جامعة الجزائر 3

إبراهيم سلطان شيبوط

كلية العلوم الاقتصادية والعلوم التجارية وعلوم التسيير

قسم العلوم المالية والمحاسبة

مطبوعة في مقياس:

الرياضيات المالية

من إعداد الدكتور:

طالم زين الدين

السنة الجامعية: 2024–2025

مقدمة:

تلعب الرياضيات المالية دورا هاما في العلوم الاقتصادية، ويُعتبر هذا المقياس من المقاييس الأساسية التي تتناول كيفية استخدام الطرق الرياضية اللازمة لحساب العائد على الاستثمار؛ سواء كان في الفترة قصيرة الأجل أو تلك المتوسطة وطويلة الأجل.

وقد خُصصت هذه المطبوعة البيداغوجية لطلبة السنة الثانية في أقسام: العلوم المالية والمحاسبة، علوم التسيير، العلوم التجارية والعلوم الاقتصادية، كما هي موجهة للأساتذة والمهنيين، حيث أنّها موافقة للبرنامج الوزاري في هذا المقرر.

وحرصًا على الإيجاز والتبسيط، فقد جاءت مركّزةً على المعاني الأساسية، مدعَّمةً بأمثلةٍ تطبيقيةٍ، خاليةً من البراهين المعقدة، هادفةً إلى مساعدة الطلبة على استيعاب محتويات فصولها.

ونظرا إلى اعتبار المعاملات المالية والمصرفية على قسمين؛ قسمٌ قصير الأجل وآخرُ متوسط وطويل الأجل، فقد تمّ تقسيم هذه المطبوعة إلى محورين هامين:

- محور يتناول العمليات قصيرة الأجل.
- محور يتناول العمليات متوسطة وطويلة الأجل.

وفي الأخير، نسأل الله عز وجلّ الإخلاص في العمل والتوفيق والسداد في الأمر، فهو وليّ ذلك والقادر عليه.

فهرس المحتويات

قائمة بعض مصطلحات مقياس الرياضيات المالية

باللغة الفرنسية	الرمز المستعمل	باللغة العربية
Mathématiques financières		رياضيات مالية
Les Operations à court terme		العمليات قصيرة الأجل
L'intérêt simple	**I**	***الفائدة البسيطة***
Montant d'intérêt		مبلغ (مقدار) الفائدة
L'intérêt civil		الفائدة الصحيحة (المدنية)
L'intérêt commercial		الفائدة التجارية
Le capital	**C**	رأس المال
La date de dépôt (de placement)		تاريخ الإيداع (تاريخ التوظيف)
La date de retrait		تاريخ السحب (تاريخ الجملة)
L'Année ordinaire (commune)		السنة العادية (البسيطة)
L'Année bissextile		السنة الكبيسة
l'année civile		السنة المدنية (الصحيحة)
L'Année commerciale		السنة التجارية
La duré du placement	**N**	مدة التوظيف
Le taux d'intérêt simple	**T**	معدل الفائدة البسيطة
La valeur Acquise	**A**	القيمة المكتسبة (الجملة)
Méthode des nombres et diviseurs		طريقة العدد والقاسم
Numérateur	**N**	البسط
Dénominateur	**D**	المقام
Le taux moyen de placement		المعدل الوسطي (المتوسط) للتوظيف
L'escompte		***الخصم***
Les effets de commerce		الأوراق التجارية
L'escompte commercial	**Ec**	الخصم التجاري
Le taux d'escompte	**T**	معدل الخصم
La valeur nominale d'un effet de commerce	**C**	القيمة الاسمية للورقة التجارية
La valeur actuelle d'un effet de commerce	**V**	القيمة الحالية للورقة التجارية

Le montant d'escompte		مبلغ (قيمة) الخصم
La date d'escompte		تاريخ الخصم
La date d'échéance		تاريخ الاستحقاق
L'escompte rationnel	**Er**	الخصم العقلاني
L'Agio		الآجيو
Les commissions		عمولات
Commission d'endossement		عمولة التظهير
Les taxes		الرسوم
La valeur nette	**Vn**	القيمة الصافية
Le taux nominal d'escompte	**T**	المعدل الإسمي للخصم
Le taux réel d'escompte	**Tr**	المعدل الحقيقي للخصم
L'équivalence des effets de commerce		***تكافؤ الأوراق التجارية***
La date d'équivalence		تاريخ التكافؤ
Le Diviseur	**D**	القاسم
L'échéance commune		الاستحقاق المشترك (الموحّد)
L'échéance moyenne		الاستحقاق المتوسط
Les opérations à long terme		العمليات طويلة الأجل
Intérêt composé		***الفائدة المركبة***
Le taux d'intérêt composé	**T**	معدل الفائدة المركبة
La valeur Acquise	**A**	القيمة المكتسبة (الجملة)
Le taux proportionnel		المعدل المتناسب
Le taux équivalent		المعدل المكافئ
La solution commerciale		الحل التجاري
La solution rationnelle		الحل العقلاني
La valeur actuelle d'un capital		القيمة الحالية لرأسمال
L'actualisation		التحيين (الاستحداث)
La valeur future d'un capital		القيمة المستقبلية لرأسمال
La capitalisation		الرسملة
Equivalence de capitaux		تكافؤ رؤوس الأموال
Les annuités		***الدفعات***

Les annuités de fin de période		دفعات نهاية المدة
Les annuités de début de période		دفعات بداية المدة
Les annuités constantes	***A***	دفعات ثابتة
Les annuités variables		دفعات متغيرة
Suite Arithmétique		متتالية حسابية
Suite géométrique		متتالية هندسية
La valeur acquise d'une suite d'annuité		القيمة المكتسبة لجُملة (قيمة جُملة) الدفعات
Evaluation d'une suite d'annuités à une date quelconque		تقييم جملة دفعات في تاريخ ما
L'amortissement des crédits		اهتلاك (استهلاك) القروض
L'emprunt indivis		القرض غير المجزأ (القرض العادي)
L'emprunt obligataire		القرض السندي
Le capital emprunté	V_0	المبلغ المقترض
Remboursement par annuités constantes		السداد الدفعات الثابتة
Remboursement par amortissements constants		السداد بالاهتلاك الثابت
Le tableau d'amortissemet		جدول اهتلاك القرض
Dette en début de période		قيمة القرض في بداية المدة
Dette au terme de la période		قيمة القرض في نهاية المدة
Choix des investissements		*اختيار الاستثمارات*
investissement		استثمار
projet d'investissement		مشروع استثماري
flux de trésorerie	**CF**	التدفقات النقدية
coût initial	I_0	التكلفة الأولية (المبدئية)
Critères traditionnels de sélection des investissements		المعايير التقليدية في اختيار الاستثمارات
Délai de récupération simple	**DRS**	فترة الاسترداد البسيطة
Taux de rendement comptable	**TRC**	معدل العائد المحاسبي
Critères modernes de sélection des investissements		المعايير الحديثة في اختيار

		الاستثمارات
valeur actuelle nette	**VAN**	القيمة الحالية الصافية
taux d'actualisation	**T**	معدل التحيين (الاستحداث)
valeur résiduelle	**VR**	القيمة المتبقية
indice de profitabilité	**IP**	مؤشر (دليل) الربحية
Taux de rendement interne	**TRI**	معدل العائد الداخلي

المحور الأول

العمليات قصيرة الأجل

الفائدة البسيطة

الخصم التجاري

تكافؤ الأوراق التجارية

تعريف الرياضيات المالية:

هي ذلك الفرع من الرياضايات التطبيقية الحديثة، والذي يختص ويهتم بدراسة العلوم المالية المطبقة في المؤسسات المالية والمصرفية وكذا المؤسسات الاقتصادية؛ على المدى القصير والمتوسط والطويل. كما يهتم أيضا بدراسة الفوائد المحصلة من جراء توظيف المبالغ المالية، مع التطرق إلى العمليات المالية الأخرى كخصم الأوراق التجارية وتكافؤها، إضافة إلى حساب الدفعات، واهتلاك القروض وكذا المفاضلة بين مختلف المشاريع الاستثمارية، أين يتم الاستعانة في هذا السياق بأدوات تحليل رياضية مساعدة في حساب وتحليل مجمل هذه العمليات.

كما يمكن اعتبارها مجموعة من التقنيات الرياضية التي تندرج ضمن الرياضيات المستخدمة في العلوم المالية، المطبقة في المؤسسات المالية والمصرفية خصوصا والمؤسسات الاقتصادية عمومًا.

وبعبارة أبسط، فإنّ الرياضيات المالية هي ذلك العلم الذي يهتم بدراسة مختلف العمليات المالية المصرفية، بطرق رياضية، حيث تُقسم هذه العمليات إلى قسمين، أين يعالج قسمٌ منها العمليات قصيرة الأجل (غالبا أقل من سنة) بينما يعالج القسم الآخر العمليات طويلة الأجل؛ التي تكون لأكثر من سنة.

ففي العمليات قصيرة الأجل نجد: الفائدة البسيطة، خصم الأوراق التجارية، مع تكافؤ الأوراق التجارية، وأمّا ما تعلق بالعمليات طويلة الأجل فنجد: الفائدة المركبة، الدفعات، اهتلاك (أو استهلاك) القروض، وكذا اختيار المشاريع الاستثمارية (أو اختيار الاستثمارات).

إنّ تطبيق الرياضيات المالية قد شمل عددًا من المجالات، والتي منها خصوصًا:

- الصيرفة والتأمين: أين تُستخدم في حساب عمليات الإيداع والإقراض وعموما في عددٍ من التعاملات البنكية، إضافة إلى استخدامها في شركات التأمين.
- التسوية المالية: وهذا فيما تعلّق بتسوية الديون والتعاملات المالية بين مختلف الأطراف.
- الاستثمار: وهذا من خلال مساعدة المستثمرين على اتخاذ قرارات مستنيرة، بناء على تحليل شامل للعائد والمخاطر.
- أسواق المال: وهذا من خلال تحليل تداول الأسهم والسندات، إضافة إلى العقود الآجلة وعقود الخيارات.

المحور الأول: العمليات قصيرة الأجل

يتناول هذا القسم العمليات المالية قصيرة الأجل؛ والتي تكون لفترة زمنية لا تتجاوز غالبا السنة الواحدة، أين تتضمن الفائدة البسيطة، خصم الأوراق التجارية، وكذا تكافؤ الأوراق التجارية.

أولا: الفائدة البسيطة

حيث سيتم تناول هذا الفصل من خلال العناصر الآتية

1- تعريف الفائدة البسيطة: يمكن تعريف الفائدة البسيطة على أنّها أجر الحصول على قرض نقدي، أي أنّها ذلك الثمن المدفوع من قِبلِ المقترض للمقرض، نظير الخدمة التي يُقدّمها هذا الأخير[1]، وبعبارة أخرى فهي مكافأة إقراض رأس المال لشخص ما لفترة زمنية[2] لا تتجاوز في الغالب السنة الواحدة.

2- مبدأ الفائدة البسيطة: من خلال التعريف السابق نجد أن للفائدة البسيطة مبدأين هامين، وهما[3]:

- تعتبر الفائدة البسيطة من العمليات المالية قصيرة الأجل (أي أنها لا تتجاوز غالبا السنة الواحدة).
- إذا تجاوزت الفائدة البسيطة السنة، فإنها تحسب في هذه الحالة على أصل المال (المبلغ) فقط، وذلك عن كل وحدة زمن (أي عن كلّ سنة) تليها.

3- العناصر اللازمة في الفائدة البسيطة: إن العائد المالي الذي يعود على صاحب المال والذي قام بإقراض ماله للغير نظير زيادة فيه، يتعلق بثلاثة عناصر رئيسة هي[4]:

- رأس المال أو مبلغ القرض الأصلي؛
- مدة إقراض أو استثمار (أو توظيف) رأس المال (أي عنصر الزمن)؛
- معدل الفائدة: وهي تلك النسبة المئوية من رأس المال (المبلغ أو أصل القرض)، أين تكون عادة سنوية.

4-حساب الفائدة البسيطة: تحسب الفائدة البسيطة وفقا للقانون الآتي:

- **قانون الفائدة البسيطة:**

حالة المدة بالأيام:	حالة المدة بالشهور:	حالة المدة بالسنوات:
$I = \frac{c \times t \times n}{36000}$	$I = \frac{c \times t \times n}{1200}$	$I = \frac{c \times t \times n}{100}$

حيث تشير الرموز السابقة إلى مايلي:

C: أصل القرض (رأس المال، أو المبلغ الموظف أو المبلغ المودع)

t: معدل الفائدة، وهو نسبة مئوية.

n: المدة الزمنية لتوظيف المبلغ المالي.

I: مبلغ (مقدار) الفائدة، وهو ذلك المبلغ المالي الناتج عن إقراض (توظيف) رأس مال ما.

الجملة A: والتي تمثّل أصل القرض (رأس المال) مضافا إليه مقدار الفائدة المحصل عليها.

الجملة المحصلة (المبلغ الإجمالي المحصل) A = أصل القرض C + الفائدة I

$$A = C + I$$

- **القيمة الأصلية:** أو المبلغ الأصلي الموظف أو المودع أو المستثمر أو المقرض، حيث يرمز له بالرمز C (من الكلمة الفرنسية capital)، أين نجد علاقة طردية بين هذا المبلغ والفائدة المحصل عليها، إذ كلّما زاد المبلغ الموظف ارتفعت معه الفائدة البسيطة بنفس النسبة، مع ثبات المعدل (الذي نرمز له بالرمز t) ولنفس المدة الزمنية التي نرمز لها بالرمز n.

مثال 1: تم توظيف مبلغ ماليّ قدره 10000 دج لسنة كاملة، وذلك بمعدل فائدة بسيطة قدره 8%.

المطلوب: أحسب مقدار الفائدة المحصل عليه.

الحل:

$$I = \frac{c \times t \times n}{100} = \frac{10000 \times 8 \times 1}{100} = \mathbf{800}$$

مثال2: تم توظيف مبلغ ماليّ قدره 1500 دج لسنة كاملة، وذلك بمعدل فائدة بسيطة قدره 8%.

المطلوب: أحسب مقدار الفائدة المحصل عليه.

الحل:

$$I = \frac{c \times t \times n}{100} = \frac{1500 \times 8 \times 1}{100} = \mathbf{120}$$

- **معدل الفائدة t:** هو نسبة مئوية تعبر عن معدل توظيف المبلغ (معدل توظيف رأس المال)، حيث يحسب عائد رأس المال باستعمال هذا المعدل خلال فترة زمنية معينة، يُعبّر عنها بالسنة أو بالشهور أو في الغالب بالأيام. والعلاقة بين هذا المعدل وقيمة الفائدة البسيطة I المحصل عليها هي علاقة طردية، فكلّما ارتفع معدل الفائدة زاد مبلغ الفائدة البسيطة المحصل عليه، وهذا مع ثبات رأس المال (المبلغ) الموظف C وكذا المدة الزمنية التي نرمز لها بالرمز n.

مثال3: تم توظيف مبلغ ماليّ قدره 20000 دج لسنة كاملة، وذلك بمعدل فائدة بسيطة قدره 4%.

المطلوب: أحسب مقدار الفائدة المحصل عليه.

الحل:

$$I = \frac{c \times t \times n}{100} = \frac{20000 \times 4 \times 1}{100} = \mathbf{800}$$

مثال4: تم توظيف مبلغ ماليّ قدره 20000 دج لسنة كاملة، وذلك بمعدل فائدة بسيطة قدره 6%.

المطلوب: أحسب مقدار الفائدة المحصل عليه.

الحل:

$$I = \frac{c \times t \times n}{100} = \frac{20000 \times 6 \times 1}{100} = \mathbf{1200}$$

- **الفترة الزمنية (مدة التوظيف):** وهي مدة توظيف رأس المال (المبلغ الأصلي)، حيث تكون قصيرة الأجل؛ إما سنوية أو شهرية أو يومية، وتمثل المدة الفاصلة بين يوم الإيداع (تاريخ الايداع أو تاريخ التوظيف) ويوم السحب (تاريخ السحب أو تاريخ الجملة)، إذ لا يحسب يوم الإيداع وهو اليوم الأول وإنما يحسب يوم السحب وهو اليوم الأخير. وتكون العلاقة بين المدة الزمنية n والفائدة البسيطة I علاقة طردية، حيث كلما زادت مدة التوظيف ارتفعت قيمة الفائدة البسيطة المحصل عليها، وهذا مع ثبات المعدل t والمبلغ الموظف C .

مثال5: تم توظيف مبلغ ماليّ قدره 40000 دج لسنة كاملة، وذلك بمعدل فائدة بسيطة قدره 8%.

المطلوب: أحسب مقدار الفائدة المحصل عليه.

الحل:

$$I = \frac{c \times t \times n}{100} = \frac{40000 \times 8 \times 1}{100} = \mathbf{3200}$$

مثال6: تم توظيف مبلغ ماليّ قدره 40000 دج لمدة سنتين كاملتين، وذلك بمعدل فائدة بسيطة قدره 8%.

المطلوب: أحسب مقدار الفائدة المحصل عليه.

الحل:

$$I = \frac{c \times t \times n}{100} = \frac{40000 \times 8 \times 2}{100} = \mathbf{6400}$$

ملاحظة: تجدر الإشارة إلى أنّ السنة المدنية على قسمين، سنة عادية وأخرى كبيسة.

- **السنة العادية (البسيطة):** وهي السنة التي يكون عدد أيامها 365 يوم وربع يوم، لمدة 3 سنوات متتالية، أين يكون فيها شهر فيفري 28 يوم، حيث أنه عند قسمة رقم هذه السنة على الرقم أربعة (4) يكون الناتج المحصل عددا عُشريا (أي عددٌ فيه فاصلة).
- **السنة الكبيسة:** وهي السنة التي يكون عدد أيامها 366 يوم وتأتي كل أربع سنوات، ويكون فيها شهر فيفري 29 يوم، حيث عند قسمة رقم هذه السنة على الرقم أربعة (4) يكون الناتج المحصل عددا صحيحا (أي عددٌ دون فاصة).

والجدول الموالي يوضح ذلك في المثال الآتي:

مثال 7:		
$\frac{2024}{4} = 506$ (**حالة سنة 2024**)	عدد صحيح	يكون شهر فيفري 29 يوم
$\frac{2025}{4} = 506{,}25$ (**حالة سنة 2025**)	عدد عشري	يكون شهر فيفري 28 يوم

5–السنة الصحيحة والسنة التجارية: وهي كما يلي

- **السنة الصحيحة (السنة المدنية):** أين يكون عدد أيامها 365 يوم أو 366 يوم (بحسب إذا ماكانت السنة كبيسة أو عادية).
- **السنة التجارية:** أين يكون عدد أيامها 360 يوم.

6– الفائدة التجارية والفائدة الصحيحة: غالبا فإن الفائدة المحسوبة هي الفائدة التجارية وفق القانون المطبق في البنوك والمؤسسات المالية وذلك بالقسمة على 360 يوم، وأمّا إذا ما تمت القسمة على 365 يوم أو 366 يوم فالفائدة تكون صحيحة[5].

مثال8: ما هي الفائدة المحصل عليها من توظيف مبلغ قيمته 10000 دج لمدة 4 سنوات وبمعدل 3%؟

الحل:

$$I = \frac{c \times t \times n}{100} = \frac{10000 \times 3 \times 4}{100} = \mathbf{1200}$$

مثال9: ما هي الفائدة المحصل عليها من توظيف مبلغ قيمته 24000 دج، وذلك لمدة 5 أشهر وبمعدل فائدة بسيطة قدره 3%؟

الحل:

$$I = \frac{c \times t \times n}{100} = \frac{24000 \times 3 \times 5}{1200} = \mathbf{300}$$

مثال10: ما هي الفائدة المحصل عليها من توظيف مبلغ قيمته 24000 دج، وذلك ابتداءا من تاريخ 2024/01/10 إلى غاية 2024/03/20، وبمعدل فائدة بسيطة قدره 3%؟

الحل:

نحسب المدة الزمنية (بالأيام) أولا، كما يلي:

$$n = (31-10) + 29 + 20 = 70\ j$$

ثم نحسب مقدار الفائدة مقدار الفائدة البسيطة المحصل، وفقا لما يلي:

$$I = \frac{c \times t \times n}{100} = \frac{24000 \times 3 \times 70}{36000} = \mathbf{140}$$

مثال 11: تم توظيف مبلغ ما لمدة 3 سنوات وبمعدل فائدة بسيطة قدره 4 % فتم الحصول على فائدة تقدر بـ: 900 دج.

المطلوب: ماهو رأس المال الموظف؟

الحل:

$$I = \frac{c \times t \times n}{100} = \rightarrow c = \frac{I \times 100}{t \times n}$$

$$c = \frac{900 \times 100}{4 \times 3} = \mathbf{7500}$$

مثال12: ما هو معدل الفائدة الذي يتم من خلاله توظيف مبلغ قيمته 3000 دج لمدة 5 أشهر للحصول على فائدة تقدر بـ: 60 دج؟

الحل:

$$I = \frac{c \times t \times n}{1200} = \rightarrow t = \frac{I \times 1200}{c \times n}$$

$$t = \frac{60 \times 1200}{3000 \times 5} = 4{,}8 \rightarrow \quad t\,\% = \mathbf{4{,}8}\ \%$$

مثال13: تم توظيف مبلغ من المال قيمته 25200 دج بتاريخ 2024/01/10 بمعدل فائدة بسيطة قدره: 5% فكان مقدار الفائدة المحصل عليها 245 دج.

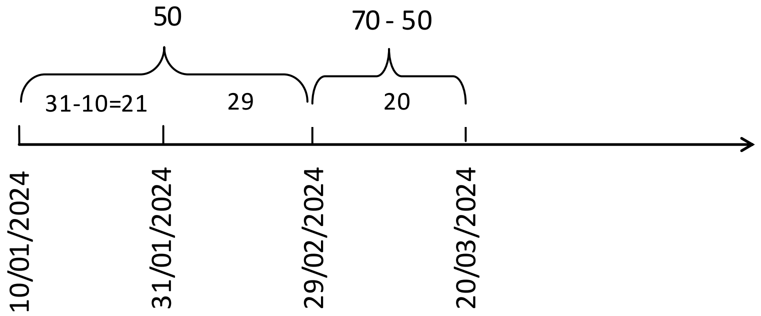
المطلوب: ما هو تاريخ سحب هذا المبلغ؟

الحل:

قبل تحديد تاريخ السحب، نحسب مدة التوظيف n أولا، بعدها نحدد تاريخ سحب هذا المبلغ.

$$I = \frac{c \times t \times n}{36000} = \rightarrow n = \frac{I \times 36000}{c \times t}$$

$$n = \frac{245 \times 36000}{25200 \times 5} = \mathbf{70\ j}$$



تاريخ السحب هو **2024/03/20**.

7– القيمة المكتسبة لرأس المال A:إذا كانت قيمة رأسمال (مبلغ) مستثمر C لمدة معينة (لا تتجاوز السنة الواحدة) وبمعدل فائدة بسيطة t، فإنّ جملة هذا المبلغ (الجملة المكتسبة أو الجملة المحصلة أو المبلغ الكلي) بعد تلك الفترة، تساوي المبلغ الأصلي مضافا إليه قيمة الفائدة المحصل عليها[6].

الجملة A = أصل القرض C + الفائدة I $\quad \mathbf{A = C + I}$

حالة المدة بالسنوات

$$A = C + \frac{c \times t \times n}{100} \rightarrow A = C + C\left(\frac{t \times n}{100}\right) \rightarrow \mathbf{A = C\left(1 + \frac{t \times n}{100}\right)}$$

حالة المدة بالشهور

$$A = C + \frac{c \times t \times n}{1200} \rightarrow A = C + C\left(\frac{t \times n}{1200}\right) \rightarrow \mathbf{A = C\left(1 + \frac{t \times n}{1200}\right)}$$

حالة المدة بالأيام

$$A = C + \frac{c \times t \times n}{36000} \rightarrow A = C + C\left(\frac{t \times n}{36000}\right) \rightarrow \mathbf{A = C\left(1 + \frac{t \times n}{36000}\right)}$$

مثال14: تم توظيف مبلغٍ ماليّ لمدة سنتين وبمعدل فائدة بسيطة قدره 9%، فكانت الجملة المحصلة (الجملة المكتسبة) 23600 دج.

المطلوب: ما هو أصل القرض (المبلغ الموظف أو المبلغ المودع)؟ وما مقدار الفائدة المحصل عليه؟

الحل:

$$A = C\left(1 + \frac{t \times n}{100}\right)$$

$$C = \frac{A}{\left(1 + \frac{t \times n}{100}\right)} = \frac{23600}{\left(1 + \frac{9 \times 2}{100}\right)} = \mathbf{20000}$$

$$I = \frac{c \times t \times n}{100} = \frac{20000 \times 9 \times 2}{100} = \mathbf{3600}$$

أو يمكن حساب مقدار الفائدة كما يلي:

$$I = A - C \qquad I = 23600 - 20000 = \mathbf{3600}$$

مثال 15: تم توظيف مبلغ من المال قدره 25200 دج، وذلك بمعدل فائدة بسيطة قدره 5 %، فكانت الجملة المحصلة (الجملة المكتسبة) يوم 2024/03/20 قدرها: 25445 دج.

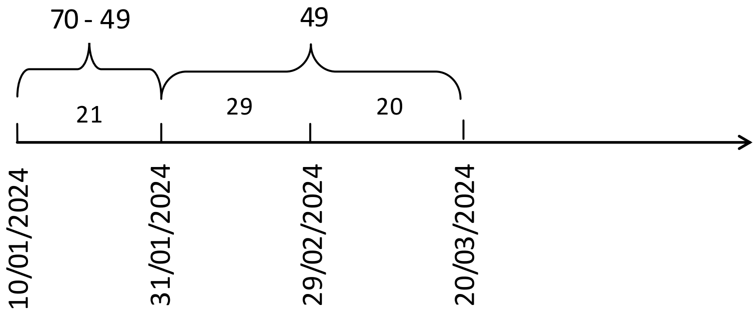
المطلوب: ما هو تاريخ توظيف (إيداع) هذا المبلغ؟ وما مقدار الفائدة المحصل عليه؟

الحل:

$$A = C\left(1 + \frac{t \times n}{36000}\right)$$

$$25445 = 25200\left(1 + \frac{5 \times n}{36000}\right)$$

$$n = \mathbf{70}$$



ومنه فإنّ تاريخ التوظيف (تاريخ الإيداع) هو 2024/01/10.

حساب الفائدة البسيطة:

$$I = A - C$$

$$I = 25445 - 25200 = \mathbf{245}$$

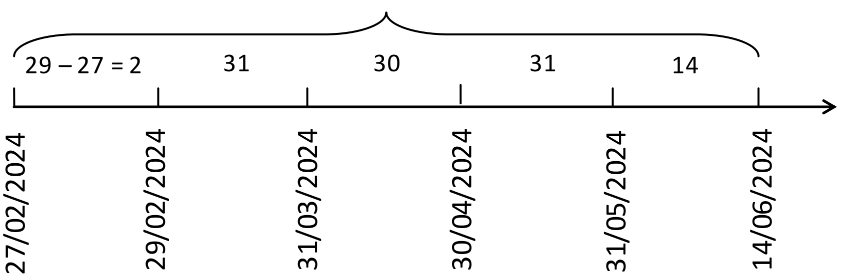
مثال16: وظف شخص مبلغا ماليا قدره 40000دج، بمعدل فائدة بسيطة قدره 5%، وذلك من تاريخ 2024/02/27 إلى 2024/06/14.

المطلوب: أحسب قيمة الفائدة البسيطة والجملة المكتسبة (الجملة المحصلة)؟

الحل:

نقوم بحساب المدة الزمنية بالأيام أولا، كما يلي:

$$n = 2 + 31 + 30 + 31 + 14 = 108\ j$$



$$I = \frac{c \times t \times n}{36000} = \frac{40000 \times 5 \times 108}{36000} = \mathbf{600}$$

$$A = C + I$$

$$A = 40000 + 600 = \mathbf{40600}$$

مثال17: تم الحصول على فائدة بسيطة تقدر بـ: 1000 دج من جراء توظيف رأس مال (مبلغ) قيمته 40000 دج بمعدل فائدة بسيطة قدره 10 % وذلك ابتداء من تاريخ 31 جانفي 2024.

المطلوب: أوجد تاريخ سحب المبلغ؟

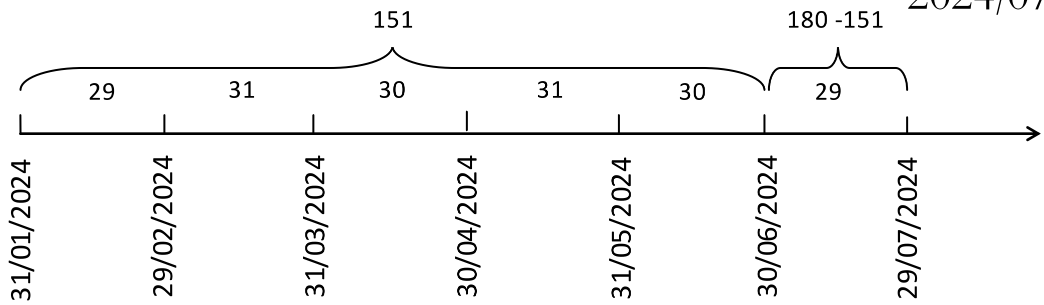
الحل:

نحسب المدة الزمنية أولا، بعدها نحدد تاريخ السحب

$$I = \frac{c \times t \times n}{36000} = \rightarrow n = \frac{I \times 36000}{c \times t}$$

$$n = \frac{1000 \times 36000}{40000 \times 5} = \mathbf{180}$$

تاريخ السحب هو 2024/07/29



مثال 18: تم توظيف مبلغ من المال يقدر بـ: 100000 دج بمعدل 4% فتم الحصول على جملة تقدر بـ: 115000 دج وكان تاريخ سحب المبلغ يوم 2024/12/13.

المطلوب: أوجد تاريخ توظيف (تاريخ إيداع) هذا المبلغ.

نحسب مقدار الفائدة البسيطة أولا، بعدها نجد المدة الزمنية للتوظيف والتي على أساسها نحدد تاريخ التوظيف (تاريخ الإيداع).

حساب الفائدة البسيطة:

$$I = A - C$$

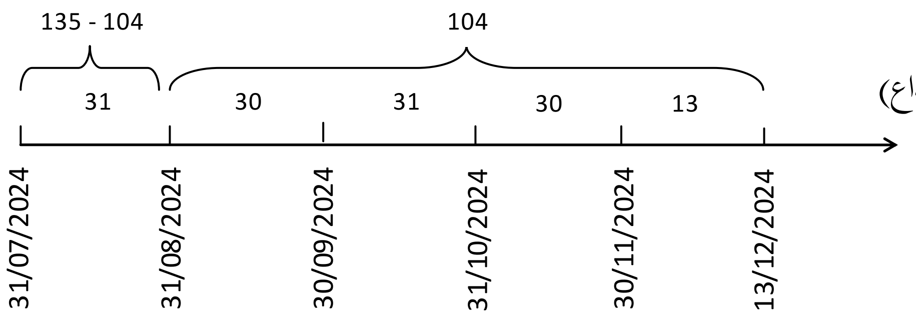
$$I = 115000 - 100000 = \mathbf{15000}$$

حساب المدة الزمنية للتوظيف:

$$I = \frac{c \times t \times n}{36000} = \rightarrow n = \frac{I \times 36000}{c \times t}$$

$$n = \frac{15000 \times 36000}{100000 \times 4} = \mathbf{135}$$

ومنه تاريخ التوظيف (تاريخ الإيداع) هو: 2024/07/31.



مثال 19: بافتراض ثبات تاريخ السحب 2024/12/13، ومع توفر المُدد الزمنية الآتية.

المطلوب: أوجد تاريخ التوظيف (تاريخ الإيداع) لكل مدة زمنية.

المدة الزمنية n	134 يوم	166 يوم	165 يوم	288 يوم	287 يوم
تاريخ التوظيف	2024/08/01	2024/06/30	2024/07/01	2024/02/29	2024/03/01

مثال 20: تم توظيف مبلغ من المال لمدة رُبع (4/1) سنة بمعدل ما، فتم الحصول على جملة تقدر بـ: 41 مرة الفائدة المحصلة.

المطلوب: أوجد معدل التوظيف (معدل الفائدة).

الطريقة الأولى:

$$A = 41\,I \quad /A = C + I$$

بتعويض المعادلة الأولى في الثانية نجد:

$$41\,I = C + I$$

$$C = 40\,I$$

$$I = \frac{c \times t \times n}{1200} \quad / I = \frac{40\,I \times t \times 3}{1200}$$

$$1200\,I = 20\,I \times t \times 3$$

$$1200 = 120\,t$$

$$t = \frac{1200}{120} = 10$$

$$\mathbf{t}\,\% = \mathbf{10}\,\%$$

الطريقة الثانية:

$$I = \frac{40\,I \times t \times 0{,}25}{100}$$

$$\mathbf{t}\,\% = \mathbf{10}\,\%$$

8- طريقة النمر (العدد) والقاسم: تقوم هذه الطريقة بتغيير معادلة الفائدة البسيطة، أين يشمل البسط حاصل ضرب المبلغ (رأس المال) في المدة ونسميه النمر (هذا المصطلح من الكلمة الفرنسية Nonmbre أي معناه العدد)، أمّا المقام فيُعبر عنه بحاصل قسمة أيام السنة (360 يوم) على معدل الفائدة، ونسميه القاسم.

أين يُرمز للنمر (العدد) بالرمز N والقاسم بالرمزD، حيث[7]:

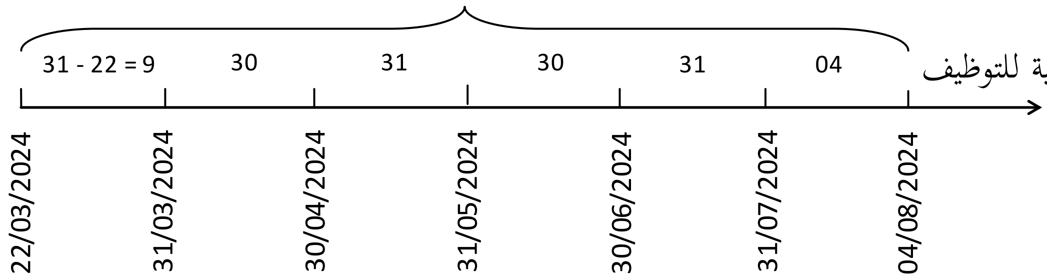
$$I = \frac{N}{D} = \frac{c \times n}{\frac{36000}{t}} \qquad / \qquad N = C \times n \qquad D = \frac{36000}{t}$$

مثال 21: وظف شخص مبلغا ماليا قدره: 100000 دج، وذلك ابتداءا من 2024/03/22 إلى غاية 2024/08/04، بمعدل فائدة بسيطة 4 %.

المطلوب: ما مقدار الفائدة البسيطة بالطريقة المباشرة وبطريقة القاسم؟

الحل:

نحسب أولا المدة الزمنية للتوظيف



$$n = 9 + 30 + 31 + 30 + 31 + 04 = \mathbf{135}$$

حساب الفائدة البسيطة بالطريقة المباشرة:

$$\mathrm{I} = \frac{c \times t \times n}{36000} = \frac{100000 \times 4 \times 135}{36000} = \mathbf{1500}$$

حساب الفائدة البسيطة بطريقة القاسم الثابت:

$$N = c \times n = 100000 \times 135 = 13500000$$

$$D = \frac{36000}{t} = \frac{36000}{4} = 9000$$

$$I = \frac{N}{D} = \frac{13500000}{9000} = \mathbf{1500}$$

$$\mathrm{I} = \frac{c \times n}{\frac{36000}{t}} = \frac{100000 \times 135}{\frac{36000}{4}} = \mathbf{1500}$$

مثال 22: تم توظيف مبلغ ماليّ قدره 20000 دج، بمعدل فائدة بسيطة 4% ولمدة 36 يوم.

المطلوب: أوجد الفائدة التجارية والفائدة الصحيحة؟

الفائدة التجارية:

$$\mathrm{I} = \frac{c \times t \times n}{36000} = \frac{20000 \times 4 \times 36}{36000} = \mathbf{80}$$

الفائدة الصحيحة:

$$\mathrm{I} = \frac{c \times t \times n}{36500} = \frac{20000 \times 4 \times 36}{36500} = \mathbf{78,9}$$

$$\mathrm{I} = \frac{c \times t \times n}{36600} = \frac{20000 \times 4 \times 36}{36600} = \mathbf{78,68}$$

ملاحظة: نجد أن الفائدة الصحيحة أصغر من الفائدة التجارية، ذلك أنه في حالة الفائدة الصحيحة يتم اعتبار السنة 365 يوم (أو 366 يوم إذا كانت سنة كبيسة).

9– المعدل المتوسط (الوسطي): إذا كانت لدينا مجموعة من رؤوس الأموال ... C_1, C_2, C_3 وتمّ توظيفها بمعدلات فائدة بسيطة مختلفة .. t_1, t_2, t_3, وخلال فترات زمنية مختلفة أيضا ... n_1, n_2, n_3، فإنّ *المعدل الوحيد* الذي يُحقّق نفس مبلغ (مقدار) الفائدة (الإجمالي) على مختلف رؤوس الأموال السابقة يسمى **بالمعدل المتوسط**، والذي نرمز له بالرمز $t^{/}$ ويُعطى بالعلاقة الآتية[8]:

$$t^{/} = \frac{\sum_1^n c_k \times t_k \times n_k}{\sum_1^n c_k \times n_k}$$

حيث يمثل:

$t^{/}$: المعدل الوسطي (المعدل المتوسط) الذي يعوّض معدلات الفائدة البسيطة الأخرى.

t_k: معدل الفائدة البسيطة الموظف في كل بنك.

n_k: مدة توظيف كل مبلغ.

$\sum_1^n c_k$: مجموع المبالغ المالية الموظفة في كل بنك.

مثال 23: وظف شخص أربعة مبالغ بمعدلات مختلفة وفي بنوك مختلفة لمدد معينة كالآتي:

المبلغ الأول: 12000 دج بمعدل 3 % من تاريخ 2024/03/10 إلى غاية 2024/04/29.

المبلغ الثاني: 36000 دج بمعدل 2 % من تاريخ 2024/02/12 إلى غاية 2024/05/22.

المبلغ الثالث: 48000 دج بمعدل 6 % من تاريخ 2024/02/01 إلى غاية 2024/03/12.

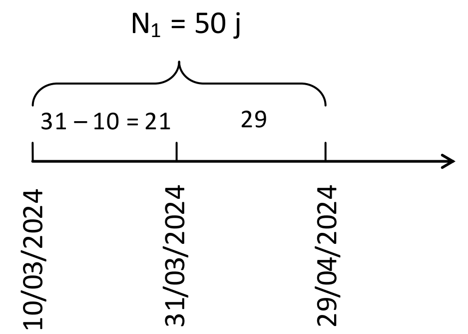
المبلغ الرابع: 18000 دج بمعدل 3,6 % من تاريخ 2024/04/10 إلى غاية 2024/10/27.

المطلوب: أحسب فائدة كل مبلغ، أحسب مجموع الفوائد، أحسب المعدل الوسطي.

تأكّد من أنّ المعدل الوسطي يحقق نفس مجموع الفوائد السابقة.

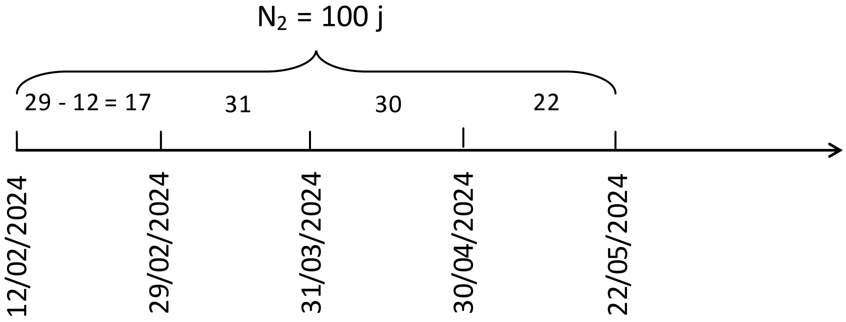
الحل:

الحالة 1:



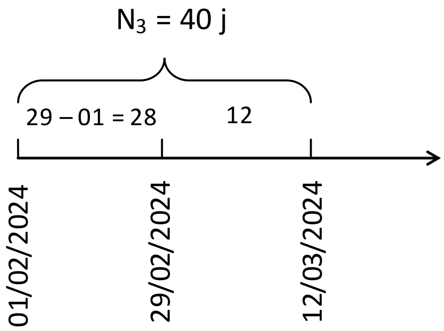
$$I_1 = \frac{c_1 \times t_1 \times n_1}{36000} = \frac{12000 \times 3 \times 50}{36000} = \mathbf{50}$$

الحالة 2:



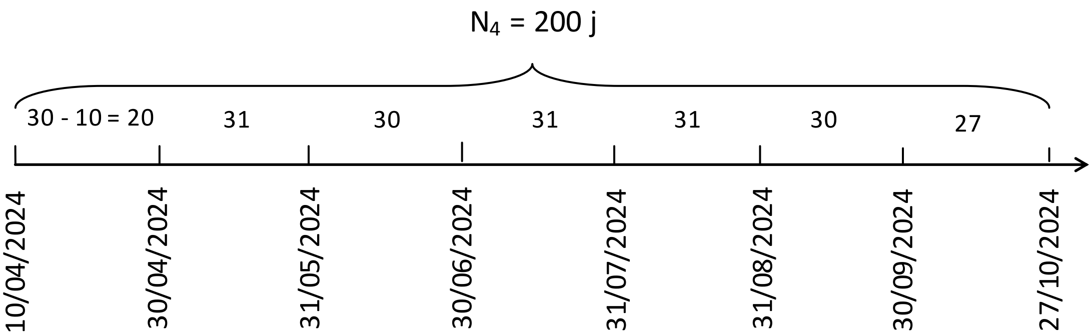
$$I_2 = \frac{c_2 \times t_2 \times n_2}{36000} = \frac{36000 \times 2 \times 100}{36000} = \mathbf{200}$$

الحالة 3:



$$I_3 = \frac{c_3 \times t_3 \times n_3}{36000} = \frac{48000 \times 6 \times 40}{36000} = \mathbf{320}$$

الحالة 4:



$$I_4 = \frac{c_4 \times t_4 \times n_4}{36000} = \frac{18000 \times 3{,}6 \times 200}{36000} = \mathbf{360}$$

حساب مجموع الفوائد:

$$\sum I = I_1 + I_2 + I_3 + I_4$$

$$\sum I = 50 + 200 + 320 + 360 = \mathbf{930}$$

حساب المعدل الوسطي (المعدل المتوسط):

$$\boldsymbol{t^{/}} = \frac{\sum_1^n \boldsymbol{c_k \times t_k \times n_k}}{\sum_1^n \boldsymbol{c_k \times n_k}}$$

$$t^{/} = \frac{(c_1 \times t_1 \times n_1) + (c_2 \times t_2 \times n_2) + (c_3 \times t_3 \times n_3) + (c_4 \times t_4 \times n_4)}{(c_1 \times n_1) + (c_2 \times n_2) + (c_3 \times n_3) + (c_4 \times n_4)}$$

$$t^{/} = \frac{(12000 \times 3 \times 50) + (36000 \times 2 \times 100) + (48000 \times 6 \times 40) + (18000 \times 3{,}6 \times 200)}{(12000 \times 50) + (36000 \times 100) + (48000 \times 40) + (18000 \times 200)}$$

$$t^{/} = \frac{33480000}{9720000} = 3{,}4444 \rightarrow t^{/}\% = \mathbf{3{,}4444}\%$$

$$\sum \mathrm{I} = \frac{(12000 \times 3{,}4444 \times 50)}{36000} + \frac{(36000 \times 3{,}4444 \times 100)}{36000} + \frac{(48000 \times 3{,}4444 \times 40)}{36000} + \frac{(18000 \times 3{,}4444 \times 200)}{36000}$$

$$\sum \mathrm{I} = 57{,}4 + 344{,}4 + 183{,}68 + 344{,}4 = \mathbf{929{,}988} \approx \mathbf{930}$$

ويمكن تفسير ما تم الإشارة إليه، أن هذا الشخص إذا قام بتوظيف المبالغ السابقة بنفس المُدد وعند معدل يقل عن **3,444%** فسيحصل على فائدة إجمالية أقل من التي تحصل عليها سابقا، أما إذا وظف تلك المبالغ المالية بمعدل أكبر منه، فإنّ الفائدة الإجمالية تكون أكبر من التي تحصل عليها سابقا.

وبهذا نستنتج مما سبق بيانه وعرضه، أن البنك الثالث والرابع يمنحان معدلان 6 % و4 % أكبر من المعدل الوسطي **3,4444%**، فعلى هذا الشخص توظيف تلك المبالغ في أيّ بنكٍ يزيد معدله عن **3,4444%** للحصول على فائدة أكبر.

10- الدفعات بفائدة بسيطة: نقصد بالدفعات المتساوية قصيرة الأجل، وهي عبارة عن مبالغ متساوية يتمّ دفعها بصورة منتظمة وعلى فترات زمنية متساوية[9]. وبعبارة أخرى هي مبالغ يتكرر دفعها على فترات منتظمة كل شهر أو شهرين أو ثلاثة، وتكون مبالغها عادة متساوية، وتنقسم إلى قسمين؛ من حيث تاريخ الدفع، هما:

- **دفعات الاستثمار (دفعات فورية):** وهي تلك الدفعات التي تكون في بداية كل فترة زمنية.
- **دفعات السداد (دفعات عادية):** وهي تلك الدفعات التي تكون في نهاية كل فترة زمنية.

وتتألف جملة الدفعات من مجموع مبالغ الدفعات إضافة إلى فوائد تلك الدفعات، وبالتالي فإن جملة الدفعات هي الرصيد الذي يحصل عليه الشخص بنهاية المدة، أما فوائد هذه الدفعات عبارة عن المجموع الجبري لفائدة كل دفعة[10]. ويتم حساب الفائدة وجملة الدفعات كما يلي[11]:

جملة الدفعات = مجموع مبالغ الدفعات + مجموع قيم الفوائد

مجموع مبالغ الدفعات = قيمة الدفعة (a) × عدد الدفعات (n)

مجموع الفوائد = قيمة الدفعة (a) × معدل الفائدة للدفعات (t) × مجموع مدد الدفعات (n)

مجموع مدد الدفعات (n) = $\frac{\text{عدد الدفعات}}{2}$ × (مدة الدفعة الأولى + مدة الدفعة الأخيرة)

مثال 24: قام شخص بإيداع مبالغ مالية متساوية القيمة كلّ ثلاثة (3) أشهر وبانتظام، في نهاية كل فترة زمنية، وذلك بقيمة 30000 دج وبمعدل فائدة بسيطة قدره 5 %.

المطلوب: أوجد جملة الدفعات.

الحل:

مجموع مدد الدفعات (n) = $\frac{\text{عدد الدفعات}}{2}$ × (مدة الدفعة الأولى + مدة الدفعة الأخيرة).

مجموع مدد الدفعات (n) = $\frac{4}{2}$ × (9 + 0) = 18

مجموع الفوائد = قيمة الدفعة (a) × معدل الفائدة للدفعات (t) × مجموع مدد الدفعات (n)

مجموع الفوائد = 30000 × $\frac{5}{100}$ × $\frac{18}{12}$ = 2250 دج

مجموع مبالغ الدفعات = 30000 دج × 4 = 120000 دج

جملة الدفعات = 120000 دج + 2250 دج = 122250 دج

للتأكد:

$$I_1 = \frac{30000 \times 5 \times 9}{1200} = \mathbf{1125}$$

$$I_2 = \frac{30000 \times 5 \times 6}{1200} = \mathbf{750}$$

$$I_3 = \frac{30000 \times 5 \times 3}{1200} = \mathbf{375}$$

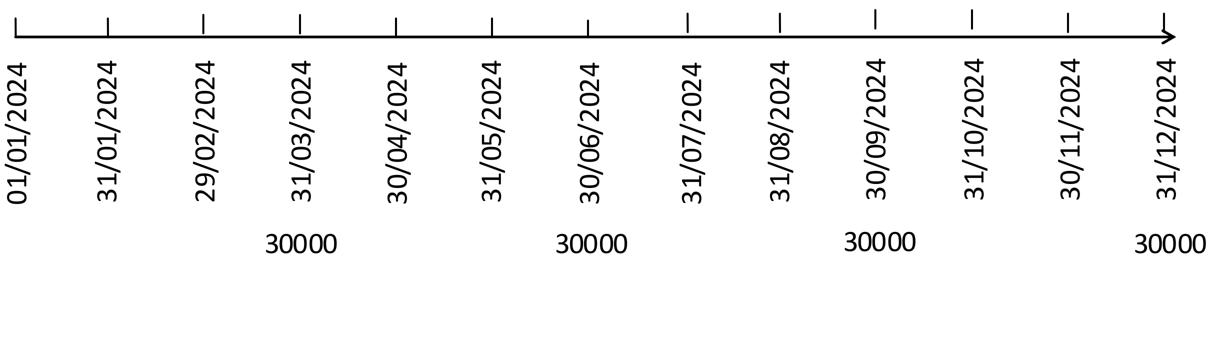
$$I_4 = \frac{30000 \times 5 \times 0}{1200} = \mathbf{0}$$

مجموع مبالغ الدفعات = 30000 دج + 30000 دج + 30000 دج + 30000 دج

مجموع مبالغ الدفعات = 120000 دج

مجموع الفوائد = 1125 دج + 750 دج + 375 دج + 0 دج = 2250 دج

جملة الدفعات = 120000 دج + 2250 دج = **122250** دج



مثال 25: ليكن نفس المثال السابق، وبفرض أن هذه المبالغ تدفع في بداية كل فترة زمنية.

المطلوب: أوجد جملة الدفعات

الحل:

مجموع مدد الدفعات (n) = $\frac{\text{عدد الدفعات}}{2}$ × (مدة الدفعة الأولى + مدة الدفعة الأخيرة)

مجموع مدد الدفعات (n) = $\frac{4}{2}$ × (3 + 12) = 30

مجموع الفوائد = قيمة الدفعة (a) × معدل الفائدة للدفعات (t) × مجموع مدد الدفعات (n)

مجموع الفوائد = 30000 × $\frac{5}{100}$ × $\frac{30}{12}$ = 3750 دج

مجموع مبالغ الدفعات = 30000 دج × 4 = 120000 دج

جملة الدفعات = 120000 دج + 3750 دج = **123750 دج**

للتأكّد

$$I_1 = \frac{30000 \times 5 \times 12}{1200} = \mathbf{1500}$$

$$I_2 = \frac{30000 \times 5 \times 9}{1200} = \mathbf{1125}$$

$$I_3 = \frac{30000 \times 5 \times 6}{1200} = \mathbf{750}$$

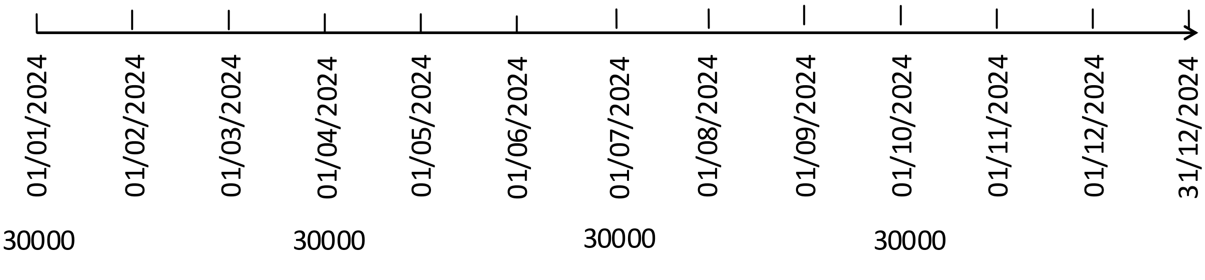
$$I_4 = \frac{30000 \times 5 \times 3}{1200} = \mathbf{375}$$

مجموع مبالغ الدفعات = 30000 دج + 30000 دج + 30000 دج + 30000 دج

مجموع مبالغ الدفعات = 120000 دج

مجموع الفوائد = 1500 دج + 1125 دج + 750 دج + 375 دج = 3750 دج

جملة الدفعات = 120000 دج + 3750 دج = **123750 دج**.



ثانيا الخصم التجاري: ويتضمن هذا الفصل العناصر الآتية

1- تعريف الخصم: هو الفائدة التي يأخذها البنك مُقابل دفع قيمة ورقة تجارية قبل تاريخ استحقاقها، حيث يُحسب على أساس القيمة الاسمية للورقة التجارية والمدّة الفاصلة بين تاريخ الخصم وتاريخ الاستحقاق[12]، وبتعبير آخر هو سعر الخدمات المقدمة من قِبلِ البنك نتيجة تقديم ورقة تجارية لتحصيل قيمتها قبل تاريخ استحقاقها، وهو يمثّل الفائدة للبنك محسوبة على أساس القيمة الإسمية للورقة التجارية وبمعدل محدّد من طرفه؛ يدعى معدل الخصم، وفي تاريخ الخصم الذي هو تاريخ مقدم عن تاريخ الاستحقاق[13]، ويرمز له بالرمز E_C.

2- حساب الخصم التجاري:

حالة المدة بالأيام

$$E_C = \frac{c \times t \times n}{36000}$$

حالة المدة بالأشهر (أحيانا)

$$E_C = \frac{c \times t \times n}{1200}$$

وتشير الرموز السابقة إلى ما يلي:

E_C: الخصم التجاري.

C: القيمة الاسمية للورقة التجارية.

t: معدل الخصم.

n: مدة الخصم، وهي المدة الفاصلة بين تاريخ الخصم (تاريخ تقديم الورقة التجارية إلى البنك) وتاريخ الاستحقاق (التاريخ الذي يمكن لصاحب الورقة التجارية المطالبة بأمواله)، حيث يمكن أن تكون هذه المدة بالأيام أو بالأشهر، لكن غالبا ما تكون بالأيام.

طريقة العدد (النمر) والقاسم: تستعمل طريقة القاسم الثابت D لاستخراج قانون الخصم التجاري كعلاقة بين معدل الخصم t والمدة n، أين تكون هذه الأخيرة بالأيام فقط.

حيث أنّ:

$$D = \frac{36000}{t} \quad / \; N = C \times n$$

N: يسمى العدد (هناك من يسميه النمر، من الكلمة الفرنسية nombre)، D: يسمى القاسم

وبقسمة البسط والمقام في قانون الخصم التجاري على t نتحصل على العلاقة الآتية:

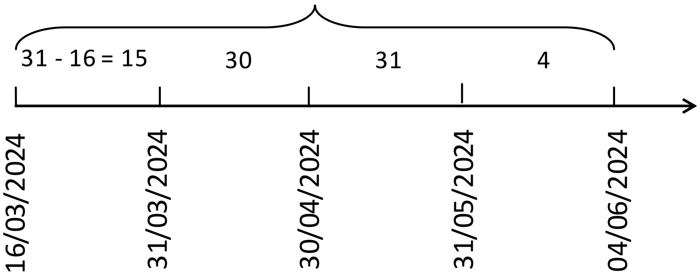
$$E_C = \frac{c \times t \times n/t}{36000/t} \rightarrow E_C = \frac{c \times n}{\frac{36000}{t}} \rightarrow \boldsymbol{E_C = \frac{N}{D}}$$

مثال 26: بتاريخ 2024/03/16 قدم شخص ورقة تجارية لخصمها لدى إحدى البنوك، حيث أن قيمتها الاسمية 36000 دج وذلك بمعدل خصم قدره 2%، علما أنها تستحق الدفع بتاريخ 2024/06/04.

المطلوب: أوجد قيمة الخصم التجاري بطريقتين

الحل:

نحسب أولا المدة الزمنية الفاصلة بين تاريخ الخصم وتاريخ استحقاق الورقة التجارية



$$n = 15 + 30 + 31 + 4 = \mathbf{80}$$

حساب الخصم التجاري بالطريقة المباشرة

$$E_C = \frac{c \times t \times n}{36000} = \frac{36000 \times 2 \times 80}{36000} = \mathbf{160}$$

حساب الخصم التجاري بطريقة القاسم الثابت

$$N = c \times n = 36000 \times 80 = 2880000$$

$$D = \frac{36000}{t} = \frac{36000}{2} = 18000$$

$$E_C = \frac{N}{D} = \frac{2880000}{18000} = \mathbf{160}$$

$$E_C = \frac{c \times n}{\frac{36000}{t}} = \frac{36000 \times 80}{\frac{36000}{2}} = \mathbf{160}$$

- **حساب القيمة الاسمية:**

$$\boldsymbol{E_C = \frac{c \times t \times n}{36000}} \longrightarrow \boldsymbol{c = \frac{E_C \times 36000}{t \times n}}$$

مثال 27: خُصمت ورقة تجارية بمبلغ قدره 1000 دج وبمعدل قدره 2%، وذلك لمدة 80 يوم قبل تاريخ استحقاقها.

المطلوب: ما هي القيمة الاسمية للورقة التجارية؟

الحل:

$$E_C = \frac{c \times t \times n}{36000}$$

$$c = \frac{E_C \times 36000}{t \times n} = \frac{1000 \times 36000}{2 \times 80}$$

$$\mathbf{c = 225000}$$

➢ **تحديد تاريخ الخصم** (**حساب مدة الخصم أولا**):

$$\boldsymbol{E_C = \frac{c \times t \times n}{36000}} \longrightarrow \boldsymbol{n = \frac{E_C \times 36000}{c \times t}}$$

مثال 28: قدم شخص ورقة تجارية للخصم في بنك معين قيمتها الاسمية 120000 دج تستحق بتاريخ 14 أفريل 2024. فإذا علمت أن معدل الخصم 5 % وأن قيمة الخصم التجاري 1000 دج.

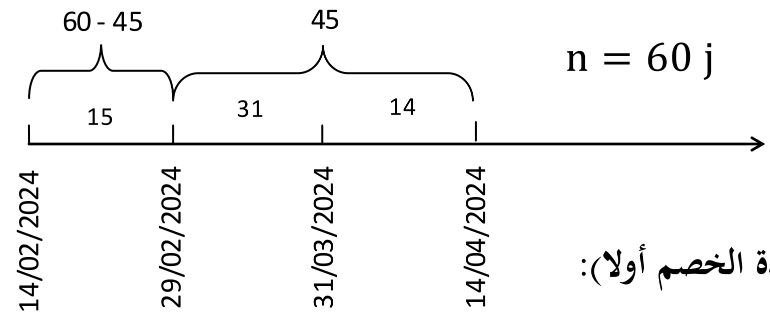
المطلوب: أوجد تاريخ هذا الخصم؟

الحل:

$$E_C = \frac{c \times t \times n}{36000}$$

$$n = \frac{E_C \times 36000}{c \times t} = \frac{1000 \times 36000}{120000 \times 5}$$

$$n = 60\ j$$



تاريخ الخصم التجاري: 14 فيفري2024

أ. **إيجاد تاريخ الاستحقاق** (**حساب مدة الخصم أولا**):

مثال 29: خصمت ورقة تجارية قيمتها الاسمية 108000 دج بمعدل 4 % وذلك بتاريخ 10 فيفري2024، وكان مبلغ الخصم التجاري 840 دج.

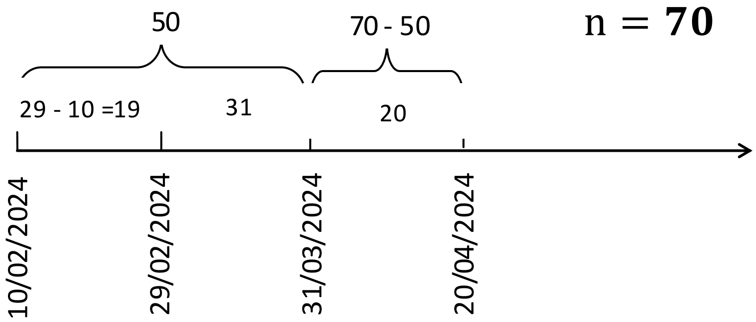
المطلوب: ما تاريخ استحقاق هذه الورقة التجارية؟

الحل:

$$E_C = \frac{c \times t \times n}{36000}$$

$$n = \frac{E_C \times 36000}{c \times t} = \frac{840 \times 36000}{108000 \times 4}$$

$$n = \mathbf{70}$$



ومنه تاريخ الاستحقاق هو:

2024/04/20

➢ **تحديد معدل الخصم:**

مثال 30: خُصمت ورقة تجارية قبل 240 يوم من تاريخ استحقاقها.

المطلوب: إذا علمت أن قيمة الخصم التجاري تمثل $\frac{1}{40}$ من القيمة الاسمية للورقة التجارية، أوجد معدل الخصم؟

الحل:

$$E_C = \frac{c \times t \times n}{36000}$$

$$\frac{1}{40} c = \frac{c \times t \times 240}{36000}$$

$$900\ c = c \times t \times 240$$

$$900 = 240\ t$$

$$t = 3{,}75 \rightarrow \mathbf{t\% = 3{,}75\%}$$

➢ **القيمة الحالية للورقة التجارية:** تمثّل قيمة الورقة التجارية بعد طرح الخصم التجاري، في تاريخ معيّن؛ هو تاريخ الخصم[14]، فهي تعبّر عن المبلغ الذي يأخذه التاجر (أو صاحب الورقة التجارية) بعد اقتطاع مبلغ الخصم، وعليه من وجهة نظر البنك يعتبر الخصم فائدة له نتيجة القيام بهذه العملية، وأمّا من وجهة نظر التاجر يعتبر خصما له.

القيمة الحالية للورقة التجارية = القيمة الاسمية للورقة التجارية – مقدار الخصم التجاري

$$\mathbf{V = C - E_C}$$

الطريقة المباشرة

$$V = C - \frac{c \times t \times n}{36000}$$

بطريقة القاسم:

$$V = C - \frac{c \times t \times n / t}{36000 / t} \rightarrow V = C - \frac{c \times n}{\frac{36000}{t}} \rightarrow V = C - \frac{c \times n}{D} \rightarrow V = C\left(1 - \frac{n}{D}\right) \rightarrow \mathbf{V = C\left(\frac{D - n}{D}\right)}$$

مثال 31: تم خصم ورقة تجارية قيمتها الاسمية 60000 دج، بمعدل خصم قدره 3%، حيث تستحق بعد 90 يوم.

المطلوب: أحسب قيمة الخصم التجاري، وأوجد القيمة الحالية التجارية؟

الحل:

$$E_C = \frac{c \times t \times n}{36000}$$

$$E_C = \frac{60000 \times 3 \times 90}{36000} = \mathbf{450}$$

الطريقة الأولى لحساب القيمة الحالية التجارية:

$$V = C - E_C$$

$$V = 60000 - 450 = \mathbf{59550}$$

الطريقة الثانية لحساب القيمة الحالية التجارية:

نحسب القاسم الثابت أولا

$$D = \frac{36000}{t} = \frac{36000}{3} = 126000$$

$$V = C\left(\frac{D-n}{D}\right) = 60000\left(\frac{12000-90}{12000}\right) = \mathbf{59550}$$

- **الآجيو**: أصل الكلمة من اللغة الإيطالية Aggio، حيث يمثل مجمل المصاريف المقتطعة من قِبلِ البنك عند القيام بخصم ورقة تجارية. فهو يُعبّر عن التكلفة الحقيقية للخصم، حيث يتضمن إضافة إلى الخصم؛ مجمل المصاريف والرسوم[15]. ونجده يتحدد بالعناصر الآتية[16]:

- **الخصم التجاري**: وهو العنصر الأساس، والذي يحسب كمايلي: $E_C = \frac{c \times t \times n}{36000}$
- **العمولات**: وهي على أنواع

✓ **عمولة مرتبطة بالزمن**: مثل عمولة التظهير، حيث يتم تطبيقها نتيجة وجود عدة مُظهرين للورقة التجارية والتي تحسب مثل الخصم التجاري. $C_E = \frac{c \times t \times n}{36000}$

✓ **عمولة غير مرتبطة بالزمن**: وهي عبارة عن نسبة مئوية تطبق على القيمة الاسمية للورقة التجارية، مثل مصاريف التحصيل؛ كعمولة البنك، عمولة تحويل المكان، حيث تدفع نتيجة اختلاف عناوين وأماكن المظهرين والمسحوب عليه، وتحسب هذه العمولة كما يلي: $C_C = \frac{c \times t}{100}$

✓ **العمولات الثابتة**: وهي قيم ثابتة ومحددة من طرف البنك يقوم بفرضها على حامل الورقة التجارية كحد أدنى يجب أن يقبضه البنك عند خصمه لورقة تجارية، حيث يرمز لها بالرمز C_F .

✓ **عمولات مختلفة**: وهي عمولات خاصة بكل بنك كما يراه مناسبا وحسب الأوراق المقدمة له.

- **الرسوم**: وهي رسوم تُطبّق على النشاطات المالية، مثل الرسم على القيمة المضافة TVA ، حيث أنها نسبة مئوية تطبق على مجموع العمولات غير المرتبطة بالزمن والعمولات الثابتة.

- **القيمة الصافية للورقة التجارية**: وهي تلك القيمة التي يأخذها صاحب الورقة التجارية بعد اقتطاع (طرح أو أخذ) البنك لمقدار الآجيو من القيمة الاسمية للورقة.

$$\mathbf{V_{nette}} = C - Agio$$

➢ **المعدل الحقيقي:** وهو ذلك المعدل الذي يأخذ بعين الاعتبار التكاليف الحقيقية (مصاريف الخصم الحقيقية)، وهو معدل الخصم الإجمالي السنوي[17]، وغالبا ما يُطلق عليه ***معدل الخصم الحقيقي الإجمالي***.

➢ **حساب الآجيو والقيمة الصافية والمعدل الحقيقي في غياب الرسم على القيمة المضافة:**

- **حساب الآجيو في غياب الرسم على القيمة المضافة:**

الآجيو = الخصم التجاري + العمولات

$$Agio = E_C + C_E + C_C + C_F$$

- **حساب القيمة الصافية للورقة التجارية في غياب الرسم على القيمة المضافة:**

تُحسب القيمة الصافية في هذه الحالة انطلاقا من القيمة الاسمية للورقة التجارية والآجيو، أين لا نأخذ بعين الاعتبار الرسم على القيمة المضافة في حساب هذا الأخير (الآجيو).

$$\mathbf{V_{nette}} = C - Agio$$

- **حساب المعدل الحقيقي في غياب الرسم على القيمة المضافة:**

الطريقة الأولى:

$$t_R = \frac{Agio \times 36000}{\boldsymbol{C} \times n}$$

الطريقة الثانية:

$$t_R = \frac{Agio \times 36000}{\mathbf{V_{nette}} \times n}$$

➢ **حساب الآجيو والقيمة الصافية والمعدل الحقيقي في وجود الرسم على القيمة المضافة:**

- **الآجيو في وجود الرسم على القيمة المضافة:**

الآجيو = الخصم التجاري + العمولات + الرسوم

$$Agio = E_C + C_E + C_C + C_F + TVA$$

- **القيمة الصافية للورقة التجارية في وجود الرسم على القيمة المضافة:**

في هذه الحالة، تُحسب القيمة الصافية انطلاقا من القيمة الاسمية للورقة التجارية وكذا الآجيو، أين تمّ اعتبار وجود الرسم على القيمة المضافة في حساب هذا الأخير (الآجيو).

$$\mathbf{V_{nette}} = C - Agio$$

- **حساب المعدل الحقيقي في وجود الرسم على القيمة المضافة:**

الطريقة الأولى:

$$\boldsymbol{t_R} = \frac{\boldsymbol{Agio} \times \mathbf{36000}}{\boldsymbol{C} \times \mathbf{n}}$$

الطريقة الثانية:

$$\boldsymbol{t_R} = \frac{\boldsymbol{Agio} \times \mathbf{36000}}{\mathbf{V_{nette}} \times \mathbf{n}}$$

ويحسب المعدل الحقيقي للخصم على أساس التكلفة الإجمالية للخصم (الآجيو)، أين يكون دوما أكبر من المعدل الإسمي[18]، وهذا نظرا إلى وجود عددٍ من العمولات.

مثال 32: تم خصم ورقة تجارية قيمتها الاسمية 120000 دج بتاريخ 2024/06/15 حيث تستحق بتاريخ 2024/09/03، وهذا وفقا للشروط الآتية:

معدل الخصم 3%.

عمولة التظهير 0,5% .

عمولة تحويل المكان 0,1%.

عمولة ثابتة قدرها 20 دج.

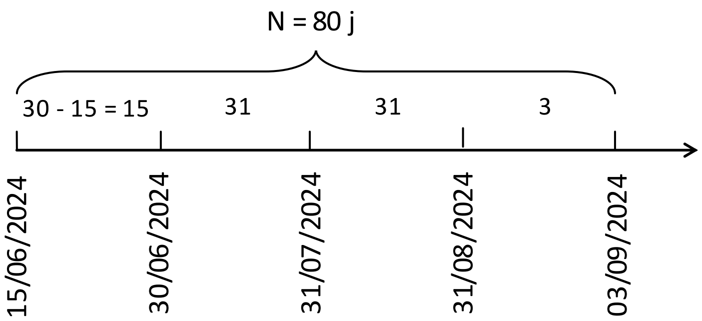
الرسم على القيمة المضافة TVA 19%.

المطلوب: أحسب الآجيو والقيمة الصافية وكذا المعدل الحقيقي، وهذا في حالة عدم وجود الرسم على القيمة المضافة وفي حالة وجود الرسم على القيمة المضافة؟

الحل:

حساب المدة n

$$n = 15 + 31 + 31 + 3 = \mathbf{80}$$



حساب الآجيو والقيمة الصافية والمعدل الحقيقي حالة عدم وجود الرسم على القيمة المضافة

حساب الخصم التجاري:

$$E_C = \frac{c \times t \times n}{36000}$$

$$E_C = \frac{120000 \times 3 \times 80}{36000} = \mathbf{800}$$

حساب العمولات:

عمولة التظهير (مرتبطة بالزمن):

$$C_E = \frac{c \times t \times n}{36000} = \frac{120000 \times 0{,}5 \times 80}{36000} = \mathbf{133{,}33}$$

عمولة تحويل المكان (غير مرتبطة بالزمن)

$$C_C = \frac{c \times t}{100} = \frac{120000 \times 0{,}1}{100} = \mathbf{120}$$

عمولة ثابتة

$$C_F = \mathbf{20}$$

الآجيو = الخصم التجاري + العمولات

$$Agio = E_C + C_E + C_C + C_F$$

$$Agio = 800 + 133{,}33 + 120 + 20 = \mathbf{1073{,}33}$$

حساب القيمة الصافية للورقة االتجارية دون وجود الرسم على القيمة المضافة

$$\mathbf{V_{nette}} = C - Agio$$

$$\mathbf{V_{nette}} = 120000 - 1073{,}33 = \mathbf{118926{,}67}$$

حساب المعدل الحقيقي

الطريقة الأولى:

$$\mathrm{t}_R = \frac{Agio \times 36000}{C \times \mathrm{n}} = \frac{1073{,}33 \times 36000}{120000 \times 80} = 4{,}025$$

$$\mathbf{t_R}\% = \mathbf{4{,}025}\%$$

الطريقة الثانية:

$$\mathrm{t}_R = \frac{Agio \times 36000}{\mathbf{V_{nette}} \times \mathrm{n}} = \frac{1073{,}33 \times 36000}{118926{,}67 \times 80} = 4{,}06$$

$$\mathbf{t_R}\% = \mathbf{4{,}06}\ \%$$

حساب الآجيو والقيمة الصافية والمعدل الحقيقي حالة وجود الرسم على القيمة المضافة

حساب الرسم على القيمة المضافة

$$\mathbf{TVA} = \frac{(120 + 20) \times 19}{100} = \mathbf{26{,}6}$$

الآجيو = الخصم التجاري + العمولات + الرسوم

$$\boldsymbol{Agio} = E_C + C_E + C_C + C_F + \mathrm{TVA}$$

$$\boldsymbol{Agio} = 800 + 133{,}33 + 120 + 20 + 26{,}6 = \mathbf{1099{,}93}$$

حساب القيمة الصافية للورقة التجارية

$$\mathbf{V_{nette}} = C - Agio$$

$$\mathbf{V_{nette}} = 120000 - 1099{,}93 = \mathbf{118900{,}1}$$

حساب المعدل الحقيقي في حالة وجود الرسم على القيمة المضافة

الطريقة الأولى:

$$\mathbf{t_R} = \frac{Agio \times 36000}{C \times \mathrm{n}} = \frac{1099{,}93 \times 36000}{120000 \times 80} = 4{,}12$$

$$\mathbf{t_R}\% = \mathbf{4{,}12}\ \%$$

الطريقة الثانية:

$$\mathbf{t}_{\boldsymbol{R}} = \frac{Agio \times 36000}{\mathbf{V_{nette}} \times \mathrm{n}} = \frac{1099{,}93 \times 36000}{118900{,}1 \times 80} = 4{,}16$$

$$\mathbf{t}_{\boldsymbol{R}}\% = \mathbf{4{,}16}\ \%$$

3- الخصم العقلاني (الخصم الحقيقي) $\boldsymbol{E_R}$: يُحسب الخصم وفق هذه الطريقة على أساس القيمة الحالية للورقة التجارية وليس على أساس القيمة الاسمية كما في طريقة الخصم التجاري[19]، ولهذا من الأجدر حساب مقدار (مبلغ) الخصم انطلاقا من القرض الفعلي الذي قدّمه البنك لصاحب الورقة التجارية؛ أي على أساس القيمة الحقيقية المقدمة لصاحب الورقة التجارية، والتي هي قيمة حقيقية عقلانية وصحيحة.

<table>
<tr>
<td>ويحسب بالعلاقة التالية:
$E_R = \frac{c \times n}{D + n}$
البرهان على هذه العلاقة:
من التعريف لدينا:
$E_R = \frac{V \times t \times n}{36000}$
$E_R = \frac{V \times t \times n / t}{36000/t}$
$E_R = \frac{V \times n}{D}$ 1
لدينا من التعريف:
$E_R = C - V$ ....2</td>
<td>نعوض 2 في 1 نجد:
$C - V = \frac{V \times n}{D}$
$C = V + \frac{V \times n}{D}$
$C = V(1 + \frac{n}{D})$
$C = V(\frac{D + n}{D})$
$V = \frac{C}{\frac{D + n}{D}}$
$V = \frac{C \times D}{D + n}$..............3</td>
<td>لدينا: $V = C - E_R$ 4
نعوض 4 في 3 نجد:
$C - E_R = \frac{C \times D}{D + n}$
$E_R = C - \frac{C \times D}{D + n}$
$E_R = C(1 - \frac{D}{D + n})$
$E_R = C(\frac{D + n - D}{D + n})$
$E_R = C(\frac{n}{D + n})$
$E_R = \frac{C \times n}{D + n}$</td>
</tr>
</table>

مثال 33: تم خصم ورقة تجارية قيمتها الاسمية 163800 دج بمعدل 4%، حيث تستحق بعد 100 يوم.

المطلوب: أحسب قيمة الخصم التجاري؟ ثم أحسب الخصم العقلاني بطريقتين؟

الحل:

حساب قيمة الخصم التجاري:

$$E_C = \frac{c \times t \times n}{36000}$$

$$E_C = \frac{163800 \times 4 \times 100}{36000} = \mathbf{1820}$$

حساب الخصم العقلاني:

الطريقة الأولى:

$$D = \frac{36000}{t} = \frac{36000}{4} = 9000$$

$$E_R = \frac{C \times n}{D + n} = \frac{163800 \times 100}{9000 + 100} = \mathbf{1800}$$

الطريقة الثانية:

$$V = C - E_R = 163800 - 1800 = 162000$$

$$E_R = \frac{V \times t \times n}{36000} = \frac{162000 \times 4 \times 100}{36000} = \mathbf{1800}$$

الفرق بين الخصم التجاري والخصم العقلاني:

$$E_C - E_R = 1820 - 1800 = 20$$

$$\frac{E_R \times t \times n}{36000} = \frac{1800 \times 4 \times 100}{36000} = \mathbf{20}$$

وعليه يمكن تقديم العلاقة الآتية المعبرة عن الفرق بين الخصمين التجاري والعقلاني:

$$\boldsymbol{E_C - E_R = \frac{E_R \times t \times n}{36000} = 20}$$

ثالثا: تكافؤ الأوراق التجارية

عند إجراء عمليات تجارية وسحب ورقة تجارية اعترافا بالدين، فإنّ على حامل هذه الورقة انتظار تاريخ استحقاقها، أو القيام بعملية تظهيرها لحاملين آخرين، أو خصمها لدى بنك ما، كما يمكن له أيضا استبدالها مع ورقة تجارية أخرى أو أوراق أخرى؛ لكن بشرط تكافؤ الأوراق المستبدلة سواء لورقتين أو لعدة أوراق تجارية يوم التعويض أو الاستبدال (أو التفاوض)"[20]. حيث عندما يتعرض المدين لبعض الصعوبات في الوفاء بالتزاماته عند تاريخ الاستحقاق، يمكن أن يتفق مع الدائن على استبدال ورقة أو عدة أوراق تجارية تستحق الأداء في تواريخ مختلفة، بورقة أو بعدة أوراق تجارية أخرى تختلف عن الورقة أو الأوراق التجارية المستبدلة في القيمة الاسمية أو في تاريخ الاستحقاق أو فيهما معا، وهذا حتى لا يتضرر الطرفان (المدين أو الدائن) من جراء هذا التعديل[21].

1– تعريف تكافؤ الأوراق التجارية: يُقصد بتكافؤ الأوراق التجارية تساوي القيم الحالية لها عند تاريخ التسوية (تاريخ التكافؤ)، حيث يمكن للطرفين من القيام بتكافؤ ورقة تجارية مع أخرى أو عدة أوراق تجارية مع أوراق أخرى، شرط أن تكون معدلات الخصم متساوية إضافة إلى ضرورة حساب القيم الحالية عند نفس تاريخ التسوية (تاريخ التكافؤ)[22].

2– تكافؤ ورقتين تجاريتين: نقول عن ورقتين تجاريتين أنّهما متكافئتان، في تاريخ محدّد، إذا خُصمتا بنفس المعدل وفي ظل نفس الشروط عند ذلك التاريخ (تاريخ التكافؤ)، وتساوت قيمتيهما الحالية التجارية [23].

من التعريف السابق، فإنّ تكافؤ الأوراق التجارية يشترط تساوي القيمة الحالية للورقتين كما يلي:

$$V_1 = V_2$$

$$C_1 - Ec_1 = C_2 - Ec_2$$

$$C_1 - \frac{C_1 \times t \times n_1}{36000} = C_2 - \frac{C_2 \times t \times n_2}{36000}$$

وبقسمة طرفي المعادلة على t نجد مايلي:

$$C_1 - \frac{C_1 \times t \times n_1/t}{\frac{36000}{t}} = C_2 - \frac{C_2 \times t \times n_2/t}{\frac{36000}{t}}$$

$$C_1 - \frac{C_1 \times n_1}{D} = C_2 - \frac{C_2 \times n_2}{D}$$

$$C_1\left[1 - \frac{n_1}{D}\right] = C_2\left[1 - \frac{n_2}{D}\right]$$

$$C_1\left[\frac{D - n_1}{D}\right] = C_2\left[\frac{D - n_2}{D}\right]$$

وبضرب طرفي المعادلة في القاسم الثابت D نجد

$$\mathrm{D} \times C_1 \left[\frac{D - n_1}{D}\right] = D \times C_2 \left[\frac{D - n_2}{D}\right]$$

وبالاختزال نجد **قانون التكافؤ الآتي**:

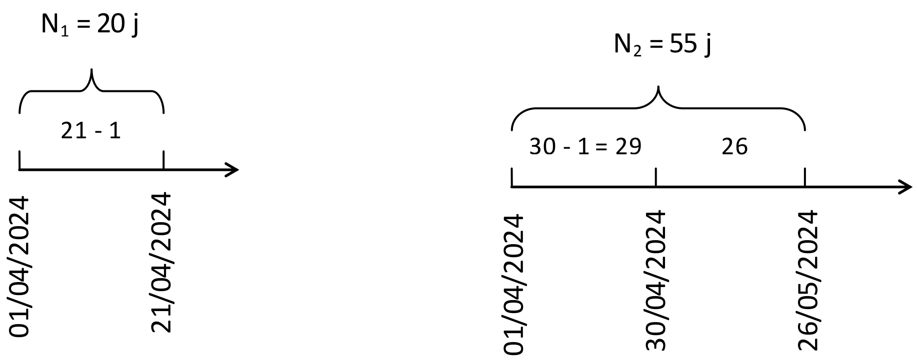
$$\boldsymbol{C_1[D - n_1] = C_2[D - n_2]}$$

مثال 34: ورقة تجارية قيمتها الاسمية 45000 دج، حيث تستحق بتاريخ 2024/04/21، إذا أراد التاجر استبدالها بورقة أخرى عند تاريخ 2024/04/01 (وهو تاريخ التكافؤ)، والتي تستحق بتاريخ 2024/05/26 وذلك بمعدل خصم قدره 2%.

المطلوب: ما هي القيمة الاسمية للورقة التجارية الثانية المعوِضة للأولى (أي التي تعوّض الورقة التجارية الأولى)؟

الحل:

قبل حساب القيمة الاسمية للورقة المعوِضة نحسب المدة الزمنية لكل ورقة تجارية، حيث أن هذه المدة تحسب من تاريخ التكافؤ إلى تاريخ استحقاق كل ورقة تجارية.



$$V_1 = V_2$$

$$C_1[D - n_1] = C_2[D - n_2]$$

$$D = \frac{36000}{t} = \frac{36000}{2} = 18000$$

$$45000[18000 - 20] = C_2[18000 - 55]$$

$$\boldsymbol{C_2 = 45087,768}$$

بفرض أنَّ الورقة المستبدِلة (المعوِضة) تُستحق عند تاريخ آخر هو 2024/4/11، فإن قيمتها تصبح كما يلي:

n= (11 - 1) = 10

$$45000[18000 - 20] = C_2[18000 - 10]$$

$$\boldsymbol{C_2 = 44974,9861}$$

وعلى هذا الأساس، لو أراد التاجر استبدال ورقته التجارية بمدة زمنية أكبر من المدة الأولى، فإن عليه دفع قيمة اسمية أكبر من القيمة الإسمية للورقة الأولى المستبدَلة (المعوَضة)، أما لو أراد استبدال ورقته التجارية بمدة زمنية أقل من المدة الأولى، فإن القيمة الإسمية للورقة الثانية (الجديدة ، المعوِضة للورقة الأولى) ستكون أقل من القيمة الإسمية للورقة الأولى المعوَضة.

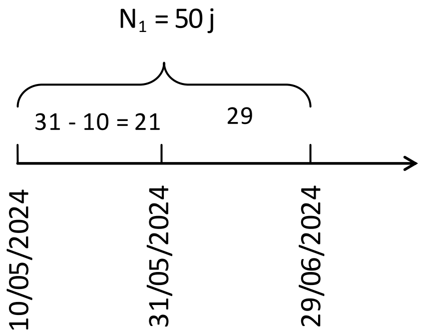
مثال 35: ورقة تجارية قيمتها الإسمية 200000 دج والتي تستحق بتاريخ 2024/06/29، أراد التاجر أن يستبدلها بورقة أخرى قيمتها الإسمية 200843,882 دج، وذلك عند تاريخ 2024/05/10 (تاريخ التكافؤ) وبمعدل تكافؤ 6%.

المطلوب: ما هو تاريخ استحقاق الورقة الجديدة (الثانية أو المعوِضة)؟

الحل:

نقوم بحساب المدة الزمنية للورقة التجارية الأولى كما يلي:

$$n_1 = 21 + 29 = \mathbf{50}$$

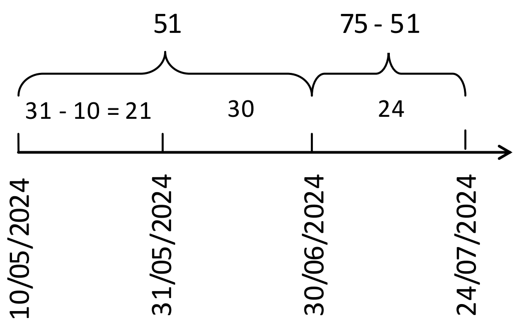


$$D = \frac{36000}{t} = \frac{36000}{6} = 6000$$

$$C_1[D - n_1] = C_2[D - n_2]$$

$$200000[6000 - 50] = 200843{,}882[6000 - n_2]$$

$$\mathrm{n}_2 = \mathbf{75}$$



ومنه تاريخ استحقاق الورقة الثانية هو 2024/07/24

➢ **تحديد تاريخ التكافؤ:**

مثال 36: أراد تاجر أن يستبدل ورقة تجارية قيمتها الإسمية 200000 دج والتي تُستحق بتاريخ 2024/06/29، بورقة تجارية قيمتها الإسمية 200843.882 دج والتي تُستحق بتاريخ 2024/07/24، وهذا بمعدل تكافؤ 6%.

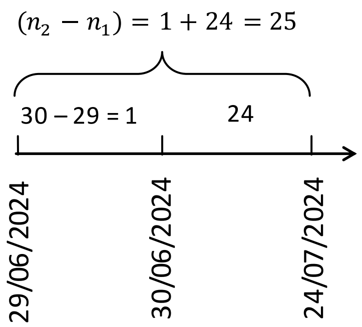
المطلوب: ما هو تاريخ التكافؤ؟

الحل:

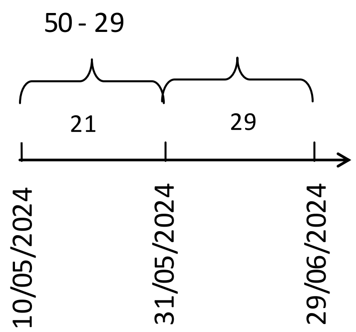
بما أن مدة استحقاق الورقة الثانية المعوِضة للورقة الأولى، أكبر من مدة استحقاق الورقة الأولى، فهذا يعني أن المدة الثانية تساوي المدة الأولى مضافا إليها فرق المدتين، كما يلي:

$$\mathbf{n_2 = n_1 + (n_2 - n_1)}$$
$$\mathbf{n_2 = n_1 + 25}$$
$$D = \frac{36000}{t} = \frac{36000}{6} = 6000$$
$$C_1[D - n_1] = C_2\big[D - [n_1 + (n_2 - n_1)]\big]$$
$$200000[6000 - n_1] = 200843{,}882[6000 - (n_1 + 25)]$$
$$n_1 = \mathbf{50}$$

ولتوضيح ما سبق حسابه، فإن 25 يوم تمثل الفرق بين تاريخ استحقاق الورقة الثانية وتاريخ استحقاق الورقة الأولى، وهذا كما يلي:



وبما أن: $\mathrm{n_1} = \mathbf{50}$ ، فإن تاريخ التكافؤ هو 2024/05/10



➢ **حساب معدل التكافؤ:**

مثال 37: أراد تاجر أن يستبدل ورقة تجارية قيمتها الإسمية 200000 دج وتُستحق بعد 50 يوم، بورقة تجارية قيمتها الإسمية 200843,882 دج والتي تُستحق بعد 75 يوم.

المطلوب: ما هو معدل التكافؤ؟

الحل:

$$C_1[D-n_1]=C_2[D-n_2]$$

$$200000[D-50]=200843{,}882\,[D-75]$$

$$D=6000\Rightarrow t=\frac{36000}{D}=\frac{36000}{6000}=6$$

$$\Rightarrow \boldsymbol{t\%=6\%}$$

3- تكافؤ ورقة تجارية واحدة مع عدة أوراق تجارية: إذا أراد تاجر أن يستبدل عددًا من الأوراق التجارية بورقة تجارية واحدة ووحيدة فقط، فإنّ القيمة الإسمية للورقة الجديدة المعوِضة للأوراق التجارية الأخرى، تُعطى بالعلاقة الآتية:

$$\boldsymbol{C[D-n]=C_1[D-n_1]+C_2[D-n_2]+C_3[D-n_3]+\cdots+C_n[D-n_n]}$$

مثال 38: ثلاث أوراق تجارية قيمها الإسمية وتواريخ استحقاقها كما يلي:

الورقة الأولى: 15000 دج تستحق بـ: 2024/06/11

الورقة الثانية: 30000 دج تستحق بـ: 2024/08/10

الورق الثالثة: 45000 دج تستحق بـ: 2024/08/20

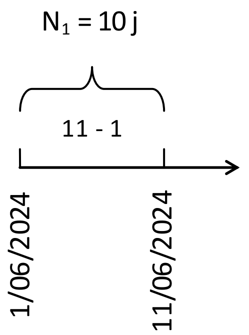
بتاريخ 2024/06/01 أراد تاجر أن يستبدل هذه الاوراق بورقة واحدة تُستحق بتاريخ 2024/08/05.

المطلوب: إذا علمت أنّ معدل التكافؤ 4%، ما هي القيمة الإسمية للورقة المعوِضة لهم؟

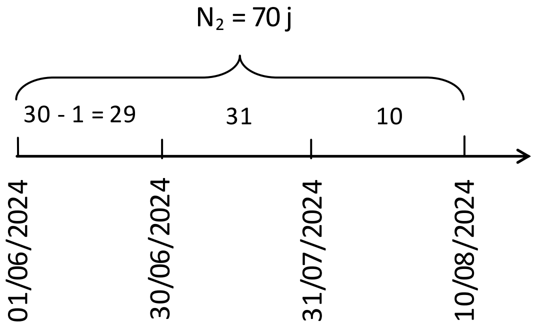
الحل:

نحسب أولا المدة الزمنية الفاصلة بين تاريخ كل ورقة تجارية وتاريخ التكافؤ

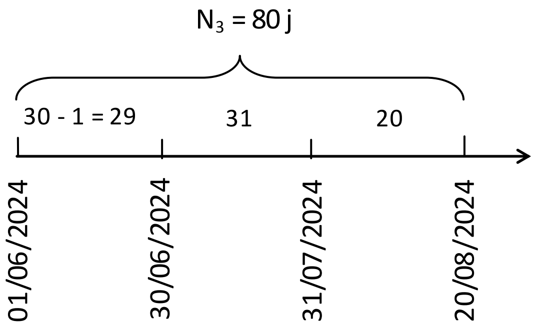
حساب المدة الأولى n_1:



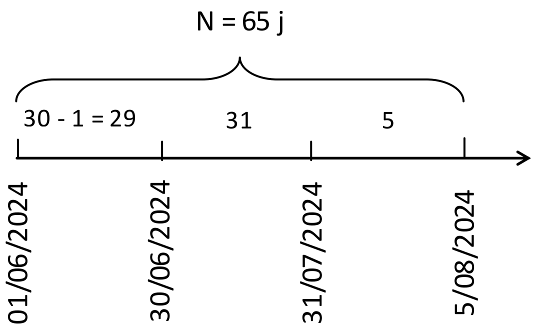
حساب المدة الثانية n_2:



حساب المدة الثالثة n_3:



حساب مدة الورقة المعوِضة لهم n:



$$D = \frac{36000}{t} = \frac{36000}{4} = 9000$$

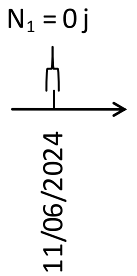
$$C[D-n] = C_1[D-n_1] + C_2[D-n_2] + C_3[D-n_3]$$
$$C[9000-65] = 15000[9000-10] + 30000[9000-70] + 45000[9000-80]$$
$$\boldsymbol{C = 90000}$$

إذا كانت القيمة الإسمية للورقة التجارية المعوِضة لعددٍ من الأوراق التجارية تساوي مجموع القيم الإسمية لتلك الأوراق التجارية المعوَضة (المستبدَلة)، فيمكن في هذه الحالة اعتبار أنّ تاريخ التكافؤ هو نفسه تاريخ الاستحقاق الأقرب لإحدى الأوراق تجارية، حيث يمكن شرح هذا كما يلي:

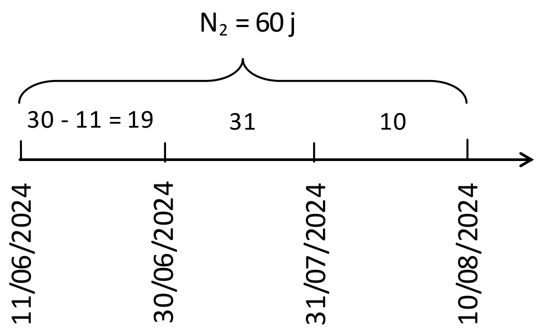
إذا اعتبرنا نفس المثال السابق، وليكن تاريخ التكافؤ هو نفسه تاريخ استحقاق الورقة التجارية الأولى وهو 2024/06/11، فإنّنا نقوم بحساب المدة الزمنية انطلاقا من هذا التاريخ.

حساب المدة الزمنية n_1

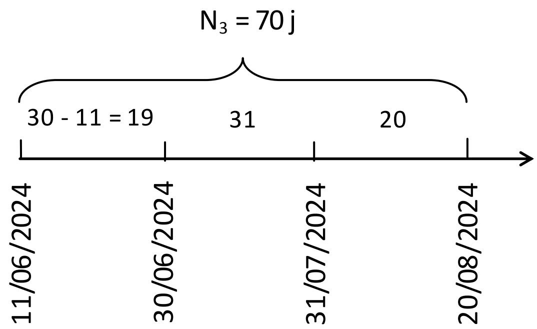
المدة الزمنية الأولى= 0 وهذا لأنّ تاريخ التكافؤ هو نفسه تاريخ استحقاق هذه الورقة



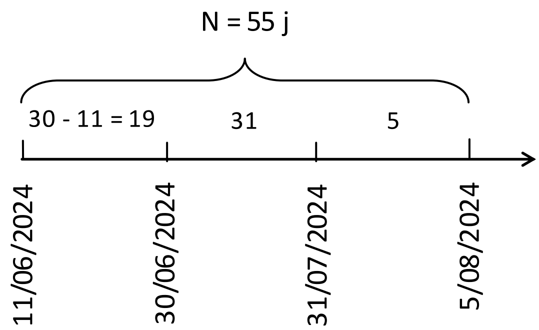
حساب المدة الزمنية الثانية n_2:



حساب المدة الزمنية الثالثة n_3:



حساب المدة الزمنية للورقة المعوِضة n:



$$C[9000-55]=15000[9000-0]+30000[9000-60]+45000[9000-70]$$
$$\boldsymbol{C=90000}$$

4- تكافؤ مجموعة أوراق تجارية مع عدة أوراق تجارية أخرى: إذا أراد تاجر أن يستبدل عددًا من الأوراق التجارية بعددٍ آخر من الأوراق التجارية ، فإنّ القيم الإسمية للأوراق الجديدة المعوِضة للأوراق التجارية الأخرى، تُعطى بالعلاقة الآتية

$$\boldsymbol{V_1 + V_2 + V_3 + \cdots + V_n = V'_1 + V'_2 + V'_3 + \cdots + V'_n}$$
$$\boldsymbol{C_1[D - n_1] + C_2[D - n_2] + C_3[D - n_3] + \cdots + C_n[D - n_n]}$$
$$\boldsymbol{= C'_1[D - n'_1] + C'_2[D - n'_2] + C'_3[D - n'_3] + \cdots + C'_n[D - n'_n]}$$

مثال 39: أراد تاجر بتاريخ 2024/06/10 استبدال (تعويض) ثلاث أوراق تجارية؛ قيمها الإسمية وتواريخ استحقاقها كما يلي:

C_1: 1000 دج تستحق بـ: 2024/07/10.

C_2: 2000 دج تستحق بـ: 2024/08/15.

C_3: 3000 دج تستحق بـ: 2024/09/08.

بورقتين تجاريتين كما يلي:

C'_1 : ؟ وتستحق بـ: 2024/08/09.

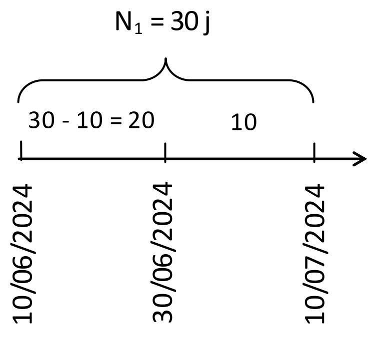
C'_2: 4500 دج و تستحق بـ: 2024/10/08.

المطلوب: إذا علمت أنّ معدل التكافؤ هو 2%، فما هي قيمة الورقةC'_1؟

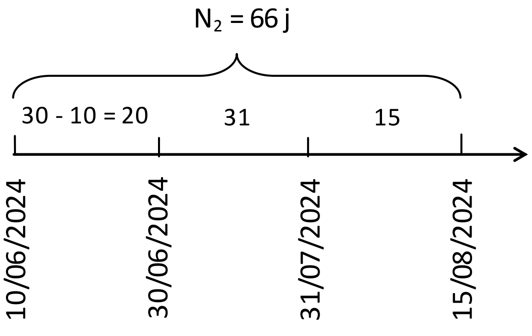
الحل:

نحسب أولا المدة الزمنية الفاصلة بين تاريخ كل ورقة تجارية وتاريخ التكافؤ

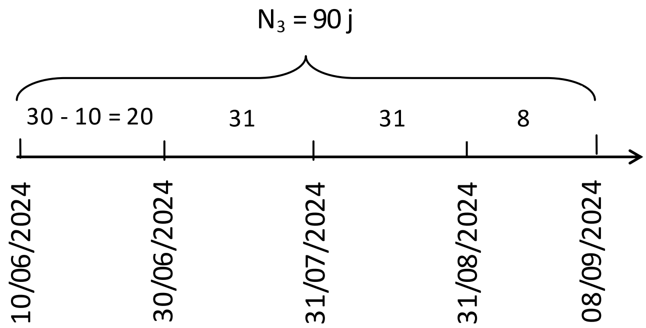
حساب المدة الزمنية للورقة الأولى n_1:



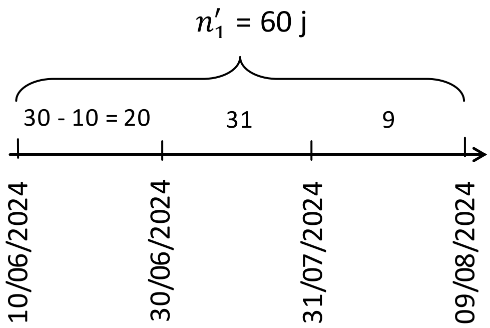
حساب المدة الزمنية للورقة الثانية n_2:



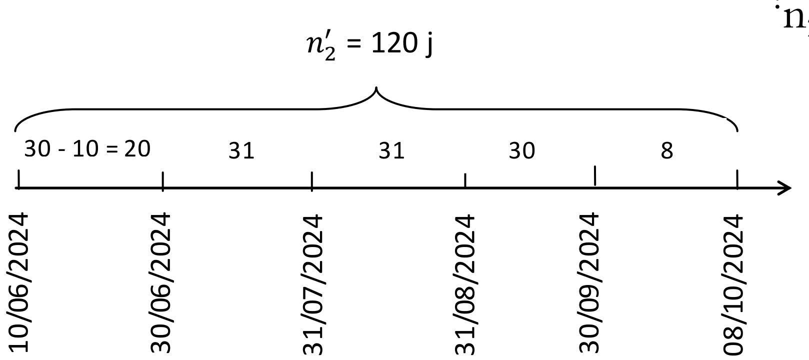
حساب المدة الزمنية للورقة الثالثة n_3:



حساب المدة الزمنية للورقة الأولى المعوِضة n_1':



حساب المدة الزمنية للورقة الثانية المعوِضة n_2':



حساب القاسم الثابت D:

$$D = \frac{36000}{t} = \frac{36000}{2} = 18000$$

$$C_1[D - n_1] + C_2[D - n_2] + C_3[D - n_3] = C_1'[D - n_1'] + C_2'[D - n_2']$$

$$1000[18000 - 30] + 2000[18000 - 66] + 3000[18000 - 90]$$

$$= C_1'[18000 - 60] + 4500[18000 - 120]$$

$$\boldsymbol{C_1' = 1511,03679}$$

5– الاستحقاق المشترك أو الموحد: نعني به تحديد تاريخ استحقاق الورقة التجارية **الواحدة** (ذات القيمة الاسمية C) التي تعوّض عدة أوراق تجارية أخرى[24] ذات القيم الاسمية $C_1, C_2, \ldots, C_n$، بحيث تكون القيمة الحالية لهذه الورقة الواحدة تساوي مجموع القيم الحالية للأوراق المعوَضة.

مثال 40: بتاريخ 2024/04/01 تم تعويض (استبدال) ورقتين تجاريتين قيمها الإسمية كما يلي:

الورقة التجارية الأولى: 2000 دج وتُستحق بعد 20 يوم.

الورقة التجارية الثانية: 1600 دج وتُستحق بعد 50يوم.

بورقة وحيدة قيمتها الإسمية 3607,0529 دج.

المطلوب: إذا علمت أن معدل التكافؤ 6%، ما هو تاريخ الإستحقاق المشترك (الموحد) للورقتين؟

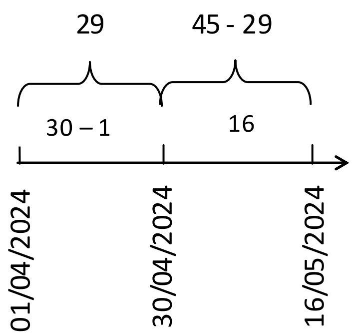
الحل:

$$D = \frac{36000}{t} = \frac{36000}{6} = 6000$$

$$C[D-n] = C_1[D-n_1] + C_2[D-n_2] + C_3[D-n_3]$$

$$3607{,}0529[6000-n] = 2000[6000-20] + 1600[6000-50]$$

$$n = \mathbf{45}\ \boldsymbol{j}$$



ومنه تاريخ الإستحقاق المشترك (الموحد) للورقتين هو 2024/05/16

6– تاريخ الاستحقاق المتوسط (الوسطي): الاستحقاق المتوسط لمجموعة من الأوراق التجارية هو الاستحقاق المشترك (أو الموحد) لهذه الأوراق، في حالة ما إذا كانت القيمة الاسمية للورقة الوحيدة المعوِضة تساوي مجموع القيم الاسمية للأوراق المعوضة لها، حيث[25]:

$$n = \frac{\sum_{i=1}^{i=n} C_i \times n_i}{\sum_{i=1}^{i=n} C} \Rightarrow$$

$$\boldsymbol{n} = \frac{(\boldsymbol{c_1} \times \boldsymbol{n_1}) + (\boldsymbol{c_2} \times \boldsymbol{n_2}) + (\boldsymbol{c_3} \times \boldsymbol{n_3}) + \ldots\ldots + (\boldsymbol{c_n} \times \boldsymbol{n_n})}{\boldsymbol{c_1} + \boldsymbol{c_2} + \boldsymbol{c_3} + \ldots\ldots + \boldsymbol{c_n}}$$

ويتوسط هذا التاريخ، تواريخ استحقاق الأوراق التجارية الأخرى، بمعنى أنّه يقع بين تاريخ استحقاق أوّل ورقة تجارية وتاريخ استحقاق آخر ورقة[26].

مثال41: أراد تاجر بتاريخ 2024/06/01 أن يستبدل ثلاث أوراق تجارية كما يلي:

الورقة الأولى: 30000 دج وتُستحق بعد 10 أيام.

الورقة الثانية: 60000 دج وتُستحق بعد 70 يوم.

الورقة الثالثة: 90000 دج وتُستحق بعد 80 يوم.

بورقة واحدة فقط قيمتها الإسمية 180000 دج.

المطلوب: إذا علمت أنّ معدل التكافؤ 10%، ما هو تاريخ استحقاق الورقة المعوِضة لهم (تاريخ الإستحقاق المشترك أو الموحد لهم)؟

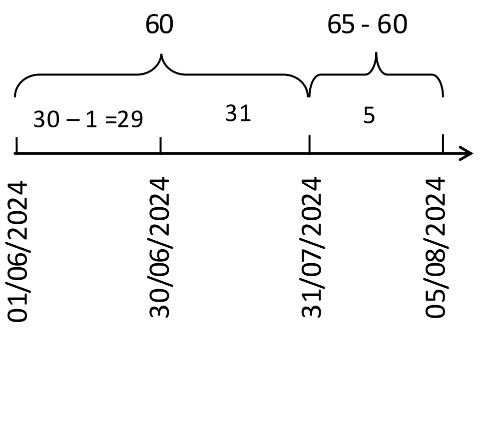
الحل:

بما أن القيمة الإسمية للورقة التجارية المعوِضة تساوي مجموع القيم الإسمية للثلاث أوراق تجارية الأخرى، فيمكن تطبيق العلاقة السابقة، كما يلي:

$$n = \frac{(c_1 \times n_1) + (c_2 \times n_2) + (c_3 \times n_3)}{c_1 + c_2 + c_3}$$

$$n = \frac{(30000 \times 10) + (60000 \times 70) + (90000 \times 80)}{30000 + 60000 + 90000}$$

$$n = \frac{11700000}{180000} = \boldsymbol{65j}$$



ومنه تاريخ الإستحقاق المشترك (الموحد) هو

2024/08/05

تمارين لمراجعة الفائدة البسيطة

تمرين 1: إليك الجدول الآتي، أكمل الخانات الفارغة بإيجاد مدة التوظيف (مدة الإيداع)، أو تاريخ التوظيف (تاريخ الإيداع)، أو تاريخ السحب (تاريخ الجملة)

المدة (أيام)	تاريخ التوظيف (تاريخ الإيداع)	تاريخ السحب (تاريخ الجملة)	المدة	تاريخ التوظيف (تاريخ الإيداع)	تاريخ السحب (تاريخ الجملة)
....	2024/10/24	2024/12/13	....	2024/02/25	2024/04/16
....	2025/03/24	2025/05/03	....	2024/12/15	2025/03/15
40	2025/05/01	....	35	....	2024/04/02
25	2025/07/16	....	55	....	2025/05/21
45	2024/12/25	....	60	....	2024/03/05

تمرين 2: وظّف شخص مبلغا ماليا قدّر بـ: 423000 دج، لمدة 80 يوم وبمعدل فائدة بسيطة 5%.

المطلوب: ما مقدار الفائدة المحصلة؟

ما مقدار الجملة المكتسبة (الجملة المحصلة)؟

تمرين 3: وظّف شخص مبلغا ماليا قدّر بـ: 300000 دج، لمدة 120 يوم وبمعدل فائدة بسيطة 4%.

المطلوب: ما مقدار الفائدة المحصلة؟

ما مقدار الجملة المكتسبة؟

تمرين 4: أودع شخص مبلغا ماليا قدره 25000 دج، لمدة 9 أشهر وبمعدل فائدة بسيطة 5%.

المطلوب: ما مقدار الفائدة المحصلة؟

ما مقدار الجملة المكتسبة؟

تمرين 5: أودع شخص مبلغا ماليا قدره 15000 دج، وهذا ابتداءا من 2025/04/15 إلى غاية 2025/05/15.

المطلوب: ما مقدار الفائدة المحصلة؟

ما مقدار الجملة المكتسبة؟

تمرين 6: أودع شخص مبلغا ماليا قدره 18000 دج، وهذا ابتداءا من 2025/01/10 إلى غاية 2025/03/26.

المطلوب: ما مقدار الفائدة المحصلة؟

ما مقدار الجملة المكتسبة؟

تمرين 7: تمّ الحصول على فائدة بسيطة قدّرت بـ: 1920 دج، من توظيف مبلغٍ قدّر بـ: 57600 دج بمعدل فائدة بسيطة 10%، وهذا ابتداء من تاريخ 2019/12/26.

المطلوب: ماهي مدة التوظيف؟

ما هو تاريخ سحب المبلغ (تاريخ الجملة)؟

تمرين 8: تمّ الحصول على فائدة بسيطة قدّرت بـ: 3750 دج، من توظيف مبلغٍ قدّر بـ: 500000 دج بمعدل فائدة بسيطة 6%، حيث كان الإيداع بـ: 2023/03/16.

المطلوب: ماهي مدة التوظيف؟

ما هو تاريخ سحب المبلغ؟

تمرين 9: تمّ الحصول على فائدة بسيطة قُدّرت بـ: 480 دج، من توظيف مبلغٍ قُدّر بـ: 54000 دج بمعدل فائدة بسيطة 4%، وهذا ابتداء من تاريخ 2024/01/04.

المطلوب: ماهي مدة التوظيف؟

ما هو تاريخ سحب المبلغ؟

تمرين 10: تم توظيف مبلغا ماليا قدّر بـ: 23400 دج في بنك بمعدل فائدة بسيطة 6%، فتم الحصول على جملة قدّرت بـ:23712 دج، حيث أنّ تاريخ السحب هو 2020/05/15.

المطلوب: ما هي مدة التوظيف؟

ما هو تاريخ توظيف المبلغ (تاريخ الإيداع)؟

تمرين 11: تم توظيف مبلغا ماليا قدّر بـ: 360000 دج في بنك بمعدل فائدة بسيطة 7%، فتم الحصول على جملة قدّرت بـ: 363500 دج، حيث أنّ تاريخ السحب هو 2020/05/13.

المطلوب: ما هي مدة التوظيف؟

ما هو تاريخ توظيف المبلغ؟

تمرين 12: وُظف مبلغ قدره 46800 دج لمدة 90 يوم، فتمّ الحصول على فائدة بسيطة قدرها 1170 دج.

المطلوب: ما مقدار معدل الفائدة البسيطة؟

تمرين 13: تم توظيف مبلغٍ ماليٍّ قدره 24800 دج وذلك لمدة 120 يوم، فتمّ الحصول على فائدة بسيطة قدرها 248 دج.

المطلوب: ما مقدار معدل الفائدة البسيطة؟

تمرين 14: تم توظيف مبلغا ماليا لمدة 180 يوم، فتمّ الحصول على جملة تقدر بـ: 11 مرة مقدار الفائدة.

المطلوب: ما مقدار معدل الفائدة البسيطة؟

تمرين 15: تم توظيف مبلغ من المال يقدر بـ: 100000 دج بمعدل 15 % فتم الحصول على جملة تقدر بـ: 105000 دج وذلك بتاريخ 12 ديسمبر 2021.

المطلوب: ما مقدار الفائدة؟

وما تاريخ توظيف هذا المبلغ؟

تمرين 16: تم الحصول على فائدة تقدر بـ: 20000 دج من توظيف رأس مال يقدر بـ: 800000 دج بمعدل فائدة بسيطة 15% علما أن تاريخ سحب المبلغ 19 ماي 2020.

المطلوب: ما هو تاريخ توظيف المبلغ؟

تمرين 17: تم الحصول على فائدة تقدر بـ: 1000 دج من توظيف رأس مال يقدر بـ: 100000 دج، بمعدل فائدة بسيطة 10%، علما أن تاريخ توظيف المبلغ 10 ماي 2020.

المطلوب: ما هو تاريخ سحب المبلغ؟

تمرين 18: وظف شخص مبلغ مالي قدر بـ: 30000 دج من تاريخ 08 فيفري 2024 إلى غاية 07 جوان 2024 بمعدل فائدة بسيطة 4 %.

المطلوب: ما مقدار الفائدة وما مقدار الجملة المحصلة؟

تمرين 19: وظف شخص مبلغ مالي قدر بـ: 48000 دج من تاريخ 08 مارس 2019 إلى غاية 05 أوت 2019 بمعدل فائدة بسيطة 6 %.

المطلوب: ما قيمة الفائدة وما مقدار الجملة؟

تمرين 20: تم توظيف مبلغ من المال يقدر بـ: 40000 دج في بنك بمعدل 6% فتم الحصول على جملة تقدر بـ:42000 دج

المطلوب: ما هي قيمة الفائدة

وما هي مدة التوظيف؟

تمرين 21: تم توظيف مبلغ من المال يقدر بـ: 468000 دج في بنك بمعدل فائدة بسيطة 10% فتم الحصول على جملة تقدر بـ:479700 دج.

المطلوب: ما هي مدة التوظيف؟

تمرين 22: إذا علمت أنّ الفائدة تساوي ربع العشر من المبلغ الموظف، حيث أن n و t يتناسبان والأعداد 100 و 1 على الترتيب.

المطلوب: ما مقدار معدل الفائدة البسيطة t % ؟

ما هي مدة التوظيف n (بالأيام)؟

تمرين 23: وظف شخص مبلغا ماليا لمدة ستة (6) أشهر، فتحصل على جملة تقدر بـ 1,1 من أصل القرض.

المطلوب: ما مقدار معدل الفائدة البسيطة؟

تمرين 24: وظف شخص مبلغ ماليّ من تاريخ 2025/03/01 إلى غاية 2025/05/28، فتحصل على جملة تقدر بـ 1,05 من أصل القرض.

المطلوب: ما مقدار معدل الفائدة البسيطة؟

تمرين 25: وظف شخص مبلغا ماليا من تاريخ 2024/01/15 إلى غاية 2024/08/02، فتحصل على فائدة تقدر بـ $\frac{1}{18}$ مرة أصل القرض.

المطلوب: ما مقدار معدل الفائدة البسيطة؟

تمرين 26: وظف شخص ثلاثة مبالغ مجموع فوائدها 6000 دج.

المطلوب: إذا علمت أن الفائدة الأولى تساوي نصف الفائدة الثانية، وأن الفائدة الثالثة تساوي مجموع الفائدتين الأولى والثانية.

ما مقدار كل فائدة بسيطة؟

إذا علمت أنّ هذه المبالغ الثلاث متساوية القيمة؛ حيث أنّ مقدار كل منها 10000 دج، وقد كانت مدة توظيفها سنة واحدة.

أوجد معدلات التوظيف t_1، t_2، t_3 ؟

تمرين 27: وظف شخص ثلاثة مبالغ مجموعها 648000 دج، ومجموع فوائدها 9000 دج، وهذا بمعدل فائدة بسيطة قدره 10 % وبنفس المدة.

إذا علمت أن مبلغ الفائدة الأولى يساوي نصف مبلغ الفائدة الثانية، وأن مبلغ الفائدة الثالثة يساوي مجموع مبلغي الفائدتين الأولى والثانية.

المطلوب: أحسب مقدار كل فائدة؟

أحسب مدة التوظيف؟

أحسب مقدار كل مبلغ؟

تمرين 28: وظف شخص مبلغا ماليا لمدة سنة كاملة وبمعدل t_1، فتم الحصول على جملة، أين تم توظيفها في بداية السنة الثانية بمعدل آخر t_2 فتم الحصول في نهاية هذه السنة الثانية على جملة معينة. إذا علمت أن المبلغ الثاني يساوي 1,2 المبلغ الأول.

المطلوب: ما مقدار المعدلين t_1 و t_2 علما أن المعدل الوسطي يساوي 26%؛

ما مقدار المبلغين والفائدتين والجملتين، علما أن مجموع الفائدتين قدره 5720 دج.

تمرين 29: وظف شخص مبلغ مالي لمدة سنة ومعدل t_1، فتم الحصول على جملة تم توظيفها في بداية السنة الثانية بمعدل يزيد عن الأول بـ : 4% فتم الحصول في نهاية السنة الثانية على جملة معينة.

إذا علمت أن الفرق بين الجملتين يساوي 1664 دج وأن الفرق بين المبلغين يساوي 800 دج.

المطلوب: ما مقدار الفوائد الإجمالية؟

أحسب معدلات التوظيف حيث ($t<10\%$)؟

أحسب القيم الاسمية؟

أحسب المعدل الوسطي؟

أحسب جملة كل مبلغ؟

تمرين 30: وظف شخص مبلغا ماليا لمدة سنة ومعدل t_1 فتم الحصول على جملة تم توظيفها في بداية السنة الثانية بمعدل يقل عن الأول بـ : 2% فتم الحصول في نهاية السنة الثانية على جملة تفوق المبلغ الموظف في بداية السنة الأولى بـ: 1235 دج علما أن فائدة السنة الثانية أصغر من فائدة السنة الأولى بـ:165 دج.

المطلوب: أحسب مقدار الفوائد؟

أحسب معدلات التوظيف؟

أحسب القيم الاسمية؟

ما مقدار جملة كل مبلغ؟

تمرين 31: وظف شخص مبلغا ماليا لمدة سنة ومعدل t_1 فتم الحصول على جملة تم توظيفها في بداية السنة الثانية بمعدل يزيد عن الأول بـ : 3% فتم الحصول في نهاية السنة الثانية على جملة تم توظيفها في بداية السنة الثالثة بمعدل يزيد عن المعدل الثاني بـ : 2% فتم الحصول على جملة تفوق المبلغ الموظف في بداية السنة الأولى بـ: 2474 دج وأن فائدة المبلغ الأول والثاني والثالث متناسبة على التوالي مع الأعداد 25 و 42 و56,7.

المطلوب: أحسب مقدار الفوائد؟

أحسب معدلات التوظيف (**$t \leq 10\%$**)؟

أحسب القيم الاسمية؟

ما مقدار جملة كل مبلغ؟

تمرين 32: أودع شخص ثلاثة (3) مبالغ مالية في أحد البنوك، حيث أنّ مجموع هذه المبالغ 9080 دج، وهذا بمعدل فائدة بسيطة قدره 10%.

إذا علمت أنّ:

مدة توظيف المبلغ الأول هي 40 يوما.

مدة توظيف المبلغ الثاني هي 80 يوما.

مدة توظيف المبلغ الثالث هي 100 يوم.

وأنّ المبلغ الثالث أكبر من المبلغ بـ 1580 دج وأنّ المبلغ الثاني هو نصف $\frac{1}{2}$ المبلغ الأول.

المطلوب: ما مقدار كل مبلغ موظف؟

ما مقدار مجموع فوائد المبالغ الثلاث؟

تمرين 33: وظف شخص مبلغين ماليين في أحد البنوك، وهذا لمدة 300 يوم، حيث أنّ معدل توظيف المبلغ الأول هو 3% أمّا معدل توظيف المبلغ الثاني هو 6%.

إذا علمت أنّ المبلغ الأول يساوي ثلاث أرباع $\frac{3}{4}$ المبلغ الأول.

المطلوب: ما مقدار كل مبلغ؟

ما هي المدة اللازمة كي تتساوى جملتا المبلغين؛ وهذا بنفس المعدلين السابقين؟

تمرين 34: أودع شخص ثلاث (3) مبالغ مالية في أحد البنوك، حيث أنّ مجموع هذه المبالغ 12000 دج، فتمّ الحصول على فائدة اجمالية في آخر السنة قدرها 480 دج.

إذا علمت أنّ الفوائد السابقة تتناسب والأرقام 2، 4، 6 على التوالي.

المطلوب: ما مقدار فائدة كل مبلغ؟ ما مقدار كل مبلغ؟ ما مقدار معدل الفائدة؟

تمرين 35: تمّ توظيف مبلغ C في أحد البنوك لمدة سنتين وبمعدل فائدة بسيطة قدره 5%، فتمّ الحصول على جملة A، حُوّلت هذه الأخيرة إلى بنك آخر ووظفت لمدة 20 شهرا وبمعدل 6%، فتمّ الحصول على جملة قدرها 2430 دج.

المطلوب: ما مقدار المبلغ الأول الموظف؟

تمرين 36: وظف شخص مبلغين ماليين، حيث أنّ قيمة المبلغ الأول 4000 دج، بينما قيمة المبلغ الثاني 5000 دج.

إذا علمت أنّ المبلغ الأول تم توظيفه بمعدل فائدة بسيطة قدره 4,5% وهذا ابتداءا من 9 أكتوبر 2023 إلى غاية 12 فيفري 2024، أمّا المبلغ الثاني تمّ توظيفه بمعدل 6%.

وقد كان مقدار مجموع الفوائد المحصل عليها 135,5 دج.

المطلوب: ما مقدار فائدة كل مبلغ؟

أوجد تاريخ إيداع (تاريخ توظيف) المبلغ الثاني، إذا كان تاريخ السحب له هو 18 جانفي 2024.

تمارين لمراجعة الخصم التجاري

تمرين 1: قام تاجر بخصم ورقة تجارية قيمتها الإسمية 72000 دج، وقد كان معدل الخصم 5 %، أين تستحق هذه الورقة بعد 40 يوم.

المطلوب: أوجد قيمة الخصم التجاري E_C؟

أحسب القيمة الحالية التجارية V؟

تمرين 2: قام تاجر بخصم ورقة تجارية قيمتها الإسمية 30000 دج، حيث كان معدل الخصم 10 %، أين تستحق هذه الورقة بعد 60 يوم.

المطلوب: أحسب قيمة الخصم التجاري E_C؟

أحسب القيمة الحالية التجارية V؟

أحسب الخصم العقلاني E_R؟

تمرين 3: تم خصم ورقة تجارية قيمتها الاسمية 90000 دج، وهذا بمعدل 8 %، حيث تستحق هذه الورقة بعد 100 يوم.

المطلوب: أوجد قيمة الخصم التجاري E_C؟

أحسب القيمة الحالية التجارية V ؟

أحسب الخصم العقلاني E_R؟

تمرين 4: تم خصم ورقة تجارية قيمتها الاسمية 45000 دج، وهذا بمعدل 4 %، حيث تستحق بعد 60 يوم.

المطلوب: أوجد قيمة الخصم التجاري E_C؟

أحسب القيمة الحالية التجارية V ؟

أحسب الخصم العقلاني Er؟

تمرين 5: تم خصم ورقة تجارية بتاريخ 2024/03/01، حيث أنّ قيمتها الاسمية 163800 دج، وهذا بمعدل خصم قدره 8 %، والتي تستحق بتاريخ 2024/04/20.

المطلوب: ما مقدار الخصم التجاري E_C؟

ما مقدار القيمة الحالية التجارية V؟

ما مقدار الخصم العقلاني E_R ؟

ما مقدار الفرق بين الخصمين (التجاري والعقلاني)؟

تمرين 6: قام تاجر بخصم ورقة تجارية بتاريخ 2025/03/01، حيث أنّ قيمتها الاسمية 15000 دج، بينما كان معدل الخصم 5 %، أين تستحق بتاريخ 2025/04/30.

المطلوب: ما مقدار الخصم التجاري Ec؟ وما مقدار الخصم العقلاني E_R؟

تمرين 7: قام تاجر بخصم ورقة تجارية بتاريخ 2024/01/02، حيث أنّ قيمتها الاسمية 363000 دج، وهذا بمعدل 3 % والتي تستحق بتاريخ 2024/04/11.

المطلوب: ما مقدار الخصم التجاري E_C؟

أحسب القيمة الحالية التجارية V؟

أحسب قيمة الخصم العقلاني E_R؟

أوجد الفرق بين الخصمين (التجاري والعقلاني)؟

تمرين 7: قام تاجر بخصم ورقة تجارية بتاريخ 2024/03/01 والتي تستحق بتاريخ 2024/08/28.

إذا علمت أنّ مقدار الخصم التجاري لهذه الورقة 624 دج، وأنّ مقدار الخصم العقلاني هو 600 دج.

المطلوب: ما مقدار معدل الخصم؟

ما مقدار القيمة الاسمية لهذه الورقة؟

تمرين 8: قام تاجر بتاريخ 2018/04/15 بخصم ورقة تجارية، حيث أنّ قيمتها الاسمية أكبر من قيمتها الحالية التجارية بفارق قدره 1000 دج، أين تستحق هذه الورقة بتاريخ 2018/5/25، بينما كان معدل الخصم 10%.

المطلوب: ما مقدار الخصم التجاري؟

ما مقدار القيمة الاسمية؟

أوجد القيمة الحالية التجارية؟

فرضا لو خصمت هذه الورقة بمعدل آخر قدره 8% وحققت نفس قيمة (مبلغ) الخصم الأول، في أي تاريخ تستحق؟

تمرين 9: بتاريخ 2016/03/13 تم خصم ورقة تجارية، حيث أنّ قيمتها الإسمية 90000 دج، والتي تستحق بتاريخ 2016/4/22، وقد كان معدل الخصم 10%.

المطلوب: ما مقدار الخصم التجاري؟

أوجد القيمة الحالية التجارية؟

فرضا لو خصمت هذه الورقة بمعدل 8% وحققت نفس قيمة الخصم الأول، في أي تاريخ تستحق؟

تمرين 10: ورقة تجارية تُستحق بتاريخ 2023/11/30 وقد خُصمت بتاريخ 2023/10/31 بمعدل 5%، حيث لو خُصمت بتاريخ 2023/10/16 وبمعدل آخر قدره 4,5%، لأصبح مقدار الخصم في هذه الحالة أكبر من مقدار الخصم الأول بـ 3,5 دج.

المطلوب: ما مقدار القيمة الاسمية للورقة التجارية؟

تمرين 11: ورقة تجارية قيمتها الحالية 89370 دج، خُصمت بتاريخ 2024/08/25 وبمعدل 4%، لكن لو خُصمت هذه الورقة قبل تاريخ استحقاقها بـ 30 يوم، لكان مبلغ الخصم يقل بمقدار 330 دج عن مبلغ الخصم الأول.

المطلوب: ما مقدار القيمة الاسمية لهذه الورقة؟

ما هو تاريخ استحقاقها؟

تمرين 12: تم خصم ثلاث (3) أوراق تجارية في أحد البنوك، حيث أنّ قيمها الاسمية على الترتيب: 2000 دج 4000 دج، 3000 دج، وتُستحق بعد 40، 90، 15 يوم على الترتيب.

إذا علمت أنّ البنك يأخذ عمولة 0,1%، وأنّ صافي القيمة الحالية لهذه الأوراق 8899,75 دج.

المطلوب: ما مقدار معدل الخصم

تمرين 13: قام تاجر بخصم ورقة تجارية قيمتها الاسمية 11500 دج، حيث تستحق بعد 60 يوم.

وقد كانت شروط الخصم كالآتي:

- معدل الخصم 6%.
- عمولة تحويل المكان 0,1%.
- عمولة أخرى (غير مرتبطة بالزمن) 0,03%.

المطلوب: أحسب مقدار الآجيو؟

ما مقدار القيمة الصافية للورقة التجارية؟

أوجد المعدل الحقيقي للخصم؟

تمرين 14: قدم تاجر للبنك بتاريخ 2024/07/22 ورقة تجارية من أجل خصمها، حيث أنّ قيمتها الاسمية 420000 دج وتُستحق بتاريخ 2024/09/15.

وكانت شروط الخصم كما يلي:

- معدل الخصم 4%.
- عمولة التظهير 0,4%.

- عمولة تحويل المكان 0,05%.
- عمولة ثابتة 150 دج.

المطلوب: أحسب مقدار الآجيو؟

ما مقدار القيمة الصافية للورقة التجارية؟

أوجد المعدل الحقيقي للخصم؟

تمرين 15: قام تاجر بتاريخ 2024/09/18 بخصم ورقة تجارية قيمتها الاسمية 12600 دج، حيث أنّها تُستحق بتاريخ 2024/10/12، وهذا وفق الشروط الآتية:

- معدل الخصم 10,8%.
- عمولة ثابتة قدرها 9 دج.
- معدل الرسم على القيمة المضافة 18,5% (TVA).

المطلوب: ما مقدار الآجيو؟

ما مقدار القيمة الصافية للورقة التجارية؟

أحسب المعدل الحقيقي للخصم؟

تمرين 16: قام تاجر بتاريخ 2024/04/01 بخصم ورقة تجارية قيمتها الاسمية 2140 دج، حيث أنّها تستحق بتاريخ 2024/06/30، وهذا وفق الشروط الآتية:

- معدل الخصم 8%.
- عمولة التظهير 1%.
- عمولة ثابتة 2 دج.
- معدل الرسم على القيمة المضافة 17% .(TVA)

المطلوب: ما مقدار الآجيو؟

ما مقدار القيمة الصافية للورقة التجارية؟

أحسب معدل الخصم الحقيقي؟

تمرين 17: بتاريخ 2023/10/24 قُدمت ورقة تجارية للبنك من أجل خصمها، حيث أنّ قيمتها الاسمية 84600 دج والتي تُستحق بتاريخ 2023/12/11. وقد كانت الشروط البنكية للخصم كالآتي:

- معدل الخصم 7%.
- عمولة التظهير 0,8%.
- عمولة تحويل المكان 1/3 ‰.

- عمولة ثابتة قدرها 56,3 دج.
- معدل الرسم على القيمة المضافة (TVA) 17%.

المطلوب: أحسب مقدار الآجيو

ما مقدار القيمة الصافية للورقة التجارية؟

أوجد المعدل الحقيقي للخصم؟

تمرين 18: قام تاجر بخصم ورقة تجارية بتاريخ 2024/02/04، حيث أنّ قيمتها الاسمية 39000 دج والتي تستحق بتاريخ 2024/07/13.

وقد كانت شروط البنك كما يلي:

معدل الخصم 5%.

عمولة التظهير 0,5%.

عمولة تحويل المكان 1,5%.

عمولة ثابتة 200 دج

معدل الرسم على القيمة المضافة (TVA) 17%.

المطلوب: ما مقدار الآجيو؟

ما مقدار القيمة الصافية لهذه الورقة؟

ما مقدار معدل الخصم الحقيقي؟

تمرين 19: قام تاجر بتاريخ 2024/03/01 بخصم ورقة تجارية والتي تستحق بتاريخ 2024/05/20، حيث أنّ قيمتها الاسمية 180000 دج.

وقد كانت شروط الخصم كما يلي:

معدل الخصم t.

عمولة التظهير 1%.

عمولة تحويل المكان 0,2%.

عمولة ثابتة 40 دج.

معدل الرسم على القيمة المضافة (TVA) 17%.

إذا علمت أنّ القيمة الصافية التي تحصل عليها التاجر 176724 دج.

المطلوب: ما مقدار معدل الخصم الاسمي؟

ما مقدار معدل الخصم الحقيقي؟

تمرين 20: تم خصم ورقة تجارية بتاريخ 2024/06/10 وبمعدل 7%، حيث بلغت القيمة الحالية التجارية لها 133582,5 دج.

لو خُصمت هذه الورقة بنفس معدل الخصم السابق وبـ 99 يوم قبل تاريخ استحقاقها، لارتفع مبلغ الخصم التجاري بقيمة 1181,5 دج عن قيمة الخصم السابق.

المطلوب: أحسب القيمة الاسمية للورقة التجارية.

ما هي مدة وتاريخ استحقاق هذه الورقة؟

إذا علمت أنّ الشروط البنكية كالآتي:

عمولة تظهير 1%.

عمولة ثابتة 180 دج.

ما مقدار الآجيو؟

ما مقدار القيمة الصافية لهذه الورقة؟

تمارين لمراجعة تكافؤ الأوراق التجارية

تمرين 1: ورقة تجارية قيمتها الإسمية 90000 دج وتستحق بتاريخ 2024/06/30، إذا رغب التاجر بتاريخ 2024/06/10 أن يقوم باستبدالها بورقة أخرى والتي تستحق بتاريخ 2024/08/04، حيث أنّ معدل الخصم هو 4%.

المطلوب: ما هي القيمة الاسمية للورقة التجارية المعوّضة (الجديدة)؟

تمرين 2: ورقة تجارية قيمتها الإسمية 90000 دج وتستحق بتاريخ 2024/06/30، إذا رغب التاجر بتاريخ 2024/06/05 أن يقوم باستبدالها بورقة أخرى والتي تستحق بتاريخ 2024/06/15، حيث أنّ معدل الخصم هو 4%.

المطلوب: ما هي القيمة الاسمية للورقة التجارية المعوّضة (الجديدة)؟

تمرين 3: ورقتان تجاريتان الأولى قيمتها الاسمية 400000 دج والتي تستحق بعد 90 يوم، أمّا الثانية فقيمتها الاسمية 200000 دج والتي تستحق بعد 60 يوم، أراد التاجر أن يستبدلهما بورقة واحدة تستحق بتاريخ 2023/06/02، مع العلم أن: معدل الخصم 6% وتاريخ التكافؤ هو 2023/03/14.

المطلوب: ما هي القيمة الاسمية للورقة المعوضة لهما ؟

تمرين 4: أراد تاجر بتاريخ 2024/03/10 أن يقوم باستبدال ورقة تجارية قيمتها الاسمية 100000 دج والتي تُستحق بتاريخ 2024/04/29، بورقة تجارية أخرى قيمتها الاسمية 100421,941 دج، حيث أنّ معدل الخصم هو 6%.

المطلوب: ما هو تاريخ استحقاق الورقة المعوّضة (الجديدة).

تمرين 5: قام تاجر بتاريخ 2023/03/11 باستبدال ورقة تجارية قيمتها الاسمية 12700 دج وتُستحق بتاريخ 2023/04/20، بورقة تجارية جديدة قيمتها الاسمية 12780 دج وتُستحق بتاريخ 2023/06/09.

المطلوب: ما مقدار معدل الخصم؟

تمرين 6: ورقتان تجاريتان، الأولى قيمتها الاسمية 30000 دج وتستحق بعد 50 يوم والثانية قيمتها الاسمية 20000 دج وتستحق بعد 100 يوم، أراد التاجر أن يستبدلهما بورقة واحدة قيمتها الاسمية 50000 دج.

إذا علمت أنّ: تاريخ التكافؤ هو 2024/04/21 ومعدل الخصم 6 %.

المطلوب: ما هو تاريخ استحقاق الورقة المعوضة (الورقة الجديدة)؟

تمرين 7: أراد صاحب ورقة تجارية قيمتها الاسمية 100000 دج وتستحق بتاريخ 2022/04/29، باستبدالها بورقة تجارية أخرى قيمتها الإسمية 100421,941 دج وتستحق بتاريخ 2022/05/24.

إذا علمت أنّ معدل الخصم هو 6%.

المطلوب: ما هو تاريخ التكافؤ؟

تمرين 8: قام تاجر بتاريخ 2023/04/10 باستبدال ورقة تجارية قيمتها الاسمية 17850 دج والتي تستحق بتاريخ 2023/05/20، بورقة أخرى قيمتها الاسمية 17960 دج والتي تستحق بتاريخ 2023/07/08.

المطلوب: ما مقدار معدل الخصم؟

تمرين 9: ورقتان تجاريتان، الأولى قيمتها الاسمية 45000 دج وتستحق بعد 50 يوم والثانية قيمتها الاسمية 30000 دج وتستحق بعد 100 يوم، أراد التاجر أن يستبدلهما بورقة واحدة قيمتها الاسمية 75000 دج.

إذا علمت أنّ: تاريخ التكافؤ هو 2024/04/11 ومعدل الخصم هو 6 %.

المطلوب: ما هو تاريخ استحقاق الورقة المعوضة؟

تمرين 10: أراد تاجر بتاريخ 2024/04/01 استبدال ثلاث (3) أوراق تجارية قيمها الاسمية وتواريخ استحقاقها كما يلي:

- الورقة الأولى قيمتها الاسمية 3000 دج وتستحق بتاريخ 2024/04/11.
- الورقة الثانية قيمتها الاسمية 6000 دج وتستحق بتاريخ 2024/05/10.
- الورقة الثالثة قيمتها الاسمية 9000 دج وتستحق بتاريخ 2024/05/20.

بورقة واحدة والتي تستحق بتاريخ 2024/05/05. إذا علمت أنّ معدل الخصم 5%.

المطلوب: ما هي القيمة الاسمية للورقة المعوّضة لهم؟

تمرين 11: أراد تاجر أن يستبدل ورقتين تجاريتين C_1،C_2 لهما نفس القيمة، الأولى تستحق بعد 80 يوم والثانية بعد 40 يوم، *بورقة واحدة* "C" تستحق بتاريخ 2024/10/27.

إذا علمت أنّ: $C= C_1+C_2+3125$ وأنّ تاريخ التكافؤ هو 2024/03/01 كما أنّ معدل الخصم هو 6 %.

المطلوب: ما هي القيمة الاسمية للأوراق التجارية C , C_1, C_2؟

تمرين 12: اتّفق تاجر بتاريخ 2023/09/01 والذي هو مدين بورقة تجارية قيمتها الاسمية 260000 دج وتُستحق بتاريخ 2023/10/05، مع الدائن لاستبدالها بثلاث (3) أوراق تجارية جديدة، حيث أنّ الأولى

قيمتها الاسمية 130000 دج وتستحق بتاريخ 2023/09/21، أمّا الثانية فقيمتها الاسمية 70000 دج وتستحق بتاريخ 2023/10/21، في حين أنّ الثالثة تستحق بتاريخ 2023/10/31.

إذا علمت أنّ معدل الخصم هو 6%.

المطلوب: ما مقدار القيمة الاسمية للورقة الثالثة؟

تمرين 12: أراد تاجر أن يستبدل ثلاث (3) أوراق تجارية، قيمها الاسمية ومُدد استحقاقها كما يلي:

- الورقة الأولى قيمتها الاسمية 20000 دج، تستحق بعد 150 يوم.
- الورقة الثانية قيمتها الاسمية 40000 دج، تستحق بعد 210 يوم.
- الورقة الثالثة قيمتها الاسمية 70000 دج.

بورقة واحدة قيمتها الاسمية 132071,429 دج وتستحق بعد 300 يوم.

إذا علمت أنّ معدل الخصم هو 8 %.

المطلوب: ما هي مدة استحقاق الورقة التجارية الثالثة؟

تمرين 13: أراد تاجر بتاريخ 2023/03/10 استبدال ثلاث (3) أوراق تجارية، قيمها الاسمية وتواريخ استحقاقها كما يلي:

- الورقة الأولى قيمتها الاسمية 2000 دج.
- الورقة الثانية قيمتها الاسمية 4000 دج، تستحق بتاريخ 2023/03/31.
- الورقة الثالثة قيمتها الاسمية 7000 دج، تستحق بتاريخ 2023/04/06.

بورقة واحدة قيمتها الاسمية 13019,4631 دج، تستحق بتاريخ 2023/04/09.

إذا علمت أنّ معدل الخصم هو 8 %.

المطلوب: ما هو تاريخ الورقة التجارية الأولى؟

تمرين 14: قام تاجر بتاريخ 2022/06/10 باستبدال ثلاث (3) أوراق تجارية قيمها الاسمية وتواريخ استحقاقها كما يلي:

- الورقة الأولى قيمتها الاسمية 4000 دج، تستحق بتاريخ 2022/06/25.
- الورقة الثانية قيمتها الاسمية 3500 دج، تستحق بتاريخ 2022/07/10.
- الورقة الثالثة قيمتها الاسمية 2500 دج، تستحق بتاريخ 2022/07/10.

بورقة واحدة قيمتها الاسمية 10000 دج.

إذا علمت أنّ معدل الخصم هو 6%.

المطلوب: ما هو تاريخ الاستحقاق المتوسط لهذه الورقة المعوّضة لهم؟

تمرين 15: أراد تاجر بتاريخ 2022/06/01 استبدال ثلاث (3) أوراق تجارية قيمها الاسمية وتواريخ استحقاقها كما يلي:

- الورقة الأولى قيمتها الاسمية 30000 دج، تستحق بعد 10 أيام.
- الورقة الثانية قيمتها الاسمية 60000 دج.
- الورقة الثالثة قيمتها الاسمية 90000 دج، تستحق بعد 80 يوم.

بورقة واحدة قيمتها الاسمية 180000 دج، تستحق بعد 65 يوم.

إذا علمت أنّ معدل الخصم هو 10%.

المطلوب: ما هو تاريخ استحقاق الورقة التجارية الثانية؟

تمرين 16: أراد تاجر بتاريخ 2023/03/01 استبدال أربع (4) أوراق تجارية قيمها الاسمية وتواريخ استحقاقها كما يلي:

- الورقة الأولى قيمتها الاسمية 40000 دج، تستحق بعد 50 يوم.
- الورقة الثانية قيمتها الاسمية 60000 دج، تستحق بعد 80 يوم.
- الورقة الثالثة قيمتها الاسمية 80000 دج، تستحق بعد 50 يوم.
- الورقة الرابعة قيمتها الاسمية 120000 دج، تستحق بعد 100 يوم.

بورقة واحدة قيمتها الاسمية 400000 دج، تستحق بعد 68 يوم

المطلوب: ما مقدار معدل الخصم؟

تمرين 17: أراد تاجر استبدال ورقتين تجاريتين، الأولى C_1 وتستحق بعد 60 يوم، الثانية C_2 وتستحق بعد 28 يوم، بورقة واحدة قيمتها الاسمية 37500 دج وتستحق بعد 50 يوم.

إذا علمت أنّ:

- قيمة الورقة الأولى تساوي 2,2 قيمة الورقة الثانية $C_1= 2,2C_2$.
- تاريخ التكافؤ 2023/06/01.
- معدل الخصم 9%.

المطلوب: ما هو تاريخ الاستحقاق المتوسط لهما؟

أوجد كلّ من القيمة الاسمية للورقة الأولى C_1 والقيمة الاسمية للورقة الثانية C_2

تمرين 18: أراد تاجر استبدال ورقتين تجاريتين، الأولى C_1 وتستحق بعد 80 يوم، الثانية C_2 وتستحق بعد 30 يوم، بورقة واحدة قيمتها الاسمية 10000 دج.

إذا علمت أنّ:

- $C_1 = 1,5C_2$.
- تاريخ الاستحقاق المتوسط هو 2023/06/30.
- معدل الخصم 6%.

المطلوب: ما هو تاريخ التكافؤ؟

ما القيمة الاسمية للورقة التجارية الثانية C_2؟

تمرين 19: أراد تاجر بتاريخ 2023/02/28 استبدال أربع (4) أوراق تجارية قيمها الاسمية وتواريخ استحقاقها كما يلي:

- الورقة الأولى قيمتها الاسمية 1000 دج، تستحق بتاريخ 2023/03/09.
- الورقة الثانية قيمتها الاسمية 1500 دج، تستحق بتاريخ 2023/03/24.
- الورقة الثالثة قيمتها الاسمية 2000 دج، تستحق بتاريخ 2023/04/12.
- الورقة الرابعة قيمتها الاسمية 2500 دج.

بورقة واحدة قيمتها الاسمية 7000 دج.

إذا علمت أنّ تاريخ الاستحقاق المتوسط للورقة الواحدة المعوّضة للأوراق الأربعة هو 2023/04/07.

المطلوب: ما هو تاريخ استحقاق الورقة الرابعة؟

المحور الثاني

العمليات طويلة الأجل

الفائدة المركبة

الدفعات

اهتلاك القروض

اختيار المشاريع الاستثمارية

المحور الثاني: العمليات المالية طويلة الأجل

يسعى هذا القسم إلى تسليط الضوء على العمليات المالية المتوسطة وطويلة الأجل، والتي تكون لفترة زمنية تتجاوز السنة الواحدة، أين تتضمن الفائدة المركبة، الدفعات، اهتلاك القروض إضافة إلى اختيار المشاريع الاستثمارية (اختيار الاستثمارات).

أولا: الفائدة المركبة

سيتم معالجة هذا الفصل من خلال العناصر الآتية

1- تعريف الفائدة المركبة: نقول عن رأس مال أنّه وُظّف بفائدة مركبة، إذا أضيفت الفائدة الناتجة في نهاية كل وحدة زمنية إلى رأس المال الموظف ليشكلا معا رأس مالٍ جديدٍ للوحدة الزمنية الموالية، وهذا ما يسمى برسملة الفوائد، بمعنى أنّ الفائدة تُضاف في نهاية كل فترة زمنية إلى المبلغ الذي أنتجها، وتُحسب الفائدة في نهاية الفترة الموالية على المبلغ الأصلي والفائدة معًا، وهكذا دواليك حتى نهاية فترة التوظيف[27]. وبعبارة أخرى فإنّ الفائدة في نهاية كل وحدة زمنية سوف تُعتبر جزءًا من رأس المال المستثمر (الموظّف)، والذي على أساسه تُحسب الفائدة للوحدة الزمنية الموالية مباشرة وهكذا، ما يعني أن الفوائد تتراكم مع تزايد الوحدات الزمنية[28].

2- قانون الفائدة المركبة (الجُملة أو الرَسملة): يُعطى قانون الفائدة المركبة كما يلي $\mathbf{A_n=C\ (1+t)^n}$

حيث تشير الرموز السابقة إلى ما يلي:

C: رأس المال الموظف	**t**: معدل الفائدة المركبة	**n**: عدد الدورات	**A**: القيمة المحصلة أو الجملة

وفيما يلي البرهان على قانون الفائدة المركبة[29]:

$$A_1 = C_1 + I_1 = C_1 + C_1 \times t \times 1 = C_1(1+t)$$
$$A_2 = C_2 + I_2 = A_1 + A_1 \times t = A_1[1+t] = C_1[1+t][1+t]$$
$$A_2 = C_1[1+t]^2$$
$$A_3 = C_3 + I_3 = A_2 + A_2 \times t = A_2[1+t] = C_1[1+t]^2[1+t]$$
$$A_3 = C_1[1+t]^3$$
$$\vdots$$
$$\boldsymbol{A_n = C_1[1+t]^n}$$

مثال 1: قام شخصٌ بتوظيف مبلغٍ ماليٍّ قدره: 200000 دج، وهذا بمعدل فائدة مركبة قدره 4% ولمدة ثلاث (3) سنوات.

المطلوب:ما مقدار الجملة المحصل عليها؟

الحل: هناك طريقتان للحل؛ الطريقة الأولى باعتماد القانون السابق مباشرة، أو الطريقة الثانية من خلال حساب الفوائد السنوية للوصول إلى مقدار الجملة.

الطريقة الأولى: وتتم من خلال التطبيق المباشر لقانون الفائدة المركبة، كما يلي:

$$A_n = C_1[1+t]^n$$
$$A_3 = C_1[1+t]^3$$
$$A_3 = 200000[1+0{,}04]^3 = \mathbf{224972{,}8}$$

ومنه فإنّ مقدار الفائدة الإجمالي المحصل عليه –والذي يمثل مجموع فوائد السنوات الثلاث– هو:

$$I_n = A_n - C_1$$
$$I_n = 224972{,}8 - 200000 = \mathbf{24972{,}8}$$

الطريقة الثانية (للتأكد): أين نقوم بحساب الجملة لكل سنة ثمّ إعادة توظيفها في السنة الموالية، كما يلي:

السنة الأولى:

$$I_1 = 200000 \times 0{,}04 = 8000$$
$$A_1 = 200000 + 8000 = 208000$$

السنة الثانية:

$$I_2 = 208000 \times 0{,}04 = 8320$$
$$A_2 = 208000 + 8320 = 216320$$

السنة الثالثة:

$$I_3 = 216320 \times 0{,}04 = 8652.8$$
$$A_3 = 216320 + 8652{,}8 = \mathbf{224972{,}8}$$

ومنه فإنّ مقدار الفائدة الإجمالي المحصل عليه –والذي يمثل مجموع فوائد السنوات الثلاث– هو:

$$I_n = I_1 + I_2 + I_3$$
$$I_n = 8000 + 8320 + 8652{,}8 = \mathbf{24972{,}8}$$

- **البحث عن المعدل:**

مثال2: وظف شخصٌ مبلغا ماليا قدر بـ: 200000 دج ولمدة ثلاث (3) سنوات، فكان مقدار الجملة المحصل عليها 224972,8 دج.

المطلوب: أوجد معدل الفائدة المركبة

الحل: سيتم اعتماد طريقتين للحل، وفقًا لما يلي

الطريقة الأولى:

$$A_n = C_1[1+t]^n$$
$$224972{,}8 = 200000\ [1+t]^3$$
$$[1+t]^3 = \frac{224972{,}8}{200000} = 1{,}124864$$
$$Ln[1+t]^3 = Ln1{,}124864$$
$$3Ln[1+t] = Ln1{,}124864$$
$$Ln[1+t] = \frac{Ln1{,}124864}{3}$$
$$Ln[1+t] = 0{,}0392207132$$
$$e^{Ln[1+t]} = e^{0{,}0392207132}$$
$$1+t = 1{,}04 \Rightarrow t = 1{,}04 - 1 = 0{,}04$$
$$\boldsymbol{t}\ \% = \mathbf{4}\ \%$$

الطريقة الثانية:

$$t = \sqrt[n]{\frac{A_n}{c_1}} - 1$$

$$t = \left(\frac{A_n}{c_1}\right)^{\frac{1}{n}} - 1 = (1{,}124864)^{\frac{1}{3}} - 1 = 0{,}04$$

$$t\ \% = 4\ \%$$

- **البحث عن المدة:**

مثال3: قام شخصٌ بتوظيف مبلغٍ ماليّ قدره 200000 دج، وهذا بمعدل 4%، فتمّ الحصول على جملة قُدّرت بـ 224972,8 دج.

المطلوب: أوجد مدة التوظيف

الحل:

$$224972{,}8 = 200000[1+0{,}04]^n$$
$$[1{,}04]^n = 1{,}124864$$
$$Ln[1{,}04]^n = Ln1{,}124684$$
$$n\ Ln[1{,}04] = Ln\ 1{,}124684$$
$$n = \frac{Ln\ 1{,}124684}{Ln\ 1{,}04} = 3$$

ومنه فإنّ مدة التوظيف هي ثلاث (3) سنوات

- **البحث عن أصل القرض (المبلغ الموظف):**

مثال4: وظف شخص مبلغا ماليا بمعدل 4% وهذا لمدة 3 سنوات، فتم الحصول على جملة قُدّرت بـ: 224972,8 دج.

المطلوب: ما قيمة المبلغ الموظفّ؟

الحل:

الطريقة الأولى:

$$224972{,}8 = C_1[1{,}04]^3$$
$$C_1 = \mathbf{200000}$$

الطريقة الثانية:

$$C_1 = A_n(1+t)^{-n}$$
$$C_1 = 224972{,}8\ [1{,}04]^{-3} = \mathbf{200000}$$

- **المعدل المتناسب:** إنّ معدل الفائدة المركبة المعتمد في الحالات السابقة هو معدل سنوي، وقد يكون من المفيد اللجوء إلى معدل لفترة أقلّ من سنة؛ كمعدل شهري أو معدل فصلي. إذن الفكرة البديهية هي حساب معدل متناسب من خلال قسمة المعدل السنوي على عدد الفترات المعنية[30].

مثال5: إذا كان معدل الفائدة المركبة السنوي هو 6%.

المطلوب: ما هو المعدل الشهري والثلاثي والرباعي والسداسي المتناسب مع هذا المعدل السنوي؟

الحل: لإيجاد المعدل المتناسب مع المعدل السنوي، نقوم بقسمة هذا الأخير على عدد الفترات، كما يلي:

المعدل الشهري المتناسب مع المعدل السنوي هو $\frac{\%6}{12} = \mathbf{0,5}$%، حيث أنّ في السنة 12 شهرا.

المعدل الثلاثي المتناسب مع المعدل السنوي: هو $\frac{\%6}{4} = \mathbf{1,5}$%، حيث أنّ في السنة 4 ثلاثيات.

المعدل الرباعي المتناسب مع المعدل السنوي هو: $\frac{\%6}{3} = \mathbf{2}$%، حيث أنّ في السنة ثلاث رباعيات.

المعدل السداسي المتناسب مع المعدل السنوي هو: $\frac{\%6}{2} = \mathbf{3}$%، حيث أنّ في السنة سداسيين اثنين.

- **المعدل المكافئ:** نقول عن معدلين موافقين لمراحل مختلفة أنّهما متكافئان، عندما يؤديان إلى نفس القيمة المحصلة (نفس القيمة المكتسبة أو نفس الجملة) بواسطة الفائدة المركبة، وهذا خلال نفس مدة التوظيف ولنفس المبلغ الموظف[31]. فإذا كان (t) معدل سنوي و (t_k) هو معدل لمرحلة معينة، فإن"[32]:

$$C(1+t) = C(1+t_k)^k$$
$$(1+t) = (1+t_k)^k$$

حيث يمثل k عدد الفترات في السنة الواحدة/

$$\sqrt[k]{1+t} = 1 + t_k \Rightarrow \boldsymbol{t_k} = (1+t)^{\frac{1}{k}} - 1$$

مثال6: إذا كان معدل الفائدة المركبة السنوي هو 6%.

المطلوب: ما هو المعدل الشهري والمعدل الثلاثي والمعدل الرباعي والمعدل السداسي المكافئ لهذا المعدل السنوي؟

الحل: لإيجاد الحل، نقوم بتطبيق القانون السابق

المعدل الشهري المكافئ للمعدل السنوي:

$$t_m = (1+0{,}06)^{\frac{1}{12}} - 1 \simeq 0{,}00486755 \simeq \mathbf{0,49\%} < 0{,}5\%$$

المعدل الثلاثي المكافئ للمعدل السنوي:

$$t_t = (1+0{,}06)^{\frac{1}{4}} - 1 \simeq 0{,}01467385 \simeq \mathbf{1,47\%} < 1{,}5\%$$

المعدل الرباعي المكافئ للمعدل السنوي:

$$t_Q = (1+0{,}06)^{\frac{1}{3}} - 1 \simeq 0{,}01961282 \simeq \mathbf{1,96\%} < 2\%$$

المعدل السداسي المكافئ للمعدل السنوي:

$$t_s = (1+0{,}06)^{\frac{1}{2}} - 1 \simeq 0{,}02956301 \simeq \mathbf{2,95\%} < 3\%$$

وممّا يُلاحظ أنَّ المعدل المكافئ نجده دوما أقل من المعدل المتناسب

مثال 7: وظف شخصٌ مبلغًا ماليا قدره 100000 دج، لمدة 3 سنوات وبمعدل فائدة سداسي 2%.

المطلوب: أحسب الجملة المحصلة بطريقتين؟

الحل:

الطريقة الأولى:

بما أنّ مدة التوظيف هي ثلاث (3) سنوات، معناه ست (6) سداسيات

$$A_8 = 100000(1{,}02)^6 = \mathbf{112616,242}$$

الطريقة الثانية:

نقوم أولا بتحويل المعدل السداسي إلى المعدل السنوي المكافئ له، ثمّ نحسب الجملة المحصلة

$$t = (1{,}02)^2 - 1 = 0{,}0404 \Rightarrow t\,\% = 4{,}04\%$$

$$A_4 = 100000\,(1{,}0404)^3 = \mathbf{112616,242}$$

مثال 8: تم توظيف مبلغٍ ماليّ قدره 20000 دج، وهذا بمعدل فائدة مركبة سنوي 4% لمدة سنتين و 6 أشهر

المطلوب: أحسب الجملة المحصلة وفق طريقتي الحل التجاري والحل العقلاني؟

الحل:

الحل التجاري: وفقًا لهذه الطريقة فإنّ مقدار الجملة المحصل، يُحسب كما يلي:

$$A_n = 20000(1{,}04)^2(1{,}04)^{\frac{6}{12}} = \mathbf{22060,398}$$

الحل العقلاني: وفقًا لهذه الطريقة فإنّ مقدار الجملة المحصل، يُحسب كما يلي:

$$A_n = 20000(1{,}04)^2 + 20000(1{,}04)^2 \times 0{,}04 \times \frac{6}{12}$$

$$A_n = \mathbf{22064,64}$$

وممّا نلاحظه، أنّ القيمة المحصلة وفقًا للحل العقلاني تكون دائما أعلى من تلك التي تمّ الحصول عليها بتطبيق الحل التجاري.

3- القيمة الحالية لرأسمال (الاستحداث أو التحيين): القيمة الحالية (الاستحداث أو التحيين) هي تحديد قيمة مبلغ ما في الوقت الحالي، علمًا أنّه يُستحق أو يُسدد في المستقبل عملية عكسية للرسملة[33] وتُطبق عملية الاستحداث بكثير في حساب مردودية الاستثمارات، بحيث نقوم باستحداث التدفقات النقدية التي ينتجها الاستثمار عبر الزمن[34]، كما قد تسمّى القيمة الحالية لرأس المال، بالقيمة الأصلية أو القيمة عند الزمن صفر. وغالبا ما تكون عملية الاستحداث (التحيين)، وفق إحدى الحالتين الآتية؛ إمّا استحداث (تحيين) الجملة المكتسبة (الجملة المحصلة من جراء توظيف مبلغ ما بفائدة مركبة) أو استحداث (تحيين) مبلغ مستقبليّ ما. ويتمّ ما سبق عرضه بالقانون الآتي:[35]

- **استحداث (تحيين) الجملة:** $C_1 = A_n(1+t)^{-n}$
- **استحداث (تحيين) مبالغ نقدية تدفع بعد مدة:** $V = C[1+]^{-n}$

مثال9: مبلغٌ ماليٌّ قدره 30000 دج يدفع بعد 5 سنوات بمعدل فائدة 4%.

المطلوب: ما هي القيمة الحالية لهذا المبلغ.

الحل: اعتمادا على القانون السابق للتحيين (الاستحداث) نجد

$$V = C[1+t]^{-n}$$

$$V = 30000[1{,}04]^{-5} = \mathbf{24657,8132}$$

4- تقييم رأس مال في زمن ما: هو ايجاد قيمة مبلغٍ (رأس مال) في زمن ما، بحيث يُستحق هذا المبلغ (رأس المال) في أي تاريخ (أو زمن) قبل تاريخ الاستحقاق أو بعده، وذلك بالاعتماد أساسًا على إحدى العمليتين الآتيتين[36]:

- عملية الرسملة: والتي تمكّن من حساب القيمة المحصلة (القيمة المكتسبة)، أي تحديد القيمة المستقبلية لمبلغٍ حاليٍّ باستعمال قانون القيمة المحصلة (قانون القيمة المكتسبة).
- عملية التحيين: والتي تمكّن من حساب القيمة الحالية، أي تحديد قيمة مبلغٍ في الزمن الحالي أو الماضي، وذلك باستعمال قانون القيمة الحالية.

مثال10: في سنة 2012 تمّ التعاقد بين طرفين على دين يسدد في سنة 2021 بقيمة 200000 دج، ثمّ أصبح أمام المدين خيارين للتسديد:

- التسديد المسبق لكامل المبلغ، وهذا في سنة 2015 بدلاً من سنة 2021 (أي قبل 6سنوات من التاريخ المتفق عليه).
- التسديد المؤجل (اللاحق) لكامل المبلغ، وهذا في سنة 2024 بدلاً من سنة 2021 (أي بعد 3سنوات من التاريخ المتفق عليه).

المطلوب: إذا علمت أنّ معدل الفائدة المركبة هو 5%. ما قيمة المبلغين في سنتي 2015 و 2024 على التوالي؟ وما قيمة الدين في سنة 2012؟

الحل:

حساب قيمة المبلغ في سنة 2015:

$$V = 200000(1{,}05)^{-6} = \mathbf{149243{,}079}$$

حساب قيمة المبلغ في سنة 2024:

$$A_3 = 200000(1{,}05)^{3} = \mathbf{231525}$$

حساب قيمة المبلغ في سنة 2012:

$$V = 200000(1{,}05)^{-9} = \mathbf{128921{,}783}$$

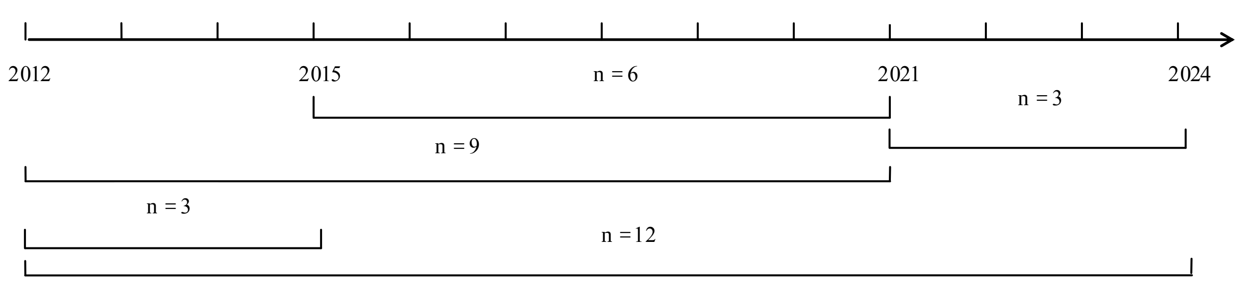
ومما تجدر الإشارة إليه، أنّه يمكن إيجاد مبلغي سنتي 2015 و 2024 انطلاقا من مبلغ سنة 2012 (وهو ما يسمى بالرسملة، أي حساب القيمة المستقبلية لهذين المبلغين، انطلاقا من سنة 2012)، وفقا للطريقة الآتية:

حساب مبلغ سنة 2015 انطلاقا من مبلغ سنة 2012:

$$A_3 = 128921{,}783(1{,}05)^{3} = \mathbf{149243{,}079}$$

حساب مبلغ سنة 2024 انطلاقا من مبلغ سنة 2012:

$$A_{12} = 128921{,}783(1{,}05)^{12} = \mathbf{231525}$$



5- تكافؤ رؤوس الأموال: ونجد

- **تكافؤ رأسمالين:** يتكافأ رأسمالان عندما تكون لهما نفس القيمة الحالية (بنفس معدل الفائدة المركبة) في تاريخ التكافؤ، وهذا يعني أنّ[37]:

$$V_1=V_2$$

$$C_1(1+t)^{-n_1}=C_2(1+t)^{-n_2}$$

حيث تشير V_1 إلى القيمة الحالية للمبلغ الأول، بينما تشير V_2 إلى القيمة الحالية للمبلغ الثاني.

ومن الجدير بالإشارة أنّه إذا حصل التكافؤ في تاريخ ما، فيبقى هذا التكافؤ صحيحا في أي تاريخ آخر[38]

مثال 11: دين قدره 300000 دج ويستحق السداد بعد 4 سنوات، تمّ تعويضه بدين آخر يستحق السداد بعد 5 سنوات.

المطلوب: إذا علمت أنّ معدل الفائدة هو 4%، أوجد قيمة الدين الجديد؟

الحل: لإيجاد قيمة الدين، يمكن الاعتماد على إحدى الطريقتين الآتيتين، حيث تعتمد الطريقة الأولى على حساب التكافؤ وفقًا لعملية التحيين (أي تساوي المبلغين عند تاريخ صفر)، بينما تعتمد الطريقة الثانية على حساب التكافؤ وفقًا لعملية الرسملة (أي مساواة المبلغ الأول للمبلغ الثاني عند تاريخ استحقاق هذا الأخير)

الطريقة الأولى:

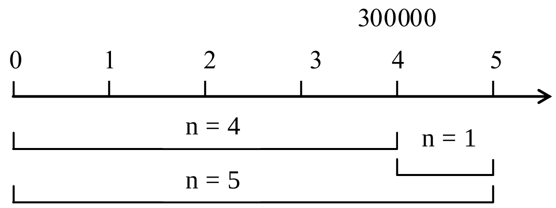
$$C_1(1+t)^{-n_1}=C_2(1+t)^{-n_2}$$

$$300000(1{,}04)^{-4}=C_2(1{,}04)^{-5}$$

$$C_2=\mathbf{312000}$$

الطريقة الثانية:

$$C_2=300000(1{,}04)^{1}=\mathbf{312000}$$



- **تكافؤ رأس مال مع عدة رؤوس أموال:** نقول عن رأس مال (مبلغ) أنّه يتكافؤ مع (يعادل) مجموع رؤوس أموال أخرى إذا كانت القيمة الحالية له وفي أي تاريخ ما، تساوي مجموع القيم الحالية لرؤوس الأموال الأخرى، بمعدل فائدة مركبة واحد، وفقًا للصيغة الآتية:

$$\boldsymbol{V=V_1+V_2+V_3+\cdots+V_n}$$

مثال 12: شخص مدين بعددٍ من المبالغ كما يلي:

60000 دج يستحق بعد سنتين.

100000 دج يستحق بعد 4 سنوات.

140000 دج يستحق بعد 7 سنوات.

لكن اتفق مع الدائن على تعويض الديون السابقة بدين واحد فقط، والذي يستحق بعد 5 سنوات.

المطلوب: إذا علمت أنّ معدل الفائدة المركبة هو 5%، ما قيمة الدين الجديد المعوّض للديون السابقة؟

الحل: لإيجاد الحل، يمكن اعتماد طريقتين كما يلي:

الطريقة الأولى:

$$V = V_1 + V_2 + V_3$$

$$C(1{,}05)^{-5} = 60000(1{,}05)^{-2} + 100000(1{,}05)^{-4} + 140000(1{,}05)^{-7}$$

$$\Rightarrow C = \mathbf{301441{,}627}$$

الطريقة الثانية:

$$C = 60000(1{,}05)^{3} + 100000(1{,}05)^{1} + 140000(1{,}05)^{-2}$$

$$C = \mathbf{301441{,}627}$$

ثانيا الدفعات:

1- تعريف الدفعات: الدفعة هي سلسلة من المبالغ ذات وتيرة ثابتة (منتظمة)، وكان هذا المصطلح في اللغة الانجليزية (***Annuity***) يشير في الأصل إلى تلك الدفعات السنوية؛ ومنه جاء هذا الاسم في الانجليزية، لكنه أصبح الآن يُستخدم أيضا في الدفعات ذات أي فترة[39] سنوية كانت أو سداسية أو فصلية أو شهرية.

وبتعريف آخر فإنّ الدفعات هي مبالغ مالية يتكرر دفعها على فترات منتظمة، أي أنّ الفاصل الزمني بين كل مبلغ والمبلغ الذي يليه ثابتٌ، حيث يسمّى هذا الفاصل الزمني **بالمدة؛** والتي يمكن أن تكون سنوية أو سداسية أو ثلاثية أو شهرية أو بحسب معيار الاتفاق[40]، وعليه فإنّ هذه المبالغ تدفع بصفة دورية منتظمة وعلى فترات متساوية، أين يطلق على المبلغ الذي يدفع دوريا **بمبلغ الدفعة**، ويطلق على المدة التي تفصل بين دفعتين متتاليتين **بفترة الدفعة**[41].

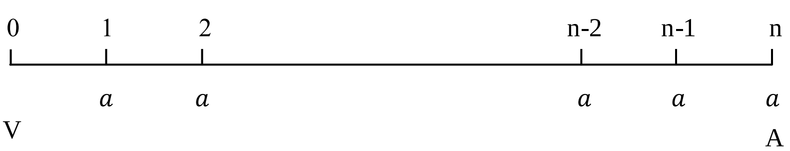
وتجدر الإشارة إلى أنّ مبالغ هذه الدفعات قد تكون ثابتة أو متغيرة، غير أنّه في هذا العنصر سيتم الإشارة فقط إلى تلك الدفعات ذات المبالغ الثابتة (أين يكون مبلغ الدفعة واحد في جميع الدفعات؛ مبلغ الدفعة الأولى= مبلغ الدفعة الثانية= مبلغ الدفعة الثالثة ...) ***دون غيرها***، مع التركيز أيضا على الدفعات ذات العدد المحدود (حيث هناك نوع من الدفعات التي تكون غير محدودة بعددٍ معيّنٍ).

إنّ الدفعات غير المتساوية (غير الثابتة)، هي تلك الدفعات التي تتّسم بعدم ثبات مبلغها، بحيث تختلف مبالغها عن بعضها البعض، وتنقسم إلى[42]:

- دفعات متغيرة بانتظام: والتي تخضع في تغيّرها لقانونٍ رياضيّ معيّن؛ مثل قوانين المتتاليات العددية أو المتتاليات الهندسية، وقد تكون متزايدة أو متناقصة.
- دفعات متغيرة دون انتظام: أي التي لا تخضع لقانون ثابت في تغيّرها.

2- أنواع الدفعات: تُصنف الدفعات حسب تاريخ دفعها إلى صنفين[43]:

- دفعات نهاية المدّة: وهي الدفعات التي تكون في نهاية الفترات الزمنية، وتُسمّى بدفعات السداد (غالبا لسداد القروض).
- دفعات بداية المدة: وهي التي تكون في بداية الفترات الزمنية، وتُسمّى بدفعات التوظيف أو الاستثمار.
- **دفعات نهاية المدة (دفعات السداد أو الدفعات السداد)**: كما تمّ الإشارة إليه أعلاه، فإنّ هذه الدفعات تُسدد مبالغها بصفة دورية منتظمة آخر كل فترة زمنية من فترات الدفع، بحيث تكون مبالغها متساوية وثابتة وعددها محدود. وعادة فإنّ هذه الدفعات تُستخدم لسداد الديون ولذلك فهي تسمّى دفعات السداد أو دفعات الاستهلاك (دفعات الاهتلاك)[44]، وفقًا للشكل الآتي:



- **جملة دفعات نهاية المدة (دفعات السداد):** وهي ما تجمّع للشخص المُودع (أو المُسدِد) في نهاية عدد من الفترات n وبعد أن قدّم n دفعة متساوية، أي أنّها مجموع جملة كل دفعة من الدفعات[45]، بمعنى أنّ جملة هذه الدفعات، عبارة عن مجموع هذه الدفعات وفائدتها، حتّى نهاية مدة الدفعات مجتمعة[46]، وعمومًا فإنّ جملة الدفعات هي القيمة الإجمالية (المكتسبة أو المحصلة) التي يتمّ الحصول عليها في نهاية المدة (نهاية فترات الدفع)، وتضمّ مجموع الدفعات مضافا إليها مجموع الفوائد المتولدة عنها[47].

ويمكن توضيح ذلك من خلال الجدول الآتي[48]:

جملة الدفعة الأولى	$A_1 = a\,(1+t)^{n-1}$
جملة الدفعة الثانية	$A_2 = a\,(1+t)^{n-2}$
جملة الدفعة الثالثة	$A_3 = a\,(1+t)^{n-3}$
....	....
جملة الدفعة (n−2)	
جملة الدفعة (n−1)	
جملة الدفعة (n)	

ومنه فإنّ إجمالي الدفعات يكون على النحو الآتي:

$$A = A_1 + A_2 + A_3 + \ldots\ldots + A_{n-2} + A_{n-1} + A_n$$

$$A = a\,(1+t)^{n-1} + a\,(1+t)^{n-2} + a\,(1+t)^{n-3} + \ldots + a(1+t)^2 + a(1+t)^1 + a(1+t)^0$$

$$A = a(1+t)^0 + a(1+t)^1 + a(1+t)^2 + \cdots + a(1+t)^{n-2} + a(1+t)^{n-1}$$

إذن، نجد أنّ مجموع هذه الدفعات هو متتالية هندسية، أساسها (1+t)، بينما حدّها الأول هو a ، أما عدد حدودها فهو n، وعلى هذا الأساس يمكن حساب قانون جملة الدفعات انطلاقا من قانون مجموع متتالية هندسية، كما يلي:

يعطى قانون متتالية هندسية كما يلي:	**ومنه نجد أنّ قانون جملة الدفعات كما يلي:**
$S = a\dfrac{R^n - 1}{R - 1}$	$A = a\dfrac{(1+t)^n - 1}{(1+t) - 1} = a\dfrac{(1+t)^n - 1}{t}$

مثال 13: قام شخص بسداد 15 دفعة سنوية ثابتة في نهاية كل سنة، حيث كانت قيمة الدفعة 4400 دج، وبمعدل فائدة 4%.

المطلوب: ما قيمة جملة الدفعات المسددة (القيمة المكتسبة أو المحصلة لجملة الدفعات)؟

الحل:

$$A = a\frac{(1+t)^n - 1}{t} = 4400\frac{(1{,}04)^{15} - 1}{0{,}04}$$

$$A = \mathbf{88103,7859}$$

مثال 14: بلغت جملة 12 دفعة سنوية ثابتة، قيمة 41320,9651 دج.

المطلوب: إذا علمت أنّ معدل الفائدة 4%، ما قيمة الدفعة الثابتة؟

الحل:

$$a = \frac{A}{\frac{(1+t)^n - 1}{t}} = \frac{41320{,}9651}{\frac{(1{,}04)^{12} - 1}{0{,}04}}$$

$$a = \mathbf{2750}$$

مثال 15: قام شخص بسداد عددٍ من الدفعات السنوية الثابتة، قيمة كلّ منها 3200 دج وبمعدل فائدة 4% فتمّ الحصول على جملة قدرها: 29485,524 دج.

المطلوب: ما عدد الدفعات المسددة؟

الحل:

$$\frac{(1{,}04)^n - 1}{0{,}04} = \frac{29485{,}524}{3200} = 9{,}21422625$$

$$(1{,}04)^n = 1{,}36856905$$

$$n\,Ln(1{,}04) = Ln(1{,}36856905)$$

$$n = \frac{Ln(1{,}36856905)}{Ln(1{,}04)} = \mathbf{8}$$

وعليه فإنّ عدد الدفعات المسددة، هي ثمان دفعات سنوية ثابتة.

مثال 16: بلغت قيمة جملة الدفعات المسددة 52827,1489 دج، وهذا من خلال سداد 10 دفعات سنوية ثابتة قيمتها 4200 دج.

المطلوب: ما معدل الفائدة؟

الحل:

$$\frac{(1+t)^{10} - 1}{t} = \frac{52827{,}1489}{4200} = 12{,}5778926$$

ومن الجدول المالي يمكن استخراج معدل الفائدة والذي نجده **5%**.

- **القيمة الحالية لجملة دفعات السداد:**

من قانون جملة الدفعات لدينا: $A = a\ \frac{(1+t)^n - 1}{t}$

وللحصول على القيمة الحالية، نقوم بتحيين جملة الدفعات هذه (A) إلى السنة 0 (أي إلى بداية السنة الأولى) وذلك بضربها في $(1+t)^{-n}$ كما يلي:

$$V = A(1+t)^{-n} = a\frac{(1+t)^n - 1}{t}(1+t)^{-n} = a\frac{(1+t)^n(1+t)^{-n} - (1+t)^{-n}}{t}$$

$$\boldsymbol{V = a\ \frac{1-(1+t)^{-n}}{t}}$$

مثال 17: سدّد تاجر آلة بـ 6 دفعات سنوية ثابتة، قيمة كلّ منها 4000 دج، وهذا بمعدل فائدة 4%.

المطلوب: ما قيمة الآلة المشتراة (ما سعر شراء الآلة)؟

الحل: يمكن الاعتماد على طريقتين للحل وفقًا لما يلي:

الطريقة الأولى:

$$V = a\frac{1-(1+t)^{-n}}{t}$$

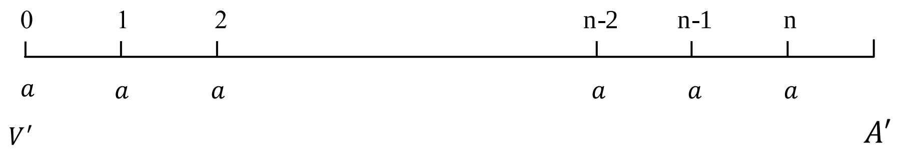
$$V = 4000\frac{1-(1{,}04)^{-6}}{0{,}04} = \mathbf{20968{,}5474}$$

الطريقة الثانية:

$$A = 4000\frac{(1{,}04)^6 - 1}{0{,}04} = 26531{,}902$$

$$V = 26531{,}902(1{,}04)^{-6} = \mathbf{20968{,}5474}$$

- **دفعات بداية المدة (دفعات الاستثمار أو الدفعات الفورية)**: إذا كان مبلغ الدفعة يُدفع في بداية كل فترة زمنية، فإنّ الدفعات المسددة تسمى دفعات فورية (حيث تدفع أول دفعة عند تاريخ العقد أي في السنة 0 أو بداية السنة الأولى)، وعادة فإنّ هذا النوع من الدفعات يُستخدم بهدف استثمار النقود، ولذلك فهي تسمّى دفعات الاستثمار أو دفعات التوظيف[49].



- **جملة الدفعات**: حيث تُعطى بالقانون الآتي $\boldsymbol{A' = a\frac{(1+t)^n-1}{t}(1+t)}$

وهذا يعني أن **:** $A' = A(1+t)$

مثال 18: تمّ سداد 8 دفعات سنوية ثابتة، قيمة كلّ منها 6000 دج، حيث تدفع في بداية السنة، وهذا بمعدل فائدة قدره 5%.

المطلوب: ما قيمة جملة الدفعات المسددة (القيمة المكتسبة أو المحصلة لجملة الدفعات)؟

الحل:

$$A' = 6000\left[\frac{(1{,}05)^8-1}{0{,}05}\right](1{,}05)$$
$$A' = \mathbf{60159{,}3852}$$

كما يمكن الاعتماد على قانونٍ آخر للحل، وفقًا لما يلي:

$$A' = a\frac{(1+t)^n-1}{t}(1+t) = a\frac{(1+t)^{n+1}-(1+t)}{t}$$
$$A' = a\left[\frac{(1+t)^{n+1}-1}{t}-1\right]$$
$$A' = 6000\left[\frac{(1{,}05)^{8+1}-1}{0{,}05}-1\right] = \mathbf{60159{,}3852}$$

- **القيمة الحالية لدفعات الاستثمار**: تحسب قيمة هذه الدفعات في بداية السنة الأولى، يعني في تاريخ (0) مع أول دفعة ويرمز لها V'، ويمكن استخراج قانون القيمة الحالية انطلاقا من قانون الجملة كما يلي[50]:

$$V' = A'\times(1+t)^{-n} = a\frac{(1+t)^n-1}{t}(1+t)\times(1+t)^{-n} = \boldsymbol{a\frac{(1+t)^n-1}{t}(1+t)^{-n+1}}$$
$$= a\frac{(1+t)^{n-n+1}-(1+t)^{-n+1}}{t} = a\frac{(1+t)-(1+t)^{-n+1}}{t} = \boldsymbol{a\left[1+\frac{1-(1+t)^{-n+1}}{t}\right]}$$

مثال 19: قام تاجر بسداد 6 دفعات سنوية ثابتة، قيمة كلّ منها 4500 دج، حيث تدفع في بداية السنة، وهذا بمعدل فائدة قدره 4%.

المطلوب: ما القيمة الحالية لهذه الدفعات؟

الحل: يمكن الاعتماد على الطرق الآتية لايجاد الحل

الطريقة الأولى: من خلال تطبيق القانون مباشرة

$$V' = 4500\left[1+\frac{1-(1{,}04)^{-6+1}}{0{,}04}\right] = \mathbf{24533{,}2005}$$

الطريقة الثانية: وهذا بحساب جملة الدفعات المسددة بعد 6 سنوات (القيمة المكتسبة أو القيمة المحصلة بعد 6 سنوات) أولاً، ثم القيام بحساب القيمة الحالية لهذه الجملة، وفقًا لما يلي:

$$A' = 4500\left[\frac{(1{,}04)^6 - 1}{0{,}04}\right](1{,}04)$$
$$A' = 31042{,}3253$$

$$V' = A'(1+t)^{-n}$$
$$= 31042{,}3253(1{,}04)^{-6} = \mathbf{24533{,}2005}$$

الطريقة الثالثة: بتطبيق قانون آخر؛ وهذا من خلال حساب القيمة الحالية لجملة الدفعات المسددة في نهاية كل سنة ثم نضرب الحاصل في (1+t):

$$V = a\frac{1-(1+t)^{-n}}{t} = 4500\left[\frac{1-(1{,}04)^{-6}}{0{,}04}\right]$$
$$V = 23589{,}6158$$
$$V' = V(1+t) = 23589{,}6158(1{,}04)$$
$$V' = \mathbf{24533{,}2005}$$

3– تقييم جملة دفعات في تاريخ ما: يمكن تقييم سلسلة (جملة) دفعات ثابتة في أي تاريخ عن طريق الاستعانة بصيغة القيمة المكتسبة (القيمة المحصلة) وكذا صيغة القيمة الحالية[51].

مثال 20: أراد مدين سداد دينه بـ 8 دفعات سنوية ثابتة وفقا للعقد المبرم، حيث أنّ قيمة الدفعة 6000 دج؛ والتي تدفع في نهاية كلّ سنة، إلاّ أنّ هذا المدين طلب سداد الدين جملة واحدة في نهاية السنة الخامسة.

المطلوب: إذا علمت أنّ معدل الفائدة هو 4%، ما قيمة المبلغ الإجمالي الذي يسدَّدُ في نهاية السنة الخامسة؟

الحل: يمكن الاعتماد على الطرق الآتية:

الطريقة الأولى:

$$A_k = 6000\left[\frac{(1{,}04)^5 - 1}{0{,}04}\right] + 6000\left[\frac{1-(1{,}04)^{-3}}{0{,}04}\right]$$
$$A_k = \mathbf{49148{,}4815}$$

الطريقة الثانية:

$$A_k = 6000\left[\frac{(1{,}04)^8 - 1}{0{,}04}\right](1{,}04)^{-3}$$
$$A_k = \mathbf{49148{,}4815}$$

الطريقة الثالثة:

$$A_k = 6000\left[\frac{1-(1{,}04)^{-8}}{0{,}04}\right](1{,}1)^5$$

$$A_k = \mathbf{49148{,}4815}$$

4- تكافؤ متتاليتين من الدفعات: هي عملية تعويض متتالية دفعات بمتتالية دفعات أخرى، بحيث يكون مجموع القيم الحالية للمجموعة الأولى من الدفعات يساوي مجموع القيم الحالية للمجموعة الثانية من الدفعات[52]. وبعبارة أخرى فإنّه من الممكن استبدال سلسلة دفعات ثابتة بدفعات أخرى إذا تحقّق تكافؤهما، وهذا عند معدل فائدة معيّن وفي لحظة معيّنة (تاريخ معيّن)، وعند التاريخ 0، يتمّ التعبير عن معادلة التكافؤ بتساوي القيم الحالية للسلسلتين[53] (للمجموعتين من الدفعات).

مثال 21: أراد مدينٌ تسديد دينه بـ 6 دفعات سنوية ثابتة وفقًا للعقد المبرم بينه وبين الدائن؛ حيث أنّ قيمة الدفعة 4000 دج والتي يتمّ سدادها في نهاية كلّ سنة، لكن اقترح هذا المدين تعويضها بـ 4 دفعات سنوية.

المطلوب: إذا علمت أنّ معدل الفائدة المركبة 5%، ما مقدار الدفعة الجديدة؟

الحل: يمكن الاعتماد على طريقتين للحل، وفقًا لما يلي

الطريقة الأولى:

$$4000\left[\frac{1-(1{,}05)^{-6}}{0{,}05}\right] = a\left[\frac{1-(1{,}05)^{-4}}{0{,}05}\right]$$

$$a = \mathbf{5725{,}62087}$$

الطريقة الثانية:

$$4000\left[\frac{(1{,}05)^4-1}{0{,}05}\right] + 4000\left[\frac{1-(1{,}05)^{-2}}{0{,}05}\right]$$

$$= a\left[\frac{(1{,}05)^4-1}{0{,}05}\right]$$

$$a = \mathbf{5725{,}62087}$$

ثالثا: اهتلاك القروض

يلجأ الأشخاص والمؤسسات في كثير من الأحيان إلى الاقتراض لتوفير السيولة اللازمة لمواجهة مشاكل التمويل عند تأسيس شركة جديدة أو توسيعها أو لتسديد ديون سابقة، حيث يتمّ اثبات هذا القرض بواسطة وثيقة قانونية تتضمن عدة بيانات؛ مثل مبلغ القرض، تاريخ عقد القرض، معدل الفائدة ونوعها، نوع وقيمة الضمان وغيرها[54].

1- تعريف القروض: القرض هو المبلغ الذي يُستحق على شخص لشخصٍ آخر؛ سواء كان الشخص طبيعيا أو اعتباريا، ويُعدّ القرض طويل أو متوسط الأجل إذا تجاوزت مدة الاقتراض السنة الواحدة، أين يُعامل عندئذ بالفائدة المركبة عُرفًا، إلاّ إذا اتُّفق على خلاف ذلك بين المتعاقدين[55].

2- أنواع القروض: نميّز على العموم بين نوعين من القروض[56]:

- القرض غير المجزأ (القرض العادي)، وهذا عندما يكون المُقرض شخصا طبيعيا أو اعتباريا واحدا، كما يمكن أن يكون هذا الشخص أيضا اتّحادًا لعدة أشخاص يُديرهم أحدهم ويتصرفون كشخصٍ واحدٍ.
- القرض السندي (القرض المجزأ)، وهذا عندما يكون هناك عددٌ كبير من المُقرضين ومُقترضٌ واحدٌ، والذي يمكن أن يكون مؤسسة أو الدولة.

ملاحظة: سيتم التركيز هنا على معالجة القرض العادي (غير المجزأ) دون غيره.

3- طرق تسديد (سداد) القرض العادي (غير المجزأ): يُطلق على عملية تسديد (سداد) هذه القروض في الأوساط المالية والتجارية؛ اسم استهلاك (اهتلاك) القروض، ويُقصد به تسديد (سداد) قيمة القرض وفوائده، سواء تمّ ذلك في صورة مبلغٍ واحدٍ (في نهاية المدة) أو على دفعات متساوية (ثابتة) كانت أو غير متساوية (غير ثابتة)[57]. ومن المتعارف عليه أنّ طريقة سداد القرض وفوائده مرة واحدة عند تاريخ استحقاقه لا يتلاءم ومحصلة كلٌّ من طرفي العلاقة، لذا نجد أنّ أغلب المتعاقدين على القروض طويلة الأجل يتفقون على استهلاكها (اهتلاكها) وتسويتها خلال فترات زمنية بواسطة أقساط متساوية سواء من الأصل فقط دون الفائدة (طريقة القسط المتناقص أو الدفعة المتناقصة)، أو أقساط متساوية من الفوائد والأصل معا (طريقة التقسيط المتساوي أو الدفعة المتساوية أو الدفعة الثابتة)[58].

ويمكن تلخيص طرق سداد (أو استهلاك -اهتلاك-) القروض العادية، فيما يلي[59]:

- استهلاك (اهتلاك) القروض بدفعات ثابتة.
- استهلاك (اهتلاك) القروض بطريقة الاستهلاكات (الاهتلاكات) الثابتة.
- سداد القرض مرة واحدة في نهاية المدة.

وهذا ما سيتم اعتماده في هذا الفصل.

- **طريقة الدفعة الثابتة (المتساوية) (أو ما يسمى بالتقسيط المتساوي)**: إذا اقترض شخص من شخص آخر أو من مؤسسة مالية، فبإمكان المدين أن يسدد هذا الدين بعدة طرق يتم الاتفاق عليها مع الدائن، ومن أهمها أن يتّفق على سداد الديون بدفع أقساط متساوية (دفعات متساوية أو ثابتة) و هذه الأقساط هي عبارة عن جزء من أصل القرض (الاستهلاك أو الاهتلاك) وجزء من مجموع الفوائد[60]. وتسمى أيضا بطريقة استهلاك القروض على أقساط متساوية من الأصل والفوائد معا، حيث تعتبر من أهم الطرق وهي الطريقة السائدة، إذ بموجبها يتم سداد أصل القرض (جملة الاستهلاكات للقرض) على أقساط (دفعات) دورية متساوية يتم دفعها في نهاية كل فترة زمنية متساوية أيضا (عادة ما تكون سنة)، ويشمل القسط (الدفعة) جزء من أصل القرض مضافا إليه الفوائد على الرصيد المتبقي من القرض[61].

- **الدفعة الثابتة**: إنّ عملية استهلاك (اهتلاك) القرض بالدفعات الثابتة (الأقساط المتساوية)، تطابق عملية تسديد قرض بدفعات نهاية الفترة (دفعات نهاية المدة)، إذ في نهاية مدة القرض نجد أنّ مجموع الدفعات تمثل أصل القرض مضافٌ إليه مجموع الفوائد، أما أصل القرض (قيمة القرض في بداية السنة الأولى) فهي تساوي القيمة الحالية لجملة دفعات نهاية المدة[62]. وتحتوي الدفعة الثابتة (القسط المتساوي) على جزء من أصل القرض؛ والذي يسمى بالإهتلاك (الاستهلاك)، وكذلك الفوائد المستحقة على الجزء الباقي تسديده (والتي تسمى بخدمة الدين في النظام الكلاسيكي)[63].

الدفعة الثابتة = الاستهلاك (الاهتلاك) + الفائدة السنوية على المبلغ المتبقي في بداية الفترة[64]

- **تعريف جدول اهتلاك القرض حسب طريقة الدفعة الثابتة (التقسيط المتساوي)**: هو جدول تعريفي للقرض يُبيّن جميع المعطيات المهمة في تحليل عملية تسديد القرض، إذ نجد فيه طريقة إستهلاك (اهتلاك) القرض بواسطة الأقساط المتساوية (الدفعات الثابتة) وكيفية تسديدها، أين تكون هناك دفعات ثابتة (أقساط متساوية) من طرف المقترض للبنك عند نهاية كل فترة زمنية معينة، وكل دفعة ثابتة تتضمن مجموع الاهتلاك والفائدة لكل فترة معينة، حيث يبدأ هذا الجدول بأصل القرض الذي تتناقص قيمته من سنة لأخرى إلى غاية سداده كاملا (حيث تنعدم عند انتهاء مدة العقد)، كما يتضمن الجدول (مدة القرض، قيمة القرض في بداية المدة، الفوائد، قسط الاهتلاك، الدفعة الثابتة، قيمة القرض في نهاية المدة)[65].

- **مكونات جدول إهتلاك القرض**: يشمل جدول استهلاك القرض وفق طريقة التقسيط المتساوي (الدفعة الثابتة) على رصيد أصل القرض في بداية الفترات وفي نهايتها، وأيضا الفوائد المستحقة لكل فترة، كما يشتمل على قيمة الاستهلاكات (الاهتلاكات) والأقساط الدورية المتساوية (الدفعات الدوية الثابتة). إن الفوائد المستحقة في نهاية كل فترة زمنية متفق عليها لاستهلاك أي قرض تتناقص قيمتها بصفة مستمرة في كل فترة زمنية عن سابقتها خلال مدة استهلاك هذا القرض، في حين تزداد قيمة الجزء المخصص

لاستهلاك (اهتلاك) أصل القرض بصفة مستمرة في كل فترة عن سابقتها خلال نفس مدة استهلاك (اهتلاك) هذا القرض[66].

ويتكون هذا الجدول من ستة أعمدة مرتبة كما يلي[67]:

- ✓ **العمود الأول**: يتضمن هذا العمود السنوات المخصصة لسداد القرض (مدة اهتلاك القرض، عدد الدفعات)، ويرمز لها بـ: ($1,2,3,............n$).
- ✓ **العمود الثاني**: يتضمن قيمة القرض في بداية كل سنة، حيث يبدأ بأصل القرض في بداية السنة الأولى، وبعد سداد الجزء الأول من أصل القرض (الاستهلاك أو الاهتلاك الأول) يتم الحصول على قيمة القرض في نهاية السنة الأولى لتصبح نفسها قيمة القرض في بداية السنة الثانية، وهكذا بنفس الطريقة تحوّل بواقي القيم في نهاية كل سنة إلى قيم للقرض في بداية كل سنة موالية حتى آخر سنة، ويرمز لها بـ: (V_0 , V_1 ,V_2 ,V_3 ,.,V_{n-1}).
- ✓ **العمود الثالث**: يتضمن قسط الاهتلاك للقرض (الاستهلاك)، وهو عبارة عن قيمة الدفعة الثابتة مطروحا منها الفائدة السنوية، أين يتساوى مجموع هذه الاهتلاكات مع أصل القرض (قيمة القرض).

وإضافة إلى ذلك يتساوى الفرق بين استهلاكين (اهتلاكين) مع الفرق بين فائدتين لنفس الفترة. ويرمز لهذه الأقساط (الاهتلاكات أو الاستهلاكات) بـ: (D_1 , D_2 , D_3 ,...., D_n).

- ✓ **العمود الرابع**: يتضمن الدفعة الثابتة (القسط المتساوي)، وهي عبارة قسط الاهتلاك (الاستهلاك) مضافا إليه الفائدة السنوية، وتستخرج قيمتها من قانون القيمة الحالية لدفعات نهاية المدة، والتي يرمز لها بالرمز a، حيث تتساوى هذه الدفعة من سنة لأخرى ($a_1= a_2 = a_3= ....= a_n$).

حيث يمثل مجموع هذه الدفعات مجموع الفوائد مضافا إليها مجموع أقساط الاهتلاك (أصل القرض أو قيمة القرض).

- ✓ **العمود الخامس**: يتضمن الفائدة السنوية (والتي تحسب من قيمة القرض في بداية كل سنة)، وهي عبارة عن قيمة الدفعة مطروحا منها قسط الاهتلاك (الاستهلاك).

وإضافة إلى ذلك نجد أنّ الفرق بين فائدتين يتساوى مع الفرق بين استهلاكين (اهتلاكين) لنفس الفترة، مع العلم أن مجموع الفوائد يساوي مجموع الدفعات مطروحا منه مجموع أقساط الاهتلاك (قيمة القرض)، ويرمز لهذه الفوائد بـ: (I_1 , I_2 , I_3......., I_n).

- ✓ **العمود السادس**: يتضمن قيمة القرض في نهاية كل سنة، حيث تحوّل هذه القيمة لبداية كل سنة موالية إلى أن تصبح قيمة القرض في نهاية آخر سنة معدومة (أي تمّ سداد القرض كُليًّا). إنّ قيمة القرض في نهاية سنة معينة تساوي قيمة القرض في بداية نفس السنة مطروحا منها قسط اهتلاك تلك السنة (أي مطروح منها الجزء المُسدد من أصل القرض)، ويرمز لها بـ: (V_1 ,V_2 ,V_3 ....,.V_n).

شكل جدول إهتلاك القرض "حسب طريقة التقسيط المتساوي" أو الدفعة المتساوية (الثابتة):

السنوات	قيمة القرض في بداية المدة	الفائدة I	القسط الثابت الدفعة الثابتة a	الاهتلاك D	قيمة القرض في نهاية المدة
1	V_0	$I_1 = V_0 \times t \times n_1$	$a_1 = D_1 + I_1$	D_1	$V_1 = V_0 - D_1$
2	V_1	$I_2 = V_1 \times t \times n_2$	$a_2 = D_2 + I_2$	D_2	$V_2 = V_1 - D_2$
3	V_2	$I_3 = V_2 \times t \times n_3$	$a_3 = D_3 + I_3$	D_3	$V_3 = V_2 - D_3$
...	....	....	....	....	....
N	V_{n-1}	$I_n = V_{n-1} \times t \times n_n$	$a_n = D_n + I_n$	D_n	$V_n = V_{n-1} - D_n = 0$
المجموع	-	ΣI	$\Sigma a = \Sigma D + \Sigma I$	$\Sigma D = V_0$	-

وممّا يجب الإشارة إليه، أنّه عند حساب الفائدة السنوية المستحقة، فإنّ مدة التوظيف هي نفسها في كل الفترات؛ إذ أنها تساوي السنة الواحدة، لهذا يتم ضرب قيمة القرض في بداية المدة في معدل الفائدة مباشرة.

مثال 22: اقترض تاجر مبلغًا ماليًّا قيمته 1200000 دج، وقد كان الاتفاق مع الدائن على السداد عن طريق دفعات سنوية ثابتة لمدة 6 سنوات وبمعدل فائدة سنوية قدره 5%.

المطلوب: إعداد جدول اهتلاك (استهلاك) القرض، مع تحليل مختلف علاقاته.

الحل:

بما أنّ طريقة سداد هذا القرض تتمّ بدفعات سنوية ثابتة (حيث يكون السداد في نهاية السنة)، معناه أنّ جملة الدفعات المسدّدة تُعطى وفقًا للقانون الآتي:

$$A = a\frac{(1+t)^n - 1}{t}$$

وكما هو معلوم، فإنّ القيمة الحالية لجملة هذه الدفعات تُعطى بالقانون الآتي:

$$V_0 = \frac{1-(1+t)^{-n}}{t}$$

حيث تمثّل V_0 قيمة القرض في هذه الحالة، ومنه فإنّ قيمة الدفعة الثابتة هي:

$$a = \frac{V_0}{\frac{1-(1+t)^{-n}}{t}}$$

$$\boldsymbol{a = \frac{V_0 \times t}{1-(1+t)^{-n}}}$$

$$a = \frac{1000000 \times 0{,}1}{1-(1{,}1)^{-5}} = \mathbf{236420{,}962}$$

وعليه يُعطى **جدول اهتلاك القرض وفق طريقة الدفعة الثابتة**، كما يلي:

السنوات	قيمة القرض في بداية المدة	الفائدة السنوية I	الدفعة الثابتة (القسط المتساوي) a	الاهتلاك D	قيمة القرض في نهاية المدة
1	1200000	60000	236420,962	176420,962	1023579,04
2	1023579,04	51178,952	236420,962	185242,01	838337,03
3	838337,03	41916,8515	236420,962	194504,111	643832,919
4	643832,919	32191,646	236420,962	204229,316	439603,603
5	439603,603	21980,1802	236420,962	214440,782	225162,821
6	225162,821	11258,1411	236420,962	225162,821	0
المجموع	–	218525,77	1418525,77	1200000	–

إنّ قيمة الدفعة السنوية الثابتة (القسط المتساوي هي مجموع الاهتلاك –الاستهلاك– السنوي (وهو القسط السنوي المُسدّد من القرض) مع الفائدة السنوية، وفقًا للعبارة الآتية:

$$a = D + I$$

وممّا يمكن ملاحظته أيضا، أنّ قيمة الفوائد السنوية في تناقص، بينما أقساط الاهتلاك السنوي في تزايد (نظرًا إلى أنّ الدفعة السنوية ثابتة)

وممّا سبق، يمكن عرض أهمّ العلاقات المستعملة في إعداد جدول اهتلاك (استهلاك) القرض، كما يلي:

-تحليل كيفية حساب عناصر جدول الاهتلاك (الاستهلاك):

الفائدة السنوية = قيمة القرض في بداية المدة (الفترة) × معدل الفائدة × 1 / حيث أنّ مدة التوظيف هي سنة واحدة في كل الفترات، لهذا يتم الضرب في 1.

الاهتلاك (الاستهلاك) السنوي = الدفعة السنوية الثابتة – الفائدة السنوية.

قيمة القرض في نهاية المدة = قيمة القرض في بداية المدة – الاهتلاك (الاستهلاك) السنوي.

قيمة القرض في بداية سنة ما = قيمة القرض في نهاية السنة التي قبلها.

-العلاقة بين الاهتلاكات: حيث تُعطى العلاقة بين أيّ اهتلاك وآخر، كما يلي

$$D_m = D_k\,(1+t)^{m-k}$$

أين يمثل D_m اهتلاك لسنة ما، بينما يمثل D_k اهتلاك لسنة أخرى.

وانطلاقا ممّا سبق، يمكن تقديم بعض العلاقات بين الاهتلاكات، كما يلي:

العلاقة بين الاهتلاك الثالث والاهتلاك الأول

$$D_3 = D_1\ (1+t)^{3-1}$$
$$D_3 = D_1\ (1+t)^2$$
$$D_3 = 176420{,}962\ (1{,}05)^2$$
$$D_3 = \mathbf{194504,111}$$

العلاقة بين الاهتلاك الثالث والاهتلاك السادس

$$D_3 = D_6\ (1+t)^{3-6}$$
$$D_3 = D_6\ (1+t)^{-3}$$
$$D_3 = 225162{,}821\ (1{,}05)^{-3}$$
$$D_3 = \mathbf{194504,111}$$

العلاقة بين الاهتلاك الخامس والاهتلاك الثاني

$$D_5 = D_2\ (1+t)^{5-2}$$
$$D_5 = D_2\ (1+t)^3$$
$$D_5 = 185242{,}01\ (1{,}05)^3$$
$$D_5 = \mathbf{214440,782}$$

-العلاقة بين قيمة القرض في بداية السنة الأخيرة والاهتلاك للسنة الأخيرة:

نجد أنّ الاهتلاك (الاستهلاك) للسنة الأخيرة = قيمة القرض في بداية السنة الأخيرة = قيمة القرض في نهاية السنة ما قبل الأخيرة.

وممّا يجب التنبيه عليه أنّ هذه العلاقة تبقى صالحة فقط بالنسبة إلى السطر الأخير من جدول اهتلاك القرض.

-العلاقة بين الدفعة الثابتة والاهتلاكات:

نعلم أنّ الدفعة الثابتة = الاهتلاك السنوي + الفائدة السنوية، أي

$$a_n = D_n + I_n$$
$$a_n = D_n + V_{n-1} \times t$$
$$a_n = D_n + D_n \times t$$
$$a_n = D_n\ (1+t)$$
$$a = D_n\ (1+t)$$
$$\mathrm{D}_n = \mathrm{D}_1 (1+t)^{n-1}$$
$$a = \mathrm{D}_1 (1+t)^{n-1}\ (1+t)$$
$$a = \mathrm{D}_1 (1+t)^{n-1+1}$$
$$\boldsymbol{a = \mathbf{D}_1 (1+t)^n}$$
$$a = 176420{,}962\ (1{,}05)^6$$
$$a = \mathbf{236420,962}$$

ومنه يمكن استنتاج العلاقة بين الدفعة الثابتة وأيّ اهتلاك، كما يلي:

$$a = \mathrm{D}_1(1+t)^n \qquad / \qquad \mathrm{D}_1 = \mathrm{D}_{\mathrm{m}}(1+t)^{1-m}$$

$$a = \mathrm{D}_{\mathrm{m}}(1+t)^{1-m}(1+t)^n$$

$$\boldsymbol{a = \mathbf{D}_{\mathrm{m}}(1+t)^{n-m+1}}$$

حيث يمكن التأكد من ذلك، من خلال المثال الآتي:

$$a = \mathrm{D}_2(1+t)^{6-2+1}$$

$$a = D_2\,(1+t)^5$$

$$a = 185242{,}01\,(1{,}05)^5$$

$$a = \mathbf{236420{,}962}$$

كما أنّ الدفعة الثابتة = الاهتلاك الأخير + فائدة السنة الأخيرة، ومنه يمكن استنتاج العلاقة بين الدفعة الثابتة والاهتلاك الأخير (وهي صالحة فقط عند السطر الأخير من جدول اهتلاك القرض)، كما يلي:

$$a = \mathrm{D}_{\mathrm{m}}(1+t)^{n-m+1}$$

$$a = \mathrm{D}_n(1+t)^{n-n+1}$$

$$\boldsymbol{a = D_n\,(1+t)}$$

ويمكن التأكد من ذلك، كما يلي

$$a = 225162{,}821(1{,}05) = \mathbf{236420{,}962}$$

-العلاقة بين سطر المجموع:

نجد أنّ مجموع الاهتلاكات (الاستهلاكات) = أصل القرض (قيمة القرض).

كما أنّ مجموع الدفعات = مجموع الاهتلاكات (أصل القرض) + مجموع الفوائد.

-العلاقة بين أصل القرض والاهتلاك الأول:

من المعلوم أنّ مجموع الاهتلاكات تمثل أصل القرض

$$V_0 = \mathrm{D}_1 + \mathrm{D}_2 + \mathrm{D}_3 + \ldots\ldots + \mathrm{D}_{\mathrm{n}}$$

$$V_0 = \mathrm{D}_1\,(1+t)^0 + \mathrm{D}_1(1+t)^1 + \mathrm{D}_1(1+t)^2 + \ldots + \mathrm{D}_1(1+t)^{n-1}$$

حيث نجد أنّ هذا المجموع هو مجموع متتالية هندسية، أين يعتبر (1+t) أساسها، بينما يشكل n عدد حدودها، في حين يمثل D_1 حدّها الأول.

ومنه نستنتج قانون مجموع الاهتلاكات كما يلي:

$$V_0 = \mathrm{D}_1\,\frac{(1+t)^n-1}{(1+t)-1}$$

وعليه يمكن إعطاء العلاقة بين أصل القرض والاهتلاك الأول

$$\boldsymbol{V_0 = D_1\,\frac{(1+t)^n-1}{t}}$$

-العلاقة بين أصل القرض واهتلاك ما:

كما تمّ بيانه سابقا، فإنّ العلاقة بين اهتلاكين تُعطى كما يلي

$$D_m = D_k \ (1+t)^{m-k}$$
$$\mathrm{D}_1 = \mathrm{D}_{\mathrm{m}}(1+t)^{1-m}$$

ومن العلاقة بين أصل القرض والاهتلاك الأول نستنتج

$$\boldsymbol{V_0 = \mathrm{D}_{\mathrm{m}}(1+t)^{1-m} \times \frac{(1+t)^n - 1}{t}}$$

-العلاقة بين الفوائد والاهتلاكات:

$$a_1 = D_1 + I_1 \ldots\ldots(1)$$
$$a_3 = D_3 + I_3 \ldots\ldots(2)$$

وبطرح العبارة (2) من (1) نجد:

$$a_3 - a_1 = (D_3 + I_3) - (D_1 + I_1)$$
$$a_3 - a_1 = D_3 + I_3 - D_1 - I_1$$
$$D_3 + I_3 - D_1 - I_1 = 0$$
$$D_3 - D_1 = I_1 - I_3$$

ومنه فإنّ الفرق بين فائدتين مختلفتين يساوي إلى الفرق بين اهتلاكين مختلفين، بشرط أن يكون هذا متعلّق بنفس الفترة، وعليه يمكن صياغة ذلك وفقًا للعبارة الآتية:

$$\boldsymbol{D_m - D_k = I_k - I_m}$$

-حساب مبلغ القرض المسدّد إلى غاية تاريخ ما (إجمالي المبلغ المسدّد بعد تسديد دفعة p):

إنّ المبلغ المسدّد إلى غاية تاريخ ما، يعبّر عن مجموع الاهتلاكات التي تمّ سدادها إلى غاية هذا التاريخ

$$V_p = \mathrm{D}_1 + \mathrm{D}_2 + \mathrm{D}_3 + \ldots\ldots + \mathrm{D}_{\mathrm{p}}$$

$$\boldsymbol{V_p = D_1 \frac{(1+t)^p - 1}{t}}$$

وبما أنّ

$$\mathrm{D}_1 = a\,(1+t)^{-n}$$

فيمكن حساب مبلغ القرض المسدّد إلى غاية تاريخ ما بدلالة الدفعة، وفقًا لما يلي:

$$\boldsymbol{V_p = a\,(1+t)^{-n} \times \frac{(1+t)^p - 1}{t}}$$

كما يمكن حسابه بالعلاقة الآتية

$$V_0 = D_1 \frac{(1+t)^n - 1}{t}$$

$$D_1 = \frac{V_0}{\frac{(1+t)^n - 1}{t}}$$

$$D_1 = \frac{V_0 \times t}{(1+t)^n - 1}$$

$$V_p = \frac{V_0 \times t}{(1+t)^n - 1} \times \frac{(1+t)^p - 1}{t}$$

$$\boldsymbol{V_p = V_0 \frac{(1+t)^p - 1}{(1+t)^n - 1}}$$

المبلغ المتبقي من القرض بعد سداد دفعة ما P:

حيث يمثل هذا المبلغ، قيمة القرض المتبقي في نهاية تلك السنة، أين يمثل الفرق بين أصل القرض وإجمالي المبلغ المسدد إلى غاية هذا التاريخ

$$\boldsymbol{V_R = V_0 - V_p}$$

$$V_R = D_1 \frac{(1+t)^n - 1}{t} - D_1 \frac{(1+t)^p - 1}{t}$$

$$\boldsymbol{V_R = D_1 \left[\frac{(1+t)^n - (1+t)^p}{t}\right]}$$

وانطلاقا من هذا القانون، يمكن حساب المبلغ المتبقي من القرض بعد سداد دفعة ما، بدلالة الدفعة الثابتة a

$$V_R = a\,(1+t)^{-n} \left[\frac{(1+t)^n - (1+t)^p}{t}\right] \;/\; D_1 = a\,(1+t)^{-n}$$

$$V_R = a \left[\frac{(1+t)^{-n}(1+t)^n - (1+t)^{-n}(1+t)^p}{t}\right]$$

$$V_R = a \left[\frac{(1+t)^{-n+n} - (1+t)^{-n+p}}{t}\right]$$

$$\boldsymbol{V_R = a \left[\frac{1 - (1+t)^{-n+p}}{t}\right]}$$

وممّا تجدر الإشارة إليه، أنّ هذه العلاقات الموضحة سابقا، صالحة فقط في حالة الدفعات السنوية الثابتة (الأقساط السنوية المتساوية).

استهلاك القروض باهتلاكات ثابتة (استهلاكات متساوية): يتم تسديد الدين (القرض) حسب هذه الطريقة، دوريا بدفعات تشمل (تتضمن) جزء ثابت من أصل القرض (الاهتلاك أو الاستهلاك الثابت) وجزء من الفائدة على القرض المتبقي لكلّ فترة، والعنصر المهم حسب هذه الطريقة هو تحديد قيمة الاهتلاك (الاستهلاك) الثابت. بحيث تتحدد قيمة الاهتلاك الثابت (الاستهلاك الثابت) بحسابها مباشرة، وهذا بقسمة قيمة أصل القرض (قيمة القرض) الأساسية على عدد الدفعات كما يلي: $D = \frac{V_0}{n}$. ويأخذ جدول استهلاك (اهتلاك) القرض حسب هذه الطريقة، نفس شكل جدول استهلاك (اهتلاك) القرض بالأقساط الثابتة (الدفعات الثابتة)[68]، مع الفرق في خصائص محتوياته واختلافها عنها في الطريقة السابقة.

كما يشتمل على قيمة الاستهلاكات الثابتة (الاهتلاكات الثابتة أو المتساوية) والأقساط (الدفعات) الواجب سدادها كل فترة. حيث يستحق قسط الاهتلاك الثابت (الاهتلاك أو الاستهلاك المتساوي) في نهاية كل فترة زمنية من فترات استهلاك القرض، أما الفائدة المستحقة في نهاية كل فترة زمنية فيتم حسابها على الرصيد المتبقي من القرض في كل فترة زمنية، أي بعد خصم قسط الاهتلاك المتساوي (بعد طرح الجزء المُسدد من القرض)، وبالنظر إلى الفائدة المستحقة عن الرصيد المتبقي في نهاية كل فترة زمنية سنجدها تتناقص بمقدار ثابت من فترة زمنية لأخرى، ويرجع ذلك إلى تناقص الرصيد المتبقي (من القرض) والمحسوبة على أساسه (الفائدة) من فترة زمنية لأخرى بمقدار D، ومن ثم نجد أن حدود (مبالغ) الفوائد المستحقة خلال مدة استهلاك (اهتلاك) القرض تكون متتالية عددية. وعليه فإن القسط (الدفعة) الواجب سداده a في نهاية كل فترة زمنية يتكون من جزئين هما: قسط الاستهلاك الثابت (الاهتلاك الثابت أو المتساوي) + الفائدة المستحقة عن كل فترة زمنية، حيث: $a_k = D + I_k$، ونظرا إلى أنّ قسط الاستهلاك (الاهتلاك السنوي) D ثابت خلال كل الفترات وأنّ الفائدة تتناقص بمقدار ثابت، فالنتيجة هي تناقص قيمة القسط (الدفعة) الواجب سداده a بالمقدار الثابت المتناقص من الفائدة، ولهذا تسمى هذه الطريقة من استهلاك (اهتلاك) القروض بطريقة القسط المتناقص (أو ما يسمى بالدفعة المتناقصة)[69].

ويتكون هذا الجدول من ستة أعمدة مرتبة كالآتي[70]:

- **العمود الأول**: يتضمن هذا العمود السنوات المخصصة لسداد القرض، ويرمز لها بـ: (1,2,3, …,n).
- **العمود الثاني**: يتضمن هذا العمود قيمة القرض في بداية كل سنة (أو قيمة القرض المتبقي للسداد)، والتي يرمز لها بـ: (V_0 , V_1 ,V_2 ,V_3 ,……..,V_{n-1}).
- **العمود الثالث**: حيث يتضمن قسط الاهتلاك (الاستهلاك) المتساوي للقرض خلال فترة سداد القرض. والتي يرمز لها بـ: ($D_1 = D_2 = D_3 =, \ldots\ldots\ldots, = D_n$).
- **العمود الرابع**: والذي يتضمن الدفعة المتغيرة وهي عبارة قسط الاهتلاك (الاستهلاك) مضافا إليه الفائدة السنوية، ويرمز لها بـ: a حيث تكون هذه الدفعات متناقصة : ($a_1 > a_2 > a_3 > \ldots\ldots > a_n$).

- **العمود الخامس:** يتضمن هذا العمود الفائدة السنوية (والتي تحسب من قيمة القرض في بداية كل سنة) ويرمز لها بالرمز: ($I_1 > I_2 > I_3 >, \dots\dots\dots > I_n$).
- **العمود السادس:** والذي نجده يتضمن قيمة القرض في نهاية كل سنة (وهي نفسها قيمة القرض في السنة التي قبلها)، ويرمز لها بالرموز ($V_1, V_2, V_3, \dots\dots\dots, V_n$).

مثال 23: انطلاقا من نفس معطيات المثال السابق (مثال 22).

المطلوب: قم بإنجاز جدول اهتلاك (استهلاك) القرض حسب طريقة الاهتلاكات الثابتة (المتساوية).

الحل:

في هذه الحالة، فإنّ الأجزاء المسدّدة من القرض (الاهتلاكات أو الاستهلاكات السنوية) متساوية طوال فترة السداد، أي أنّ الاهتلاك الأول = الاهتلاك الثاني = الاهتلاك الثالث وهكذا، وفقًا للعبارة الآتية:

$$D_1 = D_2 = D_3 = \dots\dots\dots = D n = \frac{V_0}{n}$$

ومنه نجد قسط الاهتلاك (الاستهلاك) السنوي الثابت D لهذا المثال بقسمة قسمة القرض على عدد سنوات السداد، كما يلي:

$$D = \frac{V_0}{n} = \frac{1200000}{6} = \mathbf{200000}$$

جدول اهتلاك القرض وفق طريقة الاهتلاك الثابت

السنوات	قيمة القرض في بداية المدة	الفائدة السنوية I	الدفعة السنوية (المتناقصة) (القسط السنوي) a	الاهتلاك الثابت D	قيمة القرض في نهاية المدة
1	**1200000**	**60000**	**260000**	**200000**	**1000000**
2	**1000000**	**50000**	**250000**	**200000**	**800000**
3	**800000**	**40000**	**240000**	**200000**	**600000**
4	**600000**	**30000**	**230000**	**200000**	**400000**
5	**400000**	**20000**	**220000**	**200000**	**200000**
6	**200000**	**10000**	**210000**	**200000**	**0**
المجموع	–	**210000**	**1410000**	**1200000**	–

وفيما يلي كيفية حساب عناصر جدول اهتلاك (استهلاك) القرض أعلاه:

الفائدة السنوية = قيمة القرض في بداية المدة × معدل الفائدة × 1 / حيث أنّ مدة التوظيف هي سنة واحدة في كل الفترات، لهذا يتم الضرب في 1.

الاهتلاك (الاستهلاك) السنوي **ثابت**، وهذا بقسمة أصل القرض على عدد الدفعات السنوية.

قيمة الدفعة السنوية = قيمة الفائدة لسنة ما + قسط الاهتلاك (الاستهلاك) الثابت لتلك السنة.

قيمة القرض في نهاية المدة = قيمة القرض في بداية المدة– الاهتلاك(الاستهلاك) السنوي.

قيمة القرض في بداية سنة ما = قيمة القرض في نهاية السنة التي قبلها.

- **استهلاك (اهتلاك) القروض مرة واحدة في نهاية المدة:** وفق هذه الطريقة، يتمّ تسديد المبلغ المقترض (قيمة القرض أو أصل القرض) في نهاية مدة الاقتراض، على أن يتمّ تسديد الفوائد سنويا بحيث[71]:
  - تكون الفائدة السنوية ثابتة طوال مدة القرض.
  - تكون الدفعات ثابتة وتساوي قيمة الفائدة السنوية، ما عدا في السنة الأخيرة (لأن قيمة الاهتلاك السنوي معدومة نظرًا إلى عدم وجود تسديد لأي جزء من القرض إلاّ عند نهاية السنة الأخيرة)، حيث نجد الدفعة تساوي قيمة القرض مضافا إليه قيمة الفائدة السنوية للسنة الأخيرة.

في هذه الطريقة، نجد أنّ جدول اهتلاك (استهلاك) القرض له نفس شكل الطريقتين السابقتين من حيث عدد الأعمدة، مع وجود الاختلاف في خصائص محتوياتها، أين يكون الاهتلاك (الاستهلاك) السنوي معدوما (أي لا يوجد أي تسديد من قيمة القرض) إلى غاية السنة الأخيرة، والتي يكون هذا الاهتلاك (الاستهلاك) مُساوٍ لقيمة القرض؛ ولهذا تسمى بطريقة التسديد النهائي **In Fine**. كما أنّ الدفعة السنوية المُسددة هي نفسها قيمة الفائدة السنوية المستحقّة، إلاّ عند السنة الأخيرة، بحيث تساوي هذه الدفعة المُسددة قيمة الفائدة لتلك السنة مضافا إليها قيمة القرض.

مثال 24: انطلاقا من نفس معطيات المثال السابق (مثال 22).

المطلوب: قم بإنجاز جدول اهتلاك (استهلاك) القرض حسب طريقة التسديد النهائي (طريقة الاهتلاك مرة واحدة في نهاية القرض)

الحل: كما تمّ الإشارة إليه سابقا، فإنّ المدين لا يُسدد أيّ جزء من القرض (أي لا يُسدد أيّ اهتلاك)، إلاّ عند السنة الأخيرة، أمّا الفوائد المستحقة، فهي تُسدد بشكل عادي خلال مدة القرض. وفيما تعلّق بالدفعات، فهي نفسها قيمة الفوائد السنوية (لأنّ الاهتلاك السنوي معدوم) ما عدا في السنة الأخيرة، والتي تساوي قيمة الدفعة عندها قيمة الفائدة مضافا إليها قيمة القرض.

والجدول الآتي يوضح ذلك.

جدول اهتلاك القرض وفق طريقة الدفع الأخير In Fine

السنوات	قيمة القرض في بداية المدة	الفائدة السنوية I	الدفعة السنوية (القسط السنوي) a	الاهتلاك D	قيمة القرض في نهاية المدة
1	1200000	60000	60000	–	1200000
2	1200000	60000	60000	–	1200000
3	1200000	60000	60000	–	1200000
4	1200000	60000	60000	–	1200000
5	1200000	60000	60000	–	1200000
6	1200000	60000	1260000	1200000	0
المجموع	–	360000	1560000	1200000	–

وفيما يلي كيفية حساب عناصر جدول اهتلاك (استهلاك) القرض أعلاه:

الفائدة السنوية = قيمة القرض في بداية المدة × معدل الفائدة × 1 / حيث أنّ مدة التوظيف هي سنة واحدة في كل الفترات، لهذا يتم الضرب في 1.

الاهتلاك (الاستهلاك) السنوي **معدوم** إلاّ في السنة الأخيرة فإنه يساوي مقدار القرض.

قيمة الدفعة السنوية = قيمة الفائدة لتلك السنة، إلاّ في السنة الأخيرة؛ فإنها تساوي مقدار الفائدة السنوية مضافا إليها مقدار القرض (لأن الاهتلاك للسنة الأخيرة يساوي مقدار القرض).

قيمة القرض في نهاية المدة = قيمة القرض في بداية المدة، إلا في السنة الأخيرة.

قيمة القرض في بداية السنة = قيمة القرض في نهاية السنة التي قبلها.

رابعا: اختيار الاستثمارات (اختيار المشاريع الاستثمارية)

إنّ عملية اختيار المشاريع الاستثمارية ترتكز على جملة من الدراسات؛ والتي تُعرف "بدراسات الجدوى"، أين يستند مُتّخذ القرار الاستثماري على نتائجها في قبول المشاريع أو رفضها[72]، حيث تعدّ هذه الدراسة من أبرز المعايير التي يتوجب الاستناد إليها عند الشروع في تطبيق أيّ فكرة استثمارية، ذلك أنّ مدى نجاح المشروع الاستثماري أو فشله مرتبط بعددٍ من المتغيرات الأساسية، والتي يتمّ التطرق إليها سواء كمرحلة مبدئية قبل الانطلاق، أو كمرحلة تفصيلية في حال إمكانية تطبيق المشروع على أرض الواقع[73].

وإنّ من أُسس اختيار المشاريع الاستثمارية أن يتمّ التركيز على المشروع الاستثماري الذي يتميز بخصائص تتوافق مع أهداف المؤسسة من حيث: تكلفة الحيازة، العمر الإنتاجي، القيمة الباقية (القيمة المتبقية)، طرق التسديد وكذا المداخيل الصافية التي يُنتظر الحصول عليها[74].

وعمومًا سينصب الاهتمام في هذا الفصل على معايير تقييم المشاريع الاستثمارية وبيان تطبيقات الرياضيات المالية فيها، دون عرض كيفية حساب التدفقات النقدية والخوض في تفاصيلها.

وقبل توضيح هذه المعايير وكيفية حسابها والاعتماد عليها، فإنه يجدر بنا أولاً الإشارة إلى بعض المفاهيم الأساسية المتعلقة بالمشاريع الاستثمارية.

تعريف الاستثمار: هو عملية تقتضي التضحية بمبالغ مالية في الوقت الحاضر بهدف الحصول على عوائد في المستقبل (على المدى المتوسط والطويل)[75]. وبتعبير آخر فإنّ الاستثمار هو التخلي عن قدرة شرائية في الوقت الحالي، مقابل احتمال (أي وجود عنصر المخاطرة) الحصول على قدرة شرائية أعلى في المستقبل.

تعريف المشروع الاستثماري: يعرف المشروع الاستثماري على أنه فكرة محددة لاستخدام بعض الموارد الاقتصادية بطريقة معينة ولفترة محددة، قصد الوصول إلى هدف معيّن أو عدة أهداف، على أن تزيد إيرادات (منافع) هذا المشروع على تكاليف إنشائه وتشغيله[76]. كما يُمكن اعتبار المشروع الاستثماري، عملية تتضمن تخصيص موارد مالية لمشروع صناعي أو ماليّ، بُغية تحقيق تدفقات نقدية محتملة وعلى فترات زمنية لاحقة.

التدفقات النقدية: تشير التدفقات النقدية لأي مشروع إلى مقدار التدفق الصافي الناتج عن تنفيذه، كما يجب التمييز بين التدفقات النقدية الداخلة والتدفقات النقدية الخارجة، حيث تمثل التدفقات النقدية الداخلة تلك الإيرادات النقدية (المبيعات) والعوائد المنتظر تحقيقها من خلال تنفيذ هذا المشروع، يضاف إليها القيمة المتبقية عند التنازل عن المشروع أو الاستثمار في شكل خردة بعد انتهاء العمر الافتراضي له، بينما تعبّر التدفقات النقدية الخارجة أو الصادرة عن النفقات التي يتحملها المشروع خلال مدة الاستغلال، ويتم دفعها خلال فترات زمنية معينة لتشغيل الاستثمار أو المشروع؛ والتي تتمثل بصفة أساسية في تكلفة الأصل، مصاريف الصيانة، اليد العاملة، المواد الأولية، الضريبة المستحقة[77]. وبهذا فإنّ التدفقات النقدية الصافية، هي ذلك الفرق بين التدفقات النقدية الداخلة والتدفقات النقدية الخارجة، خلال كل سنة من سنوات العمر المتوقع (الافتراضي) لحياة المشروع.

ومما يجب التنبيه عليه، أنّه يتم التركيز -عند اتخاذ القرار الاستثماري- على التدفق النقدي وليس على التدفق الدفتري أو المحاسبي، فالمشروع أو الاستثمار أو المؤسسة تحقق خلال سنة إيرادات وتتحمل تكاليف، وعليه فإنّ التدفق هو عبارة عن الفرق بين تلك الإيرادات والتكاليف، غير أنّه عند حساب التدفقات النقدية المحاسبية فإنّه غالبًا ما يتم طرح أعباء الضرائب واستهلاك رأس المال من التدفق النقدي للحصول على الأرباح الصافية، ولكن المستثمر ينظر إلى التدفقات النقدية على أنها تشمل الأرباح الصافية بعد طرح الضرائب مضافا لها الاستهلاك على اعتبار أن الاهتلاك هو إنفاق دفتري. ومن هنا تأتي أهمية التمييز بين التدفقات النقدية من وجهة نظر الاستثمار والتدفقات النقدية المحاسبية، ففي حين أن الأولى (التدفقات النقدية) تركز على التدفقات النقدية الصافية فإن الأخيرة (التدفقات المحاسبية) تركز على الأرباح الصافية وهي التدفقات الصافية مطروحا منها الاهتلاك[78].

كما يجب التنبيه على أنّه، قد تكون للمشروع الاستثماري قيمة متبقية في نهاية العمر الإنتاجي، والتي تعتبر كتدفق نقدي داخل (أي كإيراد) للمؤسسة في نهاية المدة.

معايير اختيار المشاريع الاستثمارية: تمثل عملية تقييم المشاريع الاستثمارية مرحلة هامة في دورة حياة المشروع، حيث يتضمن هذا التقييم عادةً تحليلًا لتكاليف وفوائد المشروع، الأمر الذي يساعد المؤسسات على تحديد جدوى المشروع وتكلفته وفوائده قبل تخصيص الموارد المالية، كما يُعدّ تقييمًا مستقلًا للمشروع ويعزز مصداقيته، وعليه فإنّ تقييم المشاريع الاستثمارية عبارة عن عملية وضع المعايير اللازمة التي يمكن من خلالها التوصل الى اختيار البديل او المشروع المناسب من بين عدة بدائل مقترحة والذي يضمن تحقيق الأهداف المحددة. وتتنوّع الطرق والمعايير التي يمكن الاعتماد عليها في اختيار المشاريع الاستثمارية والمفاضلة بينها، وهذا استنادا إلى طبيعة الأوضاع ووفقا إلى ما يهدف إليه مُتّخذ القرار. حيث نجد هذه المعايير تُصنف إلى حالتين رئيستين:

أ- **حالة عدم التأكد:** وهي تلك الحالة التي تمثل الشك وعدم اليقين بشأن الأوضاع المستقبلية (أي احتمال حدوثها)، كما تكون توزيعاتها الاحتمالية غير معروفة، لهذا يقوم متّخذ القرار بتوقع المستقبل من أجل الوصول إلى تقديرات احتمالية، ذلك أنه يصعب عليه الجزم به. ومن المعايير المعتمدة في ذلك: أسلوبي تحليل الحساسية ونظرية المباراة، أسلوبي شجرة القرارات والمحاكاة، أسلوبي التحليل الاحتمالي.

ب- **حالة التأكّد:** أي أنّ الأوضاع المستقبلية متأكَّدٌ من حدوثها، ولهذا فهي تفترض وجود نوع من اليقين بشأن المستقبل، ذلك أن توقعاتها قائمة أساس فرضية استقرار الظروف العامة ومحيط المؤسسة بمختلف جوانبه. وتُقسم معايير الاختيار في هذه الحالة إلى قسمين، معايير تقليديةٌ لا تأخذ بعين الاعتبار القيمة الزمنية للنقود (أي تلك المعايير ترى أنّ النقود لا تفقد قيمتها عبر الزمن)، وأخرى حديثة تأخذ بعين الاعتبار القيمة الزمنية للنقود (أي تلك المعايير التي تعتبر أنّ النقود تفقد قيمتها عبر الزمن بفعل عامل التضخم؛ وهو ما يجعل قيمة التدفقات مختلفة من سنة إلى أخرى حتى لو تساوت أرقامها).

ومما تجدر الإشارة إليه، أنّه سيتم التركيز في هذا الفصل على معايير الاختيار في حالة التأكّد فقط.

1- المعايير التقليدية في اختيار الاستثمارات: أي تلك المعايير التي لا تهتم بالقيمة الزمنية للنقود، وهي:

- **مقياس فترة الاسترداد البسيطة (العادية) DRS:** تقوم هذه الطريقة على تحديد المدة اللازمة لاسترجاع تكاليف المشروع، وهذا اعتمادا على التدفقات الصافية المتولدة من الاستثمار الأصلي، بحيث يتم اعتبار المشروع الأحسن، المشروع الذي يتم فيه استرجاع قيمة الاستثمارات الأصلية أو المبدئية في أقل عدد من السنوات.

وتختلف طريقة حساب مدة الاسترداد بحسب نوع التدفقات النقدية، سواء كانت ثابتة أو متغيرة.

- **حالة التدفقات النقدية الثابتة:** بحيث تكون التدفقات النقدية متساوية خلال كامل فترة استغلال المشروع، أين تحسب فترة الاسترداد كما يلي:

$$DR = \frac{I_0}{CFA}$$

I_0 : القيمة الأصلية (التكلفة المبدئية أو التكلفة الأولية) للمشروع

CFA : التدفقات النقدية السنوية (المتساوية)

مثال 25: ليكن لديك المشروعين الآتيين:

المشروع الأول: قدرت تكلفة المشروع الأولية 4500000 دج ومن المتوقع أن يحصل على تدفقات نقدية صافية سنويا تقدر بـ: 900000 دج.

المشروع الثاني: قدرت تكلفة المشروع الأولية 3000000 دج ومن المتوقع أن يحصل على صافي تدفقات نقدية سنويا تقدر بـ: 750000 دج.

المطلوب: قم باختيار أفضل مشروع حسب طريقة فترة الاسترداد.

الحل: نعتمد على القانون السابق

$$DR_1 = \frac{I_0}{CFA} = \frac{45000000}{900000} = 5$$

$$DR_2 = \frac{I_0}{CFA} = \frac{3000000}{750000} = 4$$

المقارنة: من خلال مقارنة فترة استرداد المشروعين، فإنّه يتم اختيار المشروع الثاني لأنه يسترد تكاليف الاستثمار في مدة **4 سنوات**، مقارنة بالمشروع الأول الذي نجده يسترد تكاليفه في **5 سنوات**.

- **حالة التدفقات النقدية المتغيرة:** تتحقّق فترة استرداد تكاليف الاستثمار في هذه الحالة، عندما تتساوى القيمة الأصلية (القيمة الأولية أو المبدئية) للمشروع مع مجموع التدفقات النقدية المتحققة خلال السنوات المستقبلية، وبهذا فإنّه يتم حساب فترة الاسترداد من خلال جمع التدفقات النقدية خلال السنوات المختلفة، حتى تتساوى مع قيمة الاستثمار الأصلي أو المبدئي.

مثال 26: إليك المشروعين الآتيين:

المشروع الأول:

السنوات	1	2	3	4
التدفقات النقدية الصافية السنوية (دج)	2000000	2500000	3500000	4000000

المشروع الثاني:

السنوات	1	2	3	4
التدفقات النقدية الصافية السنوية (دج)	1500000	2500000	3000000	4000000

المطلوب: إذا علمت أنّ التكلفة المبدئية (التكلفة الأولية) للمشروعين هي 8000000 دج، ما هو أفضل مشروع وفقًا لمعيار فترة الاسترداد؟

الحل: نقوم بحساب التدفقات النقدية المتراكمة لكل مشروع، ثم نقارن بين فترة الاسترداد لكلّ منهما

المشروع الأول:

السنوات	1	2	3	4
التدفقات النقدية الصافية السنوية (دج)	2000000	2500000	3500000	4000000
التدفقات النقدية الصافية المتراكمة (دج)	2000000	4500000	8000000	12000000

المشروع الثاني:

السنوات	1	2	3	4
التدفقات النقدية الصافية السنوية (دج)	1500000	2500000	3000000	4000000
التدفقات النقدية الصافية المتراكمة (دج)	1500000	4000000	7000000	11000000

بالنسبة إلى المشروع الأول، فإنه بنهاية السنة الثالثة تكون التدفقات النقدية الصافية المتراكمة قد بلغت قيمة 8000000 دج، وهو ما يمثّل القيمة الأولية للمشروع (التكلفة المبدئية للمشروع).

وعليه فإنّ فترة استرداد المشروع الأول هي **ثلاث (3) سنوات**.

أمّا بالنسبة إلى المشروع الثاني، فنلاحظ أنّه بنهاية السنة الثالثة تكون التدفقات المتراكمة قد بلغت قيمة 7000000 دج وبنهاية السنة الرابعة تبلغ التدفقات المتراكمة 11000000 دج، معناه أنّ فترة استرداد التكلفة الأولية (التكلفة المبدئية للمشروع) بعد السنة الثالثة وقبل نهاية السنة الرابعة، والتي يتم حسابها كما يلي:

المبلغ المتبقي للاسترداد بعد نهاية السنة الثالثة يبلغ 1000000 دج (8000000دج- 7000000 دج)

إذن:

1000000 دج ⟵ ن

4000000 دج ⟵ 12 شهر

$$\text{ن} = \frac{1000000 \text{دج} \times 12 \text{ شهر}}{4000000 \text{ دج}} = 3 \text{ أشهر}$$

وعليه فإنّ فترة استرداد المشروع الثاني هي: **ثلاث (3) سنوات وثلاثة (3) أشهر.**

المقارنة: إذن يتم اختيار المشروع الأول باعتباره أفضل مشروع، حيث يسترد تكاليف الاستثمار في أقل مدة وهي **ثلاث (3) سنوات كاملة**، أمّا المشروع الثاني فنجده يسترد تكاليفه في ثلاث (3) **سنوات و ثلاثة (3) أشهر.**

- **معدل العائد المحاسبي TRC**: ويصطلح عليه معدل المردودية المتوسطة أو معدل العائد المتوسط TMR أو معدل الربح المتوسط TPM، أو الطريقة المحاسبية، على اعتبار أنه يعتمد على البيانات المحاسبية في عملية حساب متوسط العائد، حيث يعبر هذا المؤشر عن نسبة الربح الصافي السنوي المتوقع للمشروع مقارنة بتكاليفه، وذلك بعد اقتطاع المستحق الضريبي، وبالتالي فهو يقيس مردودية الأموال المستثمرة اعتمادا على الوثائق المحاسبية، ويتم حسابه بقسمة متوسط صافي الربح على رأس المال المستثمر[79] (أو ما يسمى بمتوسط التكلفة الاستثمارية للمشروع)، والذي يعطى بالعلاقة الآتية[80]

$$\textbf{معدل العائد المتوسط} = \frac{\text{متوسط الربح الصافي}}{\text{متوسط التكلفة الاستثمارية للمشروع}}$$

حيث أنّ:

$$\textbf{متوسط الربح الصافي} = \frac{\text{مجموع الأرباح الصافية السنوية}}{\text{العُمر الإنتاجي للمشروع}}$$

وللإشارة فإنّ الأرباح الصافية السنوية لا تمثّل التدفقات النقدية السنوية، حيث تحسب وفقا كما يلي:

الربح الصافي السنوي = التدفق النقدي الصافي السنوي – قسط الاهتلاك السنوي

$$\textbf{متوسط التكلفة الاستثمارية للمشروع} = \frac{\text{التكلفة المبدئية} + \text{القيمة المتبقية}}{2}$$

وعليه فإنّ اتخاذ القرار بقبول المشروع أو رفضه، يتمّ كما يلي:

- إذا كان معدل العائد المحاسبي أكبر من معدل العائد الأدنى المطلوب، يُقبل المشروع الاستثماري، أمّا إذا كان هذا المعدل أقلّ من المعدل الأدنى المطلوب، فيتمّ رفض المشروع.

- أمّا في حالة المفاضلة والاختيار بين مشروعين أو أكثر (والتي تكون لها معدلات عائد أكبر من المعدل الأدنى المطلوب)، فإنّه يتمّ اختيار المشروع الذي له أكبر معدل عائد محاسبي.

مثال 27: تريد مؤسسة المفاضلة بين مشروعين، حيث أنّ معدل العائد الأدنى المطلوب هو 15%.

المشروع الأول: تكلفته 2400000 دج

السنوات	**1**	**2**	**3**	**4**
الأرباح الصافية السنوية (دج)	300000	350000	300000	400000

المشروع الثاني: تكلفته 2800000 دج

السنوات	**1**	**2**	**3**	**4**
الأرباح الصافية السنوية (دج)	100000	200000	3000000	500000

المطلوب: ما هو أفضل مشروع وفقًا لطريقة معدل العائد المحاسبي؟ حيث لا توجد أي قيمة متبقية.

الحل:

نقوم أوّلا بحساب معدل العائد المحاسبي للمشروع الأول، وهذا بحساب متوسط صافي الربح له، ثمّ حساب متوسط التكلفة الاستثمارية، كما يلي:

حساب متوسط الربح الصافي

$$\bar{\boldsymbol{R}} = \frac{1350000}{4} = 337500$$

حساب متوسط التكلفة الاستثمارية

متوسط التكلفة الاستثمارية للمشروع= $\frac{0+2400000}{2}$= 1200000

وعليه فإنّ معدل العائد المحاسبي للمشروع الأول هو:

$$\boldsymbol{TRC} = \frac{\bar{R}}{I_0} \times 100\ \% = \frac{337500}{1200000} \times 100\ \% = \mathbf{28,125}\%$$

أمّا معدل العائد المحاسبي للمشروع الثاني، فيُحسب كما يلي:

حساب متوسط الربح الصافي

$$\bar{\boldsymbol{R}} = \frac{1100000}{4} = 275000$$

حساب متوسط التكلفة الاستثمارية

متوسط التكلفة الاستثمارية للمشروع= $\frac{0+2800000}{2}$= 1400000

وعليه فإنّ معدل العائد المحاسبي للمشروع الثاني، هو:

$$\boldsymbol{TRC} = \frac{\bar{R}}{I_0} \times 100\ \% = \frac{275000}{1400000} \times 100\ \% = \boldsymbol{19,64\%}$$

المقارنة: وفقا لهذه الطريقة المعتمدة، نجد أنّ كلا المشروعين لهما معدل عائد محاسبي أعلى من المعدل الأدنى المطلوب، غير أنّ معدل المشروع الأول قد بلغ **28,125%**، في حين نجد أنّ معدل العائد المحاسبي للمشروع الثاني بلغ **19,64%**، وعليه يتمّ قبول المشروع الأول ورفض المشروع الثاني، وفقًا لهذا المعيار.

مثال 28: تريد مؤسسة المفاضلة بين مشروعين، حيث أنّ معدل العائد الأدنى المطلوب هو 12%.

المشروع الأول: تكلفته 28000 دج، وقيمته المتبقية 8000 دج.

السنوات	**1**	**2**	**3**	**4**
الأرباح الصافية السنوية (دج)	1000	500	3000	5000

المشروع الثاني: تكلفته 24000 دج، وقيمته المتبقية 4000 دج.

السنوات	**1**	**2**	**3**	**4**
الأرباح الصافية السنوية (دج)	2000	2000	2000	2000

المطلوب: ما هو أفضل مشروع وفقًا لطريقة معدل العائد المحاسبي؟

الحل:

نقوم أوّلا بحساب معدل العائد المحاسبي للمشروع الأول، وهذا بحساب متوسط صافي الربح له، ثمّ حساب متوسط التكلفة الاستثمارية، كما يلي:

حساب متوسط الربح الصافي

$$\boldsymbol{\bar{R}} = \frac{9000}{4} = 2375$$

حساب متوسط التكلفة الاستثمارية

متوسط التكلفة الاستثمارية للمشروع= $\frac{8000+28000}{2}$= 36000

وعليه فإنّ معدل العائد المحاسبي للمشروع الأول هو:

$$\boldsymbol{TRC} = \frac{\bar{R}}{I_0} \times 100\ \% = \frac{2375}{36000} \times 100\ \% = \boldsymbol{13,19\%}$$

أمّا معدل العائد المحاسبي للمشروع الثاني، فيُحسب كما يلي:

حساب متوسط الربح الصافي

$$\boldsymbol{\bar{R}} = \frac{8000}{4} = 2000$$

حساب متوسط التكلفة الاستثمارية

متوسط التكلفة الاستثمارية للمشروع= $\frac{4000+24000}{2}$ = 14000

وعليه فإنّ معدل العائد المحاسبي للمشروع الثاني، هو:

$$TRC = \frac{\bar{R}}{I_0} \times 100\ \% = \frac{2000}{14000} \times 100\ \% = \mathbf{14,28\%}$$

المقارنة: وفقا لهذه الطريقة المعتمدة، نجد أنّ كلا المشروعين لهما معدل عائد محاسبي أعلى من المعدل الأدنى المطلوب، غير أنّ معدل المشروع الأول قد بلغ **13,19%**، في حين نجد أنّ معدل العائد المحاسبي للمشروع الثاني بلغ **14,28%**، وعليه يتمّ قبول المشروع الثاني ورفض المشروع الأول، وفقا لهذا المعيار.

2- المعايير الحديثة في اختيار الاستثمارات: وهي تلك المعايير التي تأخذ بعين الاعتبار القيمة الزمنية للنقود، أي ترى أنّ النقود تفقد قيمتها عبر الزمن، لهذا لا يمكن أن نجمع أرقام المبالغ إلا كانت لنفس السنة، ولهذا غالبا ما يتمّ تحيين (أي حساب القيمة الحالية) التدفقات النقدية المستقبلية ومقارنتها مع تكلفة الاستثمار المبدئية (التكلفة الأولية للاستثمار). وهي كما يلي:

- **فترة الاسترداد المخصومة:** جاءت هذه الطريقة كتعديل للانتقاد الموجه لمعيار فترة الاسترداد وفق الطريقة التقليدية، حيث يتم حساب الفترة الزمنية الضرورية لاسترجاع رأس المال المنفق على الأصل باستخدام التدفقات النقدية المحينة (أي القيمة الحالية للتدفقات النقدية) [81] ثم نقوم بتحديد المدة اللازمة لاسترجاع تكاليف المشروع بنفس طريقة فترة الاسترداد البسيطة، أين يتم اختيار المشروع الذي يتم فيه استرجاع قيمة الاستثمارات الأصلية أو المبدئية في أقل عدد من السنوات.

مثال 29: سمحت دراسة مشروعين استثماريين بتحديد التدفقات النقدية المستقبلية كما يلي:

المشروع الأول: تكلفته 3600000 دج، وقيمته المتبقية 450000 دج.

السنوات	1	2	3	4
التدفقات النقدية الصافية السنوية (دج)	1800000	1200000	1500000	900000

المشروع الثاني: تكلفته 4080000 دج، وقيمته المتبقية 600000 دج.

السنوات	1	2	3	4
التدفقات النقدية الصافية السنوية (دج)	1500000	2100000	1350000	900000

المطلوب: ما هو أفضل مشروع وفقًا لطريقة فترة الاسترداد المخصومة، علما أنّ معدل التحيين 10% (معدل الخصم أو معدل الاستحداث).

الحل: نقوم أولا بحساب القيمة الحالية للتدفقات النقدية، ثم نحسب القيمة المتراكمة لكل مشروع،بعدها نقارن بين فترة الاسترداد لكلّ منهما، كما يلي:

المشروع الأول:

السنوات	التدفقات النقدية الصافية (دج)	معامل التحيين	التدفقات النقدية الصافية المخصومة (دج)	القيمة التراكمية (دج)
1	1800000	$(1,1)^{-1}$	1636363,64	1636363,64
2	1200000	$(1,1)^{-2}$	991735,537	2628099,177
3	1500000	$(1,1)^{-3}$	1126972,2	3755071,377
4	900000	$(1,1)^{-4}$	614712,11	4369783,487
4	450000	$(1,1)^{-4}$	307356,055	4677139,542

بالنسبة إلى المشروع الأول، فنلاحظ أنّه بنهاية السنة الثالثة تكون التدفقات المتراكمة قد بلغت قيمة 3755071,377 دج، معناه أنّ فترة استرداد التكلفة الأولية (التكلفة المبدئية للمشروع) بعد السنة الثانية وقبل نهاية السنة الثالثة، والتي يتم حسابها كما يلي:

المبلغ المتبقي للاسترداد بعد نهاية السنة الثانية هو 971900,823 دج (أي 3600000دج- 2628099,177 دج)

إذن:

971900,823 دج ⟵ ن

1126972,2 دج ⟵ 12 شهر

ن= $\frac{971900,823 \times 12 \text{ شهر}}{1126972,2 \text{ دج}}$ = 10,34 أشهر، أي 10 أشهر و 0,34 شهر، معناه 10 أشهر و10 أيام.

وعليه فإنّ فترة استرداد المشروع الأول هي: **سنتين وعشرة (10) أشهر وعشرة (10) أيام.**

وسيتم حساب التدفقات النقدية المخصومة المتراكمة للمشروع الثاني، بنفس طريقة الحساب المعتمدة بالنسبة إلى المشروع الأول، كما يلي:

المشروع الثاني:

السنوات	التدفقات النقدية الصافية (دج)	معامل التحيين	التدفقات النقدية الصافية المخصومة (دج)	القيمة التراكمية (دج)
1	1500000	$(1,1)^{-1}$	1363636,36	1363636,36
2	2100000	$(1,1)^{-2}$	1735537,19	3099173,55
3	1350000	$(1,1)^{-3}$	1014274,98	4113448,53
4	900000	$(1,1)^{-4}$	614712,11	4728160,64
4	600000	$(1,1)^{-4}$	409808,073	5137968,713

بالنسبة إلى المشروع الثاني، فنلاحظ أنّه بنهاية السنة الثالثة تكون التدفقات المتراكمة قد بلغت قيمة 3755071,377 دج، معناه أنّ فترة استرداد التكلفة الأولية (التكلفة المبدئية للمشروع) بعد السنة الثانية وقبل نهاية السنة الثالثة، والتي يتم حسابها كما يلي:

المبلغ المتبقي للاسترداد بعد نهاية السنة الثانية هو 980826,45 دج (أي 4080000دج- 3099173,55 دج)

إذن:

980826,45 دج ⟵ ن

1014274,98 دج ⟵ 12 شهر

ن= $\frac{980826,45 \times 12 \text{ شهر}}{1014274,98 \text{ دج}}$ = 11,6 أشهر، أي 11 شهر و 0,6 شهر، معناه 11 شهر و18 يوم.

وعليه فإنّ فترة استرداد المشروع الأول هي: **سنتين وإحدى عشر (11) شهرا وثمانية عشر (18) يوم.**

المقارنة: من خلال النتائج المتوصل إليها، سيتم اختيار المشروع الأول باعتباره أفضل مشروع وفقًا لهذا المعيار، ذلك أنه يسترد تكاليف الاستثمار (التكلفة الأولية للاستثمار أو التكلفة المبدئية) في أقل مدة وهي **سنتين وعشرة (10) أشهر وعشرة (10) أيام،** مقارنة بالمشروع الثاني الذي نجده يسترد تكاليف الاستثمار في **سنتين وإحدى عشر (11) شهرا وثمانية عشر (18) يوم.**

➢ **طريقة القيمة الحالية الصافية:** تمثّل القيمة الحالية الصافية الفرق بين مجموع القيم الحالية للتدفقات النقدية الصافية للخزينة الناتجة عن استغلال المشروع الاستثماري، وبين تكلفة المشروع أي القيمة الأصلية له (القيمة المبدئية) I_0[82]. حيث يقصد بالقيمة الحالية لأي مبلغ، قيمته في الوقت الحالي والذي يتدفق في سنة أو سنوات لاحقة. ويتم حساب القيمة الحالية الصافية وفقًا للقانون الآتي:

$$VAN = \sum_{k=1}^{n} CF_K net(1+t)^{-K} + Vn(1+t)^{-n} - I_0$$

حيث تشير هذه الرموز إلى ما يلي:

VAN: القيمة الحالية الصافية.

$\sum_{k=1}^{n} CF_K net(1+t)^{-K}$: مجموع القيم الحالية للتدفقات المستقبلية.

$Vn(1+t)^{-n}$: القيمة الحالية للقيمة المتبقية من المشروع الاستثماري.

I_0: القيمة الأولية (المبدئية) للمشروع الاستثماري.

وفيما تعلّق باختيار المشروع الاستثماري وفقًا لهذه الطريقة، فإنّه يتم استبعاد المشاريع الاستثمارية التي تكون قيمتها الحالية الصافية سالبة، وبهذا فإنّ المشاريع المقبولة، هي تلك المشاريع التي لها قيمة حالية صافية موجبة، وإذا تمّت المفاضلة بين عددٍ منها، فيتمّ اختيار المشروع الذي له أكبر قيمة حالية صافية.

مثال 30: إليك المشروعين الاستثماريين الآتيين:

المشروع الأول: تكلفته الأولية 300000 دج

السنوات	1	2	3	4	5
التدفقات النقدية الصافية (دج)	85000	120000	140000	155000	170000

المشروع الثاني: تكلفته الأولية 450000 دج

السنوات	1	2	3	4	5
التدفقات النقدية الصافية (دج)	55000	75000	100000	120000	55000

المطلوب: ما هو أفضل مشروع وفقًا لطريقة القيمة الحالية الصافية، علما أنّ معدل التحيين 10%.

الحل:

القيمة الحالية الصافية للمشروع الأول

$$VAN = [85000(1,1)^{-1} + 120000(1,1)^{-2} + 140000(1,1)^{-3} + 155000(1,1)^{-4} + 170000(1,1)^{-5} + 0] - 300000$$

$VAN_1 = 193054,064$

القيمة الحالية الصافية للمشروع الثاني

$$VAN = [55000(1,1)^{-1} + 75000(1,1)^{-2} + 100000(1,1)^{-3} + 120000(1,1)^{-4} + 55000(1,1)^{-5} + 0] - 300000$$

$VAN_2 = -146772,761$

المقارنة: بما أنّ القيمة الحالية الصافية للمشروع الأول موجبة، والقيمة الحالية الصافية للمشروع الثاني سالبة، فإنّه يتمّ رفض المشروع الثاني مباشرة وقبول المشروع الأول؛ ذلك أنّه ذو مردودية.

مثال 31: إليك المشروعين الاستثماريين الآتيين:

المشروع الأول: تكلفته الأولية 220000 دج، في حين قيمته المتبقية 36000 دج.

السنوات	**1**	**2**	**3**	**4**
التدفقات النقدية الصافية (دج)	160000	40000	20000	60000

المشروع الثاني: تكلفته الأولية 200000 دج، في حين قيمته المتبقية 30000 دج.

السنوات	**1**	**2**	**3**	**4**
التدفقات النقدية الصافية (دج)	40000	60000	90000	120000

المطلوب: ما هو أفضل مشروع وفقًا لطريقة القيمة الحالية الصافية؟ علما أنّ معدل التحيين 10%.

الحل:

القيمة الحالية الصافية للمشروع الأول

$$VAN = [160000(1,1)^{-1} + 40000(1,1)^{-2} + 20000(1,1)^{-3} + 60000(1,1)^{-4} + 36000(1,1)^{-4} - 220000]$$

$VAN_1 = 39107,984$

القيمة الحالية الصافية للمشروع الثاني

$$VAN = [40000(1,1)^{-1} + 60000(1,1)^{-2} + 90000(1,1)^{-3} + 120000(1,1)^{-4} + 30000(1,1)^{-4} - 200000]$$

$VAN_2 = 56020,764$

المقارنة: بحسب النتائج المتوصل إليها، نجد أنّ القيمة الحالية الصافية للمشروعين موجبة، غير أنّ قيمتها في المشروع الأول أقل من قيمتها في المشروع الثاني، ولهذا يتمّ رفض المشروع الأول واختيار المشروع الثاني.

- **طريقة مؤشر (دليل) الربحية:** يسمى هذا المؤشر أيضا "معيار العائد على التكلفة"، أين يُعتبر معيارًا مكّملا لمعيار القيمة الحالية الصافية؛ خاصة وأنّه يغطي نقطة الضعف الأساسية له في حالة المفاضلة بين عدة مشاريع تتفاوت في قيمة التكاليف الاستثمارية، ذلك أن معيار القيمة الحالية الصافية يقيس الربحية المطلقة للمشروع، في حين نجد معيار مؤشر (دليل) الربحية يقيس الربحية النسبية للمشروع. وعليه يمكن تعريف هذا المؤشر بأنه يعبر عن نسبة القيمة الحالية للتدفقات النقدية إلى التكاليف الاستثمارية، وبهذا فهو يُعبر عن ربحية كل دينار من الاستثمار، وعلى هذا الأساس يمكن استخدامه لترتيب المشاريع الاستثمارية ذات التكاليف المختلفة أو ذات الأعمار الاقتصادية المتوقعة المختلفة، على أساس ترتيب ربحيتها وليس قيمتها الحالية الصافية[83].

إنّ تطبيق هذا المعيار يتمّ وفق طريقتين رئيستين هما:

- **طريقة مؤشر القيمة الحالية:** يقيس هذا المؤشر الربحية الصافية لكل دينار مستثمر، حيث يتمّ حسابه بقسمة القيمة الحالية الصافية للمشروع على تكلفته الاستثمارية، وفق المعادلة الآتية:

$$IP = \frac{VAN}{I_0}$$

وفيما تعلّق باختيار المشروع الاستثماري وفقًا لهذه الطريقة، فإنّه يتم استبعاد المشاريع الاستثمارية التي تكون مؤشرات ربحيتها أقل من الصفر، وبهذا فإنّ المشاريع المقبولة، هي تلك المشاريع التي تكون مؤشرات ربحيتها أكبر من الصفر، وإذا تمّت المفاضلة بين عددٍ منها، فيتمّ اختيار المشروع الذي له أكبر قيمة مؤشر (دليل) ربحية.

- **طريقة العائد الإجمالي/التكلفة:** يقيس هذا المؤشر الربحية الإجمالية لكل دينار مستثمر، حيث يتمّ حسابه بقسمة القيمة الحالية للتدفقات النقدية المستقبلية على تكلفته الاستثمارية، وفق المعادلة الآتية:

$$IP = \frac{\sum_{k=1}^{n} CF_K net(1+t)^{-K} + Vn(1+t)^{-n}}{I_0} = \frac{VA}{I_0}$$

بإضافة مقدار تكلفة الأصل $(+I_0)$ تم طرحها $(-I_0)$ من القيمة الحالية نحصل على الصيغة الموالية:

$$IP = \frac{VA + I_0 - I_0}{I_0} \Leftrightarrow IP = \frac{(VA - I_0)}{I_0} + \frac{I_0}{I_0}$$

وعليه يمكن اختصار قانون مؤشر الربحية وفق هذه الطريقة، بالمعادلة الآتية

$$IP = \frac{VAN}{I_0} + 1$$

إنّ نقطة الاختلاف بين هذه الطريقة والطريقة السابقة، هي أنّها تركز على العائد الإجمالي لكلّ دينار مستثمر بينما الطريقة السابقة تركز على العائد الصافي لكل دينار مستثمر.

وفيما تعلّق باختيار المشروع الاستثماري وفقًا لهذه الطريقة، فإنّه يتم استبعاد المشاريع الاستثمارية التي تكون مؤشرات ربحيتها أقل من الواحد، وبهذا فإنّ المشاريع المقبولة، هي تلك المشاريع التي تكون مؤشرات ربحيتها أكبر من الواحد، وإذا تمّت المفاضلة بين عددٍ منها، فيتمّ اختيار المشروع الذي له أكبر قيمة مؤشر ربحية.

مثال 32: إليك المشروعين الاستثماريين الآتيين:

المشروع الأول: تكلفته الأولية 220000 دج، في حين قيمته المتبقية 36000 دج.

السنوات	1	2	3	4
التدفقات النقدية الصافية (دج)	160000	40000	20000	60000

المشروع الثاني: تكلفته الأولية 200000 دج، في حين قيمته المتبقية 30000 دج.

السنوات	1	2	3	4
التدفقات النقدية الصافية (دج)	40000	60000	90000	120000

المطلوب: ما هو أفضل مشروع وفقًا لطريقة مؤشر (دليل) الربحية؟ علما أنّ معدل التحيين 10%.

الحل:

هذا المثال قد تقدّم معنا سابقا (**مثال 31**)، حيث تمّ حساب القيمة الحالية الصافية لكل مشروع، أين تمّ اختيار المشروع الثاني لأنّ قيمته الحالية الصافية أكبر من القيمة الحالية الصافية للمشروع الثاني.

في هذا المثال سيتمّ حساب مؤشر (دليل) الربحية لكل مشروع بطريقتين، طريقة العائد الصافي وطريقة العائد الإجمالي، انطلاقا من القيمة الحالية الصافية التي تم حسابها سابقا لكلّ منهما.

- **طريقة العائد الصافي:**

بالنسبة إلى المشروع الأول:

$$\boldsymbol{IP_1} = \frac{39107{,}984}{220000} = \mathbf{0{,}7777}$$

يشير هذا المؤشر إلى أنّ كل واحد دينار مستثمر، سيحقق 0,1777 دج كعائد صافي، أي لو تمّ استثمار 100 مليون دج، فسيُحقق المشروع 17,77 مليون دج كعائد صافي.

بالنسبة إلى المشروع الثاني:

$$\boldsymbol{IP_2} = \frac{56020{,}764}{200000} = \mathbf{0{,}2801}$$

يشير هذا المؤشر إلى أنّ كل واحد دينار مستثمر، سيحقق 0,2801 دج كعائد صافي، أي لو تمّ استثمار 100 مليون دج، فسيُحقق المشروع 28,01 مليون دج كعائد صافي.

المقارنة: من خلال النتائج المتوصل إليها، نجد أنّ مؤشر الربحية لكل من المشروعين أكبر من الصفر، غير أنّ قيمته في المشروع الأول أقل من قيمته في المشروع الثاني، ولهذا يتمّ اختيار المشروع الثاني ورفض المشروع الأول.

– **طريقة العائد الإجمالي/التكلفة**:

بالنسبة إلى المشروع الأول:

$$\boldsymbol{IP} = \frac{39107{,}984}{220000} + \mathbf{1} = \mathbf{1{,}7777}$$

يشير هذا المؤشر إلى أنّ كل واحد دينار مستثمر، سيحقق 1,1777 دج كعائد إجمالي، أي لو تمّ استثمار 100 مليون دج، فسيُحقق المشروع 117,77 مليون دج كعائد إجمالي.

بالنسبة إلى المشروع الثاني:

$$\boldsymbol{IP} = \frac{56}{2}$$

يشير هذا المؤشر إلى أنّ كل واحد دينار مستثمر، سيحقق 1,2801 دج كعائد إجمالي، أي لو تمّ استثمار 100 مليون دج، فسيُحقق المشروع 128,01 مليون دج كعائد إجمالي.

المقارنة: انطلاقا من النتائج المتوصل إليها، نجد أنّ مؤشر (دليل) الربحية للمشروعين أكبر من الواحد، غير أنّ قيمته في المشروع الثاني أكبر من قيمته في المشروع الأول، وعلى هذا الأساس سيتمّ اختيار المشروع الثاني ورفض المشروع الأول.

ملاحظة: نجد أنّ هناك توافقًا في اختيار المشروع الأفضل، وفق طريقة القيمة الحالية الصافية وكذا طريقة مؤشر (دليل) الربحية.

- **طريقة معدل العائد الداخلي**: يسمى أيضا بـ"المعدل الداخلي للمردودية" أو "المعدل الأدنى للمردودية" أو "المعدل الحقيقي للفائدة"، ويمكن تعريفه على أنه معدل الفائدة (معدل الخصم) الذي تتساوى عنده التكلفة المبدئية (التكلفة الأولية) للمشروع مع القيمة الحالية للتدفقات النقدية المتوقعة، وبتعبير آخر هو ذلك المعدل الذي تكون عنده القيمة الحالية الصافية معدومة[84]. وعليه فإنّ "معدل العائد الداخلي" هو المعدل الذي يكون عنده المشروع قادرًا على تغطية تكاليفه الاستثمارية وتكاليف التشغيل وتكاليف استخدام رأس المال، على أساس معدل خصم يساوي معدل العائد الداخلي نفسه[85].

وعليه يمكن التعبير عمّا تمّ بيانه، بالمعادلة الآتية

$$\boldsymbol{VAN} =$$

حيث يشير $\mathbf{t}$ إلى معدل العائد الداخلي.

- **اتخاذ القرار**: عند حساب معدل العائد الداخلي، يتمّ مقارنته بنعدل العائد السائد في السوق (أو معدل العائد الأدنى المطلوب من قبلِ المؤسسة أو معدل التحيين السائد)، حيث يتمّ قبول المشروع الذي له معدل عائد داخلي أكبر من المعدل السائد (أو المعدل الأدنى المطلوب)، أمّا في حالة العكس فيتمّ رفض المشروع. وعند المفاضلة بين عددٍ من المشاريع، فإنه يُقبل ذلك المشروع الذي له أكبر معدل عائد داخلي (حيث يكون طبعا أكبر من المعدل الأدنى المطلوب أو المعدل السائد أو معدل التحيين السائد).
- **طريقة الحساب**: لا توجد طريقة محدّدة لحساب معدل العائد الداخلي للمشروع الاستثماري إلاّ عن طريق برنامج الإكسيل، أمّا في الحساب العادي فغالبا ما نعتمد على ما يسمى بـ"أسلوب التجربة والخطأ" أين نقترح معدلي خصم، حيث يكون المعدل الأول أصغر والذي نجد عنده القيمة الحالية الصافية للمشروع موجبة، بينما يكون المعدل الثاني أكبر والذي نجد عنده القيمة الحالية الصافية سالبة، وبذلك يمكن الحصول على "معدل العائد الداخلي" الذي يكون محصورًا بينهما، حيث يُحسب اعتمادًا على المعادلة الآتية:

$$\boldsymbol{TRI = \left(t_1 + \frac{(t_2 - t_1)\, VAN_1}{VAN_1 - VAN_2}\right)}$$

$\mathbf{t_1}$: معدل الخصم الأصغر.

$\mathbf{t_2}$: معدل الخصم الأكبر.

$\boldsymbol{VAN_1}$: القيمة الحالية الصافية عند معدل الخصم الأصغر، أين تكون قيمتها موجبة.

$\boldsymbol{VAN_2}$: القيمة الحالية الصافية عند معدل الخصم الأكبر، أين تكون قيمتها سالبة.

مثال33: قُدّرت التكلفة المبدئية المطلوبة لأحد المشاريع الاستثمارية بـ 600000 دج، أمّا القيمة المتبقية له فهي معدومة، وقد كانت التدفقات النقدية السنوية المستقبلية كما يلي:

السنوات	1	2	3	4	5	6
التدفقات النقدية (دج)	60000	120000	180000	240000	180000	120000

المطلوب: أوجد معدل العائد الداخلي للمشروع، إذا علمت أنّ معدل الأدنى المطلوب (المعدل السائد) هو 11%.

الحل: نقترح معدلين نحسب عندهما القيمة الحالية الصافية للمشروع

حساب القيمة الحالية الصافية عند معدل 10%

$$\boldsymbol{VAN} = [60000(1{,}1)^{-1} + 120000(1{,}1)^{-2} + 180000(1{,}1)^{-3} + 240000(1{,}1)^{-4} + 180000(1{,}1)^{-5} + 120000(1{,}1)^{-6} - 600000]$$

$\boldsymbol{VAN= 32381{,}64}$

حساب القيمة الحالية الصافية عن معدل 12%

$$VAN = [60000(1{,}12)^{-1} + 120000(1{,}12)^{-2} + 180000(1{,}12)^{-3} + 240000(1{,}12)^{-4} + 180000(1{,}12)^{-5} + 120000(1{,}1)^{-6} - 600000]$$

VAN=-7187,94

حساب معدل العائد الداخلي:

$$\boldsymbol{TIR} = \left(10\% + \frac{(12\% - 10\%)\ 32381{,}64}{32381{,}64 - (-7187{,}94)}\right) = 11{,}6366936\ \% \approx \mathbf{11,64}\ \%$$

القرار: بما أنّ معدل العائد الداخلي لهذا المشروع أكبر من معدل التحيين السائد (المعدل الأدنى المقبول من المؤسسة)، فإنّ المشروع مقبول.

مثال 34: إليك المشروعين الاستثماريين الآتيين:

المشروع الأول: تكلفته الأولية 5000000 دج، في حين قيمته المتبقية 500000 دج.

السنوات	1	2	3	4
التدفقات النقدية الصافية (دج)	2000000	1000000	1250000	3250000

المشروع الثاني: تكلفته الأولية 5500000 دج، في حين قيمته المتبقية 400000 دج.

السنوات	1	2	3	4
التدفقات النقدية الصافية (دج)	1500000	2000000	1750000	2750000

المطلوب: ما هو أفضل مشروع وفقًا لطريقة معدل العائد الداخلي؟ علما أنّ معدل التحيين 10%.

الحل: نقترح معدلين نحسب عندهما القيمة الحالية الصافية لكلّ مشروع

بالنسبة إلى المشروع الأول:

حساب القيمة الحالية الصافية عند معدل **18,75%**

$$VAN = 2000000(1{,}1875)^{-1} + 1000000(1{,}1875)^{-2} + 1250000(1{,}1875)^{-3} + 3250000(1{,}1875)^{-4} + 500000(1{,}1875)^{-4} - 5000000$$

VAN= 25621,35

حساب القيمة الحالية الصافية عند معدل **19%**

$$VAN = 2000000(1{,}19)^{-1} + 1000000(1{,}19)^{-2} + 1250000(1{,}19)^{-3} + 3250000(1{,}19)^{-4} + 500000(1{,}19)^{-4} - 5000000$$

VAN=-1385,33

حساب معدل العائد الداخلي:

$$\boldsymbol{TRI} = \left(18{,}75\% + \frac{(19\% - 18{,}75\%)\ 25621{,}35}{25621{,}35 - (-1385{,}33)}\right) = 18{,}987176\ \% \approx \mathbf{18,98}\ \%$$

بالنسبة إلى المشروع الثاني:

حساب القيمة الحالية الصافية عند معدل **17%**

$$VAN = 1500000(1{,}17)^{-1} + 2000000(1{,}17)^{-2} + 1750000(1{,}17)^{-3} + 2750000(1{,}17)^{-4} + 400000(1{,}17)^{-4} - 5500000$$

VAN= 16724,51

حساب القيمة الحالية الصافية عند معدل **17,25%**

$$VAN = 1500000(1{,}1725)^{-1} + 2000000(1{,}1725)^{-2} + 1750000(1{,}1725)^{-3} + 2750000(1{,}1725)^{-4} + 400000(1{,}1725)^{-4} - 5500000$$

VAN=-13498,24

حساب معدل العائد الداخلي:

$$\boldsymbol{TRI} = \left(17\% + \frac{(17{,}25\% - 17\%)\,16724{,}51}{16724{,}51 - (-13498{,}24)}\right) = 17{,}138343\,\% \approx \mathbf{17,13}\,\%$$

المقارنة: اعتمادا على النتائج المتوصل إليها، نجد أنّ معدل العائد الداخلي للمشروعين أكبر من معدل التحيين (معدل الأدنى المطلوب)، غير أنّ المشروع الأول له أكبر معدل عائد داخلي ***18,98%*** مقارنة بالمشروع الثاني الذي معدل عائده الداخلي ***17,13%***، وعليه سيتمّ اختيار المشروع الأول ورفض المشروع الثاني.

تمارين لمراجعة الفائدة المركبة

تمرين1: تم توظيف مبلغ مالي $C1$ بمعدل فائدة مركبة $t_1\%$ لمدة معينة فتم الحصول على جملة تقدر بـ: $1,21$ أصل القرض، حيث أعيد توظيف هذه الجملة في بنك آخر بمعدل فائدة مركبة ضعف المعدل السابق لمدة سنتين، فتم الحصول على جملة تساوي $1,7424$ أصل القرض الأول ($C1$).

المطلوب: أوجد المعدلين $t_1\%$، $t_2\%$ والمدة الأولى n_1

تمرين 2: وظف شخص مبلغ مالي بفائدة مركبة لمدة سنتين مع العلم أنَّ الفائدة تساوي $0,21$ أصل القرض.

المطلوب: أوجد معدل الفائدة المركبة؟

تمرين 3: وظف شخص مبلغ مالي قدر بـ: 600000 دج بمعدل فائدة مركبة 8% لمدة 6 سنوات.

المطلوب: ما هي الجملة المحصل عليها بعد 6 سنوات؟

إذا علمت أن هذا الشخص أضاف للجملة المحصل عليها مبلغ $247875,41$ دج ووظفه في بنك آخر بمعدل فائدة مركبة $9\ \%$، فتحصل على جملة قدرها: $1693897,93$ دج.

المطلوب: ما مدة التوظيف؟

تمرين 4: وظف شخص مبلغ مالي قدر بـ: 100000 دج لمدة 10 سنوات فتحصل على جملة تقدر بـ: $259374,246$ دج.

المطلوب: أوجد معدل التوظيف؟

تمرين 5: وظف شخص مبلغ مالي قدر بـ: 100000 دج بمعدل فائدة مركبة 10% فتحصل على جملة تقدر بـ: $259374,246$ دج.

المطلوب: ما مدة التوظيف؟

تمرين 6: وظف شخص مبلغ مالي بمعدل فائدة مركبة 10% لمدة 10 سنوات فتحصل على جملة تقدر بـ: $259374,246$ دج.

المطلوب: أوجد أصل القرض (المبلغ الموظف).

تمرين 7: وظف شخص مبلغ مالي بفائدة مركبة لمدة 3 سنوات مع العلم أنَّ الفائدة تساوي $0,331$ أصل القرض.

المطلوب: أوجد معدل الفائدة؟

تمرين 8: وظف شخص مبلغين الثاني ضعف الأول بمعدل فائدة مركبة 8 % لمدة 4 سنوات، حيث أن مجموع الفوائد المحصل عليها 216293,376 دج.

المطلوب: أوجد المبلغين والفائدتين والجملتين؟

تمرين 9: وظف شخص مبلغ مالي في بنك أول بمعدل فائدة مركبة 7% لمدة 5 سنوات فتم الحصول على جملة تم توظيفها في بنك ثاني بمعدل فائدة مركبة 10% لمدة 3 سنوات، فتحصل على جملة في البنك الثاني تفوق المبلغ الموظف في البنك الأول بـ: 260038,9 دج.

المطلوب: ما هو المبلغ الموظف في البنك الأول؟

تمرين 10: أودع شخص مبلغا في البنك لمدة 9 سنوات فتحصل على فائدة قدرها 8466,24 دج، وذلك بمعدل فائدة مركبة قدره 4%.

المطلوب: ما مقدار المبلغ المودع؟

تمرين 11: أودع شخص مبلغا قدره 300000 دج، جزء منه لمدة 7 سنوات والجزء الآخر لمدة 10 سنوات، وهذا بمعدل فائدة مركبة 4%، لتكون الجملتان في الأخير تتناسبان كالعلاقة 5/3.

المطلوب: حساب جملة كل مبلغ؟

تمرين 12: مبلغان مجموعهما 10000 دج، تم توظيفهما في بنكين مختلفين، الأول بمعدل فائدة بسيطة 10%، والثاني بمعدل فائدة مركبة 8%. بعد 9سنوات تمّ الحصول على نفس الجملة (الجملتان متساويتان).

المطلوب: أحسب قيمة كل مبلغ؟

تمرين 13: مبلغان مجموعهما 31000 دج، وظفا لنفس المدة 6 سنوات وبفائدة مركبة، الأول بمعدل 6,5% والثاني بمعدل 7,5%. فأنتجا في نهاية السنة السادسة فوائد قدرها 15369,56 دج.

المطلوب: ما مقدار كل مبلغ؟

تمارين لمراجعة الدفعات:

تمرين 1: قام شخص بسداد 12 دفعة سنوية في نهاية كل سنة قيمتها 10000 دج بمعدل فائدة 9 %.

المطلوب: ما هي جملة الدفعات؟

تمرين 2: بلغت جملة 12 دفعة قيمة: 201407,198 دج وهذا بمعدل فائدة 9 %.

المطلوب: ما قيمة الدفعة السنوية الثابتة؟

تمرين 3: قام شخص بسداد دفعات قيمة كل منها 10000 دج وبمعدل فائدة 9 %، فتم الحصول على جملة تقدر بـ: 201407,198 دج.

المطلوب: ما عدد الدفعات المسددة؟

تمرين 4: قام شخص بسداد آلة بـ: 14 دفعات قيمة كل منها 60000 دج بمعدل فائدة 10%.

المطلوب: ما قيمة هذه الآلة (سعر الشراء)؟

تمرين 5: ما هي القيمة المكتسبة لـ 13 دفعات سنوية قيمة كل منها 30000 دج تدفع في بداية كل سنة بمعدل فائدة 10%؟

تمرين 6: ما هي القيمة الحالية لـ 13 دفعات سنوية قيمة كل منها 30000 دج تدفع في بداية كل سنة بمعدل فائدة 10%؟

تمرين 7: دين يسدد بـ: 20 دفعات ثابتة قيمة الدفعة 50000 دج، تدفع الأولى بعد سنة من الحصول على القرض، إلا أن المدين طلب تسديد الدين جملة واحدة في نهاية السنة الخامسة عشر، حيث أن معدل الفائدة المركبة 10%.

المطلوب: ما هي قيمة المبلغ في نهاية السنة الخامسة عشر؟

تمرين 8: أراد مدين تسديد دينه بـ: 9 دفعة في العقد المبرم بينهما، قيمة الدفعة 80000 دج، لكن اقترح المدين تعويض هذه الدفعات بستة دفعات فقط.

المطلوب: ما هي قيمة هذه الدفعة إذا كان معدل الفائدة المركبة 10 % وتسدد في نهاية كل سنة؟

تمرين 9: اشترى تاجر محلا يدفع ثمنه بـ 15 دفعة سنوية ثابتة (لنهاية المدة)، حيث أن قيمة الدفعة الثابتة 25000 دج، إذا علمت أن معدل الفائدة المركبة 6%.

المطلوب: أحسب ثمن المحل (سعر الشراء)؟

تمارين لمراجعة اهتلاك القروض

تمرين 1: قام شخص باقتراض مبلغ مالي قيمته 4500000 دج حيث تم سداده عن طريق دفعات سنوية ثابتة لمدة 5 سنوات بمعدل فائدة 12 %.

المطلوب: إنجاز جدول اهتلاك القرض؛ تحليل علاقات جدول اهتلاك القرض؟

تمرين 2: قام شخص باقتراض مبلغ مالي قيمته 7800000 دج حيث تم سداده عن طريق الدفعات السنوية الثابتة لمدة 5 سنوات بمعدل فائدة 10 %.

المطلوب: إنجاز جدول استهلاك القرض؛ تحليل علاقات جدول استهلاك القرض؟

تمرين 3: قام شخص باقتراض مبلغ مالي، حيث تم سداده عن طريق الدفعات السنوية الثابتة.

المطلوب: إملأ جدول اهتلاك القرض؟

السنوات	قيمة القرض في بداية المدة	الفائدة السنوية I	الدفعة السنوية (القسط السنوي) a	الاهتلاك D	قيمة القرض في نهاية المدة
1					
2					
3				396389,9	
4					
5				479631,79	
المجموع	–				–

تمرين 4: يسدد قرض بـ 10 دفعات ثابتة، حبث أنّ معدل الفائدة المركبة 8%، ومن جدول اهتلاك القرض تحصلنا على المعلومة الآتية: مجموع الاهتلاك الأول والعاشر يساوي 437010,96.

المطلوب: ما قيمة الاهتلاكين الأول والعاشر؟

ما قيمة الدفعة الثابتة؟ ما قيمة القرض؟

تمرين 5: قرض قيمته 1000000 دج يسدد بـ 15 دفعة ثابتة، حيث أن معدل الفائدة المركبة 7%.

المطلوب: ما قيمة الاهتلاك العاشر؟

ما مجموع الاهتلاكات إلى غاية السنة العاشرة؟

ما مبلغ الفوائد الأخيرة (فوائد السنة 15)؟

تمرين 6: قام شخص باقتراض مبلغ مالي، حيث تم سداده عن طريق الدفعات السنوية الثابتة.

المطلوب: إملأ جدول اهتلاك القرض؟

السنوات	قيمة القرض في بداية المدة	الفائدة السنوية I	الدفعة السنوية (القسط السنوي) a	الاهتلاك D	قيمة القرض في نهاية المدة
1				1500016,8	
2					
3					
4					
5					
المجموع	–		11020084		–

تمارين لمراجعة اختيار الاستثمارت:

تمرين 1: إليك المشروعين الآتيين:

المشروع الأول: قدرت تكلفة المشروع الأولية 9000000 دج ومن المتوقع أن يحصل على صافي تدفقات نقدية سنويا تقدر ب: 3000000 دج.

المشروع الثاني: قدرت تكلفة المشروع الأولية 7500000 دج ومن المتوقع أن يحصل على صافي تدفقات نقدية سنويا تقدر ب: 1500000 دج.

المطلوب: قم باختيار أفضل مشروع حسب طريقة فترة الاسترداد.

تمرين 2: إليك المشروعين الآتيين:

المشروع الأول: تكلفته الأولية 200000 دج.

السنوات	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**
التدفقات النقدية الصافية (دج)	40000	60000	55000	45000	50000

المشروع الثاني: تكلفته الأولية 200000 دج.

السنوات	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**
التدفقات النقدية الصافية (دج)	65000	90000	25000	40000	50000

المطلوب: قم باختيار أفضل مشروع حسب طريقة فترة الاسترداد.

تمرين 3: إليك المشروعين الآتيين:

المشروع الأول: تكلفته الأولية 600000 دج.

السنوات	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**
التدفقات النقدية الصافية (دج)	160000	240000	180000	210000	200000

المشروع الثاني: تكلفته الأولية 700000 دج.

السنوات	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**
التدفقات النقدية الصافية (دج)	240000	230000	290000	220000	2450000

المطلوب: قم باختيار أفضل مشروع حسب طريقة معدل العائد المحاسبي.

تمرين 4: إليك المشاريع الآتية، حيث أن العمر الإنتاجي لكل واحد منهم سبع (7) سنوات، وأنّ معدل التحيين هو 7%.

المشروع	تكلفة الاستثمار الأولية	التدفقات الصافية السنوية (دج)
الأول	1000000	34000
الثاني	2000000	65000
الثالث	3000000	86000
الرابع	1500000	49000

المطلوب: أي المشاريع أفضل وفق طريقة القيمة الحالية الصافية؟

أي المشاريع أفضل وفق طريقة مؤشر الربحية؟

تمرين 5: إليك المشروع الاستثماري الآتي، والذي تكلفته الأولية 4800000 دج.

السنوات	1	2	3	4
التدفقات النقدية الصافية (دج)	1300000	1800000	2400000	2100000

المطلوب: إذا علمت أنّ معدل التحيين هو 10%، هل يمكن قبول المشروع وفق طريقة معدل العائد الداخلي؟

تمرين 6: إليك المشروعين الآتيين:

المشروع الأول: تكلفته الأولية 400000 دج.

السنوات	1	2	3
التدفقات النقدية الصافية (دج)	225000	205000	40000

المشروع الثاني: تكلفته الأولية 400000 دج.

السنوات	1	2	3
التدفقات النقدية الصافية (دج)	50000	200000	250000

المطلوب: إذا علمت أن معدل التحيين هو 9%، أي المشروعين نختار حسب طريقة معدل العائد الداخلي؟

الإحالات:

1- منصر الياس، محاضرات في الرياضيات المالية، مطبوعة جامعية، قسم علوم التسيير، كلية العلوم الاقتصادية والتجارية وعلوم التسيير، جامعة أكلي محند أولحاج -البويرة-، 2016/2015، ص: 05.

2 -Jitse Niesen, Financial Mathematics I, handout, University of Leeds, UK, 2012, p : 01.

3- قنان ابراهيم، الرياضيات المالية – دروس وتمارين محلولة-، الصفحات الزرقاء العالمية للنشر والتوزيع، دار نشر للتعليم والتدريب، الجزائر، 2016، ص: 26.

4- شقيري نوري موسى وآخرون، الرياضيات المالية، دار المسيرة للنشر والطباعة والتوزيع، عمان، الأردن، ط3، 2016 ، ص: 82.

5- بن طلحة صليحة، الرياضيات المالية، الدار الجزائرية للنشر والتوزيع، الطبعة الثانية، الجزائر، 2016، ص: 11.

6- جمال جعيل، أشرف الصوفي، الرياضيات المالية، مطبوعة جامعية، قسم علوم التسيير، كلية العلوم الاقتصادية والعلوم التجارية وعلوم التسيير، جامعة الحاج لخضر، باتنة، الجزائر، 2014/2013، ص: 04.

7- بوغرة باديس، المدخل إلى الرياضيات المالية وتطبيقاتها، دار الهدى للطباعة والنشر والتوزيع، الجزائر، 2013، ص: 16.

8- قنان ابراهيم، مرجع سابق، ص ص31-32.

9- بن طلحة صليحة، مرجع سابق، ص: 23.

10- شقيري نوري موسى وآخرون، مرجع سابق، ص ص100- 101.

11- بن طلحة صليحة، مرجع سابق، ص ص: 23-24.

12- صفيح صادق، يقور أحمد، الرياضيات المالية؛ دروس وتطبيقات، دار هومة للطباعة والنشر والتوزيع، الجزائر، 2019، ص: 33.

13- بن طلحة صليحة، مرجع سابق، ص: 40.

14- صفيح صادق، يقور أحمد، مرجع سابق، ص: 35.

15 - Benjamin Legros, mini manuel de mathémathiques financières, Dunod, Paris, 2011, p : 35.

16- بن طلحة صليحة، مرجع سابق، ص ص48-50.

17- سالمي ياسين، الرياضيات المالية، مطبوعة جامعية، قسم العلوم التجارية، كلية العلوم الاقتصادية والعلوم التجارية وعلوم التسيير، جامعة الجزائر3، 2021/2020، ص: 17.

18- زيطوط أحمد، محاضرات في الرياضيات المالية، مطبوعة جامعية، قسم علوم التسيير، كلية العلوم الاقتصادية والعلوم التجارية وعلوم التسيير، جامعة زيان عاشور، الجلفة، الجزائر، 2018-2019، ص ص17-18.

19- بوغرة باديس، مرجع سابق، ص: 64.

20- بن طلحة صليحة، مرجع سابق، ص: 66.

21- قنان ابراهيم، مرجع سابق، ص52.

22- الحاج خليفة، دروس وتمارين محلولة في الرياضيات المالية، مطبوعة بيداغوجية، قسم علوم التسيير، كلية العلوم الاقتصادية، العلوم التجارية، علوم التسيير، العلوم المالية والمحاسبية، جامعة عبد الحميد بن باديس-مستغانم-، الجزائر، 2020/2019، ص: 34.

23- ساحل محمد، الرياضيات المالية-دروس وتمارين محلولة-، دار الخلدونية، الجزائر، 2017، ص: 51.

24- قنان ابراهيم، مرجع سابق، ص: 54.

25- بن طلحة صليحة، مرجع سابق، ص ص76-77.

26- بوغرة باديس، مرجع سابق، ص: 101.

27- بوعروري فاطمة، محاضرات في الرياضيات المالية، مطبوعة بيداغوجية، قسم العلوم الاقتصادية، كلية العلوم الاقتصادية والتجارية وعلوم التسيير، جامعة سطيف1، الجزائر، 2021/2020. ص: 26.

28- أيت سعيد فوزي، مطبوعة بيداغوجية في مقياس الرياضيات المالية، قسم علوم التسيير، كلية العلوم الاقتصادية والعلوم التجارية وعلوم التسيير، جامعة الجزائر3، 2023/2022، ص: 62.

[29]- سالمي ياسين، مرجع سابق، ص: 28.

[30] - Benjamin Legros, op cit, p : 59.

[31]- شامي صليحة، محاضرات في الرياضيات المالية، مطبوعة بيداغوجية، قسم العلوم الاقتصادية، كلية العلوم الاقتصادية والعلوم التجارية وعلوم التسيير، جامعة الجزائر3، 2022/2021، ص: 60.

32- بن طلحة صليحة، مرجع سابق، ص: 87.

33- شامي صليحة، مرجع سابق، ص: 75.

34- قنان ابراهيم، مرجع سابق، ص: 74.

[35]- سالمي ياسين، مرجع سابق، ص: 31.

[36]- شامي صليحة، مرجع سابق، ص: 76.

37- بن طلحة صليحة، مرجع سابق، ص: 101.

[38]- قنان ابراهيم، مرجع سابق، ص: 80.

[39] - Jitse Niesen, op cit, p: 15.

[40]- بوعروري فاطمة، مرجع سابق، ص : 47.

41- بوغرة باديس، مرجع سابق، ص: 166.

[42]- ساحل محمد، مرجع، سابق، ص: 111.

[43]- بوعروري فاطمة، مرجع سابق، ص: 47.

[44]- ساحل محمد، مرجع سابق، ص: 110.

[45]- بوعروري فاطمة، مرجع سابق، ص: 47.

[46]- بوغرة باديس، مرجع سابق، ص: 166.

[47]- صفيح صادق، يقور أحمد، مرجع سابق، ص: 79.

[48]- سالمي ياسين، مرجع سابق، ص : 33.

49- ساحل محمد، مرجع سابق، ص: 110.

[50]- سالمي ياسين، مرجع سابق، ص: 35.

[51]- صفيح صادق، يقور أحمد، مرجع سابق، ص: 89.

52- بن طلحة صليحة، مرجع سابق، ص: 146.

[53]- ساحل محمد، مرجع سابق، ص: 140.

[54]- بوعروري فاطمة، مرجع سابق، ص: 89.

[55]- شقيري نوري موسى وآخرون، مرجع سابق، ص: 199.

[56] - Diouri Mohamed, mathématiques financières : cours et exercices corigés, première édition, l'IGA Institut supérieur du Génie Appliqué et les Editions TOUBKAL, maroc, 2001, pp : 91-92.

[57]- بوعروري فاطمة، مرجع سابق، ص: 89.

58- بوغرة باديس، مرجع سابق، ص: 199.

[59]- ساحل محمد، مرجع سابق، ص: 157.

60- بن يوب فاطمة، دروس في الرياضيات المالية، مطبوعة بيداغوجية، قسم العلوم الاقتصادية، كلية العلوم الاقتصادية والتجارية وعلوم التسيير، جامعة 8 ماي 1945 قالمة، الجزائر، 2018/2017، ص: 28.

61- بوغرة باديس، مرجع سابق، ص: 204.

62- بوجنان خالدية، محاضرات في الرياضيات المالية، مطبوعة جامعية، قسم العلوم الاقتصادية، كلية العلوم الاقتصادية والعلوم التجارية وعلوم التسيير، جامعة ابن خلدون، تيارت، الجزائر، 2016-2017، ص: 100.

63- قنان ابراهيم، مرجع سابق، ص: 116.

64- صفيح صادق، يقور أحمد، مرجع سابق، ص: 115.

65- سالمي ياسين، مرجع سابق، ص ص: 37-38.

66- بوغرة باديس، مرجع سابق، ص: 206.

67- سالمي ياسين، مرجع سابق، ص ص: 38-39.

68- خرخاش سامية، محاضرات في الرياضيات المالية، مطبوعة جامعية، قسم العلوم التجارية، كلية العلوم الاقتصادية والعلوم التجارية وعلوم التسيير، جامعة محمد بوضياف، المسيلة، الجزائر، 2016-2017، ص: 34.

69- بوغرة باديس، مرجع سابق، ص ص: 200-201.

70- سالمي ياسين، مرجع سابق، ص: 45.

71- صفيح صادق، يقور أحمد، مرجع سابق، ص: 117.

72- بوغرة باديس، مرجع سابق، ص: 253.

73- بن شاعة وليد وآخرون، دراسات الجدوى الاقتصادية كآلية لنجاح المشاريع الاستثمارية، مجلة المنتدى للدراسات والأبحاث الاقتصادية، جامعة غرداية، الجزائر، المجلد 03، العدد 02، 2019، ص: 140.

74- صفيح صادق، يقور أحمد، مرجع سابق، ص: 151.

75- قنان ابراهيم، مرجع سابق، ص: 128.

76- مصطفى طويطي، إختيار الاستثمارات في المؤسسة، دار النشر الجامعي الجديد للنشر والطباعة والتوزيع، الجزائر، 2017، ص: 14.

77- سالمي ياسين، مرجع سابق، ص ص: 47-48.

78- مصطفى طويطي، مرجع سابق، ص: 23.

79- مصطفى طويطي، مرجع سابق، ص: 38 و ص: 41.

80- صفيح صادق، يقور أحمد، مردع سابق، ص ص: 154-155.

81- مصطفى طويطي، مرجع سابق، ص: 58.

82- هادفي خالد، مرجع سابق، ص236.

83- بوغرة باديس، مرجع سابق، ص ص: 263-264.

84- بن طلحة صليحة، مرجع سابق، ص: 175.

85- بوغرة باديس، مرجع سابق، ص: 265.

قائمة المراجع

باللغة العربية

- أيت سعيد فوزي، مطبوعة بيداغوجية في مقياس الرياضيات المالية، قسم علوم التسيير، كلية العلوم الاقتصادية والعلوم التجارية وعلوم التسيير، جامعة الجزائر3، 2023/2022.
- بن شاعة وليد وآخرون، دراسات الجدوى الاقتصادية كآلية لنجاح المشاريع الاستثمارية، مجلة المنتدى للدراسات والأبحاث الاقتصادية، جامعة غرداية، الجزائر، المجلد 03، العدد 02، 2019.
- بن طلحة صليحة، الرياضيات المالية، الدار الجزائرية للنشر والتوزيع، الطبعة الثانية، الجزائر، 2016.
- بن يوب فاطمة، دروس في الرياضيات المالية، مطبوعة بيداغوجية، قسم العلوم الاقتصادية، كلية العلوم الاقتصادية والتجارية وعلوم التسيير، جامعة 8 ماي 1945 قالمة، الجزائر، 2018/2017.
- بوجنان خالدية، محاضرات في الرياضيات المالية، مطبوعة جامعية، قسم العلوم الاقتصادية، كلية العلوم الاقتصادية والعلوم التجارية وعلوم التسيير، جامعة ابن خلدون، تيارت، الجزائر، 2016-2017.
- بوعروري فاطمة، محاضرات في الرياضيات المالية، مطبوعة بيداغوجية، قسم العلوم الاقتصادية، كلية العلوم الاقتصادية والتجارية وعلوم التسيير، جامعة سطيف1، الجزائر، 2021/2020.
- بوغرة باديس، المدخل إلى الرياضيات المالية وتطبيقاتها، دار الهدى للطباعة والنشر والتوزيع، الجزائر، 2013.
- جمال جعيل، أشرف الصوفي، الرياضيات المالية، مطبوعة جامعية، قسم علوم التسيير، كلية العلوم الاقتصادية والعلوم التجارية وعلوم التسيير، جامعة الحاج لخضر، باتنة، الجزائر، 2014/2013.
- الحاج خليفة، دروس وتمارين محلولة في الرياضيات المالية، مطبوعة بيداغوجية، قسم علوم التسيير، كلية العلوم الاقتصادية، العلوم التجارية، علوم التسيير، العلوم المالية والمحاسبية، جامعة عبد الحميد بن باديس-مستغانم-، الجزائر، 2020/2019.
- خرخاش سامية، محاضرات في الرياضيات المالية، مطبوعة جامعية، قسم العلوم التجارية، كلية العلوم الاقتصادية والعلوم التجارية وعلوم التسيير، جامعة محمد بوضياف، المسيلة، الجزائر، 2016-2017.
- زيطوط أحمد، محاضرات في الرياضيات المالية، مطبوعة جامعية، قسم علوم التسيير، كلية العلوم الاقتصادية والعلوم التجارية وعلوم التسيير، جامعة زيان عاشور، الجلفة، الجزائر، 2018-2019.
- ساحل محمد، الرياضيات المالية-دروس وتمارين محلولة-، دار الخلدونية، الجزائر، 2017.
- سالمي ياسين، الرياضيات المالية، مطبوعة جامعية، قسم العلوم التجارية، كلية العلوم الاقتصادية والعلوم التجارية وعلوم التسيير، جامعة الجزائر3، 2021/2020.
- شامي صليحة، محاضرات في الرياضيات المالية، مطبوعة بيداغوجية، قسم العلوم الاقتصادية، كلية العلوم الاقتصادية والعلوم التجارية وعلوم التسيير، جامعة الجزائر3، 2022/2021.

- شقيري نوري موسى وآخرون، الرياضيات المالية، دار المسيرة للنشر والطباعة والتوزيع، عمان، الأردن، ط3، 2016.
- صفيح صادق، يقور أحمد، الرياضيات المالية؛ دروس وتطبيقات، دار هومة للطباعة والنشر والتوزيع، الجزائر، 2019.
- قنان ابراهيم، الرياضيات المالية –دروس وتمارين محلولة–، الصفحات الزرقاء العالمية للنشر والتوزيع، دار النشر للتعليم والتدريب، الجزائر، 2016.
- مصطفى طويطي، إختيار الاستثمارات في المؤسسة، دار النشر الجامعي الجديد للنشر والطباعة والتوزيع، الجزائر، 2017.
- منصر الياس، محاضرات في الرياضيات المالية، مطبوعة جامعية، قسم علوم التسيير، كلية العلوم الاقتصادية والتجارية وعلوم التسيير، جامعة أكلي محند أولحاج–البويرة–، 2016/2015.

باللغة الأجنبية

- Benjamin Legros, mini manuel de mathémathiques financières, Dunod, Paris, 2011.
- Diouri Mohamed, mathématiques financières : cours et exercices corigés, première édition, l'IGA Institut supérieur du Génie Appliqué et les Editions TOUBKAL, maroc, 2001.
- Jitse Niesen, Financial Mathematics I, handout, University of Leeds, UK, 2012.