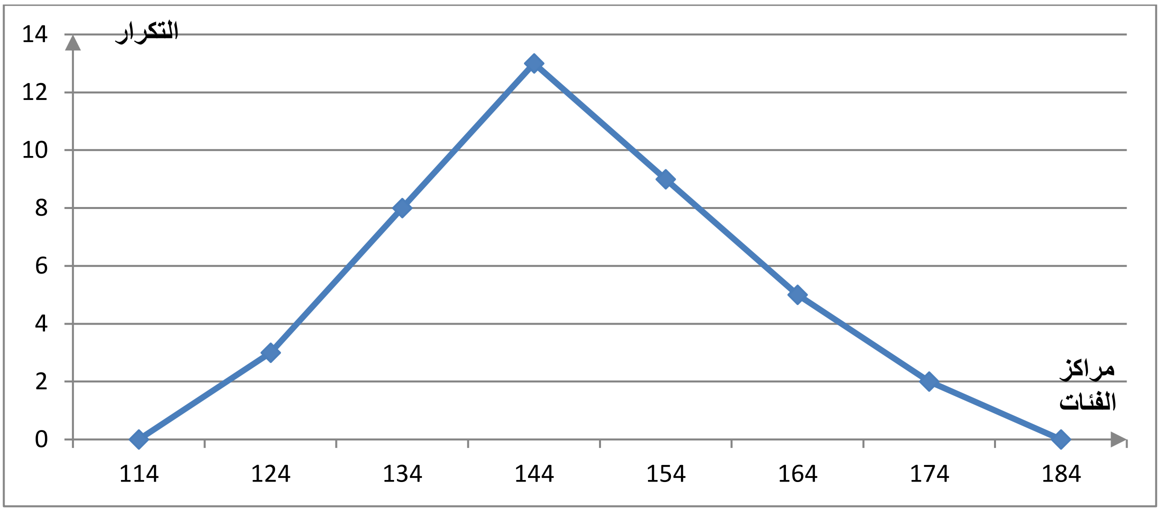


- **رسم المضلع التكراري:** نضيف فئتين افتراضيتين في الأول و في الأخير:

الفئة الأولى :109-119 مركزها 114(نقطة انطلاق المضلع)

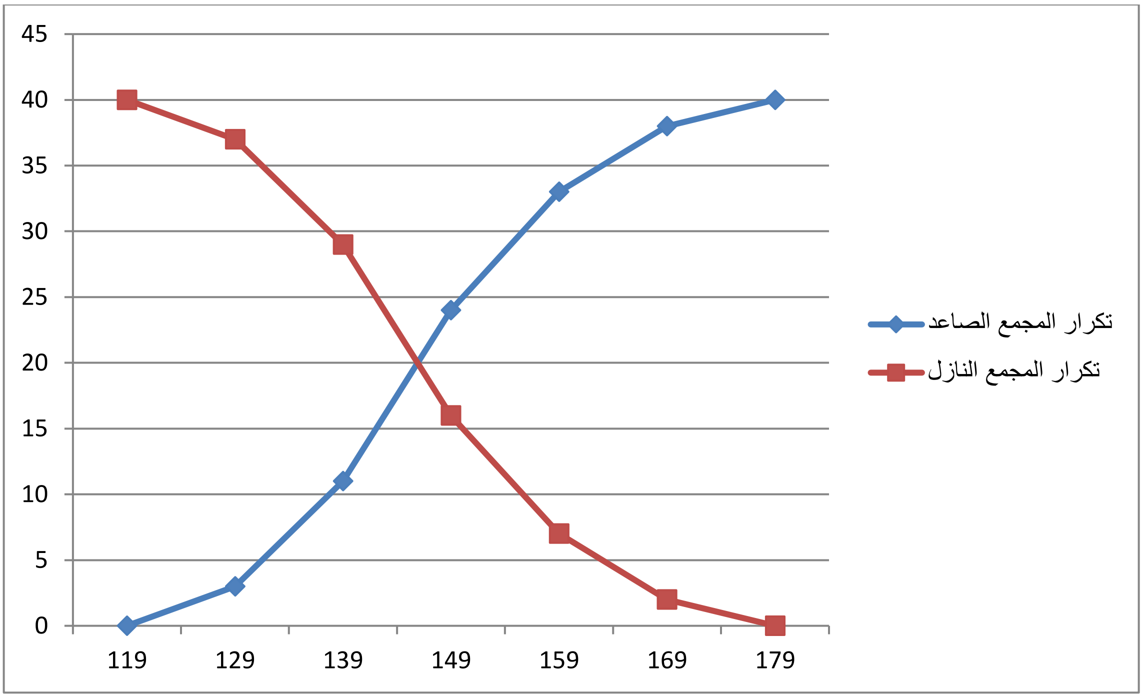
الفئة الأخيرة :179-189 مركزها 184(نقطة نهاية المضلع)

مضلع تكراري لأطوال عينة من الطلاب حجمها40 طالب



4- رسم منحنى التكرار المجمع الصاعد و النازل :

منحنى التكرار المجمع الصاعد و النازل يمثل أطوال عينة من الطلاب حجمها 40 طالب



الفصل الثالث:

مقاييس النزعة المركزية

measures of Central Tendency

أولا :الوسط الحسابي

ثانيا: الوسيط

ثالثا: المنوال

رابعا : الوسط الهندسي

خامسا: الوسط التوافقي

سادسا :الوسط التربيعي

سابعا :مشتقات الوسيط

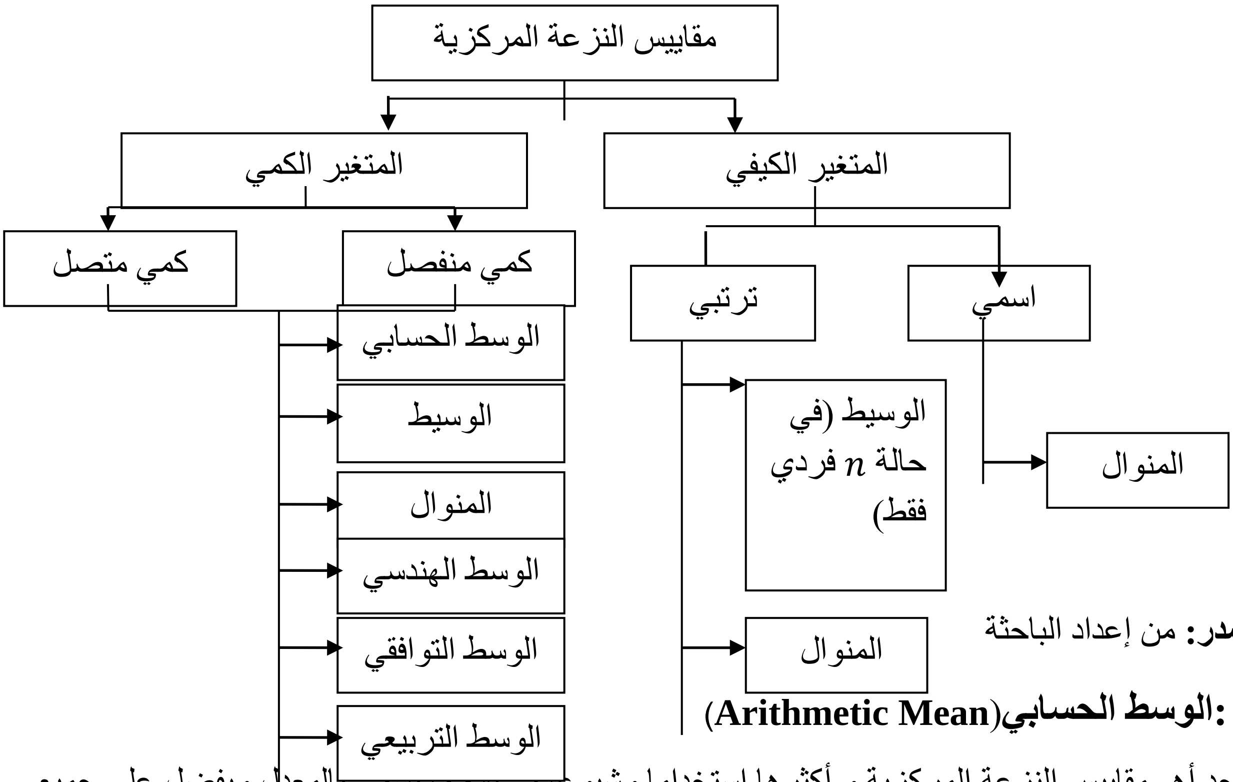
ثامنا : العلاقة بين مقاييس النزعة المركزية

تمارين الفصل الثالث

تمهيد:

بعد تجميع البيانات و ائص الأساسية لها
و التي يمكن التعبير لان تتجمع مفردات
الكثير من التوزيعات ي نزعة المفردات
المختلفة للتجمع حو سة بها تميزها عن
المجموعات الأخرى، تلخصها و هكذا فان
النزعة المركزية يمكن تعر قيمة واحدة تسمى القيمة
المتوسطة ،فالقيمة المتوسطة لمجموعة ما من القيم هي قيمة نموذجية يتم اختيارها لتكون دليلا مميزا و ممثلا لقيم المجموعة ،و للنزعة المركزية مقاييس متعددة تختلف حسب طبيعة المتغير الإحصائي و حسب طبيعة البيانات (المبوبةgrouped dataوغير المبوبةungrouped data) ،و لهذهالمقاييس مزايا و عيوب لذلك لا يمكن تفضيل احدهما على الأخر بشكل مطلق ،و الشكل التالي يمثل استخدامات هذه المقاييس حسب طبيعة المتغير:

الشكل رقم (03-01):مقاييس النزعة المركزية حسب نوع المتغير



المصدر: من إعداد الباحثة

أولا :الوسط الحسابي(Arithmetic Mean)

هو أحد أهم مقاييس النزعة المركزية و أكثرها استخداما وشيوعا و عادة ما يسمى بالمعدل ويفضل على جميع مقاييس النزعة المركزية لكونه يستعمل جميع البيانات ويستخدم الصيغ الرياضية.

1-الوسط الحسابي للبيانات غير المبوبة:هناك طريقتان لإيجاد الوسط الحسابي في حالة البيانات غير المبوبة:

1-1- الطريقة المباشرة:الوسط الحسابي للبيانات غير المبوبة هو مجموع القيم مقسوما على عددها n من المشاهدات أو القيم الوسط الحسابي لمجموعة $x_1, x_2 \dots\dots\dots\dots\dots\dots, x_n$ هو $\bar{X}$ ويمكن إيجاده بالقانون التالي[1]:

$$\overline{X} = \frac{x_1 + x_2 + x_3 + \dots\dots + x_n}{n}$$

$$\overline{X} = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i}{n}$$

مثال رقم(03-01):أوجد الوسط الحسابي للبيانات التالية:8,7 ,19,12,3,11,5

الحل:

$$\bar{X} = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i}{n} = \frac{8+7+19+12+3+11+5}{7} = 9.2857$$

[1]Dennis.Howitt,Duncan Cramer,**introduction to statistics in psychology**,5th edition,Pearson keele university , new York,2011,p25.

$$\boxed{\bar{X} = 9.2857}$$

ملاحظة :

لا يشترط أن تكون قيمة الوسط الحسابي موجودة ضمنالمشاهدات أو المفردات فقد تكون موجودة أو غير موجودةولكن يجب أن تكون قيمة الوسط الحسابي محصورة بينأصغر وأكبر مفردة.

2-1-طريقة الوسط الفرضي(Assumed mean): و تسمى أيضا بطريقة الانحرافات ،حيث نختار وسطا فرضيا من بين القيم و ليكن عشوائيا أو نختاره القيمة الوسطى،و عليه نحسب الوسط الحسابي كما يلي:

الوسط الحسابي = الوسط الفرضي+ متوسط الانحرافات عن عدد المفردات

$$\boxed{\bar{X} = x_0 + \frac{\sum di}{n}}$$

علما أن :

x_0 :الوسط الفرضي.

$\sum di$: مجموع الانحرافات و تساوي$di = (x_i - x_0)$

n :عدد المفردات.

مثال رقم (03-02) : احسبالوسط الحسابي للمثال السابقرقم(03-01) بطريقة الوسط الفرضي نفرض أن $(x_0 = 12)$:

بما أن:

$$\sum di = \sum(x_i - x_0) = (8-12) + (7-12) + (19-12) + (12-12) + (3-12) + (11-12) + (5-12) = -19$$

ومنه:

$$\bar{X} = 12 + \frac{-19}{7} = 12 - 2.7143 = 9.2857$$

$$\boxed{\bar{X} = 9.2857}$$

2-الوسط الحسابي للبيانات المبوبة:

2-1-الوسط الحسابي في حالة متغير كمي منفصل:هناك طريقتان لإيجاد الوسط الحسابي:

2-1-1-الطريقة المباشرة: يسمى الوسط الحسابي المرجح و يحسببالعلاقةالتالية:

$$\bar{X} = \frac{\sum f_i * x_i}{\sum f_i}$$

$\sum f_i * x_i$: مجموع القيم مرجحة بتكراراتها.

$\sum fi$: مجموع التكرارات.

مثال رقم (03-03):الجدولالتالييعطيناتوزيع 50 أسرةحسبعددالأطفال:

عدد الأطفال	0	1	2	3	4	5	المجموع
عدد الأسر	4	10	10	20	4	2	50

الحل:

الجدول رقم (03-01):توزيع عينة من الأسر حسب عدد الأطفال

عدد الأطفال(x_i)	التكرار المطلق(f_i)	$f_i * x_i$
0	4	0
1	10	10
2	10	20
3	20	60
4	4	16
5	2	10
المجموع	50	116

$$\boxed{\bar{X} = \frac{\sum f_i * x_i}{\sum f_i} = \frac{116}{50} = 2.32 \simeq 2}$$

معناه: متوسط عدد الأطفال في الأسر هو طفلين.

2-1-2- طريقة الوسط الفرضي: نقوم باختيار وسطا فرضيا عشوائيا من قيم المتغير،ثم نحسب كل الانحرافات بطرح الوسط الفرضيx_0 من القيم $x_i(di = x_i - x_0)$ ، ثم نضرب هذه الانحرافات في التكرارات المقابلة لها ،ثم نطبق القانون التالي:

$$\boxed{\bar{X} = x_0 + \frac{\sum f_i * di}{\sum f_i}}$$

$\sum f_i * di$:مجموعة الانحرافات مضروبة في التكرارات المقابلة لها.

$\sum f_i$:مجموع التكرارات.

مثال رقم (03-04): احسب للمثال السابق رقم (03-03) قيمة الوسط الحسابي بطريقة الوسط الفرضي نفرض أن$(x_0 = 2)$:

الحل:

الجدول رقم (03-02):توزيع عينة من الأسر حسب عدد الأطفال

عدد الأطفال(x_i)	التكرار المطلق(f_i)	$d_i = x_i - x_0$	$f_i * d_i$
0	4	-2	-8
1	10	-1	-10
2	10	0	0
3	20	1	20
4	4	2	8
5	2	3	6
المجموع	50	/	16

$$\overline{X} = x_0 + \frac{\sum f_i * d_i}{\sum f_i} = 2 + \frac{16}{50} = 2.32 \approx 2$$

2-2-الوسط الحسابي في حالةمتغير كمي متصل:

2-2-1-الطريقة المباشرة:إذا كان لدينا $x_1, x_2 \dots\dots\dots\dots\dots\dots, x_n$تمثل مراكز الفئات فان المتوسط الحسابي يحسب بالعلاقة التالية[1]:

[1]Murray R. Spiegel , **probability and statistics**, fourth edition,Mc graw hill,new york,2013,p178.

$$\boxed{\bar{X} = \frac{\sum f_i * x_i}{\sum fi}}$$

$\sum f_i * x_i$: مجموع مراكز الفئات مرجحة بتكراراتها.

$\sum fi$: مجموع التكرارات.

مثال رقم (03-05):الجدول الأتي يوضح توزيع عينة من المرضى بمرض معين بإحدى المستشفيات حسب الساعات التي قضوها حتى تماثلوا للشفاء :

الساعات	19-15	23-19	27-23	31-27	35-31
عدد المرضى	6	14	42	10	8

المطلوب:احسب الوسط الحسابي بالطريقة المباشرة.

الحل :

الجدول رقم (03-03):توزيع عينة من المرضى حسب الساعات التي قضوها حتى تماثلوا للشفاء

الفئات	التكرار المطلق(f_i)	مراكز الفئات(x_i)	$f_i * x_i$
19-15	6	17	102
23-19	14	21	294
27-23	42	25	1050
31-27	10	29	290
35-31	8	33	264
المجموع	80	/	2000

$$\bar{X} = \frac{\sum f_i * x_i}{\sum f_i} = \frac{2000}{80} = 25$$

متوسط الساعات التي قضاها المرضى في المستشفى حتى تماثلوا للشفاء هو 25 ساعة.

2-2-2- طريقة الوسط الفرضي: نقوم باختيار وسطا فرضيا عشوائيا من قيم مراكز الفئات،ثم نحسب كل الانحرافات بطرح الوسط الفرضيx_0 من مراكز الفئات$x_i(di = x_i - x_0)$ ، ثم نضرب هذه الانحرافات في التكرارات المقابلة لها ،ثم نطبق القانون التالي:

$$\boxed{\bar{x} = x_0 + \frac{\sum f_i * di}{\sum f_i}}$$

$\sum f_i * di$:مجموعة الانحرافات مضروبة في التكرارات المقابلة لها.

$\sum f_i$:مجموع التكرارات.

مثال رقم (03-06): احسب الوسط الحسابي بطريقة الوسط الفرضي للمثال السابق رقم(03-05) نفرض أن $(x_0 = 25)$:

الحل:

الجدول رقم (03-04):توزيع عينة من المرضى حسب الساعات التي قضوها حتى تماثلوا للشفاء

الفئات	التكرار المطلق(f_i)	مراكز الفئات(x_i)	$d_i = x_i - x_0$	$fi * di$
19-15	6	17	8-	48-
23-19	14	21	4-	56-
27-23	42	25	0	0
31-27	10	29	4	40
35-31	8	33	8	64
المجموع	80	/	/	0

$$\boxed{\bar{X} = x_0 + \frac{\sum f_i * di}{\sum f_i} = 25 + \frac{0}{80} = 25}$$

3-خصائص الوسط الحسابي: من أهم خصائص الوسط الحسابي نذكرمايلي[1]:

1. الوسط الحسابي هو متوسط لقيم المجموعة و ليس متوسط لرتب المجموعة كما هو الحال في حالة الوسيط والمنوال.
2. عند إضافة كمية ثابتة أو طرح كمية ثابتة ولتكن C إلى أو من كل قيم من القيم فسوف يكون الوسط الحسابي الجديد $\bar{Y}$هو الوسط الحسابي القديم $\bar{X}$مضافا إليه أو مطروحا منه الكمية الثابتة C:
$$\bar{Y} = \bar{X} \pm C$$
3. مجموع انحرافات القيم عن وسطها الحسابي تساوي الصفر،أي أن :
أولاً :في حالة البيانات غير المبوبة :
$$\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{X}) = 0$$
ثانياً: في حالة البيانات المبوبة:$\sum_{i=1}^{n} f_i(x_i - \bar{X}) = 0$
4. مجموع مربعات انحرافات القيم عن وسطها الحسابي أقل ما يمكن ،أي أقل من مجموع مربعات انحرافات القيم عن أية قيمة غير الوسط الحسابي ،أي ان :
$$\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{X})^2 < \sum_{i=1}^{n}(x_i - b)^2$$
حيثb أي قيمة أخرى غير$\bar{X}$.
5. عند ضرب كل قيمة من العينة في كمية ثابتة"C" فإن الوسط الحسابي للقيم الجديدة هو الوسط الحسابي للعينة أي القيم القديمة مضروبة في الكمية الثابتة C:
$$\bar{Y} = \bar{X} * C$$
6. الوسط الحسابي لجموع عدة عينات هو مجموع الأوساط الحسابية لهذه العينات:

[1] بتصرف،زياد سليم رمضان،**مبادئالإحصاء الوصفي و التطبيقي**،الطبعة السادسة، دار وائل للنشر و التوزيع،عمان،2010،ص 105.

فلو فرضنا أن لدينا ثلاث عينات X,Y,Z.وإن الوسط الحسابي لهذه العينات هو :

$$\boxed{\bar{C} = \bar{Y} + \bar{Z} + \bar{X}}$$

7. جداء ثابت في جميع قيم تكرارات المجموعة الإحصائية لا يغير قيمة الوسط الحسابي

$$\frac{\sum_1^n c.fi.xi}{\sum_1^n c.fi} = \frac{c\sum_1^n fi.xi}{c\sum_1^n fi} = \frac{\sum_1^n fi.xi}{\sum_1^n fi} = \bar{X}$$

4- مزايا وعيوب الوسط الحسابي:

4- مزايا وعيوب الوسط الحسابي:يمكن تلخيص أهم مزايا و عيوب الوسط الحسابي في الجدول التالي:

الجدول رقم (03-05):مزايا وعيوب الوسط الحسابي

مزايا الوسط الحسابي	عيوب الوسط الحسابي
سهل الحساب.	انه يتأثر بالقيم الشاذة و المتطرفة.
يأخذ في الاعتبار كل القيم.	يصعب حسابه في حالة البيانات الوصفية.
انه أكثر المقاييس استخدما و فهما.	يصعب حسابه في الجداول التكرارية المفتوحة.

المصدر: شرف الدين خليل، **الإحصاء الوصفي**، شبكة الأبحاث و الدراسات الاقتصادية ،مصر، بدون سنة ،ص 36.

ثانيا: الوسيط(Median)

الوسيط هو أحد مقاييس النزعة المركزية، والذي يأخذ في الاعتبار رتب القيم ، ويعرف الوسيط بأنه القيمة التي يقل عنها نصف عدد القيم ويزيد عنها النصف الآخر أي أن 50 %من القيم أقل منه، 50 %من القيم أعلى منه. وفيما يلي كيفية حساب الوسيط في حالة البيانات غير مبوبةوالبيانات المبوبة.

1-الوسيط في حالة البيانات غير المبوبة:يعرف الوسيط لمجموعة من المفردات بأنه القيمة التي تقع في الوسط بعدما قد نكون قد رتبنها بشكل تصاعدي أو تنازلي ،وتختلف قيمة الوسيط حسب عدد المفردات إذا كان فرديا أو زوجيا[1]:

- إذا كان عددا nفرديا فان الوسيط هو القيمة التي ترتيبها $\frac{n+1}{2}$
- أما إذا كان nعددا زوجيا فان الوسيط هو المتوسط الحسابي للقيمتين الذي رتبتيهما هي $\frac{n}{2}$ و$\frac{n}{2}+1$

مثال رقم (03-07):احسب الوسيط لكل من السلسلتين الإحصائيتين التاليين:

A :2،7،4،9،14،13،17

B :13،14،9،4،7،17

الحل:

2،7،4،9،14،13،17	13،14،9،4،7،17
ترتيب القيم تصاعديا: 17 ،14 ،**9**،13،7،2،4	ترتيب القيم تصاعديا: 17، 14، **13** ،**9** ،7 ،4
حساب رتبة الوسيط(n =عدد فردي): $t = \frac{n+1}{2} = \frac{7+1}{2} = 4$	حساب رتبة الوسيط (n =عدد زوجي): $t_1 = \frac{n}{2} = \frac{6}{2} = 3$

[1] بوساحة حورية، **الإحصاء و الاحتمالات** ،المعهد الوطني لتكوين مستخدمي التربية و تحسين مستواهم، الجزائر،2008،ص48.

	$t_2 = \frac{n}{2} + 1 = 3 + 1 = 4$
الوسيط هو القيمة التي ترتيبها 4 إذن $ME = 9$	الوسيط هو المتوسط الحسابي للقيمتين الذي ترتيبهما 3 و4 أي= $11 ME = \frac{9+13}{2}$

2-الوسيط في حالة البيانات المبوبة:

1-2-الوسيط في حالة متغير كمي منفصل:لإيجاد الوسيط في هذه الحالة نتبع الخطوات التالية:

1- إيجاد قيم التكرار المجمع الصاعد.
2- حساب رتبة الوسيط $t = \frac{\sum fi}{2}$
3- استخراج قيمة الوسيط من قيم المتغير x_i وذلك حسب الرتبة.

مثال رقم (03-08) :يمثل الجدول التالي عدد الكتب في مقياس الإحصاء التي تم استخرجها من طرف 100 طالب خلال السداسي الأول من المكتبة بجامعة الجزائر -3-موضَّح في الجداول التالي:

عدد الكتب	0	1	2	3	4	5	6
عدد الطلاب	7	20	15	09	19	14	16

المطلوب **:** احسبالوسيط**.**

الحل:بتطبيق الخطوات المذكورة أعلاه لإيجاد الوسيط و المتمثلة في :

-إضافة خانة في الجدول خاصة بالتكرار المجمع الصاعد كمايلي:

الجدول رقم (03-06):توزيع عينة من الطلاب حسب عدد الكتب الإحصاء التي تم استخرجهامن المكتبة

عدد الكتب(x_i)	**التكرار المطلق**(f_i)	**التكرار المجمع الصاعد**$(F^{\uparrow})$
0	7	7
1	20	27
2	15	42
3	9	**51**
4	19	70
5	14	84
6	16	100
المجموع	100	/

الوسيط

- تحديد رتبة الوسيط:

$$\frac{\sum fi}{2} = \frac{100}{2} = 50$$

-استخراج قيمة الوسيط: و ذلك بالبحث عن رتبة الوسيط (50) في قيم التكرار المجمع الصاعد نلاحظ عدم وجود(50)ضمن قيم$(F^{\uparrow})$ و بالتالي ناخذ القيمة الاكبر مباشرة من تكرار المجمع الصاعد وهي القيمة (51) ثم نرى قيمة المتغير x_i التي تقابلها و التي تمثل قيمة الوسيط ففي هذا المثال الوسيط هو3 كتب.$ME = 3$

يتضح مما سبق أن هناك 50طالبا(50% من أفراد العينة) قاموا باستخراج اقل من 3 كتب في مقياس الإحصاء من المكتبة خلال السداسي الأول ، أما البقية المتمثلة بالـ50 طالب الآخرين استخرجوا أكثر من 3 كتب في مقياس الإحصاء خلال السداسي الأول .

2-2- الوسيط في حالة متغير كمي متصل: يمكن استخراج قيمة الوسيط في حالة المتغير كمي متصل بطريقتين عن طريق تطبيق القانون الخاص بحساب الوسيط وعن طريق التمثيل البياني.

2-2-1-الوسيط حسابيا: يتم حساب الوسيط في البيانات المبوبة و المتغير كمي متصل عن طريق الخطوات الآتية[1]:

1. عمل جدول تكرار متجمع صاعد.
2. إيجاد رتبة الوسيط $t=\frac{\sum fi}{2}$.
3. تحديد الفئة الوسيطية وهي الفئة المقابلة للتكرار المتجمع الصاعد الذي يساوي أو يلي رتبة الوسيط مباشرة (إذا كان يقع بين تكرارين مجمعين صاعدين نأخذ التكرار الصاعد الذي يليه مباشرة ،أما إذا كان رتبة الوسيط موجود في تكرار المجمع الصاعد فأنها نأخذها نفسها) .
4. تطبيق القانون التالي:

$$ME = x_{\min} + \frac{\frac{\sum fi}{2} - F^{\uparrow}_{(ME-1)}}{f_{ME}} * C_{ME}$$

حيث أن:
x_{min} :الحد الأدنى للفئة الوسيطة.
$\frac{\sum fi}{2}$:رتبة الوسيط.
$F^{\uparrow}_{(ME-1)}$:التكرار المتجمع الصاعد للفئة قبل الوسيطية.
f_{ME}:التكرار المطلق للفئة الوسيطية.
C_{ME}:طول الفئةالوسيطية.

مثال رقم (03-09): احسب الوسيط للبيانات الآتية التي تمثل الوقت المستغرق للذهاب إلى العمل لخمسين عاملا (دقيقة):

الوقت المستغرق	20-10	30-20	40-30	50-40	60-50	المجموع
عدد العمال	8	14	12	09	07	50

الحل: بتطبيق الخطوات المذكورة أعلاه لإيجاد الوسيط حسابيا و المتمثلة في :

- إضافة خانة في الجدول خاصة بالتكرار المجمع الصاعد كمايلي:

الجدول رقم (03-07):جدول التوزيع المجمع الصاعد

الفئات	**التكرار المطلق** (f_i)	**التكرار المجمع الصاعد** $(F^{\uparrow})$
20-10	8	8
30-20	14	22
40-30	**12**	**34**
50-40	9	43
60-50	7	50
المجموع	50	/

الفئة الوسيطية

[1] مازن نعمان عبد الله، **محاضرات في مادة مبادئ الإحصاء**، مطبوعة جامعية ، كلية الإدارة و الاقتصاد،جامعة تكريت،العراق،2018/2017،ص15.

- تحديد رتبة الوسيط:

$$\frac{\sum fi}{2} = \frac{50}{2} = 25$$

- استخراج الفئة الوسيطية: و ذلك بالبحث عن رتبة الوسيط (25) في قيم التكرار المجمع الصاعد نلاحظ عدم وجو(25)ضمن قيم$(F^{\uparrow})$ و بالتالي ناخذ القيمة الاكبر مباشرة من تكرار المجمع الصاعد وهي القيمة (34) ثم نأخذ الفئة التي تقابلها و التي تمثل الفئة الوسيطية ففي هذا المثال الفئة الوسيطية هي 30-40.

- تطبيق القانون التالي :

$$ME = x_{min} + \frac{\frac{\sum fi}{2} - F^{\uparrow}_{(ME-1)}}{f_{ME}} . c_{ME} = 30 + \frac{25 - 22}{12} . 10 = 32.5$$

يتضح مما سبق أن هناك 25 شخصاً (50% من أفراد العينة)يستغرق وقت الذهاب إلى العمل لديهم مدة تقل عن 32.5 دقيقة،أما البقية المتمثلة بالـ 25 الآخرين فيستغرق الذهاب إلى العمل لديهم مدة تزيد عن 32.5دقيقة.

2-2-2- الوسيط بيانيا:يمكن إيجاد الوسيط من العرض البياني من خلال نقطة تقاطع منحنى المتجمع الصاعد مع منحنى المتجمع النازل.

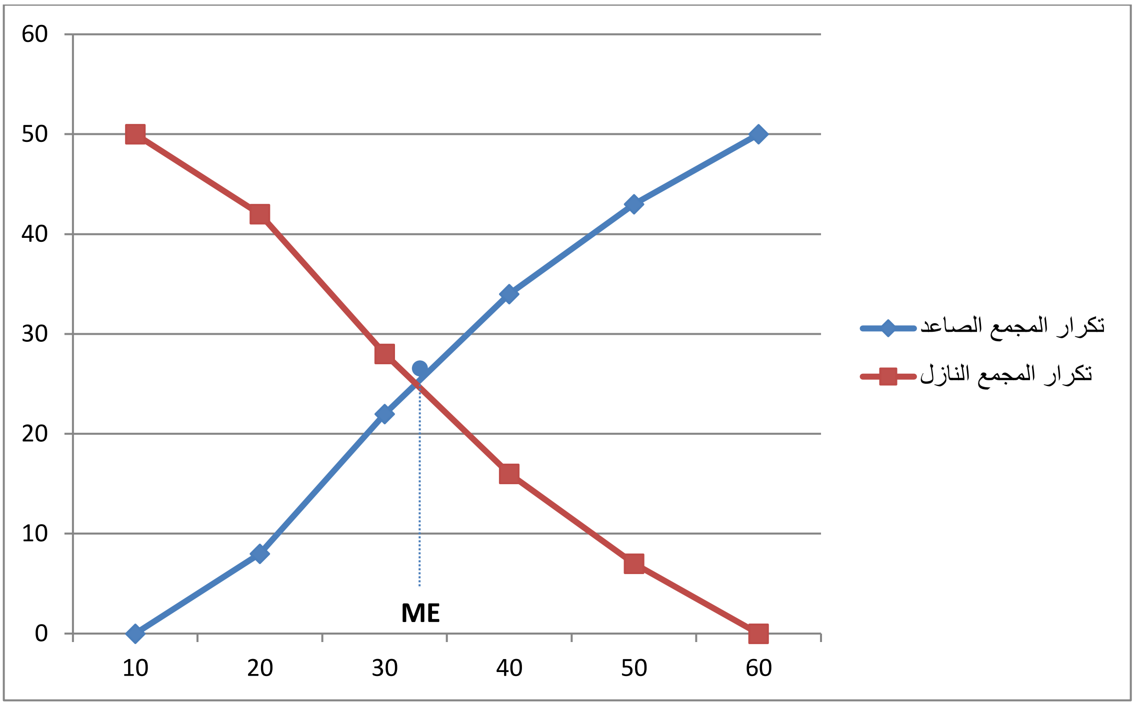
مثال رقم (03-10):مستخدما بيانات المثال أعلاه رقم(03-09) وضح الوسيط بيانيا.

الحل: يجب إيجاد قيم التكرار المجمع الصاعد و النازل كما يوضحه الجدول التالي:

الجدول رقم (03-08):جدول التوزيع المجمع الصاعد و النازل

الفئات	**التكرار المطلق**(f_i)	**التكرار المجمع الصاعد**$(F^{\uparrow})$	**التكرار المجمع النازل**$(F^{\downarrow})$
20-10	8	8	50
30-20	14	22	42
40-30	12	34	28
50-40	9	43	16
60-50	7	50	7
المجموع	50	/	/

الشكل رقم (03-02):الوسيط بيانيا



3-مزايا و عيوب الوسيط: يمكن تلخيص أهم مزايا و عيوب الوسيط في الجدول التالي:

الجدول رقم (03-09): مزايا و عيوب الوسيط

مزايا الوسيط	عيوب الوسيط
لا يتأثر الوسيط بالقيم المتطرفة.	يعتمد الوسيط على ترتيب البيانات غير المبوبة و عملية الترتيب عملية مجهدة.
سهولة حسابه سواء أكانت البيانات كمية مبوبة أو غير مبوبة.	يعاب على الوسيط انه يعتمد على قيمة واحدة أو قيمتين في المنتصف ولا يأخذ في الحسبان القيم الباقية.
يمكن حساب الوسيط من جداول تكرارية مفتوحة.	يصعب حسابه في حالة البيانات الوصفيةغير مبوبةالتي يمكن ترتيبها وكان عددها زوجي.
يصلح الوسيط للتعبير عن متوسط الصفات أي يمكن إيجاده للظواهر الغير كمية التي يمكن ترتيبها مثال تقديرات الطلاب، الحالة الاقتصادية و الاجتماعية..	يصعب حسابه في حالة البيانات الوصفية المقاسة بمعيار اسمي .

المصدر: محمد جبر المغربي، **الإحصاء الوصفي**،الطبعة الأولى،المكتبة العصرية للنشر و التوزيع،مصر،2007،ص ص168-169.

ثالثا: المنوال(Mode)

يعرف المنوال بأنه القيمة الأكثر شيوعا أو تكرارا ، ويكثر استخدامه في حالة البيانات الوصفية لمعرفة المستوى الشائع، ويمكن حسابه للبيانات المبوبة و غير المبوبة.

1-المنوال في حالة البيانات غير المبوبة: هو المفردة الأكثر تكرارا و يمكن أن يكون للبيانات أكثر من منوال و إذا لم يكن هناك بيانات مكررة إذن لا يوجد منوال[1] .

---

[1] احمد عبد السميع طيبه ، **مبادئ الإحصاء**، الطبعة الأولى، دار البداية للنشر و التوزيع ،عمان، 2008،ص63.

مثال رقم (03-11): احسب المنوال لكل من السلاسل الإحصائية التالية:

A :2،2،4،4،7،7	B :2،4،4،4،2،7	C :2،2،4،4،7	D :2،4،7

الحل:

2،2،4،4،7،7	2،4،4،4،2،7	2،2،4،4،7	2،4،7
نلاحظ أن كل مشاهدة مكررة مرتين و بالتالي لا يوجد قيمة مكررة أكثر من باقي المشاهدات إذن	نلاحظ أن 4 هي الأكثر المشاهدات تكرارا إذن	نلاحظ أن 4،2 هي الأكثر تكرارا إذن	كل المشاهدات تكررت مرة واحدة ولا يوجد مشاهدة تكررت أكثر من غيرها إذن
لا يوجد منوال	المنوال =4	يوجد منوالين 2و4	لا يوجد منوال

2-المنوال في حالة البيانات المبوبة:

2-1- المنوال في حالةمتغير كمي منفصل:في هذه الحالة يكون المنوال هو قيمةالمتغير ذات التكرار المطلق الأكبر.

مثال رقم (03-12) :فيما يلي تصنيف لعدد أيام الغياب خلال السداسي الأول46طالباً:

عدد أيام الغياب(x_i)	**0 = MO**	1	2	3	4	المجموع
عدد الطلاب(f_i)	**20**	10	8	5	3	46

المطلوب :أحسب المنوال لعدد أيام الغياب خلال السداسي الأول.

الحل:

نلاحظ أن اكبر تكرار هو "20" ومنه المنوال هو قيمة المتغير التي تقابل هذا التكرار و الذي يساوي"0"

$MO = 0$ وهذا يعني أن اغلب الطلاب لم يغيبوا خلال السداسي الأول.

2-2-المنوال في حالة متغير كمي متصل:في حالة متغير كمي متصل يمكن إيجاد المنوال حسابيا و بيانيا.

2-2-1- المنوال حسابيا :لحساب المنوال في حالة متغير كمي متصل نتبع الخطوات التالية[1]:

1. نستخرج الفئة المنوالية التي تقابل اكبر تكرار.
2. نطبق القانون التالي:

$$MO = x_{\min} + \frac{\Delta_1}{\Delta_1 + \Delta_2} * c$$

x_{min}: الحد الأدنى للفئة المنوالية.

Δ_1: الفرق بين تكرار الفئة المنوالية وتكرار الفئة التي قبلها.

Δ_2: الفرق بين تكرار الفئة المنوالية وتكرار الفئة التي بعدها.

c: طول الفئة المنوالية.

[1]Abdennasser .Chekroun , **statistiques descriptives et exercices**, rappels de cours et exercices corrigés sur la statistique descriptive ,université Abou bekr belkaid , Tlemcen,2017/2018,p40.

2-2-2- المنوال بيانيا:لتمثيل المنوال بيانيا نتبع الخطوات التالية [1]:

1. نرسم جزء من المدرج التكراري ،مستطيل يمثل الفئة المنوالية و مستطيل يمثل الفئة السابقة و آخر يمثل الفئة اللاحقة لها.
2. نصل رؤوس المستطيلات ببعضها فتتقابل في نقطة نسقط منها عمود على المحور الأفقي فتكون هي قيمة المنوال.

مثال رقم (13-03) :الجدول التالى يبين توزيع عينة من 100عامل فى أحد المصانع حسب فئاتالدخل الشهرى (بالآلاف دينار جزائري).

فئات الدخل	15-20	20-25	**25-30**	30-35	35-40	40-45	المجموع
عدد العمال	18	21	**22**	19	10	10	100

المطلوب :اوجد قيمة المنوال حسابيا و بيانيا.

الحل:

1- إيجاد قيمة المنوال حسابيا:نتبع الخطوات التالية:

- إيجاد الفئة المنوالية التي تقابل اكبر تكرار وهي الفئة25-30.
- نطبق القانون التالي:

$$MO = x_{\min} + \frac{\Delta_1}{\Delta_1 + \Delta_2} * c$$

$$25 = x_{min}$$

$$1 = 21 - 22 = \Delta_1$$

$$3 = 19 - 22 = \Delta_2$$

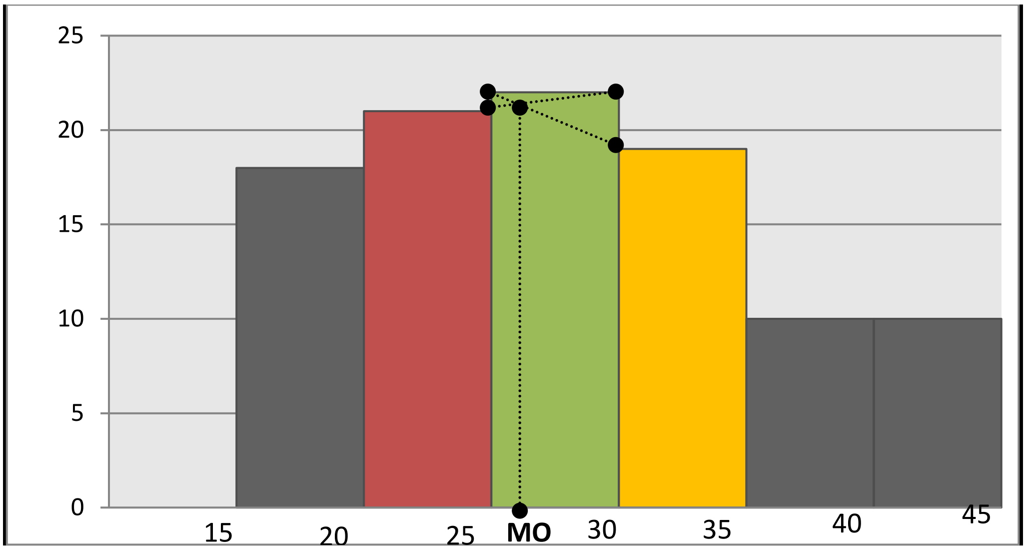
$$5 = 25 - 30 = c$$

ومنه: $MO = 25 + \frac{1}{1+3} * 5 = 26.25.10^3 DA$

2-2-2-إيجاد قيمة المنوال بيانيا:

الشكل رقم (03-03):المنوال بيانيا

[1]جلال الصياد ، عبد الحميد ربيع ، عادل سمارة، **الإحصاء لطلاب الدراسات الاقتصادية و الإدارية** ، دار حافظ للنشر و التوزيع،سعودية،2018/2017،ص23.



ملاحظة: لإيجاد المنوال من توزيعات غير منتظمة (فئات غير متساوية الطول)،لابد من تعديل التكرارات ، و هذالحساب المنوال فقط أما بقية المقاييس لا نحتاج إلى تعديل التكرار نقوم بحسابها بالتكرارات المطلقة العادية.حيث يتم حساب التكرار المعدل لكل فئة بالقانون التالي :

$$\boxed{\text{التكرار المعدل} = \frac{\text{التكرار العادي}}{\text{طول الفئة}}}$$

مثال

الفئا

التكر

الحل.

نلاحظ أن الفئات غير متساوية الطول و لإيجاد المنوال يجب تعديل التكرارات من خلال إعداد جدول يوضح التكرارات المعدّلة كما يلي:

الجدول رقم (03-10):جدول التوزيع التكراري

الفئات	**التكرار المطلق** (f_i)	**طول الفئة**	**التكرار المعدل**
12-10	5	2	$\frac{5}{2}=2.5$
16-12	12	4	$\frac{12}{4}=3$
20-16	17	4	$\frac{17}{4}=4.25$
25-20	40	5	$\frac{40}{5}=8$
35-25	21	10	$\frac{21}{10}=2.1$
60-35	5	25	$\frac{5}{25}=0.2$
المجموع	100	/	/

الفئة المنوالية

الفئة المنوالية هي 20-25 التي تقابل اكبر تكرار معدل.

$20 = x_{min}$

$3.75 = 4.25 - 8 = \Delta_1$

$5.9 = 2.1 - 8 = \Delta_2$

$5 = 20 - 25 = c$

$$MO = x_{\min} + \frac{\Delta_1}{\Delta_1 + \Delta_2} * c = 20 + \frac{3.75}{3.75 + 5.9} * 5 = 21.94$$

3-مزايا و عيوب المنوال: يمكن تلخيص أهم مزايا و عيوب المنوال في الجدول التالي:

الجدول رقم (03-11):مزايا و عيوب المنوال

مزايا المنوال	عيوب المنوال
لا يتأثر المنوال بالقيم المتطرفة.	قد يكون هناك منوال واحد أو أكثر وقد لا يوجد منوال.
سهولة حسابه و استخراجه بيانيا.	المنوال لا يستخدم الكثير من البيانات المتاحة أي لا يعتمد في حسابه على كل قيم المتغير.
يمكن حساب المنوال من البيانات النوعية.	المنوال لا يخضع للعمليات الجبرية.
يمكن حسابه من الجداول التكرارية المفتوحةبشرط ألا تكون الفئة المفتوحة هي الفئة المنوالية.	لا يستحسن حسابه في حالة الفئات غير متساوية الطول.

المصدر : من إعداد الباحثة.

رابعا : الوسط الهندسي(Geometric Mean)

1-الوسط الهندسي للبيانات غير المبوبة: يعرف الوسط الهندسي لمجموعة القيم $x1, x2, \dots, xn$ عددها n قيمة (مفردة) بأنه الجذر النوني لحاصل ضرب هذه القيم و سنرمز له بMG[1]:

$$MG = \sqrt[n]{x_1 * x_2 * x_3 * \dots\dots * x_n}$$

بحذف الجذر نجد: $MG = (x1.x2.x3 \dots\dots.xn)^{\frac{1}{n}}$

وبإدخال اللوغاريتم لكل الطرفين نجد: $\log MG = log\left[(x1.x2.x3 \dots\dots.xn)^{\frac{1}{n}}\right]$

و باستعمال خصائص اللوغاريتم نجد: $\log MG = \frac{1}{n}(\log x_1 + \log x_2 + \log x_3 + \dots + \log x_n)$

[1] طارق البدري، سهيلة نجم، **الإحصاء في المناهج البحثية التربوية و النفسية**،الطبعة الأولى ، دار الثقافة للنشر و التوزيع،عمان،2008،ص104

$$\log MG = \frac{1}{n}\left[\sum_{n=1}^{n}\log xi\right]$$

$$MG = 10^{\log MG}$$

مثال رقم (15-03): اوجد الوسط الهندسي للقيم التالية:10،9،11،8،1،2

الحل: $MG = \sqrt[6]{2.1.8.11.9.10}$

$MG = \sqrt[6]{15840}$

$logMG = \frac{1}{6}log(15840)$ =0.69996

$MG = 10^{0.69996}$ $\boxed{MG = 5.0114}$ =5.0114

2-الوسط الهندسي للبيانات المبوبة:

2-1-الوسط الهندسي في حالةمتغير كمي منفصل:الوسط الهندسي للقيم$x_1, x_2, \ldots.., x_n$و المرجح بالتكرارات المناظرة$f_1 , f_2 , \ldots. , f_n$ يحسب بالعلاقة التالية:

$$\log MG = \frac{\sum_{1}^{n} f_i * \log x_i}{\sum f_i}$$

$$MG = 10^{\log MG}$$

مثال رقم (16-03):استفاد مستثمر من قرض قدره 50000دج لمدة 10 سنوات على أن يسدد على شكل دفعات كما يوضحه الجدول التالي :

معدلات الفائدة(%)	5	6	8	10
عدد السنوات	3	3	2	2

المطلوب:حساب متوسط الفائدة لكل القرض

الحل:نحسب متوسط الفائدة باستعمال الوسط الهندسي :

$$50000(1+i)^{10} = 50000\left[(1+0.05)^3 + (1+0.06)^3 + (1+0.08)^2 + (1+0.1)^2\right]$$

باختزال 50000 من طرفي المعادلة و بإدخال اللوغاريتم لتخلص من الأسس نجد:

$$10\log(1+i) = 3\log(1+0.05) + 3\log(1+0.06) + 2\log(1+0.08) + 2\log(1+0.1)$$

$$\log(i+1) = \frac{3\log 1.05 + 3\log 1.06 + 2\log 1.08 + 2\log 1.10}{10}$$

$$\log(i+1) = 0.0286$$

$$(i+1) = 10^{0.0286}$$

$$(i+1) = 1.068$$

$$i = 0.06$$

إذن متوسط معدل الفائدة في القرضهو6%.

2-2- الوسط الهندسي في حالةمتغير كمي متصل:إذا كان لدينا $x_1, x_2, \ldots, x_n$تمثل مراكز الفئات فان الوسط الهندسي يحسب بالعلاقة التالية:

$$\log MG = \frac{\sum_{i=1}^{n} f_i * \log x_i}{\sum f_i}$$

$$MG = 10^{\log MG}$$

مثال رقم (03-17):اوجد الوسط الهندسي للبيانات التالية:

الفئات	10-0	20-10	30-20	40-30	المجموع
التكرارات	5	8	3	4	20

الحل:

الفئات	التكرار المطلق(f_i)	مراكز الفئات(x_i)	$\log x_i$	$fi * \log x_i$
10-0	5	5	0.699	3.495
20-10	8	15	1.176	9.408
30-20	3	25	1.397	4.191
40-30	4	35	1.544	6.176
المجموع	20	/	/	23.27

$$\log MG = \frac{\sum_1^n f_i * \log xi}{\sum f_i} = \frac{23.27}{20} = 1.16$$

$$MG = 10^{log 1.16}$$

$$\boxed{MG = 14.58}$$

ملاحظة :الوسط الهندسي يتعلق بالقيم الموجبة فقط، لذلك نجد استخداماته في تركيب الأرقام القياسية و حساب معدلات النمو و كذلك حساب متوسطات النسب أو المعدلات ،وفيما يخص حسابه كلما أخذنا أعداد كثيرة بعد الفاصلة كانت النتيجة أكثر دقة.

3-مزايا و عيوب الوسط الهندسي:يمكن تلخيص أهم مزايا و عيوب الوسط الهندسي في الجدول التالي:

الجدول رقم (03-12):مزايا وعيوب الوسط الهندسي

مزايا الوسط الهندسي	عيوب الوسط الهندسي
قليل التأثر بالقيم الشاذة و المتطرفة.	لا يمكن استخدامه مع القيم السالبة أو الصفر لعدم جواز الجذر للقيم السالبة والقيمة صفر تلغي باقي القيم لكون الضرب في الصفر يساوي صفراً.
يشمل جميع قيم المتغير، مما يجعله من المقاييس التي تعبر بشكل جد عن كل البيانات.	لا يمكن حسابه في حالات الجداول التكرارية المفتوحة من طرفين أو من طرف واحد، كمالا يمكن حسابه في حالات المتغير الكيفي و لا يمكن تحديده بيانيا.

المصدر : من إعداد الباحثة.

خامسا: الوسط التوافقي(Harmonic Mean)

1-الوسط التوافقي في حالة البيانات غير المبوبة:يعرف الوسط التوافقي بأنه مقلوب الوسط الحسابي لمقلوبات قيم هذه المتغيرات ،فإذا كان لدينا $x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$ فان الوسط التوافقي الذي سنرمز له بMH يساوي[1]:

$$MH = \frac{n}{\sum_{i=1}^{n} \frac{1}{x_i}}$$

مثال رقم (03-18) :عداء 100 متر قطعهذه المسافة بخمس سرعات مختلفة :الأولى بسرعة 11م/ثا ، والثانية بسرعة 8م/ثا، والثالثة بسرعة 9م/ثا ،و الرابعة بسرعة 10م /ثا و الأخيرة بسرعة 7م/ثا.

المطلوب: ماهو معدل سرعته في عدو 100 متر؟

الحل :لا يمكن حساب الوسط الحسابي فهو غير ملائم للسرعة لان القياس يتم عبر فترات مختلفة من الزمن ،فالوسط التوافقي هو الأنسب لحساب معدل السرعة ويتم حسابه كالأتي:

$$=8.7738 MH = \frac{5}{\frac{1}{11}+\frac{1}{8}+\frac{1}{9}+\frac{1}{10}+\frac{1}{7}}$$

ومنه متوسط سرعة العداء في 100 متر هي 8.7738م/ثا.

> **ملاحظة :** يستخدم الوسط التوافقي عادة في حساب معدل التغير أو معدل السرعة أو حساب متوسطات الأسعارو لا يمكن استخدامه في حالة إذا كانت إحدى هذه القيم مساوية إلى الصفر.

2

2-1- الوسط التوافقي في حالة متغير كمي منفصل:الوسط التوافقي لقيم المتغير x_1 x_n ,.... x_2,والمرجح بالتكرارات المناظرة f_1, f_2,يكونf_n,...:

---

[1]طارق البدري،سهيلة نجم، **مرجع سبق ذكره**،ص 106

$$MH = \frac{\sum f_i}{\sum_{i=1}^{n}\left(\frac{f_i}{x_i}\right)}$$

2-2- الوسط التوافقي في حالة المتغير كمي متصل: الوسط التوافقي لمراكز الفئات x_1 x_n ,.... x_2, والمرجح بالتكرارات المناظرة $f_1, f_2, \ldots, f_n$ يكون:[1]

$$MH = \frac{\sum f_i}{\sum_{i=1}^{n}\left(\frac{f_i}{x_i}\right)}$$

مثال رقم (03-19): احسب الوسط التوافقي من الجدول التالي والذي يوضح التوزيع التكراري لسرعات 100 متسابق:

السرعات (كم/سا)	7.5 – 2.5	12.5 – 7.5	17.5 – 12.5	22.5 – 17.5	المجموع
عدد المتسابقين	20	50	20	10	100

الحل:

الجدول رقم (03-13):توزيع عينة من المتسابقين حسب السرعة

الفئات	التكرار المطلق (f_i)	مراكز الفئات x_i	$\frac{fi}{xi}$
7.5–2.5	20	5	4
12.5-7.5	50	10	5
17.5 12.5	20	15	1.34
22.5-17.5	10	20	0.5
المجموع	100	/	10.84

$$MH = \frac{\sum f_i}{\sum_{i=1}^{n}\left(\frac{f_i}{x_i}\right)} = \frac{100}{10.84} = 9.23 km/h$$

ومنه: متوسط سرعة المتسابقين هو $9.23\ km/h$

ملاحظة: الوسط التوافقي≤ الوسط الهندسي≤ الوسط الحسابي

3-مزايا ... الجدول التالي:

الجدول رقم (03-14):مزايا وعيوب الوسط التوافقي

[1] عبد العزيز فهمي هيكل، **مبادئ الأساليب الإحصائية**،الطبعة الأولى،بيروت،لبنان،1966،ص253.

مزايا الوسط التوافقي	عيوب الوسط التوافقي
بساطة فكرته	لا يمكن حسابه إذا كانت إحدى قيم المتغير تساوي الصفر أو احد مراكز الفئات مساوية للصفر.
خضوعه للعمليات الجبرية	لا يمكن حسابه في حالات الجداول التكرارية المفتوحة من طرفين أو من طرف واحد.
لا يتأثر كثيرا بأخطاء المعاينة	لا يمكن حسابه في حالات المتغير الكيفي
يستند عند حسابه على جميع قيم المتغير	لا يمكن تحديده بيانيا

المصدر : من إعداد الباحثة.

سادسا :الوسط التربيعي(Quadratic Mean)

الوسط التربيعي لمجموعة من القيم هو الجذر التربيعي للوسط الحسابي لمربعات تلك القيم .

1-الوسط التربيعي في حالة البيانات غير المبوبة: إذا كانت لدينا البيانات $x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$ فان الوسط التربيعي الذي سنرمز له بMQ يساوي[1] :

$$MQ = \sqrt{\frac{\sum x_i^2}{n}}$$

مثال رقم (03-20) : اوجد الوسط التربيعي للبيانات التالية:2،3،5،7،10،20

الحل: $MQ = \sqrt{\frac{\sum x_i^2}{n}} = \sqrt{\frac{2^2+3^2+5^2+7^2+10^2+20^2}{6}} = \sqrt{\frac{587}{6}} = 9.89$

2-الوسط التربيعي للبيانات المبوبة:

2-1-الوسط التربيعي في حالة متغير كمي منفصل: الوسط التربيعي للقيم $x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$ و المرجح بالتكرارات المناظرة $f_1, f_2, \dots, f_n$ يحسب بالعلاقة التالية:

$$MQ = \sqrt{\frac{\sum (f_i * x_i^2)}{\sum f_i}}$$

مثال رقم (03-21): اوجد الوسط التربيعي للبيانات التالية:

x_i	5	8	10	15
f_i	20	25	15	10

الحل:

x_i	f_i	x_i^2	$f_i * x_i^2$

[1] محمد راتول ، **الإحصاء الوصفي** ،الطبعة الثانية ، ديوان المطبوعات الجامعية ، الجزائر،2006،ص 130.

5	20	25	500
8	25	64	1600
10	15	100	1500
15	10	225	2250
المجموع	70	/	5850

ومنه:

$$MQ = \sqrt{\frac{5850}{70}} = 9.14$$

2-2- الوسط التربيعي في حالة متغير كمي متصل:إذا كان لدينا تمثل مراكز الفئات $x_1, x_2, \dots\dots, x_n$ فان الوسط التربيعي يحسب بالعلاقة التالية:

$$MQ = \sqrt{\frac{\sum\left(f_i * x_i^2\right)}{\sum f_i}}$$

مثال رقم(03-22): جد الوسط التربيعي للبيانات المبينة في الجدول الآتي:

الفئات	20-10	30-20	40-30	50-40
f_i	4	6	7	3

الحل :

الفئات	f_i	x_i	x_i^2	$f_i * x_i^2$
20-10	4	15	225	900
30-20	6	25	625	3750
40-30	7	35	1225	8575
50-40	3	45	2025	6075
المجموع	20	/	/	19300

$$MQ = \sqrt{\frac{19300}{20}} = \sqrt{965} \simeq 31$$

ملاحظة:

الوسط التوافقي≤ الوسط الهندسي≤ الوسط الحسابي≤ الوسط التربيعي

3-مزايا و عيوب الوسط التربيعي :يمكن تلخيص أهم مزايا و عيوب الوسط التربيعي في الجدول التالي:

الجدول رقم (03-15):مزايا و عيوب الوسط التربيعي

مزايا الوسط التربيعي	عيوب الوسط التربيعي
يعتبر من أحسن المتوسطات في حالة	لا يمكن حسابه في حالات الجداول

وجود قيم سالبة حيث تصبح موجبة بالتربيع.	التكرارية المفتوحة من طرفين أو من طرف واحد.
يستخدم غالبا في الفيزياء و الالكترونيات	لا يمكن حسابه في حالات المتغير الكيفي
يستند عند حسابه على جميع قيم المتغير	لا يمكن تحديده بيانيا

المصدر : من إعداد الباحثة.

سابعا :مشتقات الوسيط(الربيعياتQuartiles، العشيرات Deciles، المئيناتCentiles)

إذا رتبت مجموعة من الأرقام حسب قيمتها تصاعديا أو تنازليا فان القيمة التي في المنتصف و التي تقسم مجموعة القيم إلى مجموعتين متساويتين في العدد هي الوسيط و بتعميم هذه الفكرة يمكن أن نفكر في القيم التي تقسم المجموعة إلى أربعة أجزاء متساوية هذه القيم يرمز لها بالرموز Q_2، Q_3 Q_1،تسمى الربيع الاول ،الربيع الثاني ،الربيع الثالث على الترتيب و يجب ملاحظة أن القيمةQ_2تساوي الوسيط،كذلك فان القيم التي تقسم المجموعة إلى عشرة أجزاء متساوية تسمى العشيرات فيرمز لها ب $D_1 D_9, \ldots\ldots, D_2$, بينما القيم التي تقسم البيانات الى مائة قسم متساو تسمى المئينات و يرمز لها ب $P_1 P_{99}, \ldots\ldots, P_2$،العشير الخامس و المئين الخمسون يساويان الوسيط ،كما أن المئين الخامس و العشرون والمئين الخامس و السبعون يساويان الربيع الأول و الربيع الثالث على الترتيب ،و إجمالا يمكن حساب الربيعيات و العشيرات والمئينات بنفس طريقة حساب الوسيط مع اختلاف الرتب فقط[1].

1-مشتقات الوسيط في حالة البيانات غير المبوبة:يجب أولا ترتيب القيم تصاعديا ثم حساب الرتبة و بعد ذلك استخراج قيمة هذه المشتقات حسب رتبتها كالأتي:

الربيعات	العشيرات	المئينات
$tQ_{i(1,2,3)} = \frac{i(n+1)}{4}$ ومنه قيمة الربيع هي القيمة التي تقع في هذا الترتيب بعد ترتيب القيم.	$tD_{i(1,2,3,...9)} = \frac{i(n+1)}{10}$ ومنه قيمة العشير هي القيمة التي تقع في هذا الترتيب بعد ترتيب القيم.	$tP_{i(1,2,3,..,99)} = \frac{i(n+1)}{100}$ ومنه قيمة المئين هي القيمة التي تقع في هذا الترتيب بعد ترتيب القيم.

مثال رقم (03-23):احسب الربيع الثاني و العشير الخامس و المئين الخمسون للبيانات التالية : 20، 16 ، 15، 14 ، 12 ، 10 ، 1 ،3 ،5

الحل: يجب أولا ترتيب القيم تصاعديا:20،16،15،14،12،10،5،3،1

الربيع الثاني	العشير الخامس	المئين الخمسون
$tQ_2 = \frac{2(9+1)}{4} = 5$ ومنه قيمة الربيع الثاني هي	$tD5 = \frac{5(9+1)}{10} = 5$ ومنه قيمة العشير الخامس هي	$tP_{50} = \frac{50(9+1)}{100} = 5$ ومنه قيمة المئينالخمسون هي

[1] وليد عبد الرحمن الفرا ،**مبادئ علم الإحصاء**،مطبوعة جامعية ،المملكة العربية السعودية،2014،ص 35.

القيمة التي تقع في هذا الترتيب $Q_2=12$	القيمة التي تقع في هذا الترتيب $D_5=12$	القيمة التي تقع في هذا الترتيب $P_{50}=12$

ملاحظة: $Q_2 = D_5 = P_{50} = ME$

2-مشتقات الوسيط في حالة البيانات المبوبة:

2-1-مشتقات الوسيط في حالة متغير كمي منفصل: لحساب مشتقات الوسيط نقوم أولا باستخراج قيم التكرارات المتجمعة الصاعدة ،ثم نحسب رتبة هذه المشتقات وبعد ذلك نستخرج قيمتهم بنفس القاعدة المستخدمة لاستخراج الوسيط[1]. و يتم حساب رتبة مشتقات الوسيط كالأتي:

الربيعات	العشيرات	المئينات
$tQ_{i(1,2,3)} = \frac{i*\sum f_i}{4}$	$tD_{i(1,2,3,..9)} = \frac{i*\sum f_i}{10}$	$tP_{i(1,2,3,..,99)} = \frac{i*\sum f_i}{100}$

مثال رقم (03-24): احسب الربيع الأول و العشير الثالث و المئين السابع لمعطيات المثال رقم (03-18):

الحل:

x_i	5	8	10	15	المجموع
f_i	20	25	15	10	70
$F^{\uparrow}$	20	45	60	70	/

الربيع الأول	العشير الثالث	المئين السابع و سبعون
$tQ_1 = \frac{1*\sum f_i}{4} = \frac{70}{4} = 17.5$ نبحث على هذه الرتبة في قيم $F^{\uparrow}$ نلاحظ أنها غير موجودة و بالتالي نأخذ قيمة التكرار المجمع الصاعد الأكبر منها مباشرة المتمثل في $F^{\uparrow}=20$ ثم نستخرج قيمة الربيع الاول و المتمثل في قيمة المتغير x_i التي تقابل هذه القيمة(20) ومنه: $\boxed{Q_1 = 5}$	$tD3 = \frac{3*\sum f_i}{10} = \frac{210}{10} = 21$ ومنه: $\boxed{D_3 = 8}$ بنفس الطريقة التي تم شرحها في الربيع الأول تم استخراج قيمة العشير الثالث.	$tP_{77} = \frac{77*\sum f_i}{100} = \frac{5390}{100} = 53.9$ ومنه: $\boxed{P_{77} = 10}$ بنفس الطريقة التي تم شرحها في الربيع الأول تم استخراج قيمة المئين السابع و سبعون.

2-2- مشتقات الوسيط في حالة متغير كمي متصل : طريقة حساب مشتقات الوسيط من البيانات مبوبة و المتغير كمي متصل تماثل تماما طريقة حسابالوسيط السابق شرحها،و ذلك بإتباع الخطوات التالية:

1. إعداد جدول تكراري تجمعي صاعد .
2. تحديد رتبةالربيعياتو العشيرات و المئينات وذلك بتطبيق الصيغة الآتية:

الربيعات	العشيرات	المئينات

[1] مشعلي بلال ، **الاحصاء-1-**،مطبوعة بيداغوجية ،جامعة 8 ماي 1945، قالمة،الجزائر،2019/2018،ص29.

$tQ_{i(1,2,3)}=\frac{i*\sum f_i}{4}$	$tD_{i(1,2,3,...,9)}=\frac{i*\sum f_i}{10}$	$tP_{i(1,2,3,...,99)}=\frac{i*\sum f_i}{100}$

3. تحديد الفئة الربيعية أو العشيرية أو المئينية وهي الفئة المقابلة للتكرار المتجمع الصاعد الذي يساوي أو يلي رتبةالربيع أو العشير أو المئين مباشرة (إذا كانت الرتبةتقع بين تكرارين مجمعين صاعدين نأخذ التكرارالصاعد الذي يليها مباشرة ،أما إذا كانتالرتبة موجودة في تكرار المجمع الصاعد فأنها نأخذها نفسها) .
4. تطبيق القانون التالي:

❖ **بالنسبة للربيعيات:** $Q_{i(1,2,3)}=x_{\min}+\frac{\frac{i*\sum fi}{4}-F^{\uparrow}{}_{(Qi-1)}}{f_{Qi(1,2,3)}}*C_{Qi(1,2,3)}$

حيث أن:

x_{min} :الحد الأدنى للفئة الربيعية.

$\frac{i*\sum fi}{4}$:رتبة الربيع.

$F^{\uparrow}_{(Q_i-1)}$:التكرار المتجمع الصاعد للفئة قبل الربيعية.

$f_{Q_{i(1,2,3)}}$:التكرار المطلق للفئة الربيعية.

$C_{Q_{i(1,2,3)}}$:طول الفئة الربيعية.

❖ **بالنسبة للعشيرات:** $D_{i(1,2,...,9)}=x_{\min}+\frac{\frac{i*\sum fi}{10}-F^{\uparrow}{}_{(Di-1)}}{f_{Di(1,2,3..,9)}}*C_{Di(1,2,3...,9)}$

❖ **بالنسبة للمئينات:** $p_{i(1,2,.....99)}=x_{\min}+\frac{\frac{i*\sum fi}{100}-F^{\uparrow}{}_{(Pi-1)}}{f_{Pi(1,2,....,99)}}*C_{Pi(1,2,.99)}$

مثال رقم (03-25): احسب الربيع الثالث و العشير الخامس و المئين السابع لمعطيات المثال رقم (03-19):

الحل:

الفئات	f_i	$F^{\uparrow}$
20-10	4	4
30-20	6	10
40-30	7	17
50-40	3	20
المجموع	20	/

الربيع الثالث	**العشير الخامس**	**المئين الخمسون**
-رتبة الربيع الثالث: $tQ_3=\frac{3*\sum f_i}{4}=\frac{60}{4}=15$ الفئة الربيع الثالث :30-40 نطبق القانون التالي:	رتبة العشير الخامس: $t=\frac{5*\sum f_i}{10}=\frac{100}{10}=10$ 3-الفئة العشير الخامس :20-30 4-نطبق القانون التالي:	رتبة المئين الخمسون: $t=\frac{50*\sum f_i}{100}=\frac{1000}{100}=10$ 3-الفئة المئين الخمسون :20-30 4-نطبق القانون التالي:

$P_{50}=20+\frac{10-4}{6}.10$ $\boxed{P_{50}=30}$ نلاحظ أنها تساوي قيمة D_5	$D_5=20+\frac{10-4}{6}.10=30$ $\boxed{D_5=30}$	$Q_3=30+\frac{15-10}{7}.10$ $=37.14$

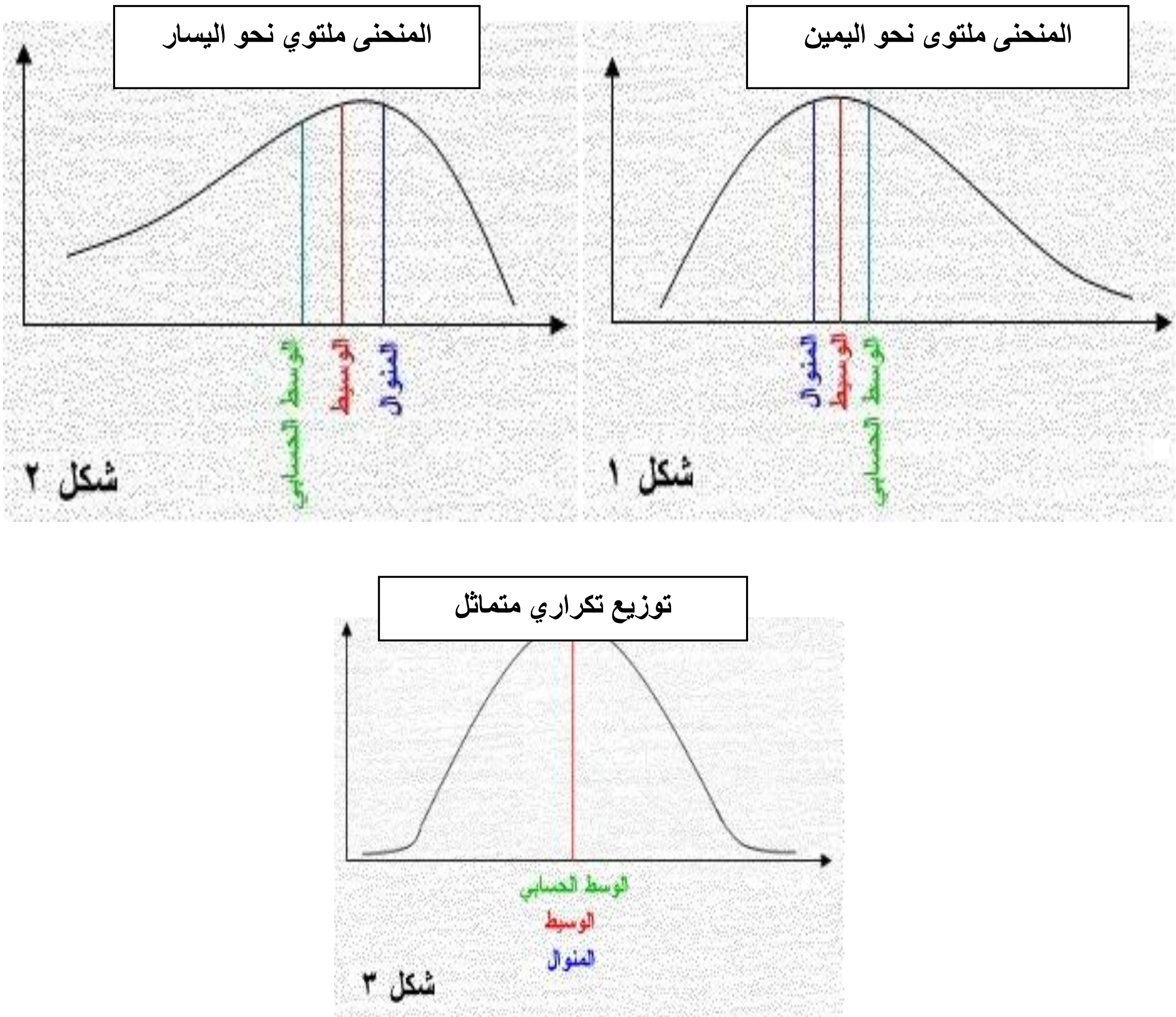
ثامنا :العلاقة بين مقاييس النزعة المركزية (الوسط الحسابي والوسيط والمنوال)
إذا كانلمجموعة البيانات منوال واحد فإن المتوسط الحسابي والوسيط والمنوال تربطهم إحدى العلاقات التالية:
1-إذا كان التوزيع التكراري متماثل:فإن المنحنى يكون متماثل وله قمة واحدة وشكله يشبه شكل الجرس وفي هذه الحالة يكون: $ME=MO=\overline{X}$

-وإذا كان منحنى التوزيع التكراري ملتويا التواء قليل فإنالعلاقة التالية صحيحة $\overline{X}-MO=3\left(\overline{X}-ME\right)$

و *تفيد* هذه العلاقة في إيجاد المتوسط الحسابي إذاكان جدول التوزيع التكراري مفتوح من أحد طرفيه.

2-إذا كان المتوسط الحسابي أكبر من الوسيط وأكبر من المنوال:فإن منحنى التوزيع يكون ملتويا ناحيةاليمينوفي هذهالحالةيكون: $\overline{X}>ME>MO$
3-إذا كان المتوسط الحسابي أقل من الوسيط وأقل من المنوال:فإن منحنى التوزيع يكون ملتويا ناحية اليسار وفيهذه الحالة يكون: $\overline{X}<ME<MO$

الشكل رقم (03-04): أشكال منحنيات التوزيعات التكرارية



تمارين الفصل الثالث:

التمرين الأول :إذا كان لدينا البيانات النوعية التالية والتي تمثل تقديرات 9طلبة في مادة الإحصاء: مقبول، جيد، ضعيف، ممتاز، جيد جداً، مقبول، مقبول، مقبول، جيد، مقبول.

المطلوب :احسب مقاييس النزعة المركزية المناسبة.

الحل: يمكن حساب فقط المنوال و الوسيط:

- **الوسيط :** نحن نعلم أننايمكن إيجاد الوسيط للبيانات الوصفيةالترتيبية التي يمكن ترتيبها تصاعدياً أو تنازلياًويكون عددها فرديا وبما ان في هذا التمرين يتوفر هذا الشرطين يمكن ترتيب التقديرات و عدد المفردات فردي يساوي 9 فيمكن حساب الوسيط بإتباع الخطوات التالية:

-ترتيب التقديرات :ضعيف،مقبول،مقبول، مقبول،مقبول،جيد،جيد، جيد جداً، ممتاز.
-حساب رتبة الوسيط تساوي:

$$t = \frac{9+1}{2} = 5$$

-إيجاد الوسيط :الوسيط هو التقدير الخامس بعد ترتيب البيانات تصاعدياً ،أي أن الوسيط هو تقدير مقبول بمعنى أن 50 % من الطلاب لهم تقدير اقل من مقبول و 50 %من الطلاب لهم تقدير أعلى من مقبول.

- **المنوال:** نلاحظ أن تقدير مقبول مكرر أربعة مرات و هو اكبر تكرار ومنه المنوال هو تقدير مقبول .

التمرين الثاني:تمثل البيانات التالية عدد السيارات المباعة في اليوم الواحد لعينة عشوائية حجمها 13 معرض سيارات:

10-39-14-26-35-18-25-29-23-15-19-22-37

المطلوب: إيجاد كل من المنوال و الوسيط و الوسط الحسابي لعدد السيارات المباعة باليوم الواحد في معارض السيارات.

الحل:

- **المنوال:** لا يوجد منوال للبيانات المتوفرة لأنها لا تحتوي القيم على تكرار.
- **الوسيط:**

1- نرتب القيم تصاعديا:10-14-15-18-19-22-23-25-26-29-35-37-39.
2- بما أن $n = 13$ هو عدد فردي فان رتبة الوسيط تساو $t = \frac{n+1}{2} = 7$ $=\frac{13+1}{2}$
3- نستنتج أن الوسيط يساوي القيمة السابعة في القيم المرتبة $ME = 23$ أي أن نصف معارض السيارات يبيع اقل من 23 سيارة في اليوم الواحد.

- **الوسط الحسابي:**

$$\overline{X} = \frac{\sum x_i}{n} = \frac{312}{13} = 24$$

ومنه نستنتج أن عدد السيارات المباعة في اليوم الواحد للمعرض الواحد في المتوسط مساوي ل 24 سيارة

التمرين الثالث:الجدول التالي يوضح عدد لترات الحليب لعشرين بقرة:

عدد اللترات	12-10	14-12	16-14	18-16	20-18
عدد الأبقار	2	5	6	5	2

المطلوب :احسب الوسط الحسابي،الوسيط و المنوال و ماذا تستنتج ؟.

احسب الربيع الأول والعشير الثالث واستنتج قيمة كل من الربيع الثاني و العشير الخامس.

الحل:

الفئات	f_i	x_i	$f_i * x_i$	$F^{\uparrow}$
12-10	2	11	22	2
14-12	5	13	65	7
16-14	6	15	90	13
18-16	5	17	85	18
20-18	2	19	38	20
المجموع	20	/	300	/

1-حساب الوسط الحسابي ، الوسيط و المنوال:

الوسط الحسابي	**الوسيط**	**المنوال**
$\overline{X} = \frac{\sum x_i * f_i}{\sum f_i} = \frac{300}{20} = 15$ $\overline{X} = 15$	1-نستخرج قيم التكرار المجمع الصاعد 2-رتبة الوسيط: $t = \frac{\sum f_i}{2} = \frac{20}{2} = 10$ 3-الفئة الوسيطية:16-14 4-نطبق القانون التالي: $ME = x_{min} + \frac{\frac{\sum fi}{2} - F^{\uparrow}_{(ME-1)}}{f_{ME}} . c_{ME}$ $= 14 + \frac{10-7}{6} . 2$ $= 15$ $\boxed{ME = 15}$	1-الفئة المنوالية:16-14 التي تقابل اكبر تكرار. 2-نطبق القانون التالي: $MO = x_{min} + \frac{\Delta_1}{\Delta_1 + \Delta_2} . c$ $\Delta_1 = 6 - 5 = 1$ $\Delta_2 = 6 - 5 = 1$ $= 14 + \frac{1}{1+1} . 2 = 15$ $\boxed{MO = 15}$

نستنتج أن الجدول متماثل و ذلك لان $\bar{X} = ME = MO = 15$

2-حساب الربيع الأول و العشير الثالث:

الربيع الأول	**العشير الثالث**
1-نستخرج قيم التكرار المجمع الصاعد 2-رتبة الربيع الأول: $t = \frac{\sum f_i}{4} = \frac{20}{4} = 5$ 3-الفئة الربيع الاول :14-12 4-نطبق القانون التالي: $Q_1 = x_{min} + \frac{\frac{\sum fi}{4} - F^{\uparrow}_{(Q_1-1)}}{f_{Q_1}} . c_{Q_1}$ $= 12 + \frac{5-2}{5} . 2 = 13.2$ $\boxed{Q_1 = 13.2}$	1-نستخرج قيم التكرار المجمع الصاعد 2-رتبة العشير الثالث: $t = \frac{3\sum f_i}{10} = \frac{60}{10} = 6$ 3-الفئة العشير الثالث :14-12 4-نطبق القانون التالي: $D_3 = x_{min} + \frac{\frac{3\sum fi}{10} - F^{\uparrow}_{(D_3-1)}}{f_{D_3}} . c_{D_3}$ $= 12 + \frac{6-2}{5} . 2 = 13.6$ $\boxed{D_3 = 13.6}$

-استنتاج قيمة الربيع الثاني Q_2 و العشير الخامس D_5:

$$D_5 = Q_2 = ME = 15$$

التمرين الرابع:القيم التالية تمثل مراكز الفئات للتوزيع التكراري للعمليات التي تجري يومياً بإحدى المستشفيات:3 ،8 ،13 ،18 ،23 ، 28 ،33

المطلوب:
1- أوجد طول الفئة.
2- أوجد حدود هذه الفئات.

الحل:نلاحظ أن الفرق بين كل مركز فئة و المركز الذي قبلها متساوي و يساوي 5 و منه نستنتج أن طول الفئة يساوي 5 . $k = 8 - 3 = 5$

ولدينا
$$\begin{cases} \text{الحد للفئةالادنى} = \text{مركز الفئة} - \frac{\text{طول الفئة}}{2} \\ \text{الحد الاعلى للفئة} = \text{الفئةمركز} + \frac{\text{الفئةطول}}{2} \end{cases}$$

ملاحظة :يكفي تطبيق العلاقة أعلاه لإيجاد حدود الفئة الأولى أما بقية الفئات بما أن الفئات متساوية الطول فيمكن إضافة طول الفئة للحد الأعلى للفئة السابقة لإيجاد الحد الأدنى للفئة الموالية وهكذا حتى الوصول إلى حدود الفئة الأخيرة ، أو نقوم بتطبيق العلاقة أعلاه لإيجاد الحدود الدنيا و العليا لكل الفئات و التي يساوي عددها 7 فئات (لأنه يوجد لدينا 7 مراكز)

و بتطبيق العلاقة نجد حدود الفئة الأولى:
$$\begin{cases} x1 = 3 - \frac{5}{2} = 0.5 \\ x2 = 3 + \frac{5}{2} = 5.5 \end{cases}$$

ومنه الفئة الأولى هي:$[0.5 - 5.5[$ ،ونحن نعلم أن الحد الأعلى للفئة الأولى هو نفسه الحد الأدنى للفئة الثانية أي 5.5 و لإيجاد الحد الاعلى للفئة الثانية نقوم باضافة طول الفئة "5" الى حد الادنى للفئة الثانية أي 5.5+5=10.5 و منه الفئة الثانية هي$[5.5 - 10.5[$ و هكذا بإتباع نفس الخطوات نتوصل إلى حدود كل الفئات.و منه الفئات هي كالتالي:

$$[5.5 - 10.5[\text{،} [0.5 - 5.5[\text{،} [10.5 - 15.5[\text{،} [15.5 - 20.5[\text{،} [20.5 - 25.5[\text{،}$$

$$\text{،} [25.5 - 30.5[\text{،} [30.5 - 35.5[$$

التمرين الخامس:اقترح بنك تجاري على شخص أراد أن يدخر مبلغا قدره 25 ألف دينار جزائري لمدة 10 سنوات الفوائد التالية:معدل 5% لسنتين الأوليتين،7% لثلاث سنوات لاحقة ،و 8 %لأربعة سنوات لاحقة و 2 %للسنة الأخيرة.

المطلوب: إيجاد متوسط معدل الفائدة؟

الحل :نحسب متوسط الفائدة باستعمال الوسط الهندسي :

$$25000(1+i)^{10} = 25000\left[(1+0.05)^2 + (1+0.07)^3 + (1+0.08)^4 + (1+0.02)^1\right]$$

باختزال 25000 من طرفي المعادلة و بإدخال اللوغاريتم لتخلص من الأسس نجد:

$$10\log(1+i) = 2\log(1+0.05) + 3\log(1+0.07) + 4\log(1+0.08) + 1\log(1+0.02)$$

$$\log(i+1)=\frac{2\log 1.05+3\log 1.07+4\log 1.08+\log 1.02}{10}$$

$$\log(i+1)=0.026$$

$$(i+1)=10^{0.026}$$

$$(i+1)=1.06$$

$$i=0.06$$

إذن متوسط معدل الفائدة في القرض هو6% .

التمرين السادس:اذا علمت أن الجدول التكراري التالي يمثل بيانات عن 234مفردة، وأن الوسيط لهذهالبيانات 46 =فأوجد تكرار الفئة الثالثة f3وتكرار الفئة الخامسةf5.

الفئات	20-10	30-20	40-30	50-40	60-50	70-60	80-70
التكرار	12	30	f3	65	f5	25	18

الحل:

الفئات	20-10	30-20	40-30	50-40	60-50	70-60	80-70
f_i	12	30	f3	65	f5	25	18
$F^{\uparrow}$	12	42	f3+42	f3+107	f3+107+f5	+132+f5 f3	234

12+30+f3+65+f5+25+18=234

$$12+30+\text{f3}+65+\text{f5}+25+18=234$$

f5+f5=84….(1)

$ME=46$ ينتمي للفئة 40-50 ومنه هذه الفئة هي الفئة الوسيطية

$$ME=x_{min}+\frac{\frac{\sum fi}{2}-F^{\uparrow}_{(ME-1)}}{f_{ME}}.c_{ME}=40+\frac{\frac{234}{2}-(42+\ \text{f3})}{65}.10=46$$

$$ME=40+\frac{750-10\ \text{f3}}{65}=46$$

$$750-10\ \text{f3}=390$$

ومنه:f3=36

بتعويض قيمة($\text{f3}=36$) في المعادلة (1) نجد:f5=48

الفصل الرابع :

مقاييس التشتت

measures of dispersion

أولا:المدى

ثانيا :المدى الربيعي و الانحرافالربيعي

ثالثا: الانحراف المتوسط

رابعا: التباينو الانحراف المعياري

خامسا :معامل الاختلافو معامل الاختلاف الربيعي

تمارين الفصل الرابع

تمهيد:

إن مقاييس الت ... قات لتحديد صفات
التوزيعات التك ... س النزعة المركزية
إلا أن الظاهرتي ... ختلاف البيانات فيما
بينها و مدى التفا ... متباعدة و عليه تستطيع
مقاييس التشتت الحكم ... في وصف البيانات، فإذا كان لدينا مجموعتان من القيم الأولى(5،4،3) و الثانية (8،3،1) فان الوسط الحسابي لكل مجموعة هو "4" ، فنلاحظ أن الوسط الحسابي يعتبر قيمة نموذجية للمجموعة الأولى و يمثل بدقة كل قيمة ، بينما نجد في المجموعة الثانية أن الوسط الحسابي قيمة غير نموذجية و لا يمثل مفردات هذه المجموعة بدقة، لذلك فان مقاييس التشتت هي التي تعطي وصفا أفضل من المقاييس السابقة(مقاييس النزعة المركزية)، و منه مقاييس التشتت تستخدم لإعطاء صورة عن مدى تقارب(تجانس) المشاهدات أو تباعدها (تشتتها) مع بعضها البعض ، فكلما زادت قيمة

مقاييس التشتت كلما ازداد تشتت المشاهدات و كلما قلت قيمته كلما زاد تجانس بين المشاهدات ،و من مقاييس التشتت: المدى العام،المدى الربيعي،الانحراف المتوسط،الانحراف المعياري.

أولا:المدى(Range)

1-المدى في حالة البيانات غير المبوبة :هو أبسط مقاييس التشتت ، ويحسب المدى في حالة البيانات غير المبوبة بطرح اكبر قيمة في السلسلة الإحصائية من اقل قيمة بتطبيق المعادلة التالية[1]:

$$R = x_{\max} - x_{\min}$$

مثال رقم (04-01) :أحسب المدى لكل من المجموعتين الآتيتين من البيانات:

x = 12 , 6 , 7 , 3 , 15 , 10 , 18 , 5

y = 9 , 12 , 12 , 12 , 22 , 22 , 22 , 24

Rx = 18 – 3 = 15

Ry = 24 – 9 = 15

ويلاحظ أن مداهما متساويان مما يوحي أن المدى أحياناً يكون مظللاً كونه يعتمد على القيمتين الطرفيتين واللتينكثير ما تكون شاذتين ، لذلك ظهرت الحاجة إلى مقاييس أكثر وضوحاً للتشتت.

2-المدى في حالة البيانات المبوبة:

2-1- المدى في حالة متغير كمي منفصل:المدى في حالة البيانات المبوبة و المتغير كمي منفصل هو الفرق بين قيمة اكبر متغير(x_{max})و قيمة اصغر متغير (x_{min})، حسب المعادلة التالية:

$$R = x_{\max} - x_{\min}$$

مثال رقم (04-02): احسب المدى لتوزيع التكراري التالي :

المتغير	**10**	13	15	17	**19**
التكرارات	3	5	11	7	2

الحل:

$$R = x_{\max} - x_{\min} = 19 - 10 = 9$$

2-2-المدى في حالة متغير كمي متصل:المدى في حالة البيانات المبوبة و المتغير كمي متصل هو الفرق بين الحد الأعلى للفئة الأخيرة و الحد الأدنى للفئة الأولى، حسب المعادلة التالية:

$$R = x_{\max} - x_{\min}$$

x_{max} :الحد الأعلى للفئة الأخيرة x_{min} : الحد الأدنى للفئة الأولى

مثال رقم (04-03): الجدول التكراري التالي يبين توزيع 60مزرعة حسب المساحة المزروعة بالذرة**:**

المساحة	$\overbrace{\mathbf{15}}^{x_{min}}$ -20	20-25	25-30	30-35	35-40	40- $\overbrace{\mathbf{45}}^{x_{max}}$
عدد	3	9	15	18	12	03

[1]Karen A. Randolph , Laural. Myers , **basic statistics in multivariate analysis** ,pocket guides to social work research methods ,new york,2013,p29

المزارع						

المطلوب : حساب المدى للمساحة المزروعة بالذرة

الحل:

$$\boxed{R = 45 - 15 = 30}$$

3-مزايا و عيوب المدى:يمكن تلخيص أهم مزايا و عيوب المدى في الجدول التالي:

الجدول رقم (04-01):مزايا و عيوب المدى

مزايا المدى	عيوب المدى
انه بسيط وسهل الحساب.	انه يعتمد على قيمتين فقط ولا يأخذ في الحسبان كل القيم.
يكثر استخدامه عند الإعلان عن حالة الطقس و المناخ الجوي كدراجات الحرارة،الرطوبة والضغط الجوي، يستخدم أيضا في مراقبة الجودة.	يتأثر بالقيم الشاذة.
مقياس يعطي فكرة سريعة عن تشتت البيانات.	يصعب تقدير قيمته من الجداول التكرارية المفتوحة و البيانات الوصفية.

المصدر : شرف الدين خليل، **مرجع سبق ذكره** ،ص 54.

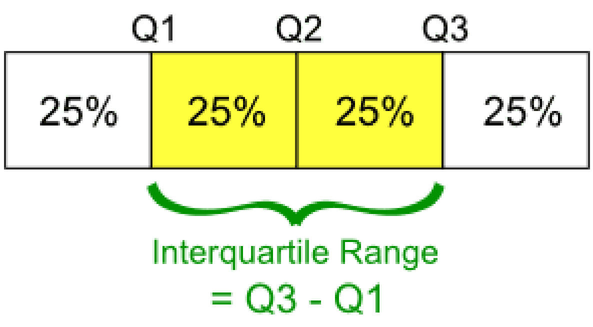
ثانيا :المدى الربيعي و الانحراف الربيعي

1-المدى الربيعي $inter$ **(quartile range** RQ**):**هو عبارة عن الفرق بين الربيع الثالث و الربيع الأول و بعبارة أخرى هو[1]:

$$RQ = Q_3 - Q_1$$

و قد قمنا في الفصل السابق بشرح طريقة حساب الربيعات سواء في حالة البيانات غير المبوبة و البيانات المبوبة (حالة المتغير كمي منفصل و متصل) .

الشكل رقم(04-01): فكرة المدى الربيعي



[1]ترجمة : محمود علي أبو النصر،**الاحتمالات و الإحصاء"ملخصات ايزي شوم"**،الطبعة العربية الأولى،الدار الدولية للاستثمارات الثقافية،مصر،2004،ص 27.

2-الانحراف الربيعي$\frac{RQ}{2}$(Quartile Deviation):يعتمد المدى على قيمتين متطرفتين ، هما أصغر قيمة وأكبر قيمة ، فإذا كان هناك قيمشاذة ترتب على استخدامه كمقياس للتشتت نتائج غير دقيقة، من أجل ذلك لجأ الإحصائيون إلىاستخدام مقياس للتشتت يعتمد على نصف عدد القيم الوسطى، و يهمل نصف عدد القيم المتطرفة، ولذالا يتأثر هذا المقياس بوجود قيم شاذة، ويسمى هذا المقياس بالانحراف الربيعي ويحسب الانحراف الربيعي بتطبيق المعادلة التالية[1] :

$$\frac{RQ}{2}=\frac{Q_3-Q_1}{2}$$

حسب القانون أعلاه نستنتج أن :الانحراف الربيعي = نصف المدى الربيعي

مثال رقم (04-04): احسب المدى الربيعي و الانحراف الربيعي إذا كانت لدينا قيمة الربيع الأول و الثالث كالتالي:$Q_3 = 4.8$ و$Q_1 = 2.4$

الحل:

الانحراف الربيعي	**المدى الربيعي**
$\frac{RQ}{2}=\frac{Q_3-Q_1}{2}=\frac{2.4}{2}=1.2$	$RQ=Q_3-Q_1$=4.8-2.4=2.4

3-مزايا و عيوب الانحراف الربيعي:يمكن تلخيص أهم مزايا و عيوب الانحراف الربيعي في الجدول التالي:

الجدول رقم (04-02):مزايا و عيوب الانحراف الربيعي

عيوب الانحراف الربيعي	**مزايا الانحراف الربيعي**
لا يأخذ جميع القيم في حسابه.	لا يتأثر بالقيم الشاذة.
يصعب التعامل معه رياضيا و لا يمكن حسابه من البيانات الوصفية.	يمكن حسابه من الجداول التكرارية المفتوحة.

المصدر:من إعداد الباحثة .

ثالثا: الانحراف المتوسط(The Mean Deviation)

الانحراف المتوسط هو مقياس يتجاوز عيوب كل من المدى والانحراف الربيعي ليأخذ متوسط الانحرافات بالقيمة المطلقة عن أحد مقاييس النزعة المركزية المتمثلفي الوسط الحسابي.

1- الانحراف المتوسط فيحالةالبيانات غير المبوبة: وهو متوسط الانحرافات المطلقة عن الوسط الحسابي ويتم حسابه وفق الآتي[2]:

$$MD=\frac{\sum\left|xi-\overline{X}\right|}{n}$$

مثال رقم (04-05): جد الانحراف المتوسط للقيم الآتية:

7، 5 ، 6 ، 8 ، 9

الحل : يجب أولا حساب المتوسط الحسابي:

$$\overline{X}=\frac{\sum x_i}{n}=\frac{35}{5}=7$$

[1]هدى برهان سيف الدين ،**الإحصاء في علم النفس-مقاييس التشتت-**،مطبوعة جامعية،جامعة الملك عبد العزيز،السعودية،2014،ص50.

[2]Clemens . Reimann , Peter . Filzmoser ,**statistical data analysis explained** ,John wiley and sons, new York,2008,p57.

عند إيجاد المتوسط الحسابي نقوم بتطبيق القانون التالي لإيجاد الانحراف المتوسط:

$$MD = \frac{\sum_1^n |xi - \bar{x}|}{n} = \frac{|9-7| + |8-7| + |6-7| + |5-7| + |7-7|}{5} = \frac{6}{5} = 1.2$$

2-الانحراف المتوسط فيحالةالبيانات المبوبة:

1-2-الانحراف المتوسط لمتغير كمي منفصل: الانحراف المتوسط للقيم$x_1, x_2, \ldots\ldots, x_n$و المرجح بالتكرارات المناظرة$f_1 , f_2 \ , \ldots. , f_n$ يحسب بالعلاقة التالية:

$$MD = \frac{\sum \left| xi - \overline{X} \right| * f_i}{\sum f_i}$$

مثال رقم (04-06):الجدول التالي يمثل توزيع مجموعة من الناخبين حسبأعمارهم وفي وقت معين، والمطلوب حساب الانحراف المتوسط لأعمارالناخبين ؟

الأعمار	20	25	30	35	المجموع
عدد الناخبين	3	4	5	2	14

الحل:

x_i	f_i	$f_i.x_i$	$\lvert x_i - \bar{X} \rvert$	$f_i * \lvert x_i - \bar{X} \rvert$
20	3	60	7.14	21.42
25	4	100	2.14	8.56
30	5	150	2.86	14.3
35	2	70	7.86	15.72
المجموع	14	380	/	60

يجب أولا حساب المتوسط الحسابي:

$$=\frac{380}{14} = 27.14 \bar{X} = \frac{\sum f_i.x_i}{\sum fi}$$

$$\boxed{MD = \frac{\sum f_i |x_i - \bar{X}|}{\sum f_i} = \frac{60}{14} = 4.29}$$

2-2-الانحراف المتوسط لمتغير كمي متصل:الانحراف المتوسطلمراكزالفئات x_1 x_n , , ... x_2,والمرجح بالتكرارات المناظرة f_1 ,f_2 ...,f_nيعطى بالعلاقة التالية[1]:

$$MD = \frac{\sum \left| xi - \overline{X} \right| * f_i}{\sum f_i}$$

مثال رقم (04-07):الجدول التالي يمثل توزيع مجموعة من الطلاب حسب وزنهم، والمطلوب حساب الانحراف المتوسطلأوزان الطلاب ؟

الوزن	60-50	70-60	80-70	90-80	100-90	110-100	-110 120	المجموع

[1]Isabel. Willemse , **statistical methods and calculation skills**, third edition, Juta ,new York,2009,p76.

عدد الطلاب	8	12	14	24	8	6	6	80

الحل:

الفئات	f_i	x_i	$f_i.x_i$	$\lvert x_i-\bar{X}\rvert$	$f_i\lvert x_i-\bar{X}\rvert$
60-50	8	55	440	27.5	220
70-60	12	65	780	17.5	210
80-70	14	75	1050	7.5	105
90-80	24	85	2040	2.5	60
100-90	8	95	760	12.5	100
110-100	8	105	840	22.5	180
120-110	6	115	690	32.5	195
المجموع	80	/	6600	/	1070

يجب أولا حساب المتوسط الحسابي:

$$=\frac{6600}{80}=82.5kg\bar{X}=\frac{\sum f_i.x_i}{\sum fi}$$

$$\boxed{MD=\frac{\sum f_i\lvert x_i-\bar{X}\rvert}{\sum f_i}=\frac{1070}{80}=13.375kg}$$

3-مزايا و عيوب الانحراف المتوسط: يمكن تلخيص أهم مزايا و عيوب الانحراف المتوسط في الجدول التالي:

الجدول رقم (04-03):مزايا و عيوب الانحراف المتوسط

مزايا الانحراف المتوسط	عيوب الانحراف المتوسط
يأخذ جميع القيم في حسابه.	يتأثر بالقيم الشاذة.
هو مقياس أفضل من المدى والانحراف الربيعي لأنه يأخذ متوسط الانحرافات بالقيمة المطلقة عن الوسط الحسابي.	يصعب التعامل معه رياضيا و يصعب تقدير قيمته من الجداول التكرارية المفتوحة و البيانات الوصفية.

المصدر:من إعداد الباحثة .

رابعا: التباينو الانحراف المعياري(Variance and Standard Deviation)

التباين و الانحراف المعياري من أهم مقاييس التشتت،ببساطة نقول أن الانحراف المعياري هو الجذر التربيعي للتباين، ومن الملاحظ أن التباين يقاس بالوحدات المربعة وليس بوحدات المتغير فهو يعتمد على مجموع مربعاتالانحرافات، ومن ثم لا يتماشى هذا المقياس مع وحدات قياس المتغير محل الدراسة من أجل ذلك لجأالإحصائيين إلى مقياس منطقي يأخذ في الاعتبار الجذر التربيعي للتباين ألا وهو الانحراف المعياري يقاس بنفس وحدات المتغير محل ظاهرة الدراسة[1].

1-التباينو الانحراف المعياريفيحالةالبيانات غير المبوبة: التباين يعرفبأنه متوسط مربع انحرافات القيم عن وسطها الحسابي و يعطى بالعلاقتين التاليتين:

علاقة التعريف	العلاقة الموسعة

[1]Allen B. Douney , **think stats “ probability and statistics for programmes”**,o’reilly,America,2011,p1

$V(X)=\frac{\sum\left(x_i-\overline{X}\right)^2}{n}$	$V(X)=\frac{\sum x_i^2}{n}-\overline{X}^2$

و كذلك الانحراف المعياري يعطى بالعلاقتين التاليتين:

علاقة التعريف	العلاقة الموسعة
$\delta_x=\sqrt{V(X)}=\sqrt{\frac{\sum\left(x_i-\overline{X}\right)^2}{n}}$	$\delta_x=\sqrt{V(X)}=\sqrt{\frac{\sum x_i^2}{n}-\overline{X}^2}$

مثال رقم (04-08) : اختيرت عينة من 10مكالمات دولية فكان طول المكالمات بالدقائق كمايلي:

13، 3،9،4، 8، 20، 15، 12، 6، 10

أحسب التباين والانحراف المعياري لطول المكالمات بطريقتين مختلفتين.

الحل: يجب أولا حساب الوسط الحسابي: $\overline{X}=\frac{\sum x_i}{n}=\frac{100}{10}=10$

❖ **علاقة التعريف:**

$$V(X)=\frac{\sum\left(x_i-\overline{X}\right)^2}{n}=\frac{(13-10)^2+(3-10)^2+(9-10)^2+(4-10)^2+(8-10)^2+\ldots+(10-10)^2}{10}$$

$$V(X)=\frac{244}{10}=24.4$$

❖ **العلاقة الموسعة:**

$$V(X)=\frac{\sum x_i^2}{n}-\overline{X}^2=\left(\frac{13^2+3^2+9^2+4^2+8^2+20^2+15^2+12^2+6^2+10^2}{10}\right)-10^2=24.4$$

ومنه :الانحراف المعياري يساوي :

$\delta_x=\sqrt{V(X)}=\sqrt{24.4}=4.94$ دقيقة

> **ملاحظة :** التباين ليس له وحدة قياس

2- التباين و الانحراف المعياريفيحالةالبيانات المبوبة:

2-1- التباين و الانحراف المعياريفي حالة متغير كمي منفصل:

هناك طريقتين مختلفتين لحساب التباين و الانحراف المعياري:

طريقة التعريف	الطريقة الموسعة
التباين: $V(X)=\frac{\sum fi*\left(x_i-\overline{X}\right)^2}{\sum f_i}$ الانحراف المعياري: $\delta_x=\sqrt{V(X)}=\sqrt{\frac{\sum f_i*\left(x_i-\overline{X}\right)^2}{\sum f_i}}$ علما أن : x_iهي قيم المتغير	التباين: $V(X)=\frac{\sum f_i*x_i^2}{\sum f_i}-\overline{X}^2$ الانحراف المعياري: $\delta_x=\sqrt{V(X)}=\sqrt{\frac{\sum f_i*x_i^2}{\sum f_i}-\overline{X}^2}$ علما أن : x_iهي قيم المتغير

مثال رقم (04-09) :احسبالتباين و الانحراف المعياري بطريقتين مختلفتينلبيانات المثال رقم(04-06) ؟

الحل:

x_i قيم المتغير	f_i التكرار	$f_i * x_i$	$f_i * x^2{}_i$	$(x_i - \bar{X})^2$	$f_i * (x_i - \bar{X})^2$
20	3	60	1200	50.97	152.91
25	4	100	2500	4.57	18.28
30	5	150	4500	8.17	40.85
35	2	70	2450	61.77	123.54
المجموع	14	380	10650	/	335.58

يجب أولا حساب المتوسط الحسابي:

$$\bar{X} = \frac{\sum f_i.x_i}{\sum fi} = \frac{380}{14} = 27.14$$

حساب التباين و الانحراف المعياري بطريقتين:

طريقة التعريف	الطريقة الموسعة
التباين: $V(X) = \frac{\sum f_i(x_i-\bar{X})^2}{\sum f_i} = \frac{335.58}{14} = 24.1$ **الانحراف المعياري:** $\delta_x = \sqrt{\frac{\sum f_i * (x_i - \overline{X})^2}{\sum f_i}} = \sqrt{24.1} = 4.9ans$	التباين: $V(X) = \frac{\sum f_i.x^2{}_i}{\sum f_i} - \bar{X}^2 = \frac{10650}{14} - 27.14^2 = 24.1$ **الانحراف المعياري:** $\delta_x = \sqrt{\frac{\sum f_i * x_i^2}{\sum f_i} - \overline{X}^2} = \sqrt{24.1} = 4.9ans$

2-2-التباين و الانحراف المعياريفي حالة متغير كمي متصل:هناك طريقتين مختلفتين لحساب التباين و الانحراف المعياري:

طريقة التعريف	الطريقة الموسعة
التباين: $V(X) = \frac{\sum fi * (x_i - \overline{X})^2}{\sum f_i}$ علما أن :x_iهي مراكز الفئات الانحراف المعياري: $\delta_x = \sqrt{V(X)} = \sqrt{\frac{\sum f_i * (x_i - \overline{X})^2}{\sum f_i}}$	**التباين :** $V(X) = \frac{\sum f_i * x_i^2}{\sum f_i} - \overline{X}^2$ علما أن :x_iهي مراكز الفئات الانحراف المعياري: $\delta_x = \sqrt{V(X)} = \sqrt{\frac{\sum f_i * x_i^2}{\sum f_i} - \overline{X}^2}$

مثال رقم (04-10):الجدول التالي يمثل توزيع مجموعة من الطلاب حسب وزنهم، والمطلوب حساب الانحراف المتوسطلأوزان الطلاب؟

الحل:

الفئات	f_i	x_i	$f_i * x_i$	$f_i * x^2{}_i$	$(x_i - \bar{X})^2$	$f_{i*}(x_i - \bar{X})^2$
60-50	8	55	440	24200	756.25	6050
70-60	12	65	780	50700	306.25	3675
80-70	14	75	1050	78750	56.25	787.5

90-80	24	85	2040	173400	6.25	150
100-90	8	95	760	72200	156.25	1250
110-100	8	105	840	88200	506.25	4050
120-110	6	115	690	79350	1056.25	6337.5
المجموع	80	/	6600	566800	/	22300

-يجب أولا حساب المتوسط الحسابي:

$$\bar{X} = \frac{\sum f_i.x_i}{\sum fi} = \frac{6600}{80} = 82.5kg$$

-حساب التباين و الانحراف المعياري بطريقتين:

الطريقة الموسعة	طريقة التعريف
التباين: $V(X) = \frac{\sum f_i.x^2{}_i}{\sum f_i} - \bar{X}^2 = \frac{566800}{80} - 82.5^2 = 278.75$ **الانحراف المعياري:** $\delta_x = \sqrt{\frac{\sum f_i * x_i^2}{\sum f_i} - \bar{X}^2} = \sqrt{278.75} = 16.7kg$	**التباين:** $V(X) = \frac{\sum f_i(x_i - \bar{X})^2}{\sum f_i} = \frac{22300}{80} = 278.75$ **الانحراف المعياري:** $\delta_x = \sqrt{\frac{\sum f_i * (x_i - \bar{X})^2}{\sum f_i}} = 16.7kg$

3-خصائص الانحراف المعياري: من أهم خصائص الانحراف المعياري نذكر مايلي:

1 –قيمة الانحراف المعياري دائماً موجبة أو أكبر من أو تساوي صفر،فأقل قيمة تساوي الصفر (وذلك عندما تكون جميع القيم متساوية) وفي هذه الحالة لا توجد فروق أو إنحرافات بينها وبين الوسط الحسابي وبالتالي لا يوجد أي تشتت بين القيم،وبالتالي فإن قيمة الإنحراف المعياري في حالة تساوي جميع القيم تساوي الصفر.

2 –كلما كان التشتت كبيرًا حول الوسط كلما كان الانحراف المعياري كبيرًا والعكس صحيح.

3 –إذا أضفنا وطرحنا مقدار ثابتاً من كل القيم فإن قيمة الانحراف المعياري (أو التباين) لا تتغير (أي لا تتأثر قيمة الانحراف المعياري) بالطرح أو الجمع.

4-اذا ضرب كل قيمة من قيم المفردات في مقدار ثابت ، فإن الانحراف المعياري للقيم الجديدة يساوي الانحراف المعياري للقيم الأصلية مضروبا في الثابت ، أى أن إذا كان قيم x هي القيمالأصلية ، وكانت القيم الجديدة هـي : y= ax حيـث أن a مقـدار ثابـت ، فـإن: $\delta_y = a\delta_x$ أما التباين الجديد يصبح: $V(y) = a^2 V(x)$

5-إذا كان لدينا التوليفة الخطية $y= ax+b$: فإن الانحراف المعياري للمتغير y هـو أيضا: $\delta_y = a\delta_x$ و التباين يصبح: $V(y) = a^2 V(x)$

4- مزايا و عيوب الانحراف المعياري: يمكن تلخيص أهم مزايا و عيوب الانحراف المعياري في الجدول التالي:

الجدول رقم (04-04):مزايا و عيوب الانحراف المعياري

مزايا الانحراف المعياري	عيوب الانحراف المعياري
يأخذ جميع القيم في حسابه.	يتأثر بالقيم الشاذة.
يسهل التعامل معه رياضيا.	يصعب تقدير قيمته من الجداول التكرارية المفتوحة
أفضل مقاييس التشتت وأشهرها استخداماً.	لا يمكن حسابه من البيانات الوصفية.

المصدر : من إعداد الباحثة

خامسا :معامل الاختلافو معامل الاختلاف الربيعي

1-معامل الاختلاف(Coefficient of Variation): يتم مقارنة تشتت مجموعتين إذا كانت لهما نفس وحدة القياس، حيث يمثل ذلك شرط أساسي للحكم على تشتت المجموعتين مباشرة من خلال مقارنة قيم مقاييس التشتت المحسوبة للمجموعتين ، فمثلا يمكن مقارنة تشتت علامات الطلبة مع علامات الطالبات ، كما يمكن مقارنة تشتت الدخل الشهري للموظفين في القطاع العام و موظفي القطاع الخاص للاستدلال دوما على المجموعة الأكثر اختلافا و تشتتا، أما إذا اختلفت وحدة القياس في المجموعتين كأن تكون المجموعة الأولى ممثلة لساعات العمل بينما المجموعة الثانية ممثلة لعمر العمال ،فانه لا يمكن مقارنة مؤشر إحصائي تم حسابه من ساعات بمؤشر إحصائي آخر تم حسابه بسنوات.

عندما تكون وحدة القياس مختلفة في المجتمعين المدروسين، فان أسلوب مقارنة التشتت يمكن أن يتم من خلال مقياس التشتت يسمى معامل الاختلاف ،يهدف معامل الاختلاف إلى كشف المجموعة الأكثر تشتتا من بين المجموعات التي تكون وحدة قياسها مختلفة ، حيث نعتبر المجموعة التي لها معامل اختلاف كبير في القيمة هي المجموعة الأكثر تشتتا ، ويتم حساب معامل الاختلاف من خلال قيم كل من المتوسط الحسابي و الانحراف المعياري كمايلي[1]:

$$cv = \frac{\delta_x}{\overline{\overline{X}}} * 100$$

مع الإشارة إلى أن معامل الاختلاف يكون بدون وحدة قياس حيث انه نسبة مئوية .

مثال رقم (04-11): يعتمد مصنع كبير على مواد خام يتم استرادها من مصادر مختلفة و كثيرة ،وتختلف المصادر في كل من المدة المستغرقة لوصول الطلبيات و التي يتم حسابها باليوم و تكاليف الشحن التي يتم حسابها بالدينار الجزائري حيث أن الوقت المهدر في انتظار الطلبيات لا يقل أهمية عن الخسائر المادية الناتجة عن زيادة تكاليف الشحن ، فان إدارة المخزون في المصنع ترغب في دراسة ومعرفة العامل الأهم من ناحية التكلفة هل هو مدة وصول الطلبيات أم تكاليف الشحن.وبهدف الوصول إلى إجابة على التساؤل السابق تم حساب كل من الوسط الحسابي و التباين لمدة وصول الطلبيات x باليوم و تكلفة شحن الطلبيات y بالدينار الجزائري لعينة عشوائية من طلبيات سابقة فتم الحصول على الإحصائيات التالية :

$$\delta^2_X = 10.5 \qquad \bar{x} = 7.8 \qquad \delta^2_{\mathrm{Y}} = 250000 \qquad \bar{y} = 3200 \quad /$$

إلى أي عامل يجب أن يوجه الاهتمام بمدة وصول الطلبية أم تكلفة الشحن،ليتم محاولة تقليل التكلفة بشكل عام و لماذا ؟

الحل: تبعا لاختلاف وحدة القياس في المتغيرين محل الدراسة و لمقارنة تشتت المتغيرين يتم حساب معامل الاختلاف لهما:

$$cv_x = \frac{\delta_x}{\overline{\overline{X}}} * 100 = \frac{\sqrt{10.5}}{7.8} * 100 = 41.5\%$$

$$cv_y = \frac{\delta_x}{\overline{\overline{Y}}} * 100 = \frac{\sqrt{250000}}{3200} * 100 = 15.6\%$$

و عليه فان متغير مدة وصول الطلبة هو المتغير أكثر تشتتا حيث يتضح من خلال الفرق الكبير بين معامل الاختلاف ،لذلك فان الاهتمام يجب أن يوجه إلى دراسة الاختلاف بين مدة وصول الطلبيات المختلفة و التي

[1]Peter .Goos ,David . Meintrup ,**statistics with JMP: graphs, descriptive statistics and probability** , Wiley, new York,2015,p69.

يمكن عند التحكم بها تقليل درجة الاختلاف و من ثم تثبيت التكاليف المتحققة من خلال الانتظار لوصول الطلبيات أو على الأقل تثبيت تلك التكلفة[1].

2-معامل الاختلاف الربيعي (QuartileCoefficient of Variation):: هو نسبة مئوية لفارق الربيع الثالث و الأول على مجموعهما،و يستعمل في حالة تعذر حساب الانحراف المعياري و الوسط الحسابي وذلك في حالة الجداول المفتوحة من طرفين أو من طرف واحد، و يتم حسابه و فق العلاقة التالية:

$$cv_Q = \frac{Q_3 - Q_1}{Q_3 + Q_1} * 100$$

مثال رقم (12-04): إذا كان لدينا المعطيات التالية: $Q_1 = 1.8$ و $Q_3 = 3.4$ احسب معامل الاختلاف الربيعي؟

الحل:

$$cv_Q = \frac{Q_3 - Q_1}{Q_3 + Q_1} * 100 = \frac{3.4 - 1.8}{3.4 + 1.8} * 100 = 30.77\%$$

ملاحظة :

- إذا كان معامل الاختلاف و معامل الاختلاف الربيعي اكبر من 50% نقول أن التشتت قوي.
- إذا كان معامل الاختلاف و معامل الاختلاف الربيعي اصغر من 50 %نقول أن التشتت ضعيف.
- إذا كان معامل الاختلاف و معامل الاختلاف الربيعي يساوي 50% نقول أن التشتت متوسط.

تمارين الفصل الرابع:

التمرين الأول : يوضح جدول التوزيع التكراري التالي توزيع 40طالباً على حسب عدد الساعات التييقضيها الطالب في المذاكرة شهريا.

ساعات المذاكرة	40-24	56-40	72-56	88-72	104-88	-104 120	المجموع
عدد الطلبة	3	5	10	12	5	5	40

المطلوب: احسب المدى،الانحراف الربيعي ،التباين بطريقتين،الانحراف المعياري ،الانحراف المتوسط.

الحل:

الفئات	f_i	x_i	$f_i . x_i$	$F^{\uparrow}$	$f_i . x^2{}_i$	$f_i(x_i - \bar{X}^2)$	$\|x_i - \bar{X}\|$	$f_i\|x_i - \bar{X}\|$
40-24	3	32	96	3	3072	5393.28	42.4	127.2
56-40	5	48	240	8	11520	3484.8	26.4	132
72-56	10	64	640	18	40960	1081.6	10.4	104
88-72	12	80	960	30	76800	376.32	5.6	67.2
104-88	5	96	480	35	46080	2332.8	21.6	108
120-104	5	112	560	40	62720	7068.8	37.6	188

[1] علي بن محمد الجمعه ، **مدخلإلىعلمالإحصاء** ، مطبوعة جامعية ، جامعة الملك عبد العزيز ،سعودية ،2007، ص 51.

المجموع	40	/	2976	/	241152	19737.6	/	726.4

1-المدى:

$$R = x_{\max} - x_{\min} = 120 - 24 = 96$$

2-الانحراف الربيعي: $\frac{RQ}{2} = \frac{Q_3 - Q_1}{2}$

يجب حساب $Q1$ و$Q3$ وذلك بعد استخراج قيم تكرار المجمع الصاعد :

الربيع الأول $Q1$	الربيع الثالث $Q3$
-رتبة الربيعالأول: $t = \frac{\sum f_i}{4} = \frac{40}{4} = 10$ -فئة الربيع الأول :56-72 -نطبق القانون التالي: $Q_1 = 56 + \frac{10-8}{10}.16 = 59.2h$	-رتبة الربيع الثالث: $t = \frac{3\sum f_i}{4} = \frac{120}{4} = 30$ -الفئة الربيع الثالث :72-88 -نطبق القانون التالي: $Q3 = 72 + \frac{30-18}{12}.16 = 88h$

ومنه: $\frac{RQ}{2} = \frac{88 - 59.2}{2} = 14.4h$

3-التباين و الانحراف المعياري بطريقتين : يجب حساب الوسط الحسابي:

$$\bar{X} = \frac{\sum f_i.x_i}{\sum fi} = \frac{2976}{40} = 74.4h$$

الطريقة الموسعة	طريقة التعريف
$V(X) = \frac{\sum f_i.x^2{}_i}{\sum f_i} - \bar{X}^2 = \frac{241152}{40} - 74.4^2 = 493.44$ **الانحراف المعياري:** $\delta_x = \sqrt{\frac{\sum f_i * x_i^2}{\sum f_i} - \bar{X}^2} = \sqrt{493.44} = 22.21h$	$V(X) = \frac{\sum f_i(x_i - \bar{X})^2}{\sum f_i} = \frac{19737.6}{40} = 493.44$ **الانحراف المعياري:** $\delta_x = \sqrt{\frac{\sum f_i * (x_i - \bar{X})^2}{\sum f_i}} = \sqrt{493.44} = 22.21h$

4-الانحراف المتوسط:

$$MD = \frac{\sum |xi - \bar{X}| * f_i}{\sum f_i} = \frac{726.4}{40} = 18.16h$$

التمرين الثاني: عند دراسة مجموعة من القيم تحصلنا على مايلي:

المجموعة الأولى	المجموعة الثانية
$\sum f_i = 30$	$\sum f_i = 32$
$\sum f_i * x_i = 1000$	$\sum f_i * x_i = 640$
$\sum f_i * x_i^2 = 36550$	$\sum f_i * x_i^2 = 14464$

المطلوب: ماهي المجموعة الأكثر تشتتا؟

الحل: يجب حساب معامل الاختلاف بالنسبة للمجموعتين وعلى أساسه يتم المقارنة بينهما:

المجموعة الأولى	المجموعة الثانية
$\bar{X} = \frac{\sum f_i.x_i}{\sum fi} = \frac{1000}{30} = 33.33$ $\delta_x = \sqrt{\frac{\sum f_i.x^2{}_i}{\sum f_i} - \bar{X}^2}$ $= \sqrt{\frac{36550}{30} - 33.33^2} = 10.37$ ومنه معامل الاختلاف للمجموعة الأولى: $cv = \frac{\delta}{\bar{x}}.100 = \frac{10.37}{33.33}.100 = 31.11\%$	$\bar{X} = \frac{\sum f_i.x_i}{\sum fi} = \frac{640}{32} = 20$ $\delta_x = \sqrt{\frac{\sum f_i.x^2{}_i}{\sum f_i} - \bar{X}^2}$ $= \sqrt{\frac{14464}{32} - 20^2} = 7.21$ ومنه معامل الاختلاف للمجموعة الثانية: $cv = \frac{\delta}{\bar{x}}.100 = \frac{7.21}{20}.100 = 36.05\%$

نلاحظ أن : معامل الاختلاف للمجموعة الثانية اكبر من معامل الاختلاف للمجموعة الأولى ومنه المجموعة الثانية هي الأكثر تشتتا.

التمرين الثالث: ليكن لدينا الجدول التكراري التالي:

الفئات	اقل من 12	14-12	16-14	18-16	20-18	المجموع
عدد الطلبة	2	5	6	5	2	20

المطلوب:

- ماهو مقياس النزعة المركزية المناسب ؟احسبه؟
- ماهو مقياس التشتت المناسب ؟احسبه؟
- احسب معامل التغير و وكيف هو التشتت؟

الحل:

1-مقياس النزعة المركزية المناسب في حالة الجدول المفتوح هو الوسيط

❖ حساب الوسيط: أولا نستخرج قيم التكرار المجمع الصاعد:

الفئات	اقل من 12	14-12	16-14	18-16	20-18	المجموع
عدد الطلبة	2	5	6	5	2	20
$F^{\uparrow}$	2	7	13	18	20	/

رتبة الوسيط:

$$t = \frac{\sum f_i}{2} = \frac{20}{2} = 10$$

-الفئة الوسيطية:14-16

-نطبق القانون التالي:

$$ME = x_{min} + \frac{\frac{\sum fi}{2} - F^{\uparrow}_{(ME-1)}}{f_{ME}} \cdot c_{ME} = 14 + \frac{10-7}{6} . 2 = 15$$

2-مقياس التشتت المناسب في حالة الجدول المفتوح هو الانحراف الربيعيولحسابهيجب حساب $Q1$ و$Q3$:

الربيع الأول$Q1$	**الربيع الثالث$Q3$**
-رتبة الربيع الأول: $t = \frac{\sum f_i}{4} = \frac{20}{4} = 5$ 3-فئة الربيع الأول :12-14 -نطبق القانون التالي: $Q_1 = 12 + \frac{5-2}{5} . 2 = 13.2$	-رتبة الربيع الثالث: $t = \frac{3\sum f_i}{4} = \frac{60}{4} = 15$ -الفئة الربيع الثالث :16-18 -نطبق القانون التالي: $Q3 = 16 + \frac{15-13}{5} . 2 = 16.8$

ومنه الانحراف الربيعي:

$$\frac{RQ}{2} = \frac{16.8-13.2}{2} = 1.8$$

3-حساب معامل الاختلاف الربيعي: بما أن الجدول مفتوح لا يمكن حساب معامل الاختلاف لقياس التشتت فمعامل الاختلاف الربيعي هو الأنسب في هذه الحالة:

$$cv_Q = \frac{Q_3 - Q_1}{Q_3 + Q_1} * 100 = \frac{16.8 - 13.2}{16.8 + 13.2} * 100 = 12\%$$

بما أن معامل الاختلاف الربيعي اقل من 50 %فان التشتت ضعيف.

الفصل الخامس :

مقاييس الشكل

Measures of shape

سنتطرق من خلال هذا الفصل إلى العناصر التالية:

أولا: العزوم

ثانيا :الالتواء

ثالثا : التفرطح

تمارين الفصل الخامس

تمهيد:

على غرار مقاييس التر [illegible] ا تساعدنا على معرفة توزيع وانتشار المعطيات حول قيمة مركزية، سنتطرق إلى مقاييس تساعدنا على معرفة تمركز وشكل التوزيع الإحصائي (الالتواء و التفرطح) بدون اللجوء إلى تمثيل البيانات و تدعى هذه المقاييس بمقاييس الشكل.

اذا أردنا معرفة شكل التوزيع التكراري فنلجأ عادة إلى استعمال أدوات إحصائية ومقاييس مختصة، حيث تسمح لنا بالقياس، وبالتالي معرفة مدى التواء شكل التوزيع أو مدى تفرطحه .فالحاجة لمعرفة هذا المدى تدفعنا لحساب معاملات تعطينا التقديرات الكمية إما للالتواء(معاملات الالتواء) أو للتفرطح (معاملات التفرطح) ،قبل أن نتناول مقاييس الالتواء والتفرطح سنتطرق لما يعرف بـــ "العزوم" التي نعتمد عليهاكثيراً في تحديد مقاييس الشكل.

أولا: العزوم(Moments)

يمكن أن تعرف العزوم حول أي نقطة أو قيمة ،فقد تكون هذه القيمة صفر و يسمى في هذه الحالة بالعزوم البسيطة ، أو تكون هذه القيمة احد مقاييس النزعة المركزية مثل الوسط الحسابي و يسمى بالعزوم المركزية.

1-العزوم البسيطة (simple Moments): يعرف العزم البسيط لأي متغير x_i و الذي يأخذ القيم $x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$ و الذي يرمز له بالرمز (m_K)وتختلف طريقة حسابه حسب طبيعة البيانات، وفق العلاقة التالية[1] :

البيانات غير المبوبة

$$m_k = \frac{\sum x_i^{\ k}}{n}$$

البيانات المبوبة

$$m_k = \frac{\sum f_i * x_i^{\ k}}{\sum f_i}$$

حيث: x_iهي عبارة عن قيم المتغير في حالة كمي منفصل، أما في حالة متغير متصل هي عبارة عن مراكز الفئات

ملاحظة:

- ❖ العزم البسيط للمرتبة 0 مساويا للواحد $m_0 = 1$
- ❖ العزم البسيط الأول يساوي الوسط الحسابي $m_1 = \overline{X}$
- ❖ العزم البسيط الثاني يساوي الوسط التربيعي قوة اثنين $m_2 = MQ^2$

مثال رقم

الفئات	14-10	18-14	22-18	26-22	30-26	المجموع
التكرار	13	22	28	26	11	100

الحل:

الفئات	f_i	x_i	$f_i * x_i$	$f_i * x_i^3$
14-10	13	12	156	22464
18-14	22	16	352	90112
22-18	28	20	560	224000
26-22	26	24	624	359424
30-26	11	28	308	241472

[1] سامية تيلولت، **مبادئ في الإحصاء**،الطبعة الثانية،دار الحديث للكتاب،الجزائر،2009،ص 126.

937472	2000	/	100	المجموع

العزم البسيط الأول m_1

$$m_1 = \frac{\sum f_i * x_i^{\,1}}{\sum f_i} = \frac{2000}{100} = 20$$

العزم البسيط الثالث m_3

$$m_1 = \frac{\sum f_i * x_i^{\,3}}{\sum f_i} = \frac{937472}{100} = 9374.72$$

2-العزوم المركزية(central Moments) : العزوم المركزية هي مقاييس شبيهة من حيث طريقة حسابها بالتباين ، و تستخدم غالباً لحساب مقاييس الالتواء و تحديد جهة التواء توزيع البيانات و كذلك تستخدم في حساب مقاييس التفرطح وتحديد شكل توزيع البيانات.تحسب العزوم المركزية من مراتب (درجات) مختلفة ،و يعرف العزم المركزي لأي متغير x_iو الذي يأخذ القيم $x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$و الذي يرمز له بالرمز (μ_k)وتختلف طريقة حسابه حسب طبيعة البيانات، وفق العلاقة التالية :

البياناتغير المبوبة	البيانات المبوبة
$\mu_k = \frac{\sum (x_i - \overline{X})^k}{n}$	$\mu_k = \frac{\sum f_i (x_i - \overline{X})^k}{\sum fi}$ حيث:x_iهي عبارة عن قيم المتغير في حالة كمي منفصل، أما في حالة متغير متصل هي عبارة عن مراكز الفئات

ملاحظة:

- العزم المركزي للمرتبة 0 مساويا للواحد $\mu_0 = 1$
- العزم المركزي الأول يساوي الصفر $\mu_1 = 0$
- العزم المركزي الثاني يساوي التباين $\mu_2 = V(x)$

مثال ... (01-05)؟

الحل: الوسط الحسابي هو نفسه العزم البسيط الأول الذي تم حسابه في المثال رقم (01-05) و بالتالي:

$$\boxed{m_1 = \overline{X} = 20}$$

$f_i(x_i - \overline{X})^3$	$(x_i - \overline{X})^3$	x_i	f_i	الفئات
-6656	-512	12	13	14-10
-1408	-64	16	22	18-14
0	0	20	28	22-18

26-22	26	24	64	1664
30-26	11	28	512	5632
المجموع	100	/	/	768-

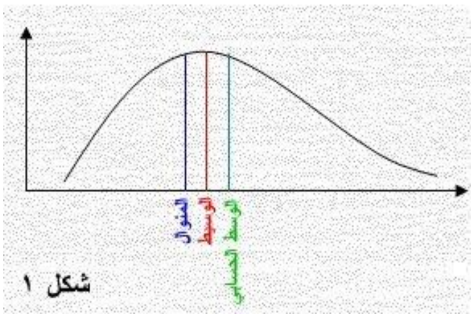
ومنه العزم المركزي الثالث:

$$\mu_3 = \frac{\sum f_i (x_i - \bar{X})^3}{\sum f_i} = \frac{-768}{100} = -7.68$$

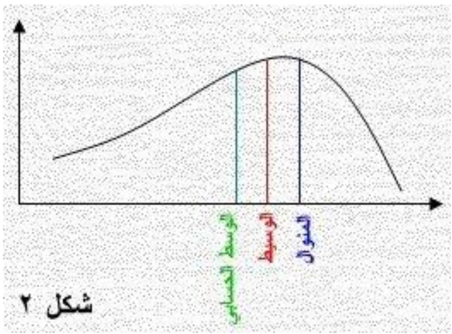
ثانيا :الالتواء(Skewness)

التواء توزيع ما يعني مدى بعده عن التماثل ، دعونا نتعرف على أهم الأشكال التي يمكن أن يأخذها أي توزيع تكراري،وهذا بالطبيعة الحال وفقا لطبيعة التوزيع أو بمعنى آخر وفقا لتوزع المفردات حول قيمة مركزية معينة، غالبا ما تكون الوسط الحسابي[1]. فقد يكون التوزيع التكراري:

- موجب الالتواء إذا كان ممتدا أكثر نحو اليمين (Skewed to the right) ويكون في هذه الحالة $>ME>MO\bar{X}$

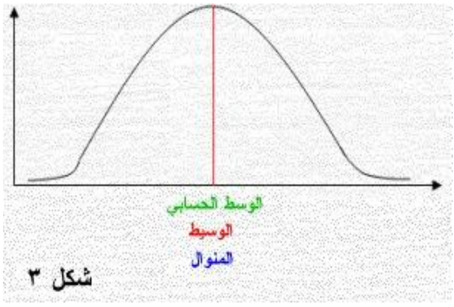


- سالب الالتواء إذا كان ممتدا أكثر نحو اليسار (Skewed to the left)ويكون عندئذ$<ME<MO\bar{X}$



- متماثلا أو معتدل الالتواء إذا كان$\bar{X}ME = MO$=أي تكون 50 % من القيم على يمين وعلى يسار و هو المنحنى إذا قسمناه إلى نصفين انطبق هذان النصفان على بعضهما البعض ويعتبر هذا الشكل شكلا معياريا، أي انه تقاس بالنسبة له كل الأشكال المتبقية.

[1] محمود محمد سليم صالح، **مقدمة في الإحصاء لطلاب المجتمع و العلوم الإدارية**، الطبعة الأولى،مكتبة المجتمع العربي للنشر و التوزيع، عمان ، 2008،ص 103.



ويمكن قياس الالتواء باستخدام عدد من الطرق، من أهمها:

1-معامل بيرسونللالتواء(Pearson's Coefficient of Skewness): يستعمل هذا المعامل في حالة ما إذا كان التوزيع قريب من التماثل و ليس شديد الالتواء ،يمكن حسابه بالمعادلتين التاليتين:

المعادلة الأولى	المعادلة الثانية
$SK_P = \frac{\overline{X} - MO}{\delta_X}$ حيث: $\overline{X}$: الوسط الحسابي، MO : المنوال، δ_X: الانحراف المعياري، $\overline{X} - MO$: قيمة الالتواء	$SK_P = \frac{3(\overline{X} - ME)}{\delta_X}$ حيث: $\overline{X}$: الوسط الحسابي، MO : المنوال، δ_X: الانحراف المعياري، $3(\overline{X} - ME)$: قيمة الالتواء

ويكون معامل الالتواء بيرسون محصورا بين + 1و- 1 ،إذا كان موجبا دل على أن التوزيع يمتد إلى اليمين، أما إذا كان سالبا دل على أن التوزيع يمتد إلى اليسار، وفي حالة ما إذا كان يساوي 0 فهذا يعني أنالمنحنى(التوزيع) متماثل. وقد تم تقسيم قيمة الالتواء على الانحراف المعياري من اجل اختزال وحدات القياس والتمكن بالتالي من مقارنة التواء ظاهرتين مختلفتين.

مثال رقم(05-03): أوجد معامل الالتواء بيرسون من التوزيع التكراري للمثال رقم (05-02)؟

الحل:

الفئات	f_i	x_i	$f_i * x_i^2$	$F^{\uparrow}$
14-10	13	12	1872	13
18-14	22	16	5632	35
22-18	28	20	11200	63
26-22	26	24	14976	89
30-26	11	28	8624	100
المجموع	100	/	42304	/

❖ **المعادلة الأولى:** لقد قمنا بحساب الوسط الحسابي سابقا في المثال رقم (05-02)، يجب حساب المنوال و الانحراف المعياري:

المنوال	الانحراف المعياري
الفئةالمنوالية:18-22 2-نطبق القانون التالي: $MO = x_{min} + \frac{\Delta_1}{\Delta_1 + \Delta_2}.c$ $= 18 + \frac{6}{6+2}.4 = 21$	$\delta_x = \sqrt{\frac{\sum f_i.x^2{}_i}{\sum f_i} - \bar{X}^2} =$ $= \sqrt{\frac{42304}{100} - 20^2}$ $\delta_x = 4.8$

ومنه:

$$SK_P=\frac{\overline{X}-MO}{\delta_X}=\frac{20-21}{4.8}=-0.2083$$

بما أن معامل الالتواء بيرسون سالب فان التوزيع ملتوي نحو اليسار.

❖ **المعادلة الثانية:** الوسط الحسابي و الانحراف المعياري تم حسابه أعلاه ،يجب حساب الوسيط :

-رتبة الوسيط:

$$t=\frac{\sum f_i}{2}=\frac{100}{2}=50$$

-الفئة الوسيطية:18-22

-نطبق القانون التالي:

$$ME=x_{min}+\frac{\frac{\sum fi}{2}-F^{\uparrow}_{(ME-1)}}{f_{ME}}.c_{ME}=18+\frac{50-35}{28}.4=20.14$$

ومنه:

$$SK_P=\frac{3(\overline{X}-ME)}{\delta_X}=\frac{3(20-20.14)}{4.8}=-0.0875$$

وهذا يعني أن التوزيع ملتوي نحو اليسار مثلما خرجنا بنفس النتيجة من القانون الأول(باستخدام المنوال)، إلا أن قيمة الالتواء تختلف ولكنها تعطي مؤشراً للنتيجة، ويرجع هذا الاختلاف لاختلاف خصائص المنوال والوسيط حيث يعتبر الوسيط أكثر دقة من المنوال.

ملاحظة: يعاب على معامل التواء بيرسون بالصيغتين السابقتين:

1-أنه لا يمكن حسابه من الجداول التكرارية المفتوحة من أحد الطرفين أو من كليهما.

2-كما لا يمكن حسابه في حالة المنحنيات شديدة التواء وفى هذه الحالة يفضل استخدام معامل التواء يول و كيندال.

2- معامل الالتواء يول و كيندال(معامل الالتواء الربيعي) (Yule & Kendall coefficient):

يفضل حسابه في الجداول المفتوحة من الطرفين أو من طرف واحد ،كما يفضل حسابه في حالة وجود قيم متطرفة في البيانات غير المبوبة،حيث تأخذ هذه الطريقة في الاعتبار العلاقة بين كل من الربيع الأول و الربيع الثالث و الوسيط وفق العلاقة التالية:

$$SK_Q=\frac{Q_3+Q_1-2ME}{Q_3-Q_1}$$

مجال تغيره موجودة ضمن المجال-1و+1 ، إذا كانت قيمة معامل الالتواء سالبة ،فالالتواء يلتوي نحو اليسار و إذا كانت موجبة فيكون الالتواء نحو اليمين أما إذا كانت معدومة فمعناه التوزيع متماثل.

مثال رقم (05-04): احسب معامل الالتواء الربيعي لمعطيات المثال السابق رقم(05-02)؟

الحل : لقد قمنا بحساب قيمة الوسيط في المثال السابق رقم(05-02)،سوف نقوم بحساب كل من الربيع الأول و الثالث :

الربيع الأول	**الربيع الثالث**
رتبة الربيع الأول: $t = \frac{\sum f_i}{4} = \frac{100}{4} = 25$ فئة الربيع الأول :14-18 نطبق القانون التالي: $Q_1 = 14 + \frac{25-13}{22}.4 = 16.18$	رتبة الربيع الثالث: $t = \frac{3\sum f_i}{4} = \frac{300}{4} = 75$ فئة الربيع الثالث :22-26 نطبق القانون التالي: $Q_3 = 22 + \frac{75-63}{26}.4 = 23.85$

ومنه:

$$SK_Q = \frac{23.85+16.18-2*20.14}{23.85-16.18} = -0.033$$

بما أن معامل الالتواء يول و كيندالسالب فان التوزيع يلتوي نحو اليسار.

3-معامل الالتواء فيشر(Fisher Skewness coefficient): هو نسبة العزم المركزي الثالث إلى الانحراف المعياري مكعب و يعطى بالعلاقة التالية :

$$SK_F = \frac{\mu_3}{\delta_X{}^3}$$

حيث يتم حساب العزم المركزي الثالث حسب طبيعة البيانات:

البياناتغير المبوبة	**البيانات المبوبة**
$\mu_3 = \frac{\sum (x_i - \overline{X})^3}{n}$	$\mu_3 = \frac{\sum f_i (x_i - \overline{X})^3}{\sum f_i}$ حيث: x_iهي عبارة عن قيم المتغير في حالة كمي منفصل، أما في حالة متغير متصل هي عبارة عن مراكز الفئات.

مجال تغيره موجودة ضمن المجال-1و+1 ، إذا كانت قيمة معامل الالتواء فيشر سالبة فالالتواء يلتوي نحو اليسار، و إذا كانت موجبة فيكون الالتواء نحو اليمين، أما إذا كانت معدومة فمعناه التوزيع متماثل.

مثال رقم (05-05): احسب معامل الالتواء فيشر لمعطيات المثال السابق رقم(05-02)؟

الحل: لقد قمنا بحساب الانحراف المعياري و الوسط الحسابي و العزم المركزي الثالث سابقا ،و الآن نقوم بحساب معامل الالتواء فيشر مباشرة بتطبيق القانون التالي:

$$SK_F = \frac{\mu_3}{\delta_X{}^3} = \frac{-7.68}{4.8^3} = -0.069$$

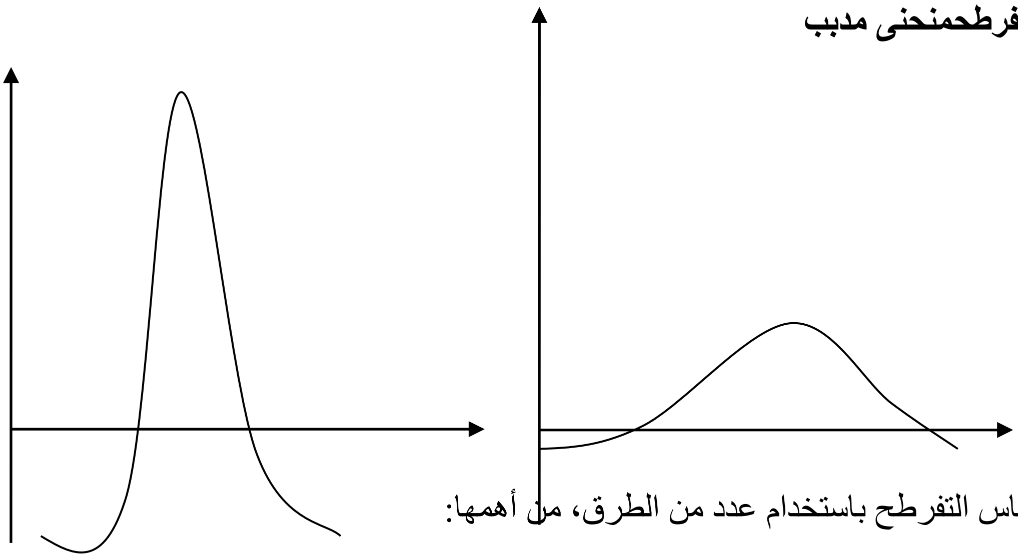
بماأنمعامل الالتواء فيشرسالب فان التوزيع يلتوي نحو اليسار.

ملاحظة : ليس بالضرورة أن تعطينا مقاييس الالتواء السابقة القيمة نفسها و لكن يجب أن تعطينا النتيجة نفسها من حيث جهة الالتواء فإذا لم تعطينا النتيجة نفسها فيكون للبيانات توزيعاً مشوهاً.

ثالثا : التفرطح (Kurtosis)

وهو مقياس يصف ارتفاع قمة المنحنى من حيث الاعتدال أو التدبب أو التفرطح،عند تمثيل التوزيع التكراري في شكل منحنى تكراري ، قد يكون هذا المنحنى منبسط ، أو مدبب ، فعندمايتركز عدد أكبر من القيم بالقرب من منتصف المنحنى، ويقل في طرفيه، يكون المنحنى مدببا ، وعندمايتركز عدد أكبر على طرفي المنحنى ، ويقل بالقرب من المنتصف يكون المنحنى مفرطحا ، أو منبسطا[1]،ويظهر ذلك من الأشكال التالية:

منحنى مفرطحمنحنى مدبب



ويمكن قياس التفرطح باستخدام عدد من الطرق، من أهمها:

1-معامل التفرطح بيرسون(Pearson Kurtosis coefficient):يحسب بالعلاقة التالية:

$$kp = \frac{\mu_4}{\delta_X^{\;4}}$$

حيث: $\delta_X^{\;4}$:الانحراف المعياري قوة أربعة.

$\mu 4$:العزم المركزي الرابع .

حيث يتم حساب العزم المركزي الرابع حسب طبيعة البيانات:

البياناتغير المبوبة	**البيانات المبوبة**
$\mu_4 = \frac{\sum (x_i - \overline{X})^4}{n}$	$\mu_4 = \frac{\sum f_i (x_i - \overline{X})^4}{\sum f_i}$ حيث: x_iهي عبارة عن قيم المتغير في حالة كمي منفصل، أما في حالة متغير متصل هي عبارة عن

[1] نداء محمد الصوص ، **مبادئ الإحصاء** ، الطبعة الأولى ،مكتبة المجتمع العربي للنشر و التوزيع ، عمان ،2007،ص65.

	مراكز الفئات.

ففي حالة ما يكون معامل التفرطح بيرسون أكبر من "3" يكون المنحنى مدبب ،أما في حالة ما يكون معامل التفرطح بيرسون أقل من "3 "يعنى ذلك أن المنحنىمفرطح،أما في حالة ما يكون معامل التفرطح بيرسون يساوى ثلاثةيكون المنحنى متماثل.

مثال رقم (05-06): احسب معامل التفرطح بيرسون لمعطيات المثال السابق رقم(05-02)؟

الحل:

$f_i(x_i-\bar{X})^4$	$(x_i-\bar{X})^4$	x_i	f_i	الفئات
53248	4096	12	13	14-10
5632	256	16	22	18-14
0	0	20	28	22-18
6656	256	24	26	26-22
45056	4096	28	11	30-26
110592	/	/	100	المجموع

$$\mu_4=\frac{\sum f_i(x_i-\bar{X})^4}{\sum f_i}=\frac{110592}{100}=1105.92$$

ومنه:

$$kp=\frac{\mu_4}{{\delta_X}^4}=\frac{1105.92}{4.8^4}=2.083$$

بماأن:معامل التفرطح بيرسون اقل من 3فان منحنى التوزيع مفرطح.

2-معامل التفرطح فيشر(Fisher Kurtosis coefficient): استخدم فيشر مؤشر بيرسون مطروح منه العدد ثلاثة:

$$KF=\frac{\mu_4}{{\delta_X}^4}-3$$

ففي حالة ما يكون معامل التفرطح فيشر أكبر من "0" يكون المنحنى مدبب ،أما في حالة ما يكون معامل التفرطح فيشر أقل من "0 "يعنى ذلك أن المنحنىمفرطح،أما في حالة ما يكون معامل التفرطح فيشر يساوى صفريكون المنحنى متماثل.

مثال رقم (05-07) : احسب معامل التقرطح فيشر لمعطيات المثال السابق رقم(05-02)؟

الحل:

$$KF=\frac{\mu_4}{{\delta_X}^4}-3=\frac{1105.92}{4.8^4}-3=-0.917$$

بماأن:معامل التفرطح فيشر اقل من 0فان منحنى التوزيع مفرطح.

3-معامل التفرطح كيلي(Kelly Kurtosis coefficient): يحسب بالعلاقتين التاليتين:

باستعمال المئينات	باستعمال العشيرات

$K_1 = \frac{Q_3 - Q_1}{2(P_{90} - P_{10})}$ Q_1: الربيع الأول ، Q_3: الربيع الثالث P_{10}: المئين العاشر، P_{90}: المئين التسعون	$K2 = \frac{Q_3 - Q_1}{2(D_9 - D_1)}$ Q_1: الربيع الأول ، Q_3: الربيع الثالث. D_1: العشير الأول، D_9: العشير التاسع

مع العلم أن :

$$\boxed{D_1 = P_{10}}$$
$$\boxed{D_9 = P_{90}}$$

ويتم معرفة شكل التوزيع حسب قيمة معامل التفرطح كيلي كالتالي :

- إذا كان $K = 0.263$ نقول أن التوزيع طبيعي أي معتدل أومتماثل.
- إذا كان $K > 0.263$ نقول أن التوزيع مدبب.
- إذا كان $K < 0.263$ نقول أن التوزيع مفرطح.

مثال رقم (05-08) : احسب معامل التفرطح كيلي لمعطيات المثال السابق رقم(05-02)؟

الحل: لقد قمنا بحساب قيمة الربيع الأول و الثالث سابقا فوجدنا قيمتهما على الترتيب $Q_1 = 16.18$، $Q_3 = 23.85$ ، سوف نقوم بحساب P_{10}،P_{90}:

المئين العاشر	المئين التسعون
رتبةP_{10}: $t = \frac{10\sum f_i}{100} = \frac{1000}{100} = 10$ 3-فئةP_{10}:10-14 4-نطبق القانون التالي: $P_{10} = 10 + \frac{10-0}{13}.4 = 10.30$	رتبة P_{90}: $t = \frac{90\sum f_i}{100} = \frac{9000}{100} = 90$ 3-فئةP_{90}:26-30 4-نطبق القانون التالي: $P_{90} = 26 + \frac{90-89}{11}.4 = 26.36$

ومنه:

$$K_1 = \frac{Q_3 - Q_1}{2(P_{90} - P_{10})} = \frac{23.85 - 16.86}{2(26.36 - 10.08)} = 0.236$$

بما أن K_1 0.263> نقول أن التوزيع مفرطح .

تمارين الفصل الخامس:

التمرين الأول: البيانات التالية تمثل توزيع عينة من المساكن حسب عدد الغرف:

عدد الغرف	1	2	3	4	5	6	7	8	المجموع
عدد المساكن	2	10	9	30	15	18	10	6	100

المطلوب:

-احسب العزم المركزي الثالث و الرابع؟

-احسب معامل الالتواء و التفرطح فيشر مع التعليق على النتيجة؟

الحل:

x_i	f_i	$\boldsymbol{f_i.x_i}$	$\boldsymbol{f_i.x_i^2}$	$(\boldsymbol{x_i - \bar{X}})^3$	$\boldsymbol{f_i(x_i - \bar{X})^3}$	$\boldsymbol{f_i(x_i - \bar{X})^4}$

374.832	101.306-	50.653-	2	2	2	1
531.441	196.83-	19.683-	40	20	10	2
75.1689	44.217-	4.913-	81	27	9	3
7.203	10.29-	0.343-	480	120	30	4
0.1215	0.405	0.027	375	75	15	5
51.4098	39.546	2.197	648	108	18	6
279.841	121.67	12.167	490	70	10	7
711.5526	215.622	35.937	384	48	6	8
2031.57	24.6	/	2500	470	100	المجموع

1-حساب العزم المركزي الثالث و الرابع : يجب حساب الوسط الحسابي:

$$\bar{X} = \frac{\sum f_i.x_i}{\sum fi} = \frac{470}{100} = 4.7$$

العزم المركزي الرابع	العزم المركزي الثالث
$\mu_4 = \frac{\sum f_i (x_i - \bar{X})^4}{\sum fi} = \frac{2031.57}{100} = 20.3157$	$\mu_3 = \frac{\sum f_i (x_i - \bar{X})^3}{\sum fi} = \frac{24.6}{100} = 0.246$

2-حساب معامل الالتواء والتفرطح فيشر: يجب حساب الانحراف المعياري:

$$\delta_x = \sqrt{\frac{\sum f_i.x^2{}_i}{\sum f_i} - \bar{X}^2} = \sqrt{\frac{2500}{100} - 4.7^2} = 1.71$$

معامل التفرطح فيشر	معامل الالتواء فيشر
$KF = \frac{\mu_4}{\delta_X{}^4} - 3 = \frac{20.3157}{1.71^4} - 3 = -0.624 \; KF <$	$SK_F = \frac{\mu_3}{\delta_X{}^3} = \frac{0.246}{1.71^3} = 0.0492$
ومنه منحنى التوزيع مفرطح0	ومنه منحنى التوزيع ملتوى نحو اليمين0 $SK_F >$

التمرين الثاني: الجدول التالي يمثل توزيع 20 شقة حسب الإيجار الشهري في احد الأحياء بالجزائر(الوحدة 10^3دينار جزائري):

المجموع	50-40	40-30	30-20	20-10	الإيجار الشهري
20	1	5	11	3	عدد الشقق

المطلوب: احسب معاملات الالتواء و التفرطح؟

الحل:

$F^{\uparrow}$	$f_i(x_i - \bar{X})^4$	$f_i(x_i - \bar{X})^3$	$(x_i - \bar{X})^3$	$f_i.x_i{}^2$	$f_i.x_i$	x_i	f_i	الفئات
3	62208	5184-	1728-	675	45	15	3	20-10
14	176	88-	8-	6875	275	25	11	30-20
19	20480	2560	512	6125	175	35	5	40-30
20	104976	5832	5832	2025	45	45	1	50-40
/	187840	3120	/	15700	540	/	20	المجموع

حساب معاملات الالتواء:

1-معامل بيرسون للالتواء: يجب حساب الوسط الحسابي و المنوال و الانحراف المعياري:

الانحراف المعياري	المنوال	الوسط الحسابي
$\delta_x = \sqrt{\frac{\sum f_i . x^2{}_i}{\sum f_i} - \bar{X}^2} = \sqrt{\frac{15700}{20} - 27^2}$ $\delta_x = 7.48$	الفئةالمنوالية :20-30 2-نطبق القانون التالي: $MO = x_{min} + \frac{\Delta_1}{\Delta_1 + \Delta_2} . c$ $= 20 + \frac{8}{8+6} . 10 = 25.714$	$\bar{X} = \frac{\sum f_i . x_i}{\sum fi} = \frac{540}{20} = 27$

ومنه:

$$SK_P = \frac{\bar{X} - MO}{\delta_X} = \frac{27 - 25.71}{7.48} = 0.172$$

بما أن :معامل الالتواء بيرسون موجب فان التوزيع ملتوي نحو اليمين.

2-معامل فيشر للالتواء: يجب حساب العزم المركزي الثالث:

$$\mu_3 = \frac{\sum f_i (x_i - \bar{X})^3}{\sum f_i} = \frac{3120}{20} = 156$$

ومنه:

$$SK_F = \frac{\mu_3}{\delta_X{}^3} = \frac{156}{7.48^3} = 0.373$$

بماأن:معامل الالتواء فيشر موجب فان التوزيع يلتوي نحو اليمين.

3-حساب معامل الالتواء يول و كيندال: يجب حساب كل من Q_1،Q_3،ME :

ME	Q_3	Q_1
رتبة الوسيط: $t = \frac{\sum f_i}{2} = 10$ الفئة الوسيطية :20-30 نطبق القانون التالي: $ME = 20 + \frac{10-3}{11} . 10 = 26.36$	رتبة الربيع الثالث$Q3$: $t = \frac{3\sum f_i}{4} = 15$ فئة الربيع الثالث :30-40 نطبق القانون التالي: $Q_3 = 30 + \frac{15-14}{5} . 10 = 32$	رتبة الربيع الأول$Q1$: $t = \frac{\sum f_i}{4} = 5$ فئة الربيع الأول :20-30 نطبق القانون التالي: $Q_1 = 20 + \frac{5-3}{11} . 10 = 21.82$

ومنه:

$$SK_Q = \frac{Q_3 + Q_1 - 2ME}{Q_3 - Q_1} = \frac{32 + 21.82 - 2 * 26.36}{32 - 21.82} = 0.108$$

بما أن SK_Q: اكبر من "0" فان المنحنى ملتوي نحو اليمين.

حساب معاملات التفرطح:

1-معامل التفرطح بيرسون:يجب حساب العزم المركزي الرابع:

$$\mu_4 = \frac{\sum f_i (x_i - \bar{X})^4}{\sum f_i} = \frac{187840}{20} = 9392$$

ومنه:

$$kp = \frac{\mu_4}{\delta_X{}^4} = \frac{9392}{7.48^4} = 2.99$$

بماأنمعامل التفرطح بيرسون يقترب من 3فان منحنى التوزيع قليل التفرطح (قريب للتماثل).

2-معامل التفرطح فيشر:

$$K_F = \frac{\mu_4}{\delta_X{}^4} - 3 = -0.01$$

بماأنمعامل التفرطح فيشر يقترب من 0فان منحنى التوزيع قليل التفرطح (قريب للتماثل).

3-معامل التفرطح كيلي:يجب أولا حساب كل من P_{10}،P_{90}:

P_{10}	P_{90}
رتبةP_{10}: $t = \frac{10\sum f_i}{100} = 2$ فئةP_{10}:20-10 نطبق القانون التالي: $P_{10} = 10 + \frac{2-0}{3}.10 = 16.67$	رتبة P_{90}: $t = \frac{90\sum f_i}{100} = 18$ فئةP_{90}:40-30 نطبق القانون التالي: $P_{90} = 30 + \frac{18-14}{5}.10 = 38$

ومنه:

$$K_1 = \frac{Q_3 - Q_1}{2(P_{90} - P_{10})} = \frac{32 - 21.82}{2(38 - 16.67)} = 0.239$$

بما أن : $K_1 <$ 0.263 نقول أن التوزيع قليل التفرطح.

التمرين الثالث: الجدول التالي يمثل مبيعات أجهزة الهواتف النقالة لأحد العارضين في معرض أقيم في المدينة خلال أسبوع معّين (الوحدة10^3دج).

المبيعات	اقل من 4	8-4	12-8	16-12	20-16	24-20	24 فأكثر
عدد الأجهزة	8	16	46	24	30	24	12

المطلوب:

باستخدام مقاييس الالتواء والتفرطح المناسبة حدد شكل التوزيع الإحصائي؟

الحل:

1-مقياس الالتواء المناسب في حالة الجدول المفتوح هو معامل يول و كيندال،أما مقياس التفرطح المناسب هو معامل كيلي و قبل حسابهما يجب تحديد قيم تكرار المجمع الصاعد:

المبيعات	اقل من 4	8-4	12-8	16-12	20-16	24-20	24 فأكثر
عدد الأجهزة	8	16	46	24	30	24	12
$F^{\uparrow}$	8	24	70	94	124	148	160

❖ **حساب معامل الالتواء يول –كيندال:**يجب أولا حساب كل من Q_1،Q_3،ME :

ME	Q_3	Q_1
رتبة الوسيط: $t=\frac{\sum f_i}{2}=80$ الفئة الوسيطية :12-16 نطبق القانون التالي: $ME=12+\frac{80-70}{24}.4=13.67$	رتبة الربيع الثالث$Q3$: $t=\frac{3\sum f_i}{4}=120$ فئة الربيع الثالث :16-20 نطبق القانون التالي: $Q_3=16+\frac{120-94}{30}.4=19.47$	رتبة الربيع الأول$Q1$: $t=\frac{\sum f_i}{4}=\frac{160}{4}=40$ فئة الربيع الأول :8-12 نطبق القانون التالي: $Q_1=8+\frac{40-24}{46}*4=9.39$

ومنه:

$$SK_Q=\frac{Q_3+Q_1-2ME}{Q_3-Q_1}=\frac{19.47+9.39-2*13.67}{19.47-9.39}=0.052$$

بما أن SK_Q: اكبر من "0" فان المنحنى ملتوي نحو اليمين.

2-مقياس التفرطح المناسب في حالة الجدول المفتوح هو معامل التفرطح يجب أولا حساب كل من P_{10}،P_{90}:

P_{90}	P_{10}
رتبة P_{90}: $t=\frac{90\sum f_i}{100}=144$ فئةP_{90}:20-24 نطبق القانون التالي: $P_{90}=20+\frac{144-124}{24}.4=23.33$	رتبةP_{10}: $t=\frac{10\sum f_i}{100}=16$ فئةP_{10}:4-8 نطبق القانون التالي: $P_{10}=4+\frac{16-8}{16}.4=6$

ومنه:

$$K_1=\frac{Q_3-Q_1}{2(P_{90}-P_{10})}=\frac{19.47-9.39}{2(23.33-6)}=0.833$$

بما أن : $K_1 >$ 0.263 نقول أن التوزيع مدبب

المراجع

المراجع:

المراجع:

1. أماني موسى محمد ،التحليل الإحصائي للبيانات،الطبعة الأولى،دار الكتب المصرية،القاهرة،2007.
2. إبراهيم علي إبراهيم عبد ربه، يسري عازر عبد الشهيد و آخرون، مبادئ علم الإحصاء و تطبيقاتها باستخدام إكسيل اكس بي، الدار الجامعية،الإسكندرية،2004.
3. أبو النصر محمود علي ،الاحتمالات و الإحصاء"ملخصات ايزي شوم"،الطبعة العربية الأولى،الدار الدولية للاستثمارات الثقافية،مصر،2004.
4. بلمير بلحسن، إحصاء و نظرية عامة ، مطبعة دار هومة ، الجزائر ،2016.
5. بيري نورة، مطبوعة بيداغوجية في مقياس الإحصاء-1-،كلية العلوم الاقتصادية و العلوم التجارية وعلوم التسيير، جامعة 8 ماي 1945،قالمة،الجزائر،2017/2016.
6. بن ختو فريد ، محاضرات في الإحصاء الوصفي، مطبوعة موجهة لطلبة الجذع المشترك علوم اقتصادية و تجارية و علوم التسيير، جامعة قاصدي مرباح ،ورقلة،الجزائر،2017/ 2018.
7. بوساحة حورية، الإحصاء و الاحتمالات ،المعهد الوطني لتكوين مستخدمي التربية و تحسين مستواهم، الجزائر،2008.
8. بوموسفوزية ،محاضرات في مقياس الإحصاء الوصفي و الاستدلالي، سند بيداغوجي مقدم لطلبة السنة أولى علوم الاجتماع،معهد العلوم الإنسانية و الاجتماعية، المركز الجامعي نور البشير، البيض،الجزائر،2018/2017.
9. بورمة هشام ، الاحصاء1-دروس وأمثلة تطبيقية-،كلية العلوم الاقتصادية والتجارية وعلوم التسيير، جامعة محمد الصديق بن يحي ،جيجل،الجزائر،2018/2017.
10. البدريطارق ، سهيلة نجم، الإحصاء في المناهج البحثية التربوية و النفسية،الطبعة الأولى ، دار الثقافة للنشر و التوزيع،عمان،2008.
11. برهان هدى سيف الدين ،الإحصاء في علم النفس-مقاييس التشتت-،مطبوعة جامعية،جامعة الملك عبد العزيز،السعودية،2014.
12. بطارسة صالح رشيد ، الإحصاء و الاحتمالات ، الطبعة الأولى ، دار أسامة للنشر و التوزيع ، عمان،2010.
13. تيلولتسامية ، مبادئ في الإحصاء،الطبعة الثانية،دار الحديث للكتاب،الجزائر،2009
14. توما عماد كرش ، ولاء احمد القزاز و آخرون، علم الإحصاء ، المعهد التقني نينوى،العراق،2014.
15. الجمعه علي بن محمد ، مدخل إلى علم الإحصاء ، مطبوعة جامعية ، جامعة الملك عبد العزيز ،سعودية ،2007.
16. خليل شرف الدين ، الإحصاء الوصفي، شبكة الأبحاث و الدراسات الاقتصادية ،مصر، بدون سنة النشر.
17. راتول محمد ، الإحصاء الوصفي ،الطبعة الثانية ، ديوان المطبوعات الجامعية ، الجزائر،2006.
18. رمضان زياد سليم ،مبادئ الإحصاء الوصفي و التطبيقي،الطبعة السادسة، دار وائل للنشر و التوزيع،عمان،2010.
19. سليم صالح محمود محمد ، مقدمة في الإحصاء لطلاب المجتمع و العلوم الإدارية ،الطبعة الأولى،مكتبة المجتمع العربي للنشر و التوزيع، عمان ، 2008.
20. سهيل احمد سمحان، محمود حسين الوادي، مبادئ الإحصاء للاقتصاد و العلوم الإدارية، الطبعة الأولى،دار صفاء للنشر و التوزيع، عمان،2010.
21. الصوص نداء محمد ،مبادئ الإحصاء، الطبعة الأولى ،مكتبة المجتمع العربي للنشر و التوزيع ، عمان ،2007.
22. الصياد جلال ، عبد الحميد ربيع ، عادل سمارة، الإحصاء لطلاب الدراسات الاقتصادية و الإدارية ، دار حافظ للنشر و التوزيع،سعودية،2018/2017.

المراجع:

23. طيبه احمد عبد السميع ، مبادئ الإحصاء،الطبعة الأولى ،دار البداية للنشر و التوزيع ،عمان ،2008.
24. فرقش نوال ، مطبوعة في مقياس الإحصاء الوصفي،كلية العلوم الاقتصادية والتجارية وعلوم التسيير،جامعة محمد بوضياف ،المسيلة،الجزائر ،2017/2016.
25. الفرا وليد عبد الرحمن ،مبادئ علم الإحصاء،مطبوعة جامعية ،المملكة العربية السعودية،2014.
26. القصاص مهدي محمد ، مبادئ الإحصاء و القياس الاجتماعي ،مطبوعة جامعية، جامعة المنصورة، مصر ،2007.
27. مشعلي بلال ،الإحصاء-1-،مطبوعة بيداغوجية ،جامعة 8 ماي 1945 قالمة،الجزائر،2019/2018
28. المغربي محمد جبر ، الإحصاء الوصفي،الطبعة الأولى،المكتبة العصرية للنشر و التوزيع،مصر،2007.
29. مازن نعمان عبد الله،محاضرات في مادة مبادئ الإحصاء، مطبوعة جامعية ، كلية الإدارة و الاقتصاد،جامعة تكريت،العراق،2018/2017.
30. النعيمي محمد عبد العال ،الإحصاءالمتقدم في دعم القرار بالتركيز على منظمات الأعمال الإنتاجية، الطبعة الأولى،مؤسسة الوراق للنشر و التوزيع ، عمان ،2007.
31. هيكل عبد العزيز فهمي، مبادئ الأساليب الإحصائية،الطبعةالأولى،بيروت،لبنان،1966.
32. Allen B. Douney , think stats “ probability and statistics for programmes”,o’reilly,America,2011.
33. Abdennasser .Chekroun , statistiques descriptives et exercices, rappels de cours et exercices corrigés sur la statistique descriptive ,université Abou bekr belkaid , Tlemcen,2017/2018.
34. Clemens . Reimann , Peter . Filzmoser ,statistical data analysis explained ,John wiley and sons, new York,2008.
35. Dennis.Howitt ,Duncan Cramer, introduction to statistics in psychology,5th edition, Pearson keele university , new York,2011.
36. Peter .Goos ,David . Meintrup ,statistics with JMP: graphs, descriptive statistics and probability, Wiley, new York,2015
37. Isabel. Willemse , statistical methods and calculation skills, third edition, Juta ,new York,2009.
38. Karen A. Randolph , Laural. Myers , basic statistics in multivariate analysis ,pocket guides to social work research methods ,new york,2013.
39. Murray R. Spiegel , probability and statistics, fourth edition, Mc graw hill, new york,2013.
40. Timothy C. Urdan ,statistics in plain English , third edition ,Taylor and Frances group, NEW York,2010.
41. Jean .Michel . Josslin ,Benoit .Le maux, statistical tools for program evaluation , Spinger international publishing,2017.
42. William M. Mendenhall , statistics for engineering and the sciences, six th edition, Crc press Taylor and Frances group, new York,2016

المراجع:

المراجع: