جامعة الجزائر3

كلية العلوم الاقتصادية والعلوم التجارية وعلوم التسيير.

مطبوعة بيداغوجية

في مقياس: الإحصاء 1

تحت عنوان: دروس وتمارين في مادة الإحصاء 1

المستوى: جذع مشترك –السنة الأولى - ليسانس

إعداد: د- أمزيان أنيسة

أستاذة محاضرة قسم "أ"

السنة الجامعية: 2025/2024

الصفحة	فهرس المحتويات
06	**المحور الأول: مفاهيم أساسية حول علم الإحصاء**........
06	**أولا: ماهية علم الإحصاء** ....
06	**1**- علم الإحصاء ....
07	**2**- المجتمع الإحصائي..
07	**3**- الوحدة الإحصائية..
07	**4**- العينة الإحصائية وأنواعها..
10	**5**- المتغيّرة وأنواعها..
11	**ثانيا: منهجية البحث الإحصائي** ....
11	**1**- التحديد الدقيق للظاهرة..
11	**2**- جمع البيانات الإحصائية..
13	**3**- تبويب وعرض البيانات..
13	**4**- تحليل البيانات الإحصائية..
13	**5**- تفسير البيانات الإحصائية..
14	**المحور الثاني: العرض الجدولي للبيانات الإحصائية**..............
14	**أولا: عرض البيانات جدوليا**..
14	**1**- الجداول التكرارية البسيطة ذات المتغيّرة النوعية......................
16	**2**- الجداول التكرارية البسيطة ذات المتغيّرة الكمية........................
20	**3**- أنواع التوزيعات التكرارية المستمرة ....
24	**المحور الثالث: العرض البياني للبيانات الإحصائية**..................
24	**أولا: الأشكال البيانية** ....
24	**1**- العرض البياني للبيانات النوعية..
27	**2**- العرض البياني للبيانات الكميّة ....
33	**المحور الرابع: مقاييس النزعة المركزية (المتوسطات)**....................
33	**أولا: الوسط الحسابي**..
33	**1**- تعريف الوسط الحسابي..
33	**2**- حساب الوسط الحسابي في حالة البيانات غير المبوّبة......................
34	**3**- حساب الوسط الحسابي في حالة البيانات المبوّبة..........................
36	**4**- خصائص الوسط الحسابي ....

المقدمة:

المطبوعة الموسومة " **دروس وتمارين في مادة الإحصاء 1** " موجهة لطلبة السنة الأولى ليسانس، جذع مشترك لميدان علوم اقتصادية وعلوم تجارية وعلوم التسيير.

وتُمكن الطلبة من الإلمام بمبادئ وأدوات الإحصاء الوصفي بطريقة موجزة وبسيطة، إذ قسمنا المطبوعة إلى تسع محاور مدعمة بأمثلة بالحل النموذجي لكل عنصر على حدى، آخذين بعين الاعتبار آخر تحديث للبرنامج المحدد من طرف الوزارة الوصية.

المحور الأول: مفاهيم أساسية حول علم الإحصاء.

أولا: ماهية علم الإحصاء.

المفهوم السائد عن الإحصاء هو تلك الأرقام والبيانات التي تقوم الدول والهيئات أو بعض الوكالات بجمعها ومعالجتها لتناسب أغراضا معيّنة، كتلك التي تهتم بتعداد السكان أو تلك التي تهدف إلى رصد المواليد والوفيات.

ويعتبر الإحصاء اليوم بقسميه النظري والتطبيقي فرعا مهما من فروع العلم والمعرفة لأنه يدرس بشكل أساسي الناحية الكمية للظواهر باستخدام الطرق والمبادئ الإحصائية المناسبة. فهو يدرس الظاهرة حسب المكان وعلاقتها بالظواهر الأخرى، كما يدرس تطور هذه الظواهر حسب الزمان والتنبؤ بحجمها في المستقبل أخذا بعين الاعتبار العوامل التي تؤثر على هذه الظواهر في الماضي وتغيّر هذه العوامل أو تغيّر تأثيرها في المستقبل الذي لا غنى عنه لمعرفة حقيقة الظواهر والتخطيط لها.

1-علم الإحصاء:

يُشار لعلم الإحصاء على أنه مجموعة الطرق العلمية القياسية التي يمكن توظيفها لجمع المعطيات (البيانات والمعلومات) الإحصائية عن الظواهر وتبويبها وتلخيصها وتقييمها والخروج من خلالها باستنتاجات حول مجموع وحدات المجتمع.

ويعرّف بأنه ذلك الفرع من فروع المعرفة الذي يختص بدراسة أساليب ووسائل معالجة البيانات التي تنشأ في كافة مجالات العلوم الاجتماعية والطبيعية، كما أنه يعتبر الإحصاء علم كبقية العلوم لأنه يمتاز بالمراحل الأربعة التي تمتاز بها بقية العلوم وهي:

- ✓ **المشاهدة:** العالم يشاهد ما يحدث، ويدوّن الحقائق المتعلقة بالمشكلة التي يود أن يدرسها؛
- ✓ **الفرضية:** لتفسير الحقائق المتعلقة بالمشكلة التي يود العالم أن يدرسها ويصوغ ما في ذهنه على شكل فرضيات تعبر على ما تحتويه البيانات التي جمعها؛
- ✓ **التنبؤ:** يستنتج العالم من فرضياته بعض الحقائق؛
- ✓ **التحقق:** يقوم العالم بجمع بيانات جديدة ويضع فرضيات جديدة وباستنتاج حقائق جديدة للتأكد من صحة تنبؤه.

على الرغم من الفرق الشاسع بين مصطلح "الإحصاء" والمصطلحات التالية " تعداد، إحصاءات" إلا أن أغلبية الباحثين لا تحسن التمييز بين هذه المصطلحات، ولإزالة هذا التداخل نعطي التعاريف التالية:

- ✓ **التعداد:** يقصد به عملية العد التي تقوم بها أجهزة مختصة تابعة لهيئات رسمية، وذلك بغرض الحصول على معطيات حول ظاهرة أو مجموعة من الظواهر، فالتعداد هو الحصر الكمي للظواهر؛

- ✓ **إحصائيات:** هي مجموعة المعلومات أو البيانات الكمية(الرقمية) والوصفية الخاصة بالظاهرة قيد الدراسة أو البحث، ويتم جمع هذه المعلومات من طرف هيئات مختصة وتقدمها بأساليب عملية في وثائق رسمية وغير رسمية لخدمة غرض محدد.

2-المجتمع الإحصائي:

يُعرف على أنه مجموعة المفردات موضع الدراسة، سواءا كانت هذه الوحدات أفراد أو أشياء أو قياسات والتي تشترك في صفات أو خصائص وسمات محددة، ويقسم المجتمع الإحصائي إلى قسمين:

- ✓ **المجتمع المحدود:** يعتبر المجتمع محدودا إذا كان بالإمكان حصر جميع وحدات الدراسة فيه: مثلا طلاب الجامعة الجزائرية يعتبر مجتمع محدود.
- ✓ **المجتمع غير المحدود:** في المجتمع غير المحدود فإن أسلوب دراسة جميع وحدات المجتمع والذي يطلق عليه بأسلوب الحصر الشامل يصبح مستحيلا، كذلك الحال في بعض المجتمعات المحدودة والتي لا يقبل المنطق تطبيق أسلوب الحصر الشامل، مثلا: فحص دم شخص، حيث لا يمكن سحب جميع دمه مما يؤدي إلى هلاكه، لذا فالأسلوب هنا يكمن في تبني أسلوب المعاينة.

3-الوحدة الإحصائية:

هي العنصر الأولي محل الدراسة الإحصائية، أو هي القيمة المادية أو المعنوية التي تقع عليها الدراسة الإحصائية، مثل: الطالب (وحدة إحصائية) من جامعة معيّنة (مجتمع الطلبة)، وبالتالي فإن المجتمع الإحصائي هو مجموعة من الوحدات الإحصائية.

4-العيّنة الإحصائية و أنواعها:

هي مجموعة جزئية من المجتمع لها نفس الخصائص يتم اختيارها لتمثيل المجتمع والاستدلال على خواصه، لذلك يجب أن تكون العيّنة ممثلة للمجتمع تمثيلا صادقا، يتم اختيارها بطرق مختلفة بغرض دراسة هذا المجتمع، نلجأ من أجل استخراج النتائج المطلوبة في وقت قصير كما تسمح لنا العينة بتوفير الجهد والتكاليف. يختلف حجم العيّنة حسب أهمية الدراسة وحسب الإمكانيات المادية والبشرية المتاحة للقيام بهذه الدراسة.

المعاينة هي الخطوات أو الطرق التي يتم إتباعها في عملية اختيار العيّنة، ويتوقف نجاح استخدام أسلوب المعاينة على عدة عوامل هي:

- كيفية تحديد حجم العينة؛
- طريقة اختيار مفردات العينة؛

- نوع العينة المختارة.

ويمكن تقسيم العينات وفقا لأسلوب اختيارها إلى نوعين هما:

4-1-العينات الاحتمالية (العشوائية): هي العينات التي يتم اختيار مفرداتها وفقا لقواعد الإحتمالات، بمعنى آخر هي التي يتم اختيار مفراداتها، من مجتمع الدراسة بطريقة عشوائية، بهدف تجنب التحيز الناتج عن اختيار المفردات بحيث يكون لكل عنصر فرصة أو احتمال أن يتواجد فيها، ومن أهم أنواع العينات الاحتمالية مايلي:

أ-العينة العشوائية البسيطة: تختار هذه العينة من **المجتمع الإحصائي** المراد دراسته عندما يكون متجانسا، أي أن جميع عناصره متماثلة كاختيار عينة من الطلاب جامعة ما جميع طلبتها من الذكور فقط، ويتم اختيار هذه العينة بحيث تكون فرص اختيار جميع مفرداتها من **المجتمع الإحصائي** متكافئة إذا افترضنا أن n هو حجم العينة و N هو حجم المجتمع الإحصائي، فإن فرصة أو احتمال ظهور كل عنصر في العينة هو $\frac{n}{N}$ كما أن هذه العينة **تسحب عناصرها عشوائيا** أما باتباع **طريقة القرعة** أو **بترقيم عناصر المجتمع الإحصائي** ثم اللجوء إلى جدول الأرقام العشوائية لسحب العناصر المناسبة لكل رقم عشوائي.

ب-العينة العشوائية الطبقية: يشترط في اختيار هذا النوع من العينات أن تحافظ على تجانس خصائص المجتمع من حيث تقسيماته الممكنة، وتستخدم عندما يكون المجتمع مقسما إلى مجموعات بحيث تتشابه أفراد كل مجموعة بالصفات (تكون متجانسة) حيث تسمى كل مجموعة **بالطبقة.**

$$\text{حيث: عدد أفراد العينة الطبقية} = \frac{\text{حجم الطبقة}}{\text{حجم المجتمع}} \times \text{حجم العينة الكلية}$$

مثال تطبيقي:

يراد اختيار عينة مكونة من 20 طالب من طلبة احدى الكليات، إذا علمت أن عدد طلاب هذه الكلية 1000 طالب وهم مقسمين كما يلي (حسب السنة): 400 طالب سنة أولى، 300 طالب سنة ثانية، 200 طالب سنة ثالثة، 100 طالب سنة رابعة.

بناء على ذلك كوّن العينة المطلوبة؟

السنة أولى: 400 طالب	السنة الثانية: 300 طالب	السنة الثالثة: 200 طالب	السنة الرابعة: 100 طالب
العدد $= \frac{400}{1000} * 20 = 8$ نختار 8 من 400 حسب العينة العشوائية البسيطة من (000) إلى (399)	العدد $= \frac{300}{1000} * 20 = 6$ نختار 6 من 300 حسب العينة العشوائية البسيطة من (000) إلى (299)	العدد $= \frac{200}{1000} * 20 = 4$ نختار 4 من 200 حسب العينة العشوائية البسيطة من (000) إلى (199)	العدد $= \frac{100}{1000} * 20 = 2$ نختار 2 من 100 حسب العينة العشوائية البسيطة من (000) إلى (099)

ج-العينة العشوائية المنتظمة(النظامية): هي عيّنة يتم اختيار عناصرها باتباع نظام معين ويشترط ترقيم عناصر المجتمع من 01 إلى N **(حجم المجتمع)**، ويتم تكوينها كما يلي:

✓ نحسب أولا الكسر $\frac{N}{n}$ (n حجم العينة)، ونأخذ الرقم الصحيح من هذا الكسر نرمز له بالرمز r ثم نختار عددا طبيعيا عشوائيا بين 1 و **r** نرمز له بالحرف **d** العينة التي يتم تشكيلها أرقام عناصرها كمايلي:

$$\boldsymbol{d + r, d + 2r, d + 3r, d + 4r \dots\dots}$$

مثال تطبيقي: N=300,n=24 نحسب $\frac{N}{n} = \frac{300}{24} = 12,5$ نأخذ الرقم الصحيح r=12. نأخذ:

$$d = 1 \rightarrow 1,13,25,37,49,61 \dots\dots\dots..277$$
$$d = 2 \rightarrow 2,14,26,38,50,62 \dots\dots\dots..278$$
$$d = 5 \rightarrow 5,17,29,41,53,65 \dots\dots\dots..281$$

د-العينة العشوائية العنقودية: هي عيّنة يتم تكوينها بإتباع عدة مراحل حيث يقسم المجتمع الإحصائي إلى مجموعات جزئية واضحة تسمى كل منها طبقة، ثم نقسم الطبقة إلى طبقات أخرى وهكذا، ونختار عيّنة عشوائية بسيطة من الطبقة الأخيرة تتناسب مع حجم الطبقة.

مثال تطبيقي: دراسة فرص العمل لطلاب جامعة معيّنة بعد التخرج، فالمطلوب هو تحديد أفضل عينة؟

في البداية نقوم بتقسيم الجامعة إلى كليات (كلية الطب، كلية الهندسة، كلية العلوم...إلخ) ثم نقوم بتقسيم هذه الكليات إلى تخصصات، ونأخذ عيّنة عشوائية بسيطة من كل تخصص ونجري الدراسة عليها.

4-2-العينات غير الاحتمالية (غير العشوائية): هي التي يتم اختيار مفرداتها بطريقة غير عشوائية حيث يقوم الباحث باختيار مفردات العينة بالصورة التي تحقق الهدف من المعاينة مثل اختيار عينة من المزارع التي تنتج التمور من النوع السكري، وأهم أنواع العينات غير الاحتمالية ما يلي:

أ-العينة الحصصية: نختار عناصرها ليس عشوائيا وإنما بطريقة متعمدة ويشترط فيها الحصص المطلوبة:

مثال تطبيقي:

يختار طبيب مستشفى عينة من 10 مرضى لإجراء تحاليل طبيّة تجريبية ويشترط أن تتكون من 06 نساء و04 رجال.

ب-العيّنة العمدية (القصدية): الاختلاف بين العيّنة القصدية وبين العيّنة الحصصية هي عدم وجود أي حصص يتطلب احترامها ويكون الباحث حرا في اختياره.

ج-عيّنة الصدفة: تتكون من عناصر يتم مقابلتها بالصدفة، مثلا: اختيار تلاميذ من مدرسة معيّنة.

5-المتغيّرة و أنواعها:

هي المقادير والصفات التي تقاس بها الميزات الإحصائية لأفراد المجتمع كما تعرف أيضا بأنها بيانات غير رقمية أو بيانات رقمية في شكل مستويات أو في شكل فئات رقمية وتنقسم حسب طبيعة الميزة الإحصائية المدروسة إلى قسمين:

5-1-البيانات الوصفية (المتغيّرة النوعية): لا يمكن التعبير عن حالتها بأرقام حيث لا يمكن قياسها أي هي البيانات التي تصف أفراد المجتمع الإحصائي، مثل لون الشعر أو البشرة أو تقديرات النجاح للطلاب في إحدى المواد...... وتنقسم بدورها إلى نوعين هما:

أ-متغيّرة نوعية ترتيبية(رتبية): وهي صفة نوعية يمكن ترتيب حالاتها المختلفة ترتيبا معينا.

مثال تطبيقي:

تقديرات الطلبة في مشوارهم الدراسي، نجد الحالات التالية: ممتاز، جّد جدا، جيّد، متوسط، ضعيف، ضعيف جدا.

ب-متغيّرة نوعية غير ترتيبية: في هذا النوع لا يوجد أي معيار لترتيب حالاتها:

مثال تطبيقي: الحالة العائلية (أعزب-متزوج-مطلق-أرمل).

5-2-البيانات الكمية (المتغيّرة الكمية): هي تلك الخصائص التي يمكن قياسها وهي أكثر المتغيّرات انتشارا لكون لغة الإحصاء هي لغة الأرقام.

مثال تطبيقي:

وزن الأشخاص يقاس بالكيلوغرام، أعمار الطلاب تقاس بالسنة، نتيجة الإمتحان تقاس بالدرجات، أجور العمال وتقاس بالدينار، .... وتنقسم بدورها إلى نوعين هما:

أ-متغيّرة كمية متقطعة: هي صفة كمية تأخذ حالاتها قيما ثابتة ومحددة (رقما واحدا محددا) لا تقبل وحدات قياسها التجزئة.

مثال تطبيقي: عدد حوادث المرور، عدد الأطفال في كل عائلة، عدد أفراد الأسرة........

ب-متغيّرة كمية مستمرة (متصلة): هي التي يمكن قياسها بمعايير وحدود والتي تأخذ أي قيمة يمكن تمثيلها في مدى معيّن من الأعداد الحقيقية. ونظرا للعدد غير المتناهي لهذه القيّم تقسم مجال الدراسة إلى مجالات جزئية تسمى الفئات.

مثال تطبيقي: دخل الأسرة، كميات الأمطار، وزن المنتوج.......

ثانيا: منهجية البحث الإحصائي (الطريقة الإحصائية).

وبناء على ما سبق **فالطريقة الإحصائية** تتم بالخطوات التالية:

1-التحديد الدقيق للظاهرة المدروسة:

أول مرحلة في البحث الإحصائي هي التحديد العام للظاهرة، إذ على الباحث أن يحدد بكل دقة الهدف من الدراسة الإحصائية، ثم المجتمع الإحصائي ومكانه والوقت المناسب لجمع البيانات حوله، والصفات المطلوب معرفتها ووحدات القياس المستخدمة.

2-جمع البيانات الإحصائية:

إن جمع البيانات الإحصائية من أساسيات العمل الإحصائي، ولهذه المرحلة أهمية خاصة، في أي بحث إحصائي، إذ أن توفر البيانات الإحصائية الدقيقة والسليمة عن الظاهرة المدروسة، يعطي نتائج سليمة، ويساعد على اتخاذ قرار سليم بناء على تلك النتائج، وعلى الباحث أن يحدد مصدر جمع البيانات المرغوب فيها، وأساليب وطرق ذلك قبل البدء في العملية.

2-1-مصادر جمع البيانات: هناك مصدرين للحصول منها على البيانات هما:

أ-المصادر الأولية: وهي المصادر التي نحصل منها على البيانات بشكل مباشر، حيث يقوم الباحث نفسه بجمع البيانات من المفردة محل البحث مباشرة، فعندما يهتم الباحث بجمع بيانات عن الأسرة، يقوم بإجراء مقابلة مع رب الأسرة، ويتم الحصول منه مباشرة على بيانات خاصة بأسرته، مثل بيانات المنطقة التابع لها، والحي الذي يسكن فيه، والجنسية، والمهنة، والدخل الشهري، وعدد أفراد الأسرة، والمستوى التعليمي، .... وهكذا.

ويتميز هذا النوع من المصادر بالدقة والثقة في البيانات، لأن الباحث هو الذي يقوم بنفسه بجمع البيانات من المفردة محل البحث مباشرة، ولكن أهم ما يعاب عليها أنها تحتاج إلى وقت ومجهود كبير، ومن ناحية أخرى أنها مكلفة من الناحية المادية.

ب-المصادر الثانوية: وهي تشمل جميع المصادر التي يتم الحصول منها على البيانات بشكل غير مباشر، بمعنى آخر يتم الحصول عليها بواسطة أشخاص آخرين، أو أجهزة وهيئات رسمية متخصصة مثل دوريات وزارة الزراعة ومصلحة الإحصاء...إلخ.

ولهذه الطريقة فوائد متعددة أهمها أنها تؤدي إلى إقتصاد كبير في وقت الباحث ونفقاته، إلاّ أنها تشكو أيضا من بعض العيوب أهمها:

- قد تكون البيانات قديمة وغير متجددة؛
- قد لا تفي تماما بغرض البحث؛
- قد يكون بها بعض التحيّز الذي يعيق من الإستفادة من البيانات بصورة كاملة.

2-2-أساليب جمع البيانات: يتحدد الأسلوب المستخدم في جمع البيانات، حسب الهدف من البحث، وحجم المجتمع محل البحث، وهناك أسلوبين لجمع البيانات هما:

أ-أسلوب الحصر أو المسح الشامل: يتم في هذه الحالة جمع بيانات عن كل مفردة من مفردات المجتمع بلا إستثناء كحصر جميع المزارع التي تنتج التمور، أو حصر البنوك الإسلامية في المنطقة. ويتم اعتماد هذه الطريقة في الحالات التالية:

- البيانات المطلوبة تخص كل مفردة من مفردات المجتمع؛
- الحصول على نتائج أكثر دقة؛
- عدم تجانس مفردات المجتمع وإذا كان صغيرا نسبيا.

ب-أسلوب المعاينة (العيّنة الإحصائية): يعتمد هذا الأسلوب على معاينة جزء من المجتمع محل الدراسة، يتم اختياره بطريقة علمية سليمة، ودراسته ثم تعميم نتائج العينة على المجتمع، ومن ثم يتميز هذا الأسلوب بالآتي:

- تقليل الوقت والجهد؛
- تقليل التكلفة؛
- الحصول على بيانات أكثر تفصيلا، وخاصة إذا جمعت البيانات من خلال استمارة استبيان؛
- أسلوب المعاينة يفضل في بعض الحالات التي يصعب فيها إجراء حصر شامل، مثل معاينة دم المريض، أو إجراء تعداد لعدد الأسماك في البحر....إلخ.

من جانب آخر، يعاب على هذه الطريقة أن نتائجها تكون أقل دقة من نتائج أسلوب الحصر الشامل، وخاصة إذا كانت العيّنة المختارة لا تمثل المجتمع تمثيلا جيّدا.

3-تبويب وعرض البيانات:

يعني عرض البيانات بصورة يمكن الاستفادة منها في وصف الظاهرة موضوع الدراسة، من حيث تمركز البيانات ودرجة تجانسها. وهناك طريقتين لعرض البيانات الإحصائية هما: العرض الجدولي والعرض البياني.

4-تحليل البيانات الإحصائية:

تحليل البيانات هو وسيلة الحصول على الإجابات المطلوبة في إشكالية البحث الإحصائي، حتى يتمكن الباحث من التحليل الإحصائي لجوانب الظاهرة المدروسة، ويتم ذلك عن طريق أدوات إحصائية كثيرة منها البسيط ومنها المعقد، تمسح باستقراء النتائج واستخلاص مدلولها، الذي هو هدف البحث الإحصائي.

5-تفسير البيانات الإحصائية:

من المعروف أن في إعداد السياسات واتخاذ القرارات المتعلقة بالقضايا الاجتماعية والاقتصادية تبنى على أساس الدراسات الإحصائية من هنا كان لزاما على الإحصائي أن يكون ملما بمضمون الأعداد وأن يفسر النتائج المتوصل إليها وأن يشرح ما تعنيه.

المحور الثاني: العرض الجدولي للبيانات الإحصائية.

أولا: عرض البيانات جدوليا.

يُعتبر تنظيم وعرض البيانات الإحصائية أول مرحلة للتحليل الإحصائي وتتقيّد هذه الطريقة على نوع هذه البيانات وعلى الحقائق المطلوب إبرازها منها. وعليه يمكن تنظيم وعرض البيانات إما عن طريق تصميم التوزيعات أو الجداول التكرارية أو باستعمال الرسوم البيانية.

يمكن عرض البيانات في صورة جدول تكراري، ويختلف شكل الجدول طبقا لنوع البيانات، وحسب عدد المتغيرات، ففي الجدول الإحصائي الأولي(البسيط) نضع في العمود الأول جميع الحالات الممكنة للمتغيّرة المدروسة ونرمز لها بالرمز X_i ، ونضع في العمود الثاني عدد عناصر المجتمع الإحصائي المقابلة لكل حالة أي التكرار المطلق n_i، ويكون الجدول الإحصائي كمايلي:

الجدول التكراري البسيط

الحالات X_i	التكرار المطلق n_i
X_1	n_1
X_2	n_2
. . X_k	. . n_k
$\sum$ المجموع	$\sum_{i=1}^{k} n_i = N$

هذا الجدول يبين لنا أو يعطينا توزيع المجتمع الإحصائي حسب المتغيّرة المدروسة، يمكن إثراء هذا الجدول بإضافة عمودا ثالثا مخصصا لما يسمى بالتكرارات النسبية التي نرمز لها بـ f_i حيث $f_i = \frac{n_i}{N}$ ، كما يمكننا الحصول على نسب مئوية (تكرار نسبي مئوي) بضرب الحاصل في 100.

$$f_i = \frac{n_i}{N} * 100$$

1-الجداول التكرارية البسيطة ذات المتغيّرة النوعية:

وهي الجداول التي تتضمن تكرارات متغيرات نوعية معينة للظاهرة المدروسة، كعدد المتزوجين، أو عدد حاملي شهادة ليسانس في تخصص ما، أو عدد العاطلين عن العمل، مثلا، وتحتوي هذه الجداول على متغيّرة نوعية واحدة فقط

(جداول تكرارية بسيطة) ويتم افراغ البيانات فيها كما هو مبين في المثال التالي والذي يبين لنا كيف يمكن تبويب البيانات الوصفية الخام في شكل جدول تكراري.

مثال تطبيقي:

أخذت عينة عشوائية من الطلبة تتكون من 25 طالبا، ليتم استقصاءهم حول التقديرات التي تحصلوا عليها في مقياس المحاسبة، وتم ذلك من خلال ملأ استمارات خاصة، فكانت الإجابات في الاستمارات كمايلي:

ممتاز	جيّد	جيّد جدا	جيّد	جيّد
جيّد	ممتاز	ممتاز	جيّد جدا	جيّد جدا
جيّد جدا	ممتاز	جيّد جدا	ممتاز	جيّد
ممتاز	جيّد جدا	ممتاز	ممتاز	ممتاز
جيّد جدا	جيّد جدا	ممتاز	جيّد جدا	جيّد جدا

المطلوب:_

1- ماهو المتغيّر ونوعه؟ وما المعيار المستخدم في قياس البيانات؟

2-أعرض البيانات في شكل جدول تكراري

3- كون التوزيع التكراري النسبي

4 -علّق على النتائج.

حل المثال التطبيقي:

1-المتغير هو: التقديرات، ونوعه: متغير وصفي (صفة نوعية غير رتبية)، والمعيار المستخدم :معيار اسمي.

2- لعرض البيانات في شكل جدول تكراري، يتم اتباع الآتي: تكوين جدول تفريغ البيانات.

وحتى نتجنب الخطأ خاصة إذا كان عدد الإستمارات أو عدد البيانات كبيرا، نقوم بأخذ استمارة بعد استمارة، ونضع تشطيبة عمودية صغيرة أمام الصفة التي تحتويها الإستمارة وذلك في عمود التعداد، وعندما نصل إلى التشطيبة الخامسة نضعها مقاطعة للأربعة الأولى بحيث تشكل لنا زمرة تتكون من خمسة تشطيبات ونستمر هكذا حتى ننتهي من تسجيل كل الاستمارات.

ومن البديهي أن نستخدم الزمر الخماسية على هذا المنوال، يسهل لنا عملية الجمع عند الإنتهاء من إفراغ البيانات في عمود التعداد وذلك ما يوضحه الجدول الموالي:

جدول تفريغ البيانات

الفرع	التكرار المطلق n_i	التكرار النسبي المئوي $f_i = \frac{n_i}{N} * 100$
ممتاز	10	$f_1 = \frac{10}{25} * 100 = 40$
جيّد جدا	10	$f_2 = \frac{10}{25} * 100 = 40$
جيّد	05	$f_3 = \frac{5}{25} * 100 = 20$
المجموع	**25**	**100**

الشرح: يلاحظ أن التقديرات الشائعة بين الطلبة في مادة المحاسبة " ممتاز" وجيّد جدا" بنسبة **40%** لكل تقدير مما يدل على أنهما يمثلان الأغلبية من بين طلبة العيّنة المستقصاة.

2-الجداول التكرارية البسيطة ذات المتغيّرة الكمية:

وهي نوعان، هما على التوالي:

2-1-الجداول التكرارية البسيطة ذات المتغيّرة الكمية المتقطعة (المنفصلة): وهي الجداول التي تظهر عدد التكرارات كمية واحدة محددة وممثلة في رقم واحد فقط، تسمى هذه الكمية بالفئة، وبمعنى آخر هي التي تكون فيها المتغيّرة الكمية عبارة عن متغيرة متقطعة.

مثال تطبيقي:

أرادت مسؤولة مكتبة جامعية تقرض الكتب الجامعية للطلاب أن تحصر عدد الكتب التي تقرضها في السداسي الأول من السنة الجامعية 2018-2019، فقامت هذه المسؤولة بإختيار عيّنة عشوائية متكونة من 12 طالب جامعي وسألت كل واحد منهم عن عدد الكتب التي طلبها من المكتبة في السداسي الأول وكانت الإجابات كمايلي:

2	**3**	**4**	**4**	**5**	**4**
3	**3**	**0**	**1**	**3**	**2**

لكي تكون هذه البيانات أكثر فائدة يجب أن يتم تنظيمها، ونلاحظ أن المتغير الذي ورد في العينة هو عدد الكتب التي يطلبها (يقرضها) الطالب في السداسي الأول وهو **متغيركمي متقطع**.

حل المثال التطبيقي: **جدول توزيع تكراري للكتب المقترحة من طرف الطلبة**

عدد الكتب (الفئة) x_i	التكرار المطلق n_i	التكرار النسبي المئوي $f_i = \frac{n_i}{N} * 100$
0	01	$f_1 = \frac{1}{12} * 100 = 8,33$
1	01	$f_2 = \frac{1}{12} * 100 = 8,33$
2	2	$f_3 = \frac{2}{12} * 100 = 16,67$
3	4	$f_4 = \frac{4}{12} * 100 = 33,33$
4	3	$f_5 = \frac{3}{12} * 100 = 25$
5	1	$f_6 = \frac{1}{12} * 100 = 8,33$
المجموع	**12**	**100**

يرمز لقيمة الفئة i ولتكراراتها المطلقة بـ n_i، حيث i رقم الفئة

من الملاحظ أنه بمجرد أن توضع البيانات الخام في جدول تكراري يصبح من السهل ملاحظة الوتيرة التي يظهر بها **قيم المتغير** (عدد الكتب)، يسهل علينا هذا الجدول تحديد مثلا ماذا كان هنالك عدد كبير من الطلاب لم تطلب أي كتاب أو طلبوا أكثر من أربعة كتب.

كما نستطيع أن نحدد درجة طلب واستخراج الكتب من المكتبة بالتقريب للطالب الجامعي بصورة عامة، مثلا نلاحظ أن 4 طلاب من بين 12 طالب طلبوا أكثر من 3 كتب. وكذا ربع($\frac{1}{4}$) الطلاب طلبوا أقل من 3 كتب خلال السداسي الأول من السنة الجامعية 2018-2019.

عدد الكتب المطلوبة تسمى الفئة، وهو محدد في قيم واحد كما سبقت الإشارة أي هو غير محصور ضمن مجال، وبالتالي نقول أن طول الفئة (طول مجال الفئة)، معدوم، ونشير لذلك من الآن:

بـ (L=0) وتسمى مثل هذه الجداول بالجداول الكمية البسيطة غير المستمرة (المتقطعة أو المنفصلة).

ملاحظة:

عند القيام بعملية التبويب اليدوي للبيانات في مثل هذه الجداول، فإننا نتبع نفس الطريقة التي اتبعت في حالة تبويب البيانات ذات المتغيّرات النوعية.

2-2-الجداول التكرارية البسيطة ذات المتغيّرات الكمية المستمرة (المتصلة): في حالة المتغيّر الكمي المستمر يكون مجال الدراسة يضم ملا نهاية من القيّم، ولتعذر وضع كل تلك القيّم، يقسم مجال الدراسة إلى مجالات جزئية تسمى الفئات، يسمى طول الفئة بمدى الفئة، ونرمز له بالحرف W، وهو الفرق بين أكبر قيمة ضمن مجموعة القيم، وأصغر قيمة ضمنها.

$$w = X_{max} - X_{min} \text{........................} (1)$$

X_{max}: أعظم (أكبر) قيمة ضمن مجموعة القيم

X_{min}: أدنى (صغر) قيمة ضمن مجموعة القيم

تحديد طول الفئة: تحديد طول الفئة يساعد على تحديد عدد الفئات وبالتالي حجم الجداول، إذ كلما كان طول الفئة كبيرا كلما كان حجم الجداول صغيرا والعكس صحيح، ولتحديد طول الفئة يتم استخدام قاعدة **ستيرجس (H.A. sturges)** التي تعطى كمايلي:

$$L = \frac{w}{1 + 3.322LogN} \dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots (2)$$

حيث: **L** طول الفئة، **N** عدد القيم، **W** المدى.

ملاحظة:

إن هذه القاعدة تعطينا طول الفئات المناسب لإفراغ مجموعة البيانات في جدول تكراري مستمر غير أن الإلتزام ليس اجباريا بل يبقى تحديد طول الفئة أمرا يعود للإحصائي القائم بالعملية.

تحديد عدد الفئات: يحدد عدد الفئات باستخدام القاعدة التالية:

$$N_c = \frac{w}{L} \dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots (3)$$

حيث: i عدد الفئات

من المعادلة رقم (2) يمكننا أن نكتب:

$$w = L(1 + 3.322\ LogN) \dots\dots\dots\dots\dots .. (4)$$

وبتعويض المعادلة رقم (4) في المعادلة رقم (3) نجد أنه يمكننا كتابة المعادلة رقم (3) أيضا على النحو التالي:

$$N_c = 1 + 3.322LogN \dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots (5)$$

مثال تطبيقي: فيما يلي بيانات توضح علامات 70 طالب في الاختبار الإستدراكي لمقرر مادة المحاسبة

56	65	70	65	55	60	66	70	75	56
60	70	61	67	61	71	67	62	71	66
68	72	57	68	72	59	57	71	69	75
72	62	67	73	58	63	66	73	63	65
58	73	74	76	74	80	81	60	74	58
76	82	77	83	77	85	91	78	94	72
79	64	57	79	55	87	64	88	78	62

المطلوب: 1- كون جدول التوزيع التكراري لعلامات الطلاب

2-أحسب قيّم التكرار النسبي

3-ماهي نسبة الطلاب الحاصلين على علامة ما بين 70 إلى أقل من 80؟

4-ماهي نسبة الطلاب الحاصلين على علامة أقل من 70 درجة؟

5- ماهي نسبة الطلاب الحاصلين على علامة 80 أو أكثر؟

حل المثال التطبيقي:

1-تكوين التوزيع التكراري: علامة الطالب في الإختبار متغير كمي مستمر، ولكي يتم تبويب البيانات في شكل جدول تكراري يتم اتباع الآتي:

حساب المدى (طول الفئة) W:

$$w = X_{max} - X_{min}$$

$$w = 94 - 55 = 39$$

تحديد طول الفئة L: لتحديد طول الفئة يتم استخدام قاعدة ستيرجس(H.A.Sturges) التي تعطى كمايلي:

$$L = \frac{w}{1 + 3.322LogN}$$

$$L = \frac{39}{1 + 3.322Log70} = 5,47 \cong 5$$

تحديد عدد الفئاتNc:

$$N_c = \frac{w}{L} = \frac{39}{5} = 7,8 \cong 8$$

إذن طول الفئات المناسب لإفراغ هذه البيانات في جدول تكراري مستمر (متصل) هو:5، أما عدد الفئات المناسب فهو:**8**، بالتالي يكون الجدول المطلوب كمايلي:

جدول توزيع تكراري لعلامات الطلبة في إختبار مادة المحاسبة

الفئات	التكرار المطلق n_i	التكرار النسبي المئوي $f_i = \frac{n_i}{N} * 100$
]60−55]	10	$f_1 = \frac{10}{70} * 100 = 14.28$
]65−60]	12	$f_2 = \frac{12}{70} * 100 = 17.14$
]70−65]	13	$f_3 = \frac{13}{70} * 100 = 18.57$
]75−70]	16	$f_4 = \frac{16}{70} * 100 = 22,86$
]80−75]	10	$f_5 = \frac{10}{70} * 100 = 14,28$
]85−80]	04	$f_6 = \frac{4}{70} * 100 = 5,71$
]90−85]	03	$f_7 = \frac{3}{70} * 100 = 4,28$
]95−90]	02	$f_8 = \frac{2}{70} * 100 = 2,86$
المجموع	**70**	**100**

3. نسبة الطلاب الحاصلين على علامات ما بين **70** إلى أقل من **80** هو مجموع التكرارين النسبيين للفئتين الرابعة والخامسة.

(37.2%= 22.9+14.3) إذا نسبة الطلاب الحاصلين على علامات ما بين**(70 و80)** أي حوالي **37.2%** من الطلاب حصلوا على علامات ما بين **(70 و80)**.

4. نسبة الطلاب الحاصلين على علامات أقل **من70** هو مجموع التكرارات النسبية للفئات الأولى والثانية والثالثة: **(50%= 14.3+17.14+18.6)**. هناك حوالي **50%** من الطلاب تحصلوا على علامة أقل من **70**.

5. نسبة الطلاب الحاصلين على علامة **80** أو أكثر، هو مجموع التكرارات النسبية للفئات الثلاثة الأخيرة **(12.8%=5.71+4.3+2.9)** وعليه نقول أنّ حوالي **12.8%** من الطلاب تحصلوا على علامة 80 أو أكثر.

3-أنواع التوزيعات التكرارية المستمرة:

تقدم الجداول التكرارية المستمرة بعدة صيغ منها ما يلي:

3-1-التوزيع التكراري المغلق: يكون في هذه الحالة الحد الأدنى لأول فئة والحد الأعلى لآخر فئة محددين، وقد يكون فيه مدى الفئات متساويا، ويسمى **بالتوزيع التكراري المنتظم**، وفي الحالة المعاكسة لما يكون فيه مدى الفئات غير متساويا يسمى بالتوزيع التكراري غير المنتظم، ويلجأ إليه الباحث لما تكون البيانات الإحصائية كبيرة التشتت وكثيرة التمركز في بعض الزمر.

مثال تطبيقي:

نتائج دراسة ميدانية كان الغرض منها تقصي عادة تدخين السجائر للعاملين في أحد المصانع كما يلي:

توزيع تكراري مغلق

فئات المدخنين	التكرار المطلق n_i
]08-04]	06
]12-08]	11
]16-12]	19
]20-16]	42

3-2-التوزيع التكراري المفتوح: يكون فيه الحد الأدنى لأول فئة محدد ويسمى **بالتوزيع التكراري المفتوح من الأسفل**، أو الحد الأدنى لآخر فئة غير محدد ويسمى **بالتوزيع التكراري المفتوح من الأعلى**، أو الحدين معا ويسمى **بالتوزيع التكراري المفتوح الطرفين**.

أمثلة تطبيقية:

توزيع تكراري مفتوح من الأعلى

الفئات	التكرار المطلق n_i
أقل من 8	06
12-08	11
16-12	19
20-16	42

توزيع تكراري مفتوح من الأسفل

الفئات	التكرار المطلق n_i
08-04	06
12-08	11
16-12	19
16 فأكثر	42

توزيع تكراري مفتوح من الطرفين

الفئات	التكرار المطلق n_i
أقل من 8	06
12-08	11
16-12	19
16 فأكثر	42

3-3-التوزيعات التكرارية المجتمعة: وهي نوعان:

أ-التوزيع التكراري المتجمع الصاعد: يستخدم لغرض المعرفة السريعة لعدد أو نسب التكرارات التي تقل عن حد معين من حدود الفئات، وفي حساب بعض مقاييس النزعة المركزية، في هذا التوزيع يكون عدد التكرارات التي تقل عن الحد الأعلى لأول فئة يساوي عدد التكرارات أول فئة، وعدد التكرارات التي أقل عن الحد الأعلى للفئة الثانية تساوي عدد التكرارات الفئة الأولى والثانية، أما عدد التكرارات التي تقل عن الحد الأعلى للفئة الثالثة فيساوي إلى مجموع تكرارات الفئة الأولى والثانية والثالثة، وهكذا، يستمر التجميع حتى الوصول إلى التكرارات التي تقل عن الحد الأعلى لآخر فئة، حيث تساوي إلى مجموع التكرارات.

مثال تطبيقي:

البيانات التالية تظهر أوزان سكان عمارة ما حسب فئات الأعمار من 10 إلى 60 سنة.

الفئات (العمر)	**]20-10]**	**]30-20]**	**]40-30]**	**]50-40]**	**]60-50]**	**المجموع**
التكرار(عدد السكان)	**4**	**9**	**15**	**8**	**4**	**40**

المطلوب:

1- كوّن جدول التوزيع التكراري مع حساب قيّم المتجمع الصاعد.

حل المثال التطبيقي:

جدول التوزيع التكراري مع حساب قيّم التكرار المتجمع الصاعد موضح أدناه:

توزيع تكراري متجمع صاعد

I	الفئات	f_i	التكرار المتجمع الصاعد	
			الحد الأعلى	N↑
2	]20-10]	4	أقل من 20	4
3	]30-20]	9	أقل من 30	13
4	]40-30]	15	أقل من 40	28
5	]50-40]	8	أقل من 50	36
6	]60-50]	4	أقل من 60	40
المجموع		40		

من الجدول أعلاه يمكن معرفة التكرارات التي تقل عن أي حد من حدود الفئات المحددة، ويلاحظ أن التجميع يجري **بصفة تصاعدية**، أي من الأدنى إلى الأعلى، لذلك سمي هذا التوزيع بالتوزيع التكراري المتجمع الصاعد، ويرمز للتكرارات المتجمعة الصاعدة بسهم إلى الأعلى N↑

ب-التوزيع التكراري المتجمع النازل: يستخدم لغرض المعرفة السريعة لعدد أو نسب التكرارات التي تساوي أو تزيد عن حد معين من حدود الفئات.

مثال تطبيقي: أحسب قيّم التكرار المتجمع النازل لبيانات المثال السابق أعلاه.

حل المثال التطبيقي: التوزيع التكراري مع حساب قيّم التكرار المتجمع النازل موضح في الجدول أدناه:

توزيع تكراري متجمع النازل

I	الفئات	f_i	التكرار المتجمع النازل	
			الحد الأعلى	N↓
2	]20-10]	4	10 فأكثر	40
3	]30-20]	9	20 فأكثر	36
4	]40-30]	15	30 فأكثر	27
5	]50-40]	8	40 فأكثر	12
6	]60-50]	4	50 فأكثر	4
المجموع		40		

من الجدول أعلاه يمكن معرفة التكرارات التي تساوي أو تزيد عن أي حد من حدود الفئات المتضمنة في البيانات الأولية، وفيه يكون التكرار الذي يساوي أو يزيد عن الحد الأدنى لآخر فئة مساويا إلى تكرار آخر فئة، والتكرار الذي يساوي أو يزيد عن الحد الأدنى لأول فئة مساويا إلى مجموع التكرارات. ويرمز للتكرارات المتجمعة النازلة بسهم إلى الأسفل N↓

المحور الثالث: العرض البياني للبيانات الإحصائية.

أولا: الأشكال البيانية.

الرسوم البيانية تعطي انطباعا أفضل وتبرز بنظرة سريعة الخصائص الرئيسية للبيانات وتلقي الضوء بصورة واضحة على شكل توزيع البيانات بعد تنظيمها لأنه قد نجد صعوبة في بعض الأحيان في قراءة الجداول التكرارية. لهذا نتناول أهم طرق تمثيل البيانات على أساس أنها الأكثر شيوعا. والأشكال الآتية تعرض أشهر هذه التمثيلات البيانية وهي: أعمدة، قطاعات دائرية، مدرجات ومضلعات تكرارية، منحنيات تكرارية.

ويختلف استعمال هذه الأشكال حسب طبيعة المتغيّر والتوزيع المرغوب تمثيله.

1-العرض البياني للبيانات النوعية (المتغيّرة النوعية):

يمكن عرض البيانات الخاصة بمتغير وصفي في شكل دائرة بيانية أو أعمدة بيانية، يمكن من خلاله وصف ومقارنة مجموعات أو مستويات هذا المتغير.

1-1-الدائرة البيانية: يمكن أن نرسم الدائرة ونقسمها إلى قطاعات دائرية تتناسب مساحة كل قطاع مع تكرار الفئة التي تمثلها، فالفئة الأكثر تكرار تقابل القطاع الأكبر مساحة والفئة الأقل تكرارا تقابل القطاع الأصغر مساحة، طريقة الدائرة هي عبارة عن تقسيم الكل إلى أجزاء وكل جزء يمثل بقطاع دائري بحيث أن زاوية رأس كل قطاع دائري تعطي حسب القاعدة التالية:

$$\text{قياس الزاوية} = 360° * \frac{\text{قيمة الجزء الواحد}}{\text{مجموع قيم الأجزاء}}$$

مثال تطبيقي: الجدول التكراري التالي يبين توزيع عينة حجمها **500** شخص حسب حالته المدنية:

الحالة المدنية	أعزب	متزوّج	مطلق	أرمل	**المجموع**
عدد الأشخاص	170	50	130	150	**500**

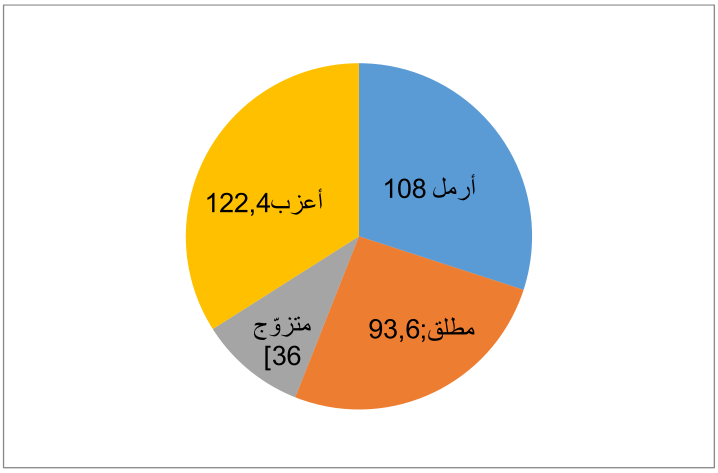
المطلوب: مثّل البيانات أعلاه في شكل دائرة بيانية.

حل المثال التطبيقي:

الحالة المدنية	عدد الأسر	قيس الزاوية
أرمل	150	°108
مطلق	130	°93.6
متزوّج	50	°36
أعزب	170	°122.4
المجموع	**500**	**°360**

رسم الدائرة: يتم رسم الدائرة وتقسيمها إلى أربع أجزاء لكل حالة جزء يتناسب مع مقدار الزاوية المخصصة له، كما هو مبين في الشكل التالي:

القطاعات الدائرية لعينة حجمها **500** شخص موزعة حسب الحالة المدنية.



1-2-الأعمدة البيانية (التكرارية):

هو الرسم البياني الملائم لتوزيع متغيّر كمي منقطع أو نوعي، هو عبارة عن عدد من الأعمدة بحيث تمثل الفئات أفقيا وتمثل التكرارات رأسيا، يرسم عمود واحد لكل فئة بحيث يكون ارتفاع كل عمود يمثل التكرار أو التكرار النسبي أو التكرار المئوي المرتبط بكل فئة في الجدول التكراري.

مع ملاحظة ان يكون عرض جميع الأعمدة متساوي كما بالإمكان استعمال أشكال تمثيلية بدلا من الأعمدة أو ألوان مختلفة للمتغيّر.

مثال تطبيقي: تمثل البيانات التالية تقدير 40 طالبا في الإمتحان النهائي لمقياس المحاسبة من المدرستين "أ" و"ب".

جدول توزيع التكراري لتقدير الطلبة في كل من المدرستين" أ" و"ب"

المدرسة أ			
التقدير	**التكرار**	**التكرار النسبي**	**التكرار المئوي**
ممتاز	5	0.125	12.5
جيد جدا	8	0.2	20
جيد	16	0.4	40
مقبول	5	0.125	12.5
راسب	6	0.15	15
المجموع	**40**	**1**	**100**

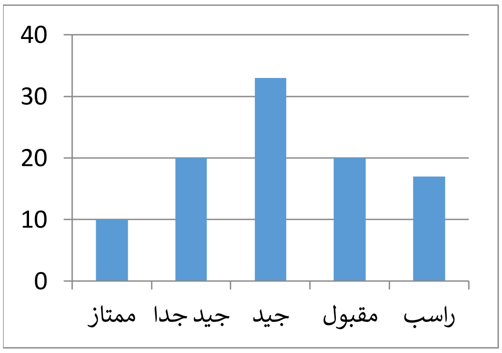
المدرسة ب			
التقدير	**التكرار**	**التكرار النسبي**	**التكرار المئوي**
ممتاز	3	0.1	10
جيد جدا	6	0.2	20
جيد	10	0.33	33
مقبول	6	0.2	20
راسب	5	0.17	17
المجموع	**30**	**1**	**100**

حل المثال التطبيقي: رسم الأعمدة البيانية

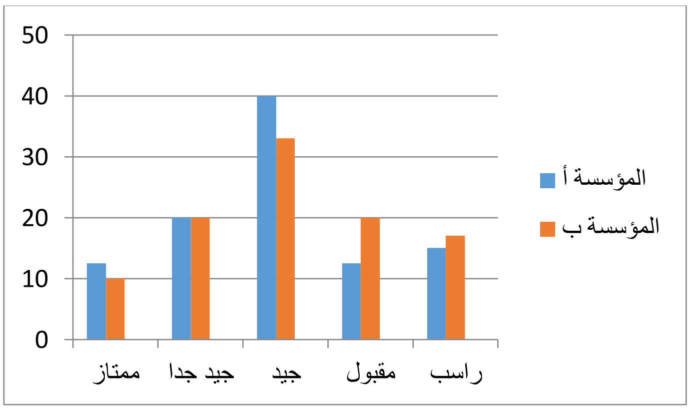
الأعمدة البيانية لتقدير الطلبة في امتحان المحاسبة

نتيجة المدرسة "أ"

نتيجة المدرسة "ب"



ويمكن وضع بيانات الجدولين في نفس الرسم كما يلي:



نتيجة المدرسة "أ"

نتيجة المدرسة "ب"

2-العرض البياني للبيانات الكمية:

يمكن تمثيل الجداول التكرارية البسيطة للبيانات الكمية من خلال الأشكال التالية:

2-1-العرض البياني للبيانات الكمية المتقطعة (المنفصلة): نكتفي في هذ الحالة بنوعين من العروض البيانية:

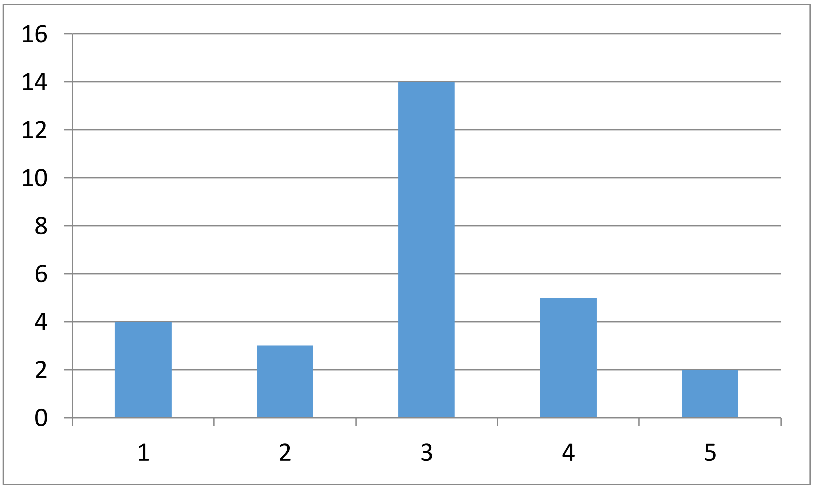
أ-الأعمدة التكرارية: نرسم معلم متعامد نضع في محور الفواصل (المحور الأفقي) القيم Xi بينما نضع في محور التراتيب (المحور العمودي) التكرارات المطلقة ni أو النسبية fi، أي هو عبارة عن أعمدة بسيطة تتناسب أطوالها مع التكرار المقابل لقيمة معينة للمتغيّر المدروس، وتسمى الأعمدة البسيطة.

مثال تطبيقي: الجدول التالي يبين توزيع مساكن أحد الأحياء حسب عدد الغرف المملوكة لديهم.

عدد الغرف X_i	1	2	3	4	5	المجموع
عدد المساكن n_i	4	3	14	5	2	28

حل المثال التطبيقي:

الأعمدة البيانية لعدد الغرف



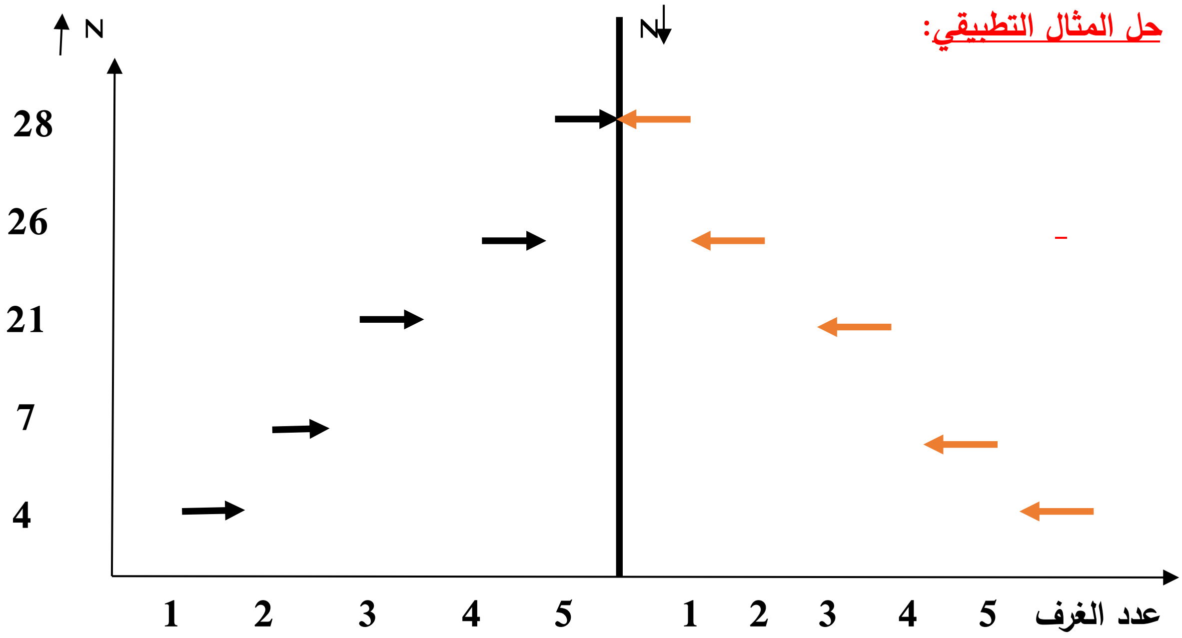
نلاحظ من بين الأعمدة التي تشكل العرض البياني السابق، أن العمود الذي يقابل القيمة 3 هو أطولهم وتكراره يساوي 14، معنى ذلك أن أغلبية المساكن لديها ثلاثة غرف مملوكة.

ب-المنحنى المتجمع (المتراكم): يسمى بالمنحنى السلمي: يستعمل هذا النوع من الرسوم البيانية لعرض التكرار المتجمع المطلق أو النسبي حين يتعلق الأمر بمتغير كمي منفصل(متقطع) مرتب في جدول تكراري لقيم فردية، وهو عبارة عن منحنى في شكل سلم أين تعبر كل خطوة منه على التكرار التراكمي المقابل لقيمة المتغير.

<u>مثال تطبيقي:</u> بالاعتماد على نفس معطيات المثال السابق

عدد الغرف X_i	1	2	3	4	5	المجموع
عدد المساكن n_i	4	3	14	5	2	28
التكرار المتجمع الصاعد N↑	4	7	21	26	28	
التكرار المتجمع النازل N↓	28	24	21	7	2	

<u>حل المثال التطبيقي:</u>



2-2-العرض البياني للبيانات الكمية المستمرة (المتصلة):

أ-المدرج التكراري Histogram: المدرج التكراري هو الرسم البياني المكرس للتوزيع التكراري الخاص بمتغيّر كمي مستمر وهو عبارة عن رسم على محورين متعمدين أحدهما أفقي يمثل الفئات والثاني رأسي يمثل التكرار، ويتألف من عدد من المستطيلات المتلاصقة قواعدها طول فئات التوزيع وارتفاعاتها تتناسب مع التكرارات المناظرة لها.

<u>مثال تطبيقي:</u> فيما يلي التوزيع التكراري لـ 100 عامل حس الأجر اليومي:

الأجر	]620-600]	]640-620]	]660-640]	]680-660]	]700-680]	]720-700]	المجموع
عدد العمال	10	15	20	25	20	10	100

<u>المطلوب</u>: 1-أرسم المدرج التكراري

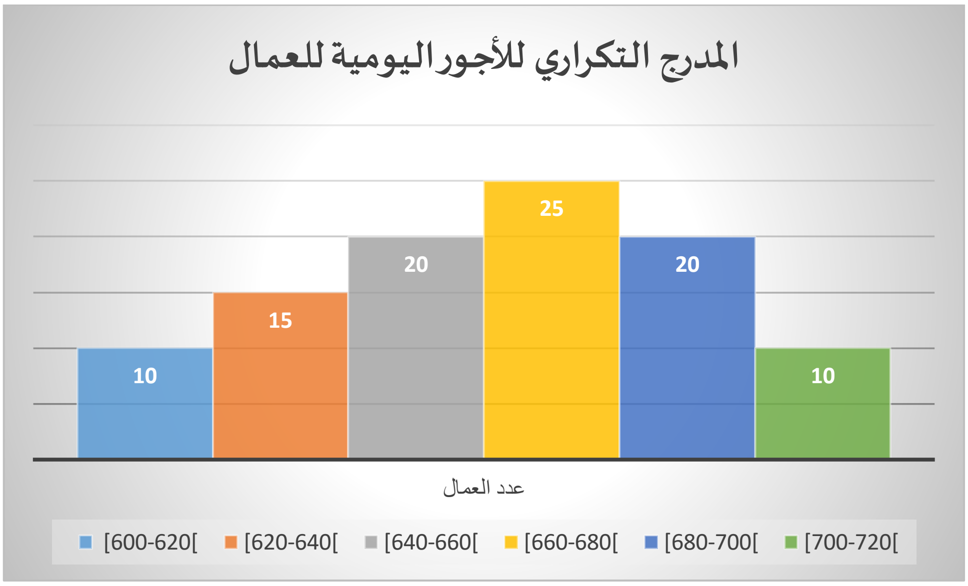
2- ارسم المدرج التكراري النسبي، ثم علق على الرسم

<u>حل المثال التطبيقي:</u>

1- رسم المدرج التكراري يكون بإتباع المراحل التالية:

- رسم محوران متعامدان، المحور العمودي يمثل التكرارات، المحور الأفقي يمثل الأجر اليومي
- كل فئة تمثل بعمود ارتفاعه هو تكرار الفئة، وطول قاعدته هو طول الفئة

- كل عمود يبدأ من حيث انتهى به عمود الفئة السابقة.

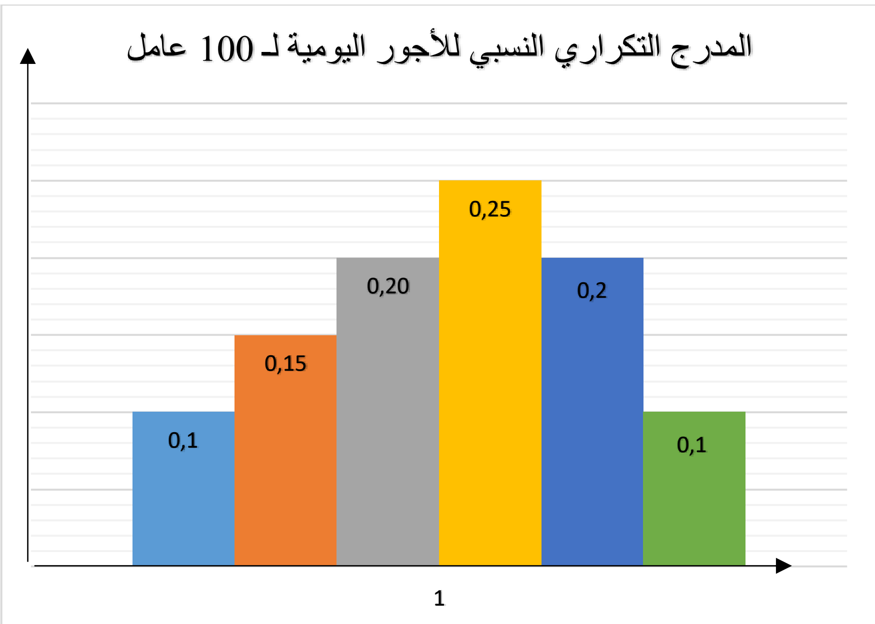


رسم المدرج التكراري النسبي: لرسم المدرج التكراري النسبي يتم إجراء الآتي:

- حساب التكرارات النسبية

الأجر	]620-600]	]640-620]	]660-640]	]680-660]	]700-680]	]720-700]	المجموع
التكرار	10	15	20	25	20	10	100
التكرار النسبي	0.10	0.15	0.20	0.25	0.20	0.10	1

باتباع نفس الخطوات السابقة عند رسم المدرج التكراري، يتم رسم المدرج التكراري النسبي بإحلال التكرارات النسبية محل التكرارات المطلقة على المحور العمودي، كما هو مبين في الشكل التالي:



نلاحظ من الشكل أعلاه أن 25% من العمال تتراوح أجورهم اليومية ما بين 660 و680 وحدة نقدية وهي أكبر نسبة.

ملاحظة: قواعد خاصة بالمدرج التكراري:

- المساحة أسفل المدرج التكراري تساوي مجموع التكرارات (n)؛
- المساحة أسفل المدرج التكراري النسبي، فهي تعبر عن مجموع التكرارات النسبية، وهي تساوي الواحد الصحيح؛
- يمكن أن نميّز بين حالتين عند وضع المدرج التكراري:

✓ الحالة الأولى: عندما تكون الفئات متساوية (كما هو موضح في المثال السابق)، نلاحظ في هذه الحالة أن قاعدة المقارنة ثابتة ومتساوية ومن ثمّ لا نجري أي تعديل على جدول المعطيات.

✓ الحالة الثانية: عندما تكون الفئات غير متساوية في الطول نقوم بتعديل التكرارات، لأن قاعدة المقارنة غير ثابتة، حتى يكون هناك تناسب بين طول الفئة والتكرار المقابل لها، أي إيجاد عدد الوحدات الإحصائية الموزعة على وحدة قياس معيّنة، وذلك بحساب التكرار المعدّل وهو عبار عن النسبة بين التكرار البسيط وطول الفئة المقابلة.

ب-المضلع التكراري: هو تمثيل بياني أيضا للجدول التكراري البسيط، حيث يمثل التكرارات على المحور العمودي، ومراكز الفئات على المحور الأفقي، ثم التوصيل بين الإحداثيات بخطوط منكسرة، وبعد ذلك يتم توصيل طرفي المضلع بالمحور الأفقي، ومركز الفئة هي القيمة التي تقع في منتصف الفئة، وتحسب بتطبيق المعادلة التالية:

$$\text{مركز الفئة } C_i = \frac{\text{الحد الأعلى للفئة} + \text{الحد الأدنى للفئة}}{2}$$

ونظرا لعدم معرفة القيم الفعلية لتكرار كل فئة، يعتبر مركز الفئة هو التقدير المناسب لقيمة كل مفردة من مفردات الفئة.

مثال تطبيقي:

استخدم بيانات الجدول التكراري في المثال السابق لرسم المضلع التكراري.

حل المثال التطبيقي: لرسم المضلع التكراري يتبع الخطوات التالية:

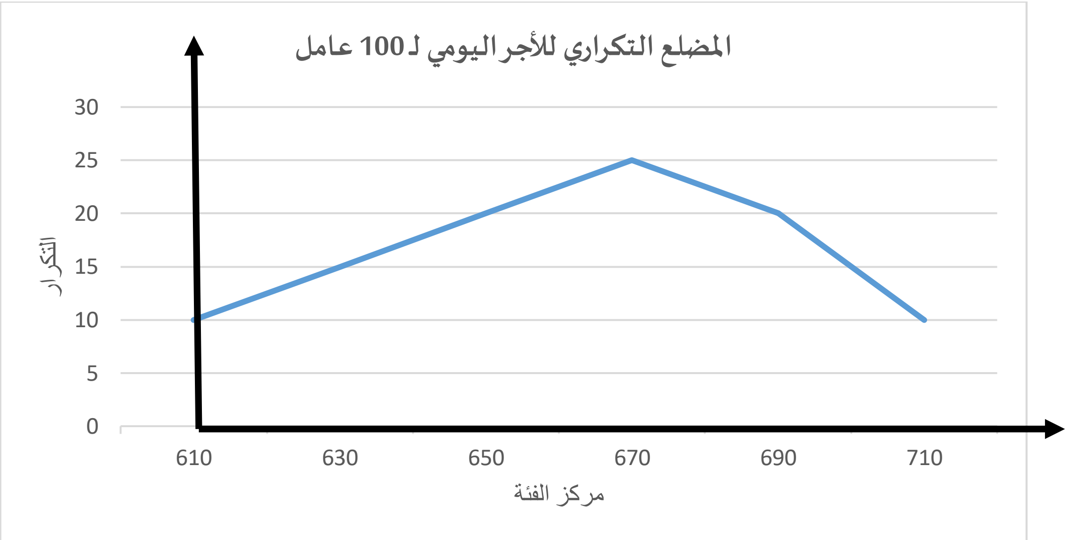
- الخطوة الأولى: حساب مراكز الفئات

الأجر	]620-600]	]640-620]	]660-640]	]680-660]	]700-680]	]720-700]	المجموع
مركز الفئة C_i	610	630	650	670	690	710	
عدد العمال	10	15	20	25	20	10	100
التكرار النسبي	0.10	0.15	0.20	0.25	0.20	0.10	1

- الخطوة الثانية: تحديد إحداثيات الرسم:

مركز الفئة C_i	610	630	650	670	690	710	
التكرار	10	15	20	25	20	10	100

- الخطوة الثالثة: التمثيل البياني لنقط الإحداثيات وتوصيلها بخطوط مستقيمة.



ملاحظة:

الخط المنكسر هو المضلع التكراري، حيث أن المساحة التي تقع تحت المضلع التكراري تساوي المساحة التي تقع تحت المدرج التكراري، وحتى نحافظ على هذه القاعدة، نفرض ان لهذا التوزيع فئتان إحداهما في بدايته والأخرى في نهايته، تكرار كل منهما يساوي الصفر، بحيث ننطلق من مركز الفئة الافتراضية الأولى وننتهي عند مركز الفئة الافتراضية الأخيرة.

مثال تطبيقي: ليكن التوزيع التكراري التالي: المطلوب وضع العرض البياني المناسب

الفئات	4-2	8-4	10-8	12-10	18-12	20-18	22-20	المجموع
التكرار	3	10	7	10	21	6	2	59
طول الفئة	2	4	2	2	2	6	2	-
التكرار المعدل	3	5	7	10	7	6	2	-

العرض البياني المناسب في حالة توزيع تكراري فئات هو المدرج والمضلع التكراري، وبما أن طول الفئة غير متساوي لا بد من حساب التكرار المعدل وذلك بقسمة التكرار الأصلي لكل فئة على طولها فنحصل على قاعدة المقارنة الثابتة (أي تكرار معدل لجميع الفئات).

ج–المنحنى التكراري: باتباع نفس الخطوات السابقة في رسم المضلع يمكن رسم المنحنى التكراري، ولكن يتم تمهيد الخطوط المنكسرة في شكل منحنى بحيث يمر بأكثر عدد من النقاط.

المنحنى التكراري هو خط منحنى ممهد للمضلع التكراري، يعطي لنا فكرة عن شكل التوزيع هل هو قريب إلى التوزيع الطبيعي (متناظر أوغير متناظر).

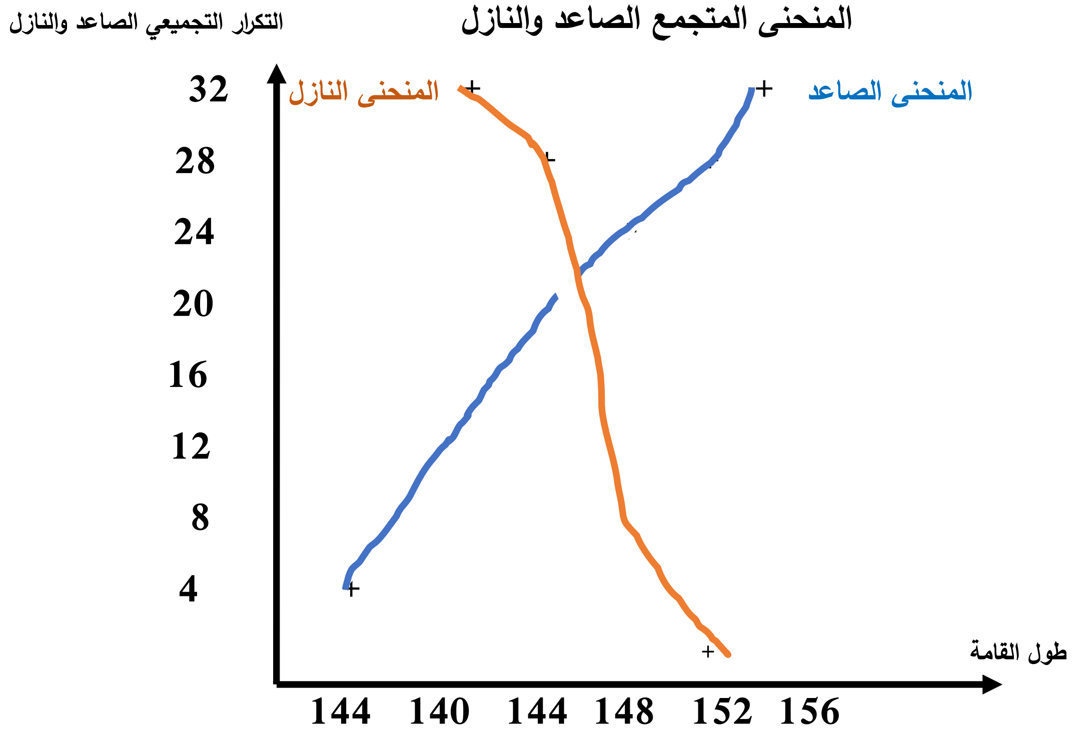
د-التوزيعات التكرارية المتجمعة: (المنحنى المتجمع الصاعد والنازل): يتم رسم المنحنى المتجمع الصاعد والنازل في معلم متعامد ومتجانس والتسمية الحقيقية هو المضلع المتجمع الصاعد والمضلع المتجمع النازل، فنسجل على المحور الأفقي " الفئات" بمعنى حدود الفئات (الحد الأدنى والأعلى) أما في المحور العمودي نسجل قيّم التكرار المتجمع الصاعد والتكرار المتجمع النازل، والفائدة منهما تكمن من حساب أحد مقاييس النزعة المركزية وهو الوسيط كما سيتضح لاحقا. فبخصوص المنحنى المتجمع الصاعد نحدد ثنائيات كل من الحد الأعلى لكل فئة مع التكرار المتجمع الصاعد، أما بخصوص المنحنى النازل فنحدد ثنائيات كل من الحد الأدنى للفئة مع التكرار المتجمع النازل.

مثال تطبيقي: الجدول أدناه يوضح نتائج التوزيع التكراري لقامة (طول) مجموعة من الطلبة بالسنتيمتر

الفئات (طول القامة)	]144-140]	]148-144]	]152-148]	]156-152]
التكرارات n_i	4	18	6	2
التكرار المتجمع الصاعد N↑	4	22	28	30
التكرار المتجمع النازل N↓	30	26	8	2

المطلوب: 1-ارسم المنحنى التكراري المتجمع (المتراكم) الصاعد.

2-ارسم المنحنى التكراري المتجمع (المتراكم) النازل.



ملاحظة: يبيّن كل من المنحنى التجميعي الصاعد والنازل شدة أو ضعف تطور الظاهرة المدروسة عند مستوى معيّن من مجال الدراسة.

المحور الرابع: مقاييس النزعة المركزية "المتوسطات".

تمهيد:

رأينا سابقا كيف يتم عرض البيانات الإحصائية جدوليا وبيانيا من أجل نقل وصف عام وسريع للظاهرة المدروسة ومن أجل وضع ترتيب معيّن وضروري لهده المعلومات الإحصائية، غير أن لهذه الطريقة حدود من بينها:

- لا يمكن استخدامها في الأسلوب الشفهي؛
- لا يمكن استخدامها في تحليل المعطيات؛
- لا يمكن الاستفادة منها في مجال الاستقراء الإحصائي (التنبؤ واتخاذ القرارات).

ولهذه الأسباب وضعت مقاييس عددية وصفية يمكن استخدامها في مجالات عديدة منها التحليل والتنبؤ واتخاذ القرارات ومن بينها مقاييس النزعة المركزية (الموضع أو المتوسطات)، وهي القيم التي تتركز القيم حولها، ومن هذه المقاييس، الوسط الحسابي، والمنوال، والوسيط، والوسط الهندسي، والوسط التوافقي، والرباعيات، والمئينات، وفيما يلي عرض أهم هذه المقاييس.

أولا: الوسط (المتوسط) الحسابي.

1-تعريف الوسط الحسابي:

يُعرف الوسط الحسابي لمجموعة من القيم بأنه مجموع هذه القيمة مقسوما على عددها، كما يمكن تعريفه بأنه القيمة التي لو أعطيت لكل مفردة من مفردات المجموعة فإن مجموع القيم الجديدة يساوي مجموع القيم الأصلية.

يعرف الوسط الحسابي رياضيا بأنه يساوي مجموع قيم البيانات مقسوما على عدد مفردات البيانات، أي:

2-حساب الوسط الحسابي في حالة البيانات غير المبوّبة:

يُعرف الوسط الحسابي بشكل عام على أنه مجموع القيم مقسوما على عددها، فإذا كان لدينا n من القيم، ويرمز لها بالرمز: x1,xn....,x2 يحسب بالمعادلة التالية:

$$\text{الوسط الحسابي} = \frac{\text{مجموع القيم}}{\text{عدد القيم}}$$

$$\bar{X} = \frac{x_1, x_2, \ldots\ldots\ldots\ldots x_n}{n} = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i}{n}$$

مثال تطبيقي: تمثل السلسلة التالية مردودية إنتاج الحبوب في الهكتار لمختلف الوحدات الزراعية لولاية ما بالقنطار:

14،13،16،15،13،10،12،11،11،11،10

المطلوب: احسب الوسط الحسابي.

حل المثال التطبيقي:

لدينا نوع البيانات غير مبوبة ومنه:

$$\overline{X} = \frac{\mathbf{10 + 11 + \cdots \ldots \ldots \ldots \ldots + 16}}{\mathbf{11}} = \mathbf{12,36}$$

معناه أن متوسط أو معدل المردودية لمختلف الوحدات الزراعية 12,36 قنطار في الهكتار.

3-حساب الوسط الحسابي في حالة البيانات المبوبة:

يقصد بالبيانات المبوبة أن قيّم المتغيّر موضوع الدراسة محملة بتكراراتها المطلقة (الأوزان).

3-1-حالة المتغير المتقطع:

إذا كان x_1 و x_2،..........x_n قيّم ميزة احصائية، وكانت n_1 وn_2....n_k تكراراتها على الترتيب: فإنّ الوسط الحسابي لهذه السلسلة الإحصائية يعطى بالعلاقة:

$$\boxed{\overline{X} = \frac{\mathbf{n_1x_1 + n_2x_2 + \cdots .. + n_kx_k}}{\mathbf{n_1 + n_2 + \cdots \ldots + n_k}}}$$

أي:

$$\boxed{\overline{X} = \frac{\sum_{i=1}^{k} \mathbf{n_i x_i}}{\mathbf{N}}}$$

حيث:

K: عدد القيم المختلفة

N: حجم المجتمع

ni : حجم التكرار المطلق

Xi: القيم

مثال تطبيقي: الجدول التالي يعطينا توزيع **42 طالب** حسب عدد الغيابات

عدد الغيابات x_i	التكرار المطلق n_i	$n_i x_i$
0	15	0
2	08	16
3	10	30
4	07	28
5	02	10
المجموع	**42**	**84**

المطلوب: أحسب المتوسط الحسابي لغيابات الطلبة.

حل المثال التطبيقي: لحساب متوسط الغيابات لـ **42** طالب استخدمنا العلاقة الرياضية التالية:

$$\overline{X} = \frac{\sum_{i=1}^{k} n_i x_i}{N} = \frac{84}{12} = 02$$

بمعنى أن متوسط (معدل) غيابات كل طالب هو: **02 غياب.**

3-2-حالة المتغير المستمر:

من المعلوم أن القيم الأصلية، لايمكن معرفتها من جدول التوزيع التكراري، حيث أن هذه القيم موضوعة في شكل فئات، ولذا يتم التعبير عن كل قيمة من القيم التي تقع داخل حدود الفئة بمركز هذه الفئة، ومن ثم يؤخذ في الإعتبار أن مركز الفئة هو القيمة التقديرية لكل مفردة تقع في هذه الفئة.

فإذا كانت K هي عدد الفئات، وكانت $C_K,\ldots\ldots c_2,c_1$ هي مراكز هذه الفئات وكانت $n_K,\ldots\ldots n_2,n_1$ تكراراتها على الترتيب، فإن الوسط الحسابي يحسب بالمعادلة التالية:

$$\overline{X} = \frac{\sum_{i=1}^{k} n_i c_i}{\sum_{i=1}^{k} n_i}$$

مثال تطبيقي:

لمعرفة ودراسة تطور مداخيل العائلات (المداخيل السنوية) أخذت عيّنة من منطقة ما، وبعد جمع البيانات كانت النتائج ملخصة في الجدول التالي:

$n_i c_i$	مركز الفئات $_i$	التكرار المطلق $_i$	الفئات
1225	122,5	10	**]125-120]**
2550	127,5	20	**]130-125]**
5035	132,5	38	**]135-130]**
3437,5	137,5	25	**]140-135]**
997,5	142,5	07	**]145-140]**
13245		**100**	**المجموع**

$$\overline{X} = \frac{13245}{100} = 132,45$$

وعليه متوسط مداخيل العائلات لهذه المنطقة هو **132,45** وحدة نقدية.

4-خصائص الوسط الحسابي:

يمكن تلخيص خصائص الوسط الحسابي في النقاط التالية:

- يتأثر بالقيم المتطرفة أو الشاذة (القيّم التي تقع في طرفي مجال الدراسة)؛
- يستعمل في حالة المتغيّرات الكمية القابلة للقياس؛
- لا يمكن أن يكون لأي توزيع تكراري أكثر من وسط حسابي؛
- أساس حساب الوسط الحسابي هو الحساب التجميعي؛
- مجموع انحرافات قيّم المتغيّر الإحصائي بالنسبة للوسط الحسابي تساوي الصفر؛
- متوسط قيمة ثابتة يساوي تلك القيمة الثابتة.

ثانيا: الوسيط.

يعتبر الوسيط هو المقياس الثاني من مقاييس النزعة المركزية من حيث الأهمية، ويحسب إذا تمّ ترتيب البيانات حسب حجمها تصاعديا أو تنازليا، وتظهر الحاجة إليه عندما تكون البيانات تتبع توزيعا غير معتدل أو في الحالات التي توجد فيها قيّم شاذة يراد التخلص من تأثيرها أو عند وجود بيانات على هيئة جداول تكرارية مفتوحة.

1-تعريف الوسيط:

هو القيمة التي تقع في منتصف المجموعة بعد ترتيب القيم تصاعديا أو تنازليا، أي هو القيمة التي يكون نصف عدد القيم أصغر منها أو يساويها والنصف الآخر أكبر منها أو يساويها، من هذا التعريف للوسيط نجد أنه يعالج العيوب الثلاثة التي يعاني منها الوسط الحسابي، فالوسيط لا يتأثر بالقيم الشاذة أو المتطرفة، كما أنه يمكن حسابه في حالة الفئات المفتوحة، ويمكن ايجاده بيانيا.

2-حساب الوسيط في حالة البيانات غير المبوبة:

يتم حساب الوسيط لهذه البيانات باتباع الخطوات التالية:

- **الخطوة الأولى:** نقوم بترتيب البيانات تصاعديا أو تنازليا؛
- **الخطوة الثانية:** نقوم بحساب ترتيب الوسيط Cعدد القيم إذا كان زوجيا أو فرديا.

عدد القيّم	القانون	تعريف الرموز	استخدامه
N فرديا	$c = \frac{n+1}{2}$	C= رتبة الوسيط N= عدد البيانات (الأعداد)	إذا كانت الأعداد فردية
N زوجيا	$M_e = \frac{M_{e1} + M_{e2}}{2}$ $C = \frac{n}{2}$ $c = \frac{n}{2}+1$	M_{e1}الوسط الأول M_{e2}الوسط الثاني C= رتبة الوسيط	إذا كانت الأعداد زوجية

- **الخطوة الثالثة:** تحديد قيمة الوسيط حسب الرتبة التي تمّ حسابها في السلسلة الإحصائية المرتبة.

<u>**مثال تطبيقي:**</u> تمثل البيانات التالية أعمار خمسة عشر شخصا: 33-25-37-29-23-38-35-26-45-48-39-34-33-24-19.

<u>**المطلوب:**</u>_حساب الوسيط (تحديد القيمة التي تقسم المجتمع الإحصائي إلى قسمين متساويين).

<u>**حل المثال التطبيقي:**</u>

- نرتب الأرقام تصاعديا (مهما تكررت الأرقام)
- حساب الرتبة: عدد القيّم هو 15 (عدد فردي) إذا نعتمد على الصيغة التالية:

$$c = \frac{n+1}{2} = \frac{15+1}{2} = 8$$

الترتيب التصاعدي للقيّم هو: 19-23-24-25-26-29-33-33-34-35-37-38-39-45-48

إذن قيمة الوسيط هو $M_e = 33$ **(قيمة الوسيط هي القيمة التي تقع في المركز الثامن 8 في السلسلة المرتبة للقيّم).**

في حالة ما إذا حذفنا مثلا **القيمة 33** من المثال أعلاه تصبح N **زوجي تساوي14**، وعليه يحسب الوسيط بالخطوات التالية:

حساب الرتبة:

$$\boldsymbol{c = \frac{n}{2} = \frac{14}{2} = 7}$$

$$\boldsymbol{c = \frac{n}{2} + 1 = \frac{14}{2} + 1 = 8}$$

نرتب الأرقام تصاعديا: 19-23-24-25-26-29-33-34-35-37-38-39-45-48

إذن الوسيط في هذه الحالة وفق الرتبتين السابقتين لديه قيمتين هما **:Me1=33, Me2= 34 وبالتالي لا بد من حساب المتوسط الحسابي لهاتين القيمتين، ومنه:**

$$M_e = \frac{M_{e1}+M_{e2}}{2} = \frac{33+34}{2} = 33.5$$
$$M_e = 33.5$$

3-حساب الوسيط في حالة البيانات المبوبة:

البيانات المبوبة قد تكون غير مستمرة أي مدى فئاتها معدوم، وقد تكون مستمرة أي مدى فئاتها أكبر من الصفر، ويتم ايجاد الوسيط حسب كل حالة كما يلي:

3-1-حالة البيانات المنفصلة (المتقطعة) (طول الفئات معدوم): في هذه الحالة يتم ايجاد الوسيط كما يلي:

يتم حساب ترتيب الوسيط باستخدام احدى العلاقتين التاليتين:

إذا كان مجموع **التكرارات فرديا**:

$$C = \frac{\sum n_i + 1}{2}$$

إذا كان مجموع **التكرارات زوجيا**:

$$C = \frac{\sum n_i}{2}$$

نحسب التكرار المتجمع الصاعد (أو النازل) ونبحث عن مكان ترتيب الوسيط بين التكرارات المتجمعة، فتجده بين تكرارين من التكرارات المتجمعة، وتكون قيمة الوسيط هي القيمة المقابلة للتكرار المتجمع اللاحق لترتيب الوسيط، إذا ما كانت C تساوي قيم التكرارات المتجمعة فإن M_e تساوي الفئة المقابلة لها، سواء مجموع التكرارات زوجيا أو فرديا.

ونود ان نشير إلى وجود **طريقة مختصرة** لحساب الوسيط بغض النظر عن عدد المفردات زوجيا أو فرديا كان، فنتبع الخطوات التالية:

-حساب التكرار المتجمع الصاعد؛

-حساب رتبة الوسيط بالعلاقة التالية: $\frac{N}{2}$ (N مجموع القيّم)؛

-ثم نستخرج قيمة الوسيط من قيّم المتغيّر المدروس حسب الرتبة المقابلة للتكرار المتجمع الصاعد المناسب.

مثال تطبيقي: نفس معطيات المثال السابق الخاص بتوزيع الطلبة حسب عدد الغيابات

x_i	n_i	$N\uparrow$
0	15	15
$M_2=2$	8	23
3	10	33
4	7	40
5	2	42
المجموع	**42**	

لحساب قيمة الوسيط نقسم المجتمع على إثنين (عدد القيم زوجي)

$$c = \frac{N}{2} = \frac{42}{2} = 21$$

ترتيب الوسيط يوجد بين التكرارين المتجمعين: **15** و**23** لذلك فإن الوسيط يساوي القيمة (الفئة) المقابلة لـ 23،

وبالتالي يكون:

$$\boldsymbol{M_e = 2}$$

3-2-حالة البيانات المستمرة (المتصلة) (طول الفئة أكبر من الصفر): يتم حساب الوسيط بعدة طرق تعطي نتائج متقاربة في الغالب وهي:

أ-الطريقة الأولى: يتم استخدام المنهجية التالية لحساب الوسيط:

- تحديد قيّم التكرار المتجمع الصاعد أو التكرار المتجمع النازل؛
- نبحث عن ترتيب (رتبة) الوسيط باستخدام العلاقة(سواء كان مجموع التكرارات فرديا أو زوجيا تستخدم نفس العلاقة أي مجموع التكرارات قسمة 2).

$$c = \frac{\sum_{I=1}^{K} ni}{2} = \frac{\boldsymbol{N}}{\boldsymbol{2}}$$

- نبحث عن مكان ترتيب الوسيط بين التكرارات المتجمعة، فنجده بين تكرارين المتجمعة أحدهما سابق له والآخر لاحق له؛

- نبحث عن الفئة الوسيطية في حدود الفئات التي تحدد التكرار المتجمع، بحيث يكون الحد الأدنى للفئة الوسيطية هو الحد المقابل للتكرار المتجمع السابق لترتيب الوسيط، وحدها الأعلى هو الحد المقابل للمجتمع اللاحق لترتيب الوسيط؛

- ثمّ نطبق الصيغة الرياضية التالية لإيجاد قيمة الوسيط

$$M_E = D + \frac{C - N_{I-1}^{+}}{N_{I+1}^{+} - N_{I-1}^{+}} L$$

M_e	قيمة الوسيط
D	الحد الأدنى للفئة الوسيطية
C	ترتيب (رتبة) الوسيط
L	طول الفئة الوسيطية
N_{I-1}^{+}	التكرار المتجمع السابق لترتيب الوسيط
N_{I+1}^{+}	التكرار المتجمع اللاحق لترتيب الوسيط

مثال تطبيقي:

في إطار مراقبة جودة المصابيح المصنوعة من طرف شركة **AZL**، أخذت عيّنة **92** مصباح فكانت النتائج كالتالي:

الفئات: مدة الحياة	**التكرار المطلق n_i**	$N\uparrow$
]164−160]	40	$40=N_{I-1}^{+}$
]168−164]	22	$62=N_{I+1}^{+}$
]172−168]	20	82
]176−172]	10	92
المجموع	**92**	

المطلوب: حساب الوسيط لهذه البيانات.

حل المثال التطبيقي:

نقوم بحساب الرتبة:

$$c = \frac{\sum_{I=1}^{K} ni}{2} = \frac{\boldsymbol{N}}{\mathbf{2}} = \frac{92}{2} = \mathbf{46}$$

$$M_e = 164 + \frac{46 - 40}{62 - 40} \times 4 = \mathbf{165,09}$$

ب–الطريقة الثانية: نفس المراحل المستخدمة في الطريقة الأولى لإيجاد الوسيط.

$$M_E = D + \frac{C - N_{I-1}^{+}}{n_i} * L$$

M_e	قيمة الوسيط
D	الحد الأدنى للفئة الوسيطية
C$=\frac{\sum \boldsymbol{n_i}}{\mathbf{2}}$	ترتيب (رتبة) الوسيط
L	طول الفئة الوسيطية
$\boldsymbol{N_{I-1}^{+}}$	التكرار المتجمع السابق لترتيب الوسيط
$\boldsymbol{n_i}$	التكرار المطلق للفئة الوسيطية.

مثال تطبيقي: بالاعتماد على نفس معطيات المثال السابق يطلب منك حساب الوسيط باتباع الطريقة الثانية:

الفئات	**التكرار المطلق** $\boldsymbol{n_i}$	$\boldsymbol{N} \uparrow$
]164-160]	40	$40=N_{I-1}^{+}$
]168-164]	22	62
]172-168]	20	82
]176-172]	10	92
المجموع	92	

حل المثال التطبيقي:

نقوم بحساب الرتبة: وهي عبارة عن نصف مجموع التكرارات

$$c = \frac{\sum_{I=1}^{K} ni}{2} = \frac{\boldsymbol{N}}{\mathbf{2}} = \frac{92}{2} = 46$$

ثمّ نحدد الفئة الوسيطية أي الفئة التي يقع فيها الوسيط، وهي التي تقابل التكرار المتجمع الصاعد الذي يساوي ترتيب الوسيط أو أكبر منه مباشرة، وفي هذا المثال الفئة الوسيطية هي **[164-168]**

ونحدد قيمة الوسيط بتطبيق العلاقة السابقة نجد:

$$M_e = 164 + \frac{46-40}{22} \times 4 = 165{,}09$$

ج-الطريقة الثالثة: الطريقة البيانية: إذ يمكن ايجاد الوسيط بيانيا، وذلك برسم، أما المنحنى التكراري المتجمع الصاعد أو النازل أو من خلال تقاطع كل من المنحنى التكراري المتجمع الصاعد والنازل، حيث قيمة الوسيط تقع على محور الفواصل (المحور الأفقي) أما رتبة الوسيط فتقع على محور التراتيب (المحور العمودي).

4-خصائص الوسيط:

يمكن تلخيص خصائص الوسيط في النقاط التالية:

- يتغيّر الوسيط كلّما غيّرنا أطوال الفئات بالنسبة لنفس التوزيع التكراري، إذا يتميّز الوسيط بعدم الثبات؛
- لا يتأثر الوسيط بالقيّم المتطرفة أو الشاذة؛
- يقسم المدرج التكراري إلى مساحتين متساويتين؛
- يمكن إستخدامه في حالة البيانات النوعية؛
- يمكن حسابه من الجداول التكرارية المفتوحة.

ثالثا: المنوال.

يعتبر المنوال المقياس الثالث من حيث الأهمية في مقاييس النزعة المركزية.

1-تعريف المنوال:

يمثل قيمة المتغيّر الإحصائي الأكثر انتشارا أو تكرارا لمجموعة من البيانات، ويمكن أن نجد أكثر من منوال واحد في نفس السلسلة للقيم، فنقول سلسلة ذات منوالين إذا توفر منوالان لسلسة واحدة أو متعددة المنوال في حالة وجود عدة منوالات كما يمكن أن لا نجد منوالا لسلسلة القيم. ويتم حسابه كما يلي:

2-حساب المنوال في حالة البيانات غير المبوبة:

يمثل المنوال في هذه الحالة القيمة الأكثر تكرارا.

مثال تطبيقي: أحسب المنوال للسلسلة التالية والتي تمثل الأجور الشهرية التي يتقاضاها عمال مؤسسة METRO:

14000-12000-10000-11000-9000-8000-9000-10000-9000-8000-6000

إذا قيمة المنوال هي: **M0=9000** لأنها القيمة الأكثر تكرارا (03 مرات)

3-حساب المنوال في حالة البيانات المبوبة:

ونميّز بين حالتين وهما:

3-1-حالة البيانات المنفصلة (المتقطعة) (طول الفئات معدوم): في هذه الحالة يكون المنوال هو قيمة المتغير ذات التكرار المطلق الأكبر.

مثال تطبيقي: ليكن توزيع علامات الطلبة في مادة الإحصاء كالاتي:

النقاط x_i	عدد الطلبة n_i
05	04
06	08
08	09
09	18
10	10
12	26
13	16
14	11
المجموع	**102**

المطلوب: حساب المنوال.

حل المثال التطبيقي: المنوال هو العلامة الأكثر تكرارا من بين علامات الطلبة، إذا قيمة المنوال هي:

$$M_0 = 12$$

3-2-حالة البيانات المستمرة (المتصلة) (طول الفئات أكبر من الصفر):

تسمى هذه الطريقة بطريقة الرافعة، وهذه الطريقة تسمى طريقة "كونغ"، وهو الباحث الإحصائي الذي استنتج طريقة الرافعة بالطريقة الفيزيائية باستخدام القوى والذراع، أين اعتبر الفئة المنوالية دافعة ونقطة المنوال تمثل نقطة ارتكازها القوة، ولكن هذه الطريقة لا تستعمل بكثرة لإغفالها استخدام تكرار الفئة المنوالية في علاقتها الرياضية. التي تعطى بالعلاقة التالية:

$$M_0 = D + \frac{N_{i-1}}{N_{i-1} + N_{i+1}} * L$$

M_0	قيمة المنوال
D	الحد الأدنى للفئة المنوالية
L	طول الفئة المنوالية
N_{i+1}	التكرار اللاحق لتكرار الفئة المنوالية
N_{i-1}	التكرار السابق لتكرار الفئة المنوالية

مثال تطبيقي: لدينا جدول التالي يلخص توزيع مجموعة من اللاعبين فئة الأصاغر لكرة السلة حسب طول قامتهم بالسنتيمتر

المطلوب: حساب قيمة المنوال.

الفئات	]140-144]	]144-148]	]148-152]	]152-156]
التكرار المطلق n_i	4	18	6	2

حل المثال التطبيقي:

نلاحظ أن أغلبية اللاعبين طول قامتهم تنتمي إلى الفئة]144-148] تسمى هذه الفئة: **فئة منوالية**.

وعليه فإن قيمة المنوال وفق العلاقة الرياضية السابقة هي:

$$M_0 = 144 + \frac{4}{4+6} .4 = 145.6$$

أو من خلال:

تحديد الفئة المنوالية التي تقابل أكبر تكرار ثم تطبيق الصيغة الرياضية التالية وهي الأكثر اعتمادا واستخداما

$$M_0 = D + \frac{\Delta_1}{\Delta_1 + \Delta_2} * L$$

M_0	قيمة المنوال
D	الحد الأدنى للفئة المنوالية
L	طول الفئة المنوالية
Δ_1	الفرق بين التكرار المقابل للفئة المنوالية والقيمة التي تسبقها
Δ_2	الفرق بين تكرار الفئة المنوالية وتكرار الفئة التي تليها

مثال تطبيقي: بالاعتماد على نفس معطيات المثال السابق:

الفئات	]144−140]	]148−144]	]152−148]	]156−152]
التكرار المطلق n_i	4	18	6	2

المطلوب: حساب قيمة المنوال باستخدام الطريقة الثانية (العلاقة الثانية)

حل المثال التطبيقي: نلاحظ أن أغلبية اللاعبين طول قامتهم تنتمي إلى الفئة[148−144] تسمى هذه الفئة: **فئة منوالية.**

وعليه فإن قيمة المنوال هي:

$$M_0 = 144 + \frac{14}{14+12}4 = 146.15$$

144: تمثل الحد الأدنى للفئة المنوالية؛

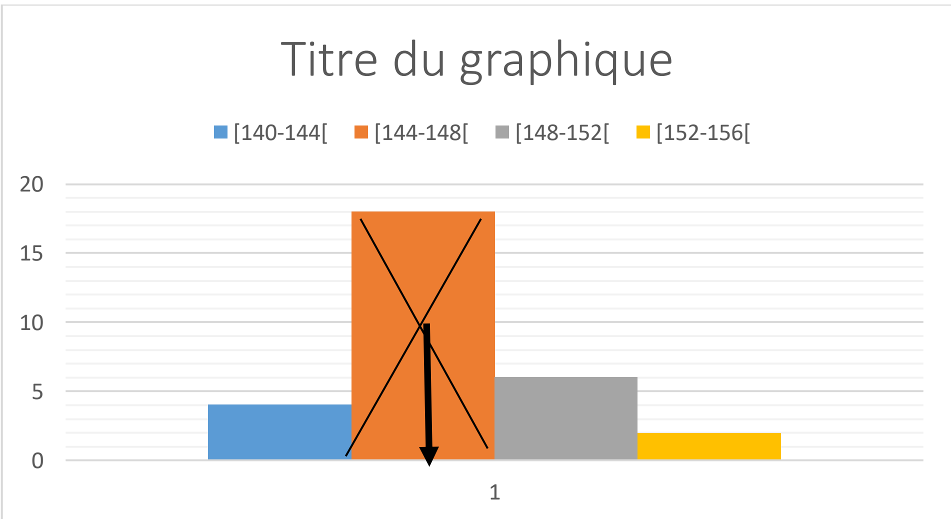
14: تمثل تكرار الفئة المنوالية – تكرار الفئة السابقة (18-4=14)؛

12: تمثل تكرار الفئة المنوالية – تكرار الفئة اللاحقة (التي تليها) يعني (18-6=12)؛

4: تمثل طول الفئة المنوالية.

كيفية إيجاد منوال هذه الفئة بيانيا:

يتحدد المنوال بيانيا باستخدام المدرج التكراري، وذلك بربط زوايا أعلى مضلع تكراري قطريا بزوايا المضلعات المجاورة له، ومن ثم إنزال خط عمودي من نقطة التقاء الخطوط القطرية على المحور الأفقي لتؤشر على قيمة المنوال.



ملاحظة هامة:

في حالة الجداول غير متساوية المدى (طول الفئة غير متساوي في جميع الفئات)، يجب تعديل التكرارات المطلقة لحساب المنوال (حساب التكرار المعدل) لأنه المقياس الوحيد من المتوسطات (الوسط الحسابي، الوسيط) الذي يتأثر بعدم تساوي قاعدة المقارنة، لأنه يتحدد أصلا من خلال التكرار. أي نستخدم نفس الخطوات السابقة لتحديد المنوال ولكن إستخدام التكرار المعدل عوض التكرار العادي.

4-خصائص المنوال: تتمثل خصائص المنوال فيما يلي:

-لا يأخذ بعين الاعتبار جميع البيانات المعطاة وبالتالي فهو لا يتأثر بالقيّم المتطرفة؛

-يمكن أن يكون أكثر من منوال لتوزيع واحد؛

-يمكن حساب المنوال من الجداول المفتوحة؛

-يعتبر أفضل المتوسطات لوصف الظواهر النوعية.

إستنتاجات هامة:

1-العلاقة بين الوسط الحسابي، الوسيط والمنوال: يقع الوسيط في كل الحالات بين الوسط الحسابي والمنوال، وذلك حسب الحلالات التالية:

- تكون قيّم المقاييس الثلاثة متساوية في هذه الحالة يكون التوزيع التكراري المدروس متماثل أو متناظر؛
- عندما يكون التوزيع التكراري غير متناظر من اليمين تكون قيمة الوسيط من قيمة المنوال وأقل من قيمة الوسط الحسابي؛
- وعندما يكون غير متناظر من اليسار تصبح قيمة الوسيط أكبر من الوسط الحسابي وأقل من قيمة المنوال.

2-نربط بين الوسط الحسابي $\bar{x}$ والوسيط Me والمنوال M0 بالعلاقة التالية:

$$\bar{X} - M_0 = 3(\bar{X} - M_e)$$

رابعا: الوسط الهندسي G.

يعتبر الوسط الهندسي من بين مقاييس النزعة المركزية الأقل استخداما.

1-تعريف الوسط الهندسي G:

الوسط الهندسي يستخدم في حساب متوسط النسب (مثل الأرقام القياسية) والظواهر التي تستلزم حساب متوسط قيّم متزايدة أو متناقصة ومعدلات النمو.

كما يعرف أنه عبارة عن الجذر النوني لقيّم المتغيّر الإحصائي، وهو يختلف في طريقة حسابه حسب طبيعة البيانات (مبوبة وغير مبوبة)

2-حساب الوسط الهندسي في حالة البيانات غير المبوبة:

في حالة البيانات غير المبوبة نعتمد على العلاقة الرياضية التالية:

$$G=\sqrt[n]{x_1 x_2 x_3 \dots x_k}$$

لتبسيط العملية الحسابية للوسط الهندسي تمّ إدخال اللوغاريتم العشري لطرفي العلاقة الرياضية، فأصبح لدينا:

$$\text{Log } G = \sum \log X_i / n$$

ومنه تصبح قيمة الوسط الهندسي G هي:

$$G=10^{1/n \sum \log Xi}$$

مثال تطبيقي رقم (01): لدينا القيم التالية: 14، 10، 8، 15، 12.

المطلوب: حساب الوسط الهندسي.

حل المثال التطبيقي:

لايجاد قيمة المتوسط الهندسي لهذه البيانات غير المبوبة، نطبق العلاقة الرياضية الموالية:

$$G=\sqrt[n]{x_1 x_2 x_3 \dots x_k}$$

$$G=\sqrt[5]{(8)(10)(12)(14)(15}$$

$$G = 11.50$$

أو باستخدام الطريقة الثانية:

$$\text{Log } G = \sum \log X_i / n = (\text{Log } 8+\log 10+\log 12+\log 14+\log 15)/5$$

$$=(0.903+1+1.079+1.146+1.176)/5= 1.060$$

ومنه قيمة المتوسط الهندسي هي: $G= 10^{1.060} = 11.50$

3-حساب الوسط الهندسي في حالة البيانات المبوبة:

في حالة البيانات المبوبة نعتمد على العلاقة الرياضية التالية:

$$G=\sqrt[n]{X_1^{n1}X_2^{n2}X_3^{n3}}$$

لتبسيط العملية الحسابية للوسط الهندسي تمّ إدخال اللوغاريتم العشري لطرفي العلاقة الرياضية، فأصبح لدينا:

$$G=10^{1/n\sum \log Xi.ni}$$

مثال تطبيقي رقم (02): إليك البيانات التالية التي تلخص عدد الأطفال حسب عدد الأسر في أحد العمارات السكنية:

المطلوب: حساب كل من الوسط الهندسي للبيانات المبوبة التالية:

عدد الأطفال x_i	عدد الأسر n_i
1	7
2	5
5	8
المجموع	**20**

حل المثال التطبيقي:

$$G = \sqrt[20]{1^7 2^5 5^8}$$

$$\boldsymbol{G = 2.26}$$

أو باستخدام طريقة أخرى:

Xi	Ni	Log xi	Log xini
1	7	0	0
2	5	0,30	1,5
5	8	0,69	5,52
المجموع	**20**		**7,02**

Log G = 7.02/20

G= 10 ^{0,351} = **2.26**

ملاحظة هامة:

يتم إتباع نفس الخطوات في حالة بيانات مبوبة كمي مستمر (فئات) ولكن باستعمال مراكز الفئات دائما.

خامسا: الوسط التو افقيH .

يعتبر الوسط التوافقي من بين مقاييس النزعة المركزية الأقل استخداما.

1-تعريف الوسط التو افقيH :

الوسط التوافقي يستخدم لإيجاد متوسطات الأسعار إذا أعطيت بدلالة وحدة النقود، كذلك في حالة إيجاد متوسط السرعة التي تعطى في العادة بدلالة وحدة الزمن. ويعرف الوسط التوافقي لظاهرة ما بأنه مقلوب الوسط الحسابي لمقلوب هذه القيّم.

2-حساب الوسط التو افقي في حالة البيانات غير المبوبة:

في حالة البيانات غير المبوبة نعتمد على العلاقة الرياضية التالية:

$$H = \frac{N}{\sum_{i=1}^{k}\left[\frac{1}{x_i}\right]}$$

مثال تطبيقي رقم (03): بالاعتماد على نفس معطيات المثال التطبيقي رقم (01) نقوم بحساب المتوسط التوافقي:

حل المثال التطبيقي:

$$H = \frac{20}{\frac{7}{1}+\frac{5}{2}+\frac{8}{5}} = \mathbf{1.80}$$

3-حساب الوسط التو افقي في حالة البيانات المبوبة:

في حالة البيانات المبوبة نعتمد على العلاقة الرياضية التالية:

$$H = \frac{\sum_{i=1}^{k} n_i}{\sum_{i=1}^{k}\left[\frac{1}{x_i}\right] n_i}$$

مثال تطبيقي رقم (04): بالاعتماد على نفس معطيات المثال التطبيقي رقم (02) نقوم بحساب المتوسط التوافقي:

حل المثال التطبيقي:

$$H = \frac{5}{\frac{1}{8}+\frac{1}{10}+\frac{1}{12}+\frac{1}{14}+\frac{1}{15}} = \mathbf{11.21}$$

ملاحظة هامة:

يتم إتباع نفس الخطوات في حالة بيانات مبوبة كمي مستمر (فئات) ولكن باستعمال مراكز الفئات دائما.

سادسا: الوسط الربيعي Q .

يعتبر الوسط الربيعي من بين مقاييس النزعة المركزية الأقل استخداما.

1-تعريف الوسط الربيعي Q

الوسط الربيعي (التربيعي) يمثل جذر متوسط مربعات قيّم الظاهرة، ويستخدم هذا النوع من المقاييس في التطبيقات الطبيعية. والوسط التربيعي لرقمين موجبين غير متساويين أكبر من وسطها الهندسي، ويلاحظ أنه أكبر من مربع الوسط الحسابي.

2-حساب الوسط الربيعي في حالة البيانات غير المبوبة:

في حالة البيانات غير المبوبة نعتمد على العلاقة الرياضية التالية:

$$Q = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{k} X_i^2}{N}}$$

مثال تطبيقي رقم (05): بالاعتماد على نفس معطيات المثال التطبيقي رقم (01) نقوم بحساب الوسط الربيعي:

حل المثال التطبيقي:

$$Q = \sqrt{\frac{8^2 + 10^2 + 12^2 \ + 14^2 + 15^2}{5}} = 12.10$$

3-حساب الوسط الربيعي في حالة البيانات المبوبة:

في حالة البيانات المبوبة نعتمد على العلاقة الرياضية التالية:

$$Q = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{k} n_i X_i^2}{\sum_{i=1}^{k} n_i}}$$

مثال تطبيقي رقم (06): بالاعتماد على نفس معطيات المثال التطبيقي رقم (02) نقوم بحساب الوسط الربيعي:

حل المثال التطبيقي:

$$Q = \sqrt{\frac{1^2 7 + 2^2 5 + 5^2 8}{20}} = \mathbf{3.37}$$

ملاحظة هامة: يتم إتباع نفس الخطوات في حالة بيانات مبوبة كمي مستمر (فئات) ولكن باستعمال مراكز الفئات دائما.

المحور الخامس: مشتقات مقاييس النزعة المركزية " أشباه الوسيط".

تعني مقاييس النزعة المركزية عملية اختيار قيمة معيّنة لتمثيل مجموعة من القيّم والتعبير عنها لتعطي فكرة عامة عن مجموعة القيّم التي تنتمي إليها، أما فكرة الربيعات والعشيرات والمؤينات فهي تعتمد أساسا على فكرة الوسيط، فالوسيط كما عرفناه سابقا هو القيمة التي تقسم المجموعة إلى قسمين متساويين، وعندما نقسم القيّم إلى أربعة أجزاء متساوية نحصل على الربيعات، وإذا قمنا بتقسيمها إلى عشرة نحصل على العشيرات وإذا قمنا بتقسيمها إلى مئة جزء متساوي نحصل على المؤينات.

أولا: الربيعات Qi

تعتبر الربيعات من بين مشتقات مقاييس النزعة المركزية.

1-تعريف الربيعات Qi:

هي عبارة عن ثلاثة قيّم، تقسم التوزيع إلى أربعة أقسام متساوية وهي: الربيع الأول ويمثل 25%، الربيع الثاني وهو الوسيط ويمثل 50%، أما الربيع الثالث فيمثل 75% من المجتمع الإحصائي، ونرمز للربيعات بـ Qi حيث i=1,2,3.

2-حساب الربيعات في حالة البيانات غير المبوبة:

نقوم بترتيب القيم تصاعديا، ثم نقوم بحساب رتبة الربيع، أي موقع الربيع وهو يعطى كالتالي:

$$C_i = N\frac{i}{4}$$

حيث: i رمز الربيع المطلوب حسابه؛

مثال تطبيقي رقم (01): إليك البيانات بعدما تم ترتيبها تصاعديا: 2، 4، 5، 8، 10، 13، 15،

المطلوب: حساب كل من: الربيع الأول والربيع الثاني والربيع الثالث.

حل المثال التطبيقي:

الربيع الأول: نقوم بحساب الرتبة،

$$C_1 = 7\frac{1}{4} = 1,75 \cong 2$$

وعليه قيمة الربيع الأول تقع في الترتيب الثاني، إذن: $\boldsymbol{Q_1 = 7}$

الربيع الثاني:

$$C_2 = N\frac{2}{4} = 7\frac{2}{4} = 3,5 \cong 4$$

$$\boldsymbol{Q_2 = 8}$$

الربيع الثالث (الأعلى):

$$C_3 = N\frac{3}{4} = 7\frac{3}{4} = 5{,}25$$
$$\boldsymbol{Q_3 = 10}$$

ملاحظة هامة:

هناك طريقة أخرى لتحديد الربيعات، حيث نستعمل نفس الطريقة المتبعة لإيجاد الوسيط وذلك بأخذ بعين الإعتبار إذا كان n فردي أو زوجي، مع مراعاة رتبة كل ربيع. وذلك بإتباع الخطوات التالية:

في حالة n فردي:

-حساب الترتيب التصاعدي للقيم؛

-حساب الرتبة: **C=i (n+1)/4** حيث: i رمز الربيع المطلوب حسابه

-نستخرج قيمة الربيع حسب الرتبة من القيم المرتبة تصاعديا

في حالة n زوجي:

-حساب الترتيب التصاعدي للقيم؛

-حساب الرتبة: **C=i (n+1)/4** حيث: **i** رمز الربيع المطلوب حسابه، وهنا الرتبة تظهر بالفاصلة أو برتبتين:

$C_2 = i(n)/4 + 1$ $\qquad\qquad$ $C_1 = i(n)/4$

-نستخرج قيمة الربيع حسب الرتبة من القيم المرتبة تصاعديا

مثال تطبيقي رقم (02): أوجد الربيع الأول والثالث في السلسلة الإحصائية التالية: 10-6-3-11-5-12-9

حل المثال التطبيقي:

الترتيب التصاعدي للقيّم: 3-5-6-9-10-11-12

N=7عدد فردي ومنه:

- رتبة الربيع الأول: **C=n+1/4 =8/4=2**

الربيع الأول: **$Q_1 = 5$** معناه أن **25%** من البيانات أقل من **5** و **75%** أكثر من **5**

- رتبة الربيع الثالث: C= 3(n+1)/4 = 3(7+1)/4=6

الربيع الثالث: **$Q_3 = 11$** معناه أن **75%** من البيانات أقل من **11** و **25%** أكثر من **11**.

3-حساب الربيعات في حالة البيانات المبوبة:

نميّز بين حالتين هما:

3-1-حالة بيانات كمية متقطعة: في هذه الحالة يتم استبدال N بمجموع التكرارات $\sum_{i=1}^{k} n_i$ بمعنى أنه نستعمل نفس الطريقة لإيجاد الوسيط في حالة البيانات المبوبة، غير أن الذي يتغيّر هو الرتبة وما يترتب عنها.

نحسب الرتبة:

$$\boldsymbol{C_i = \frac{i}{k}\sum_{i=1}^{k} n_i}$$

K=4 في الربيعات

i يمثل رمز الربيع المطلوب حسابه

ثم نبحث عن الرتبة في التكرار المتجمع الصاعد ونستخرج القيمة المقابلة لها.

مثال تطبيقي رقم(03): إليك نتائج دراسة استطلاعية حول عدد منتجات مؤسسة صناعية.

x_i	0	1	2	3	4	5	6	7	8	المجموع
n_i	71	146	269	414	414	233	145	73	35	1800
$N\uparrow$	71	217	486	900	1314	1547	1692	1765	1800	

المطلوب: حساب الربيع الأول، الربيع الثاني والربيع الثالث.

حل المثال التطبيقي:

-الربيع الأول:

$$C_1 = 1\frac{1800}{4} = \mathbf{450}$$

بالعودة إلى التكرار المتجمع الصاعد نحدد الرتبة وعليه يمكننا الحصول على قيمة الربيع الأول تساوي **2**

وهي القيمة التي تقابل التكرار المتجمع الصاعد يساوي 450 أو الأكبر منه مباشرة، وفي هذه الحالة الأكبر منه مباشرة أي الربيع الأول يقابل ت م ص يساوي 486

-الربيع الثاني:

$$C_2 = \frac{2}{4}\sum_{i=1}^{k} n_i = \frac{2}{4}1800 = \mathbf{900}$$

ومنه قيمة الربيع الثاني هي : $Q_2 = 3$ التي تقابل ت م ص يساوي 900

-الربيع الثالث:

$$C_3 = \frac{3}{4}\sum_{i=1}^{k} n_i = \frac{3}{4}1800 = 1350$$

ومنه قيمة الربيع الثالث هي $Q_3 = 5$ التي تقابل ت م ص يساوي 1547

3-2- حالة بيانات كمية مستمرة: تجد الإشارة في هذه الحالة أنه يتم حساب الربيعيات تتم بنفس طريقة إيجاد الوسيط في حالة المتغيّرة الكمية المتصلة ومنه يتم حساب:

أولا: الرتبة:

$$\boldsymbol{C_i = \frac{i}{k}\sum_{i=1}^{k} n_i}$$

K=4 في الربيعات

ثم نبحث عن الرتبة في التكرار المتجمع الصاعد ونستخرج القيمة المقابلة لها، وذلك بتحديد الفئة الربيعية ثم نحسب بالصيغة التالية:

$$Qi = D + \frac{C - N_{I-1}^{+}}{n_i} * L$$

Q	القيمة المراد حسابها في الربيعات
D	الحد الأدنى للفئة الربيعية
$C = \frac{i}{k}\sum_{i=1}^{k} n_i$	الرتبة المراد ايجادها
L	طول هذه الفئة
N_{i-1}^{+}	التكرار المتجمع السابق لترتيب القيمة $\frac{i}{k}\sum_{i=1}^{k} n_i$
n_i	التكرار المطلق للفئة الربيعية

مثال تطبيقي رقم (04): الجدول التكراري الآتي يبيّن العمر الذي أصيب فيه 1000 شخص بمرض السكري لأول مرة، فكانت النتائج كما يلي:

$N\uparrow$	n_i	الفئات
55	55	]15-10]
170	115	]20-15]
370	200	]25-20]
450	80	]30-25]
600	150	]35-30]
725	125	]40-35]
825	100	]45-40]
1000	175	]50-45]
	1000	

المطلوب: حساب كل من الربيع الأول والثالث.

حل المثال التطبيقي:

-حساب الربيع الأول:

$$C_i = \frac{1}{k}\sum_{i=1}^{k} n_i = C_1 = \frac{1}{4}1000 = 250$$

نقارن رتبة الربيع الأول (250) مع ت م ص فنحصل على الفئة الربيعية الأولى **25-20**

$$Q_1 = 20 + \frac{250 - 170}{200}$$

Q1=22

-حساب الربيع الثالث:

$$C_i = \frac{i}{k}\sum_{i=1}^{k} n_i = C_3 = \frac{3}{4}1000 = 750$$

نقارن الرتبة 750 للربيع الثالث مع عمود ت م ص فنجد الفئة الربيعية الثالثة **45-40**

$$Q_3 = 40 + \frac{750 - 725}{100}x5 = 41.25$$

ثانيا: العُشَيرات D

1-تعريف العُشَيرات D

وهي تسعة قيّم تقسم المجتمع الإحصائي إلى عشرة أجزاء متساوية، كل جزء يسمى العشير، ونرمز للعشيرات بالرمز d_i حيث: **i=1,2,3,4,5,6,7,8,9,10**

2-حساب العشيرات في حالة البيانات غير المبوبة: نقوم بترتيب القيم تصاعديا، ثم نقوم بحساب الرتبة بالعلاقة التالية:

$$\boldsymbol{C_i = N\frac{i}{10}}$$

مثال تطبيقي رقم (05):

نفس معطيات المثال التطبيقي رقم (01).

المطلوب: حساب كل من العشير الأول، العشير السادس والعشير التاسع.

حل المثال التطبيقي:

حساب العشير الأول:

$$C_1 = N\frac{1}{10}$$

$$C_1 = 7\frac{1}{10} = 0{,}7 \cong 1$$

وعليه قيمة العشير الأول تقع في الترتيب الأول في السلسلة المرتبة للقيم وهي $d_1=2$

بنفس الطريقة يمكننا الحصول مثلا على العشير السادس، والعشير التاسع

-حساب العشير السادس:

$$C_6 = N\frac{6}{10} = 7\frac{6}{10} = 4{,}2$$

وعليه: $\mathbf{d_6 = 8}$

-حساب العشير التاسع:

$$C_9 = N\frac{9}{10} = 7\frac{9}{10} = 6{,}3$$

وعليه: **d9=13**

ملاحظة هامة:

يمكن حساب العشيرات بطريقة أخرى وذلك باتباع نفس خطوات الربيعات كما تم التطرق إليه سابقا (الطريقة الثانية لحساب الربيعات باعتماد **n** فردي أو زوجي).

مثال تطبيقي رقم (06): ليكن لدينا السلسلة الإحصائية التالية: 20-22-24-26-21-25-30-36

المطلوب: حساب العشير الأول والعشير التاسع.

حل المثال التطبيقي:

-نرتب القيّم تصاعديا وتصبح لدينا: 20-21-22-24-25-26-30-36

-حساب العشير الأول D1

N=8 عدد زوجي إذن الرتبة 1 = 0.9 = 8+1/10 = C= n+1/10

العشير الأول هو القيمة التي ترتيبها 1 أي D_1= 20

-حساب العشير التاسع D_9

C= 9(n+1)/10 = 9.9/10 =81/10 = 8,1=8

ومنه العشير التاسع هو القيمة التي ترتيبها 8 في السلسلة المرتبة أي D9 تساوي 36

3-حساب العشيرات في حالة البيانات المبوبة:

3-1-البيانات الكمية المتقطعة: في هذه الحالة يتم استبدال N بمجموع التكرارات $\sum_{i=1}^{k} n_i$ بمعنى أنه نستعمل نفس الطريقة لإيجاد الوسيط في حالة البيانات المبوبة، غير أن الذي يتغيّر هو الرتبة وما يترتب عنها.

نحسب الرتبة:

$$C_i = \frac{i}{k}\sum_{i=1}^{k} n_i$$

K=10 في العشيرات

i يمثل رمز العشير المطلوب حسابه

ثم نبحث عن الرتبة في التكرار المتجمع الصاعد ونستخرج القيمة المقابلة لها.

مثال تطبيقي رقم (07):

نفس معطيات المثال السابق رقم (03)، ويطلب منك حساب العشير السادس والتاسع.

حل المثال تطبيقي:

-العشير السادس:

$$C_6 = \frac{6}{10}\sum_{i=1}^{k} n_i = \frac{6}{10}1800 = 1080$$

بالعودة إلى التكرار المتجمع الصاعد نحدد الرتبة وعليه يمكننا الحصول على قيمة العشير السادس $d_6 = 4$

-العشير التاسع:

$$C_9 = \frac{9}{10}\sum_{i=1}^{k} n_i = \frac{9}{10}1800 = 1620$$

$$d_9 = 6$$

2-3-البيانات الكمية المستمرة: في هذه الحالة يتم حساب العشيرات تتم بنفس طريقة إيجاد الوسيط في حالة المتغيّرة الكمية المتصلة ومنه يتم حساب:

أولا: الرتبة:

$$C_i = \frac{i}{k}\sum_{i=1}^{k} n_i$$

K=10 في العشيرات، i رمز العشير المطلوب حسابه.

ثم نبحث عن الرتبة في التكرار المتجمع الصاعد ونستخرج القيمة المقابلة لها، وذلك بتحديد الفئة العشيرية ثم نحسب بالصيغة التالية:

$$di = D + \frac{C - N_{I-1}^{+}}{n_i} * L$$

d	القيمة المراد حسابها في العشيرات
D	الحد الأدنى للفئة المعينة العشيرية
$C = \frac{i}{k}\sum_{i=1}^{k} n_i$	الرتبة المراد ايجادها
L	طول هذه الفئة
N_{i-1}^{+}	التكرار المتجمع السابق لترتيب القيمة $\frac{i}{k}\sum_{i=1}^{k} n_i$
n_i	التكرار المطلق للفئة العشيرية

مثال تطبيقي رقم (08):

نفس معطيات المثال السابق رقم (04)، ويطلب منك حساب العشير الرابع والتاسع.

حل المثال تطبيقي:

-حساب العشير الرابع:

$$C_i = \frac{i}{k}\sum_{i=1}^{k} n_i = C_4 = \frac{4}{10}1000 = 400$$

$$d_4 = \mathrm{D} + \frac{\mathrm{C} - \mathrm{N}_{\mathrm{I}-1}^{+}}{\mathrm{n_i}} * \mathrm{L} = 25 + \frac{400 - 370}{80}5 = 26.87$$

-حساب العشير التاسع:

$$C_i = \frac{i}{k}\sum_{i=1}^{k} n_i = C_9 = \frac{9}{10}1000 = 900$$

$$d_9 = \mathrm{D} + \frac{\mathrm{C} - \mathrm{N}_{\mathrm{I}-1}^{+}}{\mathrm{n_i}} * \mathrm{L} = 45 + \frac{900 - 825}{175}5 = 47,14$$

ثالثا-المؤينات C

1-تعريف المؤينات C

يمكننا تقسيم أي مجموعة من البيانات إلى 100 قسم متساوية بعد ترتيبها تصاعديا، يفصل بين كل قسم وقسم ما يسمى بالمؤين ونرمز للمؤينات بـ C_i حيث:

i=1,2,3,4,5,6,7,8,9,10……100

فالمؤين الأول هو القيمة الواقعة عند 1/100 من قيّم المعطيات، والمؤين 70 هي القيمة مثلا التي تقع عند 70/100 وهكذا......

2-حساب المؤينات في حالة البيانات غير المبوبة: نقوم بترتيب القيم تصاعديا، ثم نقوم بحساب رتبة المؤين:

$$C_i = N\frac{i}{100}$$

مثال تطبيقي رقم (09): بالإعتماد على نفس معطيات المثال التطبيقي رقم (01)، ويطلب منك حساب المؤين 45 و المؤين 99

حل المثال التطبيقي:

رتبة المؤين الخامس والأربعون: نقوم بترتيب القيم تصاعديا، ثم نقوم بحساب رتبة المؤين الخامس والأربعون:

$$C_{45} = N\frac{45}{100}$$

$$C_{45} = 7\frac{45}{100} = 3,15$$

وعليه: موقع المؤين 45 هو الترتيب الثالث في السلسلة المرتبة : $C_{45} = 5$

-رتبة المؤين التاسع والتسعون:

$$C_{99} = N\frac{99}{100} = 7\frac{99}{100} = 6,93 \approx 7$$

وعليه قيمة المؤين 99 في المركز السابع في السلسلة المرتبة: $C_{99} = 15$

ملاحظة:

هنا كذلك يمكن حساب المؤينات بطريقة أخرى مثل الربيعات والعشيرات وذلك باختلاف الرتبة: **i(n+1)/100** وذلك بالإعتماد على **n** فردي أو زوجي كما تمّ توضيحه سابقا.

مثال تطبيقي رقم (10): أوجد المؤين 65 والمؤين 70 للسلسلة التالية: 10-6-3-11-5-12-9

حل المثال التطبيقي: نرتب القيّم تصاعديا وتصبح لدينا: 3-5-6-9-10-11-12

N=7 عدد القيّم فردي إذن:

رتبة المؤين 65 هي: **C=65 (n+1)/100= 65 (7+1)/100 = 5.2 = 5**

ومنه المؤين 65 هي القيمة التي تقع في المركز الخامس في السلسلة المرتبة **وهو 10** = C_{65}

رتبة المؤين 70 **C= 70 (7+1)/100 = 5.6 = 6**

ومنه المؤين 70 هي القيمة التي تقع في المركز السادس في السلسلة المرتبة **وهو 11** = C_{70}

3-حساب المؤينات في حالة البيانات المبوبة:

نميّز بين حالتين:

3-1-حالة بيانات كمية متقطعة: في هذه الحالة يتم استبدال N بمجموع التكرارات $\sum_{i=1}^{k} n_i$ بمعنى أنه نستعمل نفس الطريقة لإيجاد الوسيط في حالة البيانات المبوبة، غير أن الذي يتغيّر هو الرتبة وما يترتب عنها.

نحسب الرتبة:

$$C_i = \frac{i}{k}\sum_{i=1}^{k} n_i$$

K=100 في المؤينات

i يمثل رمز المؤين المطلوب حسابه

ثم نبحث عن الرتبة في التكرار المتجمع الصاعد ونستخرج القيمة المقابلة لها.

مثال تطبيقي رقم (11):

نفس معطيات المثال السابق رقم (03)، ويطلب منك حساب المؤين 85.

حل المثال التطبيقي:

-رتبة المؤين الخامس والثمانون هي:

$$C_{85} = \frac{85}{100}\sum_{i=1}^{k} n_i = \frac{85}{100}1800 = 1530$$

لما نقارن الرتبة 1530 مع قيّم التكرار المتجمع الصاعد فنحصل على قيمة المؤين 85 التي تقابل القيمة الأكبر منها مباشرة أي: $C_{85} = 5$

2-3-حالة بيانات كمية مستمرة: في هذه الحالة يتم حساب المؤينات بنفس طريقة إيجاد الوسيط في حالة المتغيّرة الكمية المتصلة ومنه يتم حساب:

أولا: الرتبة:

$$C_i = \frac{i}{k}\sum_{i=1}^{k} n_i$$

K=100 في المؤينات، i رمز المؤين المطلوب حسابه

ثم نبحث عن الرتبة في التكرار المتجمع الصاعد ونستخرج القيمة المقابلة لها، وذلك بتحديد الفئة المؤينية ثم نحسب بالصيغة التالية:

$$Ci = D + \frac{C - N_{I-1}^{+}}{n_i} * L$$

C	القيمة المراد حسابها في المؤينات
D	الحد الأدنى للفئة المؤينية
$C = \frac{i}{k}\sum_{i=1}^{k} n_i$	الرتبة المراد ايجادها
L	طول هذه الفئة
N_{i-1}^{+}	التكرار المتجمع السابق لترتيب القيمة $\frac{i}{k}\sum_{i=1}^{k} n_i$
n_i	التكرار المطلق للفئة المؤينية

مثال تطبيقي رقم (12): نفس معطيات المثال السابق رقم (04)، ويطلب منك حساب المؤين 30.

حل المثال التطبيقي:

رتبة المؤين ثلاثون:

$$C_i = \frac{i}{k}\sum_{i=1}^{k} n_i = C_{30} = \frac{30}{100}1000 = 300$$

$$C_{30} = 20 + \frac{300 - 170}{200}5 = 23,12$$

ملاحظة هامة:

نستنتج من كل ما سبق أن: المؤين 50، العشير 5، الربيع 2، تمثل جميعها 50% من المجتمع الإحصائي، وبالتالي جميع هذه القيّم تمثل الوسيط إذن:

$$M_e = Q_2 = D_5 = C_{50}$$

المحور السادس: مقاييس التشتت.

تستخدم مقاييس التشتت لتعكس نمط الإختلافات بين المشاهدات، فقد تكون المجموعات مختلفة من البيانات نفس المتوسط أو نفس الوسيط ولكنها تختلف من حيث درجة تركزها أو تباعدها عن المتوسط، لذلك فإن مسألة تجانس البيانات من الأشياء الهامة جدا في الإحصاء فمن الهام جدا أن نعرف أن البيانات التي تم جمعها متجانسة أو غير متجانسة لذلاك مقاييس التشتت تحدد لنا تجانس البيانات من عدمه.

أولا: مقاييس التشتت المطلقة.

وهي مقاييس التشتت غير النسبية، تعبر عن قيّم صحيحة مطلقة أهمها:

1-تعريف المدى العام:

هو أبسط مقياس لقياس التشتت، وهو عبارة عن الفرق بين أكبر قيمة وأصغرها في المجموعة، فهو مقياس غير دقيق في معناه ومدلوله. ولحسابه نتبع الخطوات التالية:

الخطوة الأولى: نرتب البيانات ترتيبا تصاعديا أو تنازليا؛

الخطوة الثانية: نوجد أعلى قيمة في القيم Max واقل قيمة في القيم Min فيكون المدى يساوي:

$$w = X_{max} - X_{min}$$

كلما زادت قيمة المدى كلما كانت القيم غير متجانسة والعكس صحيح.

مثال تطبيقي رقم (01): أحسب المدى العام للقيّم التالية: 20-25-35-60-40-75-27-30-55.

حل المثال التطبيقي: أعلى قيمة 75 وأقل قيمة 20 فيكون المدى: w=75-20=55

2-المدى الربيعي Q:

هو الفرق بين الربيع الثالث والربيع الأول، أما الإنحراف الربيعي فهو نصف المدى الربيعي أي:Q/2.

يمثل المدى الربيعي القيّم الوسطى، فهو أيضا أنتقد من طرف الإحصائيين، لأنه يأخذ بعين الإعتبار القيّم ما بين الربيع الثالث والأول، أي يأخذ 50% فقط من القيّم ويهمل بقية القيّم بما فيها القيّم المتطرفة. ورغم ذلك يعتبر أحسن مقياس تشتت في حالة الجداول المفتوحة (حالة الكمي المستمر) وأحسن مقياس في حالة البيانات غير المبوبة ذو القيّم المتطرفة (الشاذة).

مثال تطبيقي رقم (02): السلسلة الإحصائية التالية تبيّن مداخل 11 وحدة إحصائية:800_1400_1300_1200_1300_700_900_1000_900_1100_1100.

المطلوب: حساب نصف المدى الربيعي وما هو مدلوله.

حل المثال التطبيقي:

أولا نقوم ترتيب القيّم تصاعديا لحساب كل من الربيع الأول والثالث:

1400_1300_1300_1200_1100_1100_1000_900_900_800-700

عدد القيّم n=11 عدد فردي، ومنه: رتبة الربيع الأول **3 =(11+1)/4**

إذن قيمة الربيع الأول هي التي تقع في المرتبة الثالثة في السلسلة المرتبة أي **الربيع الأول** = **900**

رتبة الربيع الثالث **9 =3(11+1)/4، إذن قيمة الربيع الثالث هي 1300.**

المدى الربيعيQ = الربيع الثلث – الربيع الأول = 1300-900=400

ومنه: نصف المدى الربيعي= Q/2= 400/2 = 200

المدلول: يمكن القول أن نصف المداخيل تبعد في المتوسط عن الوسيط بأقل من 200

3-الإنحراف المتوسط:

يمثل أحد مقاييس التشتت الأقل استخداما، فهو الوسط الحسابي لفروقات القيم عن وسطها الحسابي بالقيمة المطلقة، وتختلف طريقة حسابه باختلاف طريقة تقديم البيانات.

3-1-حساب الإنحراف المتوسط في حالة بيانات غيرمبوبة:

إذا كانت لدينا القيم التالية: $X_1, X_2 X_3 .... X_k$، فإن انحرافها المتوسط يعطي بالمعادلة التالية:

$$\boldsymbol{e} = \frac{\sum_{i=1}^{k}\left|\left(\boldsymbol{X_i} - \overline{\boldsymbol{X}}\right)\right|}{\boldsymbol{N}}$$

مثال تطبيقي رقم (03): إليك القيم التالية لإيجاد الإنحراف المتوسط: 6، 4، 16، 5، 21، 10

حل المثال التطبيقي:

$$\overline{X} = \frac{1}{6}(10 + 21 + 5 + 16 + 4 + 6) = \mathbf{10,33}$$

ومنه:

$$e = \frac{1}{6}[|10 - 10{,}33| + |21 - 10{,}33| + |5 - 10{,}33| + |16 - 10.33| + |4 - 10.33| + |6 - 10.33|] = \mathbf{5,44}$$

3-2-حساب الإنحراف المتوسط في حالة بيانات مبوبة:

إذا كانت لدينا البيانات التالية: $X_1, X_2 X_3 .... X_k$، تكراراتها على التوالي :

$n_1, n_2, n_3, \dots \dots \dots . n_k$ فإن انحرافها المتوسط يعطي كالتالي:

أ-حالة البيانات الكمية المتقطعة:

$$e = \frac{\sum_{i=1}^{k} |(X_i - \overline{X})| * ni}{N}$$

مثال تطبيقي رقم (04): ليكن التوزيع التكراري التالي والمطلوب هو حساب الإنحراف المتوسط.

$n_i\lvert(X_i - \overline{X})\rvert$	$\lvert(X_i - \overline{X})\rvert$	$n_i x_i$	n_i	x_i
23,52	5,88	28	04	07
14,40	2,88	50	05	10
0,72	0,12	78	06	13
24,96	3,12	128	08	16
12,24	6,18	38	02	19
75,84		**322**	**25**	**المجموع**

$$\overline{X} = \frac{322}{25} = \mathbf{12,88}$$

$$e = \frac{75,84}{25} = \mathbf{3,03}$$

ب-حالة البيانات الكمية المستمرة:

تجدر الإشارة إلى أنه في حالة البيانات التي مدى فئاتها أكبر من الصفر، يتم استخدام مراكز الفئات C_i وتكون معادلة الإنحراف المتوسط كمايلي:

$$e = \frac{\sum_{i=1}^{k} n_i |(C_i - \overline{X})|}{\sum_{i=1}^{k} n_i}$$

ملاحظة:

الخاصية الإيجابية للإنحراف المتوسط أنه يأخذ جميع القيم، لذلك درجة تأثره بالقيم الشاذة ضعيفة على عكس المدى، ولكن لا يستعمل هذا المقياس بشكل واسع لأنه يأخذ بعين الإعتبار القيمة المطلقة في حسابه، ويحوّل القيّم السالبة إلى موجبة مما يفقد النتيجة مصداقيتها.

4-التباين والانحراف المعياري.

4-1-التباين:

هو عبارة عن وسط حسابي لمربعات الفروق بين قيّم المتغيّر الإحصائي والوسط الحسابي وهو يختلف حسب طبيعة المتغيّر.

أ/حساب التباين في حالة البيانات غير المبوبة:

إذا كانت لدينا القيم التالية X_k..........$X_1, X_2 X_3$، فإن تباينها يعطى بالمعادلة التالية:

علاقة التعريف للتباين:

$$v(x) = \partial^2 = \frac{\sum_{i=1}^{k}\left(X_i - \overline{X}\right)^2}{N}$$

العلاقة المختصرة للتباين (بعد نشر الجداء الشهير في علاقة التعريف):

$$v(x) = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{k}(X_i)^2 - \overline{X}^2$$

مثال تطبيقي رقم (05):

إليك البيانات التالية: 6، 4، 16، 5، 21، 10 والمطلوب هو حساب قيمة التباين.

$$\overline{X} = \frac{1}{6}(10 + 21 + 5 + 16 + 4 + 6) = 10{,}33$$

ومنه:

$$v(x) = \frac{1}{6}[(10 - 10{,}33)^2 + (21 - 10{,}33)^2 + (5 - 10{,}33)^2 + (16 - 10{,}33)^2 + (4 - 10{,}33)^2 +](6 - 10{,}33)^2 = \mathbf{38,89}$$

ب/حساب التباين في حالة البيانات المبوبة:

إذا كانت لدينا البيانات التالية: X_k..........$X_1, X_2 X_3$، تكراراتها على التوالي $n_1, n_2, n_3, \dots \dots \dots . n_k$ فإن التباين يعطى كالتالي:

ب-1/ حالة البيانات الكمية المتقطعة: حسب هذه الحالة هناك طريقتين لتحديد قيمة التباين:

-**الطريقة الأولى: علاقة التعريف**

$$v(x) = \partial^2 = \frac{\sum_{i=1}^{k} n_i\left(X_i - \overline{X}\right)^2}{\sum_{i=1}^{k} n_i}$$

-**الطريقة الثانية:العلاقة المختصرة**

$$v(x) = \frac{1}{\sum_{i=1}^{k} n_j}\sum_{i=1}^{k} n_i(X_i)^2 - \overline{X}^2$$

مثال تطبيقي رقم (06): إذا كانت علامات 30 طالب في أحد الإختبارات ملخصة في الجدول التالي:

$n_i\left[\left(X_i-\overline{X}\right)\right]^2$	$\left[\left(X_i-\overline{X}\right)\right]^2$	$n_i x_i$	n_i	x_i
40,56	6,76	24	06	04
2,88	0,36	48	08	06
1,60	0,16	70	10	07
23,04	5,76	36	04	09
23,12	11,56	20	02	10
91,20		**198**	**30**	المجموع

بتطبيق علاقة التعريف لتحديد التباين تحصلنا:

$$v(x)=\partial^2=\frac{91,20}{30}=\mathbf{3,04}$$

ب-2/حالة البيانات الكمية المستمرة:

تجدر الإشارة إلى أنه في حالة البيانات التي مدى فئاتها أكبر من الصفر، يتم استخدام مراكز الفئات C_i وتكون معادلة التباين كمايلي: حيث: مركز الفئة هو: xi =ci

علاقة التعريف:

$$v(x)=\partial^2=\frac{\sum_{i=1}^{k} n_i\left(X_i-\overline{X}\right)^2}{\sum_{i=1}^{k} n_i}$$

العلاقة المختصرة:

$$v(x)=\frac{1}{\sum_{i=1}^{k} n_j}\sum_{i=1}^{k} n_i(X_i)^2-\overline{X}^2$$

مثال تطبيقي رقم (07):

ليكن لدينا التوزيع التكراري التالي في شكل فئات، المطلوب حساب قيمة التباين بإستخدام العلاقة المختصرة، فنحصل على ما يلي:

الفئات	التكرار	مراكز الفئاتxi	Xi*ni	Xi2	Xi2* ni
6-2	7	4	28	16	112
10-6	9	8	72	64	576
14-10	15	12	180	144	2160
18-14	20	16	320	256	5120
22-18	12	20	240	400	4800
26-22	8	24	192	576	4608
30-26	3	28	84	784	2352
المجموع	**74**		**1116**		**19728**

الوسط الحسابي = 15,08=74/1116

التباين = 74/19728 –(15,08)^2 = 40,99

2-4-الإنحراف المعياري:

يعتبر الإنحراف المعياري من أهم مقاييس التشتت ويرمز له بالرمز سيقما∂ أو SD ويعرف بأنه الجذر التربيعي للتباين ∂^2 ويحسب بالطريقة التي تم حساب التباين بها. وكلما كان الإنحراف المعياري أكبر كلما دلّ ذلك على عدم تجانس المشاهدات.

يعتبر الإنحراف المعياري من أهم مقاييس التشتت لأنه يستعمل في حساب عدة مؤشرات: معامل الإرتباط، تحديد أشكال التوزيعات الإحصائية و الإحتمالية .....ألخ؛

معرفة طبيعة توزيع أفراد العينة، أي مدى انسجامها؛

يفيدنا في مقارنة مجموعة بمجموعة أخرى.

أ/حساب الإنحراف المعياري في حالة البيانات غير المبوبة:

إذا كانت لدينا القيم التالية: $X_1, X_2 X_3 ....X_k$ فإن انحرافها المعياري يعطى بالمعادلة التالية:

$$\boldsymbol{\partial} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{k}\left(X_i - \overline{X}\right)^2}{N}} = \sqrt{\boldsymbol{v(x)}}$$

مثال تطبيقي رقم (08): إليك البيانات التالية: 6، 4، 16، 5، 21، 10 والمطلوب هو حساب قيمة الإنحراف المعياري

$$\overline{X} = \frac{1}{6}(10 + 21 + 5 + 16 + 4 + 6) = 10,33$$

وهذه قيمة التباين:

$$v(x) = \mathbf{38,89}$$

$$\partial = \sqrt{= \frac{1}{6}[(10 - 10,33)^2 + (21 - 10,33)^2 + (5 - 10,33)^2 + (16 - 10,33)^2 + (4 - 10,33)^2 +](6 - 10,33)^2} = \mathbf{6.23}$$

ب/حساب الإنحراف المعياري في حالة البيانات المبوبة:

إذا كانت لدينا البيانات التالية: $X_1, X_2 X_3 .... X_k$ تكراراتها على التوالي $n_1, n_2, n_3, \dots \dots \dots . n_k$، فإن الإنحراف المعياري كالتالي:

ب-1/ حالة البيانات الكمية المتقطعة: في هذه الحالة نعتمد على العلاقة التالية:

$$\partial = \sqrt{v(x)} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{k}\left(X_i - \overline{X}\right)^2 * n_i}{\sum_{i=1}^{k} n_i}}$$

مثال تطبيقي رقم (09): بإستخدام نفس معطيات المثال رقم (06)، المطلوب هو حساب قيمة الإنحراف المعياري

$n_i\left[\left(X_i - \overline{X}\right)\right]^2$	$\left[\left(X_i - \overline{X}\right)\right]^2$	$n_i x_i$	n_i	x_i
40,56	6,76	24	06	04
2,88	0,36	48	08	06
1,60	0,16	70	10	07
23,04	5,76	36	04	09
23,12	11,56	20	02	10
91,20		**198**	**30**	المجموع

$$\sqrt{v(x)} = \partial = \sqrt{\frac{91,20}{30}} = 1,74$$

ب-2/حالة البيانات المستمرة: تجدر الإشارة إلى أنه في حالة البيانات التي مدى فئاتها أكبر من الصفر، يتم استخدام مراكز الفئات C_i وتكون معادلة الإنحراف المعياري كمايلي:

$$\partial = \sqrt{v(x)} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{k}\left(C_i - \overline{X}\right)^2 * n_i}{\sum_{i=1}^{k} n_i}}$$

ملاحظات هامة:

-مقياس التشتت المناسب في حالة البيانات غير المبوبة لسلسلة عديمة القيّم المتطرفة هو الانحراف المعياري، إن هذا الأخير أحسن مقياس تشتت ويعتبر من أهم مقاييس الانتشار ويتعامل به في أغلب الحالات؛

-يأخذ الانحراف المعياري في الحسبان جميع القيم، كما أن قيمته صغيرة وبالتالي يمكن أن تعطي خلاصة واضحة عن مدى تباعد القيم، إذ كلما كانت هذه القيمة صغيرة دل ذلك على أن القيم ليست متباعدة عن الوسط الحسابي وبالتالي فهي أقل تشتتا ووسطها الحسابي يمثلها تمثيلا جيدا، وعلى العموم يمكننا القول أن القيم غير مشتتة إذا كان الانحراف المعياري يمثل أقل من 20% من وسطها الحسابي.

ثانيا: مقاييس التشتت النسبية.

وهي المقاييس التي تصلح لقياس التشتت بين الظواهر التي ليس لها نفس الوحدات على شكل نسب مئوية، أهمها:

1-الإنحراف الربيعي النسبي:

يطلق عليه المتوسط الربيعي وهو النسبة بين المدى الربيعي والوسيط مضروبا في مئة، نستخدم المتوسط الربيعي كأحسن مقياس لقياس التشتت في حالة الجداول المفتوحة وأيضا لقياس تشتت السلسلة غير المبوبة التي تضم قيّم متطرفة.

$$E_{Qp} = \frac{Q_3 - Q_1}{Me} x100$$

ملاحظة:

1-الانحراف المتوسط = أربعة أخماس الانحراف المعياري أي:

$$e = \frac{4}{5}\partial$$

2-المدى الربيعي هو 1,34، الإنحراف المعياري $Q_3 - Q_1 = 1.34\ \partial$

2-معامل التغيّر:

وهو أحد مقاييس التشتت النسبية الذي يستعمل كذلك لحساب تشتت الجداول المفتوحة ومقارنتها ويعطى بالصيغة التالية:

$$CV = \frac{Q_3 - Q_1}{Q_3 + Q_1} x100$$

1- معامل الإختلاف:

هو عبارة عن النسبة المئوية للإنحراف المعياري على الوسط الحسابي، ويعطى بالمعادلة التالية:

$$cv = \frac{\partial}{\overline{X}} 100$$

ويعتبر معامل الإختلاف أحد مقاييس التشتت النسبية، ويستخدم للمقارنة بين مجموعتين أو أكثر لمعرفة أيهما أكثر تشتتا وخاصة المجموعات غير المتجانسة. إذا كان معامل الإختلاف أكبر من **50%** نقول تشتت قوي، وإذا كان معامل الإختلاف يساوي **50%.** نقول تشتت متوسط، أما إذا كان معامل الإختلاف أقل من **50%** نقول تشتت ضعيف.

مثال تطبيقي رقم (10): إيجاد أي الدولتين المبينة في الجدول التالي هي أقل تشتتا في توزيع الدخل.

الدولة	متوسط الدخل	الإنحراف المعياري
A	2100	1100
B	1300	850

حل المثال التطبيقي:

بتطبيق صيغة معامل الاختلاف نحصل على ما يلي:

$$CV_A = (1100/2100)*100=52.38\%$$

$$CVB = (850/1300)*100=65.38\%$$

أي ان التشتت في توزيع الدخل في الدولة (A) هو أقل مما عليه في الدولة (B) وبالتالي فإن الدولة (A) أكثر عدالة في توزيعها للدخل على المجتمع.

المحور السابع: مقاييس الشكل.

إضافة إلى مقاييس النزعة المركزية ومقاييس التشتت، سنتطرق إلى مقاييس تبيّن شكل التوزيع الإحصائي (الإلتواء، التطاول والتفلطح) مقارنة بتوزيع مرجعي (التوزيع المتناظر والطبيعي) نسمي هذه الأدوات الإحصائية بمقاييس الشكل.

وقبل التطرق لهذه المسألة، دعونا نتعرف على أهم الأشكال التي يمكن أن يأخذها أي توزيع تكراري، وهذا بالطبيعة الحال وفقا لطبيعة التوزيع أو بمعنى آخر وفقا لتوزع المفردات حول قيمة مركزية معينة، غالبا ما تكون الوسط الحسابي، فقد يكون التوزيع التكراري.

متماثلا إذا كان:

$$\overline{X} = M_e = M_0$$

أي تكون **50%** من القيم على يمين وعلى يسار هذه المقاييس، يعتبر هذا الشكل شكلا معياريا، أي أنه تقاس بالنسبة له كل الأشكال المتبقية.

- موجب الالتواء: إذا كان ممتدا أكثر نحو اليمين ويكون في هذه الحالة $\overline{X} > M_e > M_0$
- سالب الالتواء: إذا كان ممتدا أكثر نحو اليسار ويكون $\boldsymbol{\overline{X} < M_e < M_0}$

تختلف الأشكال البيانية للتوزيعات التكرارية فمنها ما هو متماثل أين تتساوى مقاييس النزعة المركزية (الوسط الحسابي، الوسيط، المنوال) ومنها توزيعات غير متماثلة فهي ملتوية نحو اليمين والأخرى ملتوية نحو اليسار، وهو يسمح بتلخيص ومقارنة التوزيعات إلى جانب مقاييس النزعة المركزية ومقاييس التشتت التي لا تكفي لوحدها بالقيام بهذه العملية (أي عملية المقارنة) فقد يتساوى توزيعان من حيث المتوسط والإنحراف المعياري ولكنهما يختلفان من حيث الإلتواء، وقد يكون التوائهما في اتجاه واحد ولكن بقدرين مختلفين، أو قد تتساوى درجة التوائهما ولكنهما يختلفان في الإشارة، كما يمكن معرفة نوع الإلتواء(موجب أو سالب) ودرجته (بسيط أو حاد) من شكل المنحنى نفسه، إلا أن هذا لا يعطينا قياسا رقميا للإلتواء، لهذا الغرض أصبح من المهم التعرف على أداة احصائية تستخدم لقياس الإلتواء تسمى **معامل الإلتواء.**

أولا: العزوم.

الهدف من حساب العزوم هو تحديد شكل توزيع البيانات.

1-تعريف العزوم:

يمكن أن تعرف العزوم حول أي نقطة أو قيمة، فقد تكون هذه القيمة صفر ويسمى في هذه الحالة بالعزوم البسيطة أو الإبتدائية، أو تكون هذه القيمة أحد مقاييس النزعة المركزية مثل الوسط الحسابي وتمسى بالعزوم المركزية.

1-1-العزوم الابتدائية:

أ/حالة البيانات غير مبوبة:

إذا كانت لدينا البيانات التالية $X_1, X_2 X_3 ....X_k$ حيث N عدد القيم، فإن علاقة العزوم هي:

$$\overline{X_q} = M = \frac{X_1^q + X_2^q + X_3^q \ldots \ldots . + X_k^q}{N}$$

تسمى بالعزوم من الدرجة q، (حيث q عدد طبيعي)، إذا كان q=1 العزم مساويا للوسط الحسابي.

حيث العزم الإبتدائي من الدرجة n يكتب بالصيغة التالية:

$$M_n = \sum Xi^n / n$$

مثال تطبيقي رقم (01): أوجد العزم الأول والثاني للقيّم التالية: 1-2-5-8

حل المثال التطبيقي:

العزم الابتدائي من الدرجة الأولى:

$$M_1 = \sum Xi / n = M_1 = (1+2+5+8)/4 = 4.$$

العزم الابتدائي من الدرجة الثانية:

$$M_2 = \sum Xi^2 / n = M_2 = (1)^2+(2)^2+(5)^2+(8)^2/4 = 23.5$$

نلاحظ أن العزم الإبتدائي هو نفسه الوسط الحسابي.

ب/حالة البيانات المبوبة (كمية منقطعة وكمية مستمرة):

تحسب العزوم الإبتدائية في حالة البيانات المبوبة ذات المتغيّرة الكمية المنقطعة والكمية المستمرة بالعلاقة التالية:

$$M_n = \sum ni\, Xi^n / \sum ni$$

حيث: Xi تمثل مركز الفئة في حالة المتغيرة الكمية المستمرة.

1-2-العزوم المركزية:

يسمى العزم من الدرجة q بالنسبة للوسط الحسابي، بالعزم المركزي، ويعرف كمايلي μ.

أ/حالة البيانات غير مبوبة:

$$\mu = \frac{\sum_{i=1}^{k} (X_i - \overline{X})^q}{N}$$

ب/ حالة البيانات المبوبة:

$$\mu = \frac{\sum_{i=1}^{k} n_i (X_i - \overline{X})^q}{\sum_{i=1}^{k} n_i}$$

ثانيا: مقاييس الشكل.

1-تعريف التماثل التام:

هو المنحنى إذا قسمناه إلى نصفين انطبق هذان النصفان على بعضهما البعض تماما. أي أنه يكون المنحنى التكراري متماثلا، بحيث يكون الشق الأيسر مع المحور الأفقي للمعلم هي النقطة المركزية التامة للتوزيع، وتمسى بنقطة التماثل، وتكون مساوية للوسط الحسابي وللوسيط والمنوال، وتكون بالتالي ممثلة تمثلا جيدا للتوزيع.

2-تعريف الالتواء:

يمثل الالتواء درجة تماثل أو عدم تماثل بيانات أي ظاهرة تحت الدراسة وباستخدام المنحنى التكراري يظهر شكل التوزيع، ويقصد بالالتواء انعدام التماثل في توزيع قيم الظاهرة حول قيمتها المركزية (الوسط الحسابي) وفيه تنتفي شروط التماثل التام.

إذا كانت التكرارات تتركز عند أصغر القيم يصبح المنحنى ملتويا التواء موجب جهة اليمين.

التوزيع (المنحنى) موجب الإلتواء جهة اليمين (الوسط الحسابي> الوسيط> المنوال).

أما في حالة تركز التكرارات عند أكبر القيم فيكون المنحنى في تلك الحالة ملتوي التواء سالب جهة اليسار

التوزيع ملتوي جهة اليسار (الوسط الحسابي> الوسيط> المنوال).

3-قياس الإلتواء:

يمكن قياس الإلتواء بمعامل الإلتواء والذي يفيدنا في الحكم على مدى تماثل أو التواء التوزيع، حيث تعدد مقاييس الإلتواء إلا أن من أهمها:

1-3-معامل الإلتواء: لمعرفة قيمة الإلتواء لظاهرة ما يتم استخدام المعادلة التالية والتي تنص على الوسط الحسابي ناقص المنوال.

$$WA = \overline{X} - M_O$$

2-3-معامل بيرسون PERSON للإلتواء: تتلخص صيغة معامل بيرسون للالتواء بقسمة مقدار الالتواء على الانحراف المعياري وهي تفيد في حالة الجداول المغلقة ويمكن حسابه بالمعادلتين التاليتين:

$$CA = \frac{\overline{X} - M_O}{\partial}$$

كما يكتب معامل بيرسون للإلتواء أيضا بالصيغة التالية: وذلك باستخدام معامل الإلتواء بدلالة الوسيط

$$CA = \frac{3\left(\overline{X} - M_e\right)}{\partial}$$

ويكون معامل الالتواء محصورا بين +1 و-1، إذا كان موجبا دل على أن التوزيع يمتد إلى اليمين، أما إذا كان سالبا دل على أن التوزيع يمتد إلى اليسار، وفي حالة ما إذا كان يساوي 0 فهذا يعني أن المنحنى (التوزيع) متماثل، وقد تم تقسيم قيمة الإلتواء على الانحراف المعياري من أجل اختزال وحدات القياس، والتمكن بالتالي من مقارنة التواء ظاهرتين مختلفتين.

مثال تطبيقي رقم (02):

لدينا دراسة إحصائية قامت بمتابعة أوزان ثمانية صناديق من الفواكه فتحصلنا بالكيلو غرام على مايلي: 66، 85، 52، 78، 80، 91، 74، 58.

المطلوب: ايجاد كل من الوسط الحسابي والوسيط والإنحراف المعياري وقيمة الإلتواء بعلاقة بيرسون.

حل المثال التطبيقي:

- **الوسط الحسابي:**

$$\overline{X} = \frac{\sum xi}{N} = \frac{66 + 85 + 52 + 78 + 80 + 91 + 74 + 58}{8} = 73kg$$

- **الوسيط:** ترتيب القيم **52، 58، 66، 74، 78، 80، 85، 91.**

الرتبة N زوجي

$$C = \frac{N}{2} = \frac{8}{2} = 4$$

$$C = \frac{N}{2} + 1 = \frac{8}{2} + 1 = 5$$

إذن لدينا:

$$M_{e1} = 74$$
$$M_{e2} = 78$$

$$M_e = \frac{M_{e1} + M_{e2}}{2} = \frac{74 + 78}{2} = 76kg$$

- الانحراف المعياري:

$$\partial = \sqrt{\frac{\sum(x_i-\overline{X})^2}{N}} = \sqrt{\frac{1258}{8}} = 12.53\text{kg}$$

$\sum$	92	85	80	78	74	66	58	52	x_i
1258	324	144	49	25	01	49	225	441	$(x_i-\overline{X})^2$

- قيمة الإلتواء:

- $WA = 3(\overline{X} - M_e) = 3(73-76) = -9kg$

ويدل ذلك على أن أوزان الأشخاص ذات التواء إلى اليسار.

- **معامل بيرسون للإلتواء**

- $CA = \frac{3(\overline{X}-M_e)}{\partial} = \frac{-9}{12,53} = -0,72$

نلاحظ أن التوزيع ملتو إلى اليسار.

ملاحظة:

من بين سلبيات معامل التواء بيرسون المعطى بالصيغتين السابقتين:

1-أنه لا يمكن حسابه من الجداول التكرارية المفتوحة من أحد الطرفين أو من كيلهما؛

2-كما لا يمكن حسابه في حالة المنحنيات شديدة التواء وفي هذه الحالة يفضل استخدام معامل الالتواء الربيعي (معامل بول و كاندال) الذي تعطى علاقته بدلالة الربيع الأول والثالث وقيمة الوسيط ويعطى بالصيغة التالية:

$$CA_Q = \frac{(Q_3-Q_2)-(Q_2-Q_1)}{Q_3-Q_1} = \frac{Q_3-2Me+Q_1}{Q_3-Q_1}$$

3-3-معامل بيرسون بالعزوم: هناك صيغة أخرى **لبيرسون** يستخرج بها معامل الإلتواء وهي تساوي العزم المركزي من الدرجة الثالثة على الإنحراف المعياري مكعّب. هو العزم الثالث على الانحراف المعياري مكعّب

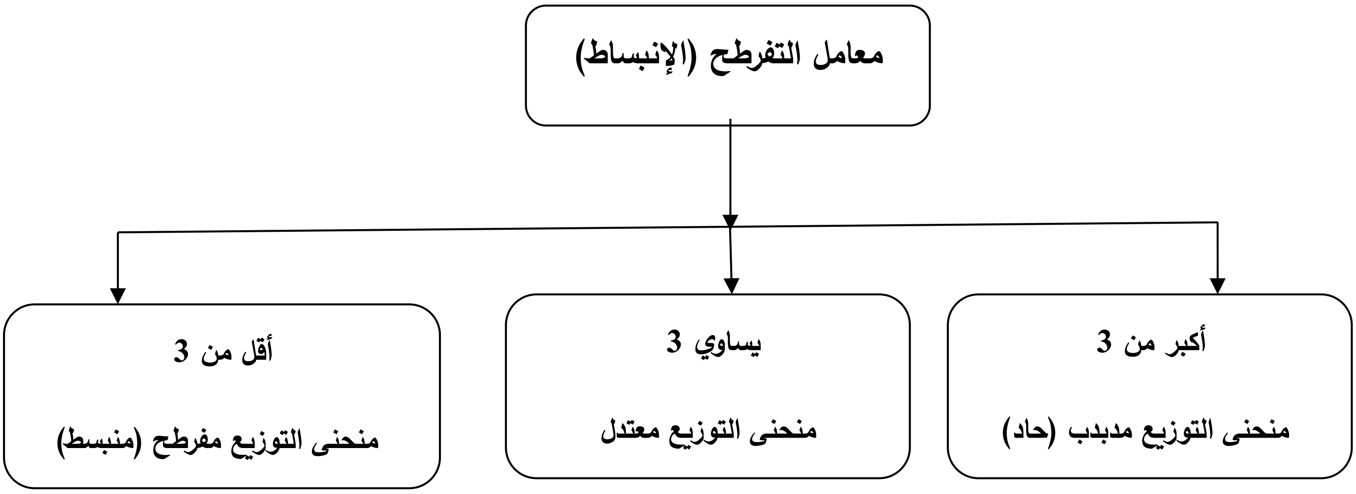
$$CA = U_3 / SD^3$$

تكون قيمة هذا المعامل محصورة بين 1+ و1 - إذا كانت قيمته من الصفر يعني ذلك أن التوزيع قريبا من التناظر، وتدل إشارته إلى اتجاه الإلتواء نحو اليمين أو اليسار.

4- التفرطح (الإنبساط):

نستعمل مصطلح التفلطح لوصف عدم تطاول المنحنى التكراري أو المضلع التكراري، فإذا كان المنحنى أكثر تفرطحا من منحنى التكرارات المعتدل قيل عنه منحنى مفلطحا وهو الذي يتسع في الوسط وتنحني قمّته عن قمّة المنحنى المعتدل، وإذا كان أكثر تدببا من المنحنى التكراري المعتدل قيل عنه منحنى مدببا وهو الذي يضيق في الوسط وترتفع قمّته عن قمّة المنحنى المعتدل، أما إذا كان منطبقا على المنحنى المعتدل قيل عنه منحنى طبيعي أو متماثل. وتكون قيمة معامل التفرطح تساوي 3 وفي حالة التوزيع الطبيعي المعتدل.

الشكل رقم (01): وضعيات معامل التفرطح



يقاس تفرطح المنحنيات التكرارية عن طريق عدة مقاييس منها:

4-1-معامل فيشر (معامل التفرطح العزمي): الذي يعطي بالمعادلة التالية:

العزم المركزي الرابع قسمة الإنحراف المعياري مكعب

$$CF = \frac{U_4}{\partial^4}$$

تجدر الإشارة في هذا الصدد أن المنحنى المعتدل (متوسط التفرطح) يعتبر معيارا لتحديد طبيعة التفرطح، ووجد عمليا أن قيمة معامل تفرطح التوزيع المتماثل يساوي 3 ومنه، يكون الرقم 3 أساسا للتفرقة بين المنحنيات من حيث التذبدب والتفرطح وعليه:

- التوزيع متماثل القمة أو معتدل يعني $CF=3$
- التوزيع مدبدب القمة يعني $CF>3$
- التوزيع مفرطح القمّة يعني أن: $CF<3$

إذا كان معامل فيشر موجبا دل ذلك على أن التوزيع أقل تفرطحا من التوزيع الطبيعي، وإذا كان سالبا دل ذلك على أن التوزيع أكثر تفرطحا، أي مدببا أكثر من التوزيع الطبيعي.

4-2-معامل كيلي:

يمكن حساب معامل التفرطح بطريقة كيلي بالعلاقة التالية:

$$CK = \frac{(Q_3 - Q_1)}{D_9 - D_1}$$

مثال تطبيقي رقم (03):

أدرس شكل منحنى التوزيع التكراري الآتي باستخدام معاملات فيشر.

الفئة	8-6	10-8	12-10	14-12	16-14	18-16	20-18	المجموع
التكرار	3	1	26	33	14	8	6	100

حل المثال التطبيقي:

الفئة	التكرار	X_i	N_iX_i	$(X_i - \overline{X})$	$N_i(X_i - \overline{X})$	$N_i(X_i - \overline{X})^2$	$N_i(X_i - \overline{X})^3$	$N_i(X_i - \overline{X})^4$
8-6	3	7	21	-5.86	-17.58	-17.58	-603.697	3537.62
10-8	10	09	90	-3.86	-38.6	148.996	-575.125	2219.98
12-10	26	11	286	-1.86	-48.36	89.95	-167.307	311.189
14-12	33	13	429	0.14	4.62	0.647	0.091	0.013
16-14	14	15	210	2.14	29.96	64.11	137.2	293.62
18-16	8	17	136	4.14	33.12	137.12	567.68	2350.127
20-18	6	19	114	6.14	36.84	226.2	1388.86	8527.56
المجموع	100		1286			770.04	747.7	17240.2

$$U_2 = \frac{\sum n_i(X_i - \overline{X})^2}{\sum n_i} = \frac{770.04}{100} = 7.7$$

$$U_3 = \frac{\sum n_i(X_i - \overline{X})^3}{\sum n_i} = \frac{747.7}{100} = 7.48$$

$$U_4 = \frac{\sum n_i(X_i - \overline{X})^4}{\sum n_i} = \frac{17240.2}{100} = 172.4$$

حساب الوسط الحسابي:

1286/100 = 12.86

حساب الإنحراف المعياري:

$$SD = \sqrt{u_2}=\sqrt{7,7}=2,77$$

حساب معامل التفرطح باستخدام معامل فيشر:

$$\mathrm{CF} = \frac{\mathrm{U}_4}{(\mathrm{SD})^4}$$

$$CF = \frac{172.4}{58,87} = 2,92$$

وبما أن الفائض عن الإعتدال (التماثل) هو CF=3 إذن:

$CF - 3 = 2.92 - 3 = -0.08$ نلاحظ ان معامل فيشر للتفلطح في هذا التوزيع أصغر من 3، حيث **CF = 2,92** فإن

منحنى توزيع هذه البيانات يكون مفلطحا (مفرطحا).

المحور الثامن: الأرقام القياسية.

أولا-مفهوم الأرقام القياسية:

تعتبر(الأرقام القياسية) أهم المقاييس التي تستخدم في قياس التغير في الظواهر، فقد يكون مثلا المرغوب فيه قياس تغير أسعار عدة سلع مجتمعة، أو قياس التغير المتوسط في الكميات المادية المنتجة من عدة سلع، أو الكميات المستهلكة...... الخ. فالأرقام القياسية هي أداة دافعة لقياس ولتصوير التغير النسبي الذي يحد ث في ظاهرة معينة من وقت لآخر، أو من مكان لآخر .

وبعبارة أخرى: هي عبارة عن مؤشرات إحصائية، تُستعمل لقياس تطور سعر أو كمية مادة أو عدة مواد بين زمنين مختلفين، أو بين مجموعتين، أو بين مكانين.

مثال على ذلك الرقم القياسي للأسعار، فهو عبارة عن ملخص لأسعار جميع السلع، وبواسطته يمكن دراسة الحالة العامة للاقتصاد الوطني، وكذلك يمكن تطبيق الأرقام القياسية على تكاليف المعيشة ومستوى المعيشة، والرقم القياسي للأجور وأسعار الجملة، والرقم القياسي للإنتاج، إلى غير ذلك من الأرقام.

ومن الأمور الهامة عند تركيب الرقم القياسي الآتي :

- تحديد الغرض من الرقم القياسي قبل تكوينه؛
- تحديد شمولية (مجال) الرقم القياسي، بمعنى تحديد السلع التي تدخل في نطاق هذا الرقم والتي لا تدخل في نطاقه؛
- اختيار الفترة أو المكان الذي يعتبر أساسا لقياس التغير؛
- اختيار المصادر التي تجمع منها البيانات اللازمة ؛
- اختيار الصيغة التي تستخدم في حسا ب الرقم القياسي؛
- ترجيح السلع بالأوزان.

وبعد ذلك نحتاج إلى تحديد وحدة زمنية معينة واعتبارها الأساس الذي تُقارن به الظاهرة. وتُصنّف الأرقام القياسية إلى: أرقام قياسية بسيطة، وأرقام قياسية تجميعية، وأرقام قياسية ترجيحية. وفيما يلي سنتعرض لمختلف هذه الأنواع حسب الأرقام القياسية للأسعار، والكميات، وأنواع أخرى بالتفصيل.

نختار قبل كل شيء للسلسلة الزمنية المحددة بالفترات المختلفة إحدى السنوات أو إحدى الفترات لتكون سنة الأساس، ومن ثم فإن بقية السنوات الأخرى تمثل سنوات مقارنة (أو حالية).

ثانيا- الرقم القياسي البسيط (I)

يقيس الرقم القياسي البسيط تطور سعر أو كمية مادة واحدة فقط بين فترتين زمنيتين مختلفتين، أو بين مكانين مختلفين، وهو عبارة عن النسبة بين سعر أو كمية الفترة للسنة الحالية أو المقارنة، وسعر أو كمية فترة سنة الأساس.

يُرمز للسنة الحالية أو المقارنة بالرمز (t1) أو (1)

يُرمز لسنة أو فترة الأساس بالرمز (t0) أو (0)

ويُحسب الرقم القياسي البسيط بموجب العلاقة التالية:

حيث يُرمز للرقم القياسي البسيط للأسعار I pt1 /t0

$$\boldsymbol{Ipt1\ /to\ = \frac{P1}{P0}.100}$$

علماً أن:

P1 : سعر السنة الحالية أو سعر السنة المقارنة.

P0 :سعر سنة الأساس.

العلاقة الإحصائية للرقم القياسي البسيط للكميات كما يلي:
حيث نرمز للرقم القياسي البسيط للكميات ب:

I pt1 /t0

$$\boldsymbol{IQ\mathrm{t1}/\mathrm{t0} = \frac{Q1}{\mathrm{Q0}}.100}$$

علما أن:

$Q1$:كمية السنة الحالية أو كمية السنة المقارنة.

$Q0$:كمية سنة الأساس.

1- الرقم القياسي البسيط للأسعار:

إذا كانت لدينا السلع z ، ...... ،c ،b ،a من السلع فإن منسوب السعر أو الرقم القياس البسيط للسعر يكون كما يلي:

السلعة a: $$IPat1/t0\ = \frac{P1(a)}{P0(a)}.100$$

السلعة b: $$IPbt1/t0\ = \frac{P1(b)}{P0(b)}.100$$

السلعة c: $$IPct1/t0\ = \frac{P1(c)}{P0(c)}.100$$

السلعة z: $$IPzt1/t0\ = \frac{P1(z)}{P0(z)}.100$$

مثال تطبيقي رقم (01):

تبين البيانات التالية أسعار بعض السلع في سنتي (1993، 2000) بالوحدة النقدية

السلع	أسعار1993	أسعار2000
a	17	26,01
b	19,36	41,88
c	16,18	15,81
d	99,32	101,26
e	13,49	13,49

المطلوب : حساب الرقم القياسي البسيط للأسعار

حل المثال التطبيقي:

$$\frac{IPat1}{t0}=.100\frac{P1(a)}{P0(a)}=\frac{26,01}{17}.100=153\%$$

هناك زيادة في السعر ب %53

$$\%153-100\%=53\%.$$

$$\frac{IPbt1}{t0}=.100\frac{P1(b)}{P0(b)}=\frac{41,88}{19,36}.100=216\%$$

$$216,3-100=116,3$$

هناك زيادة في السعر ب %116,3

$$IPct1/t0=.100\frac{P1(c)}{P0(c)}.\frac{15,81}{16,18}.100=97,71\%$$

$$97,71-100=-2,29$$

هناك إنخفاض في السعر ب2,29 % لان الرقم القياسي سالب

$$IPdt1/t0=.100\frac{P1(d)}{P0(d)}.\frac{101,26}{99,32}.100=101,9\%$$

$$101,9-100=1,9\%$$

هناك زيادة في السعر ب 1,9 %

$$IPet1/t0=.100\frac{P1(e)}{P0(e)}.\frac{13,49}{13,49}.100=100\%$$

هناك ثبوت في السعر (لا زيادة ولا نقصان)

ويمكن أن نميز بين **ثلاث حالات** لقيم الرقم القياسي البسيط:

- الحالة الأولى :ثبات في تطور السعر، ففي هذه الحالة الرقم القياسي يساوي 100 مثل السلعةe .
- الحالة الثانية :انخفاض في السعر، فقيمة الرقم القياسي تكو ن أقل من 100 مثل السلعة c .
- الحالة الثالثة :تكون قيمة الرقم القياسي أكبر من 100 في حالة زيادة أو ارتفاع في السعر أو الكمية، مثل السلع d . ، a ،b

ملاحظة:

- في الحالة الأولى :نقول أن السعر لم يزداد ولم ينقص للسلعة e ما بين سنة 1999و سنة 2000.
- في الحالة الثانية :نقول إن هناك انخفاضاً في السعر، ويُحسب الفرق بين القيمة المحصلة من 100، أي أن السلعة cانخفض سعرها من سنة 1993 إلى 2000 بمقدار 2.29%، أي: 100−97.1 =2.29%؛
- في الحالة الثالثة :نقول إن هناك ارتفاعاً في السعر، ويُحسب الفرق بين القيمة المحصلة و100، أي أن السلع a وb و dارتفعت أسعارها من سنة 1993 إلى 2000 حسب ما يلي:

السلعة :aارتفع سعرها بنسبة53%   153−100=53%

السلعة :bارتفع سعرها بنسبة 116.3%   216.3 - 100 =116.3%

السلعة :dارتفع سعرها بنسبة1.9%   101.9−100 = 1.9 %

مثال تطبيقي رقم (02):

في 1984/12/25 كان سعر الفرنك الفرنسي يساوي 0.64 دج، وفي 1995/12/25أصبح سعر الفرنك الفرنسي يساوي 10.98دج،

المطلوب: ما هو الرقم القياسي لسعر الفرنك بالنسبة للدينار؟

حل المثال التطبيقي:

الرقم القياسي لسعر الفرنك بالنسبة للدينار بين فترتين:

$$IPat1/t0 = .100\frac{P1(a)}{P0(a)} = \frac{10,98}{0,64}.100 = 1715,62\%$$

نسبة ارتفاع الفرنك بالنسبة للدينار بين 1995و 1984تساوي 1615.62% أي: 1715.62-100=1615.62%

2-الرقم القياسي البسيط للكميات:

يمكن حساب الرقم القياسي للكميات بالطريقة التالية، حيث $Qt1/t0 = \frac{Q1}{Q0}.100$ أي يُحسب منسوب الكمية لكل متغير على حدة.

إذا كانت لدينا الكميات ، c، b، a، ......z من السلع فإن منسوب الكميات أو الرقم القياس البسيط للكميات يكون كما يلي:

السلعة a:
$$IQ(a)t1/t0 = \frac{Q1(a)}{Q0(a)}.100$$

السلعة b:
$$IQ(b)t1/t0 = \frac{Q1(b)}{Q0(b)}.100$$

السلعة z:
$$IQ(z)t1/t0 = \frac{Q1(z)}{Q0(z)}.100$$

مثال تطبيقي رقم (01):

يبين الجدول التالي أسعار وكميات 3 مواد (سلع) خلال فترتين:

	سنة الاساس1993		السنة الحالية 1997	
	السعر (P)	الكمية (Q)	السعر (P)	الكمية (Q)
A	15	136	5	200
B	10	210	32,5	170
C	40	29	69	90

المطلوب : 1- حساب الرقم القياسي البسيط للأسعار

2-حساب الرقم القياسي البسيط للكميات لسنة 1997 مقارنة مع1993

3-حساب الرقم القياسي البسيط للسعر لسنة 1997 مقارنة مع 1993

حل المثال التطبيقي:

1-الرقم القياسي البسيط للكميات C, B, A في سنة 1997 مقارنة بسنة1993

الرقم القياسي للكمية A

$$IQ(z)t1/t0 = \frac{Q1(A)}{Q0(A)}.100$$
$$IQ(z)t1/t0 = \frac{200}{136}.100 = 147{,}05\%$$

47,05%=100-147,05 أي أن الكمية A ازدادت كميتها بمقدار 47,05% في سنة 1997 مقارنة ب 1993.

الرقم القياسي للكمية B :

$$IQ(B)t1/t0 = \frac{Q1(B)}{Q0(B)}.100$$
$$IQ(B)t1/t0 = \frac{170}{210}.100 = 80{,}95\%$$

%19,04- = 100 – 80,95

اي ان الكمية B انخفضت في سنة 1997 مقارنة بسنة 1993 بمقدار (نسبة) 19.04 % (وإشارة (-)الناقص هي التي تثبت أن الكمية انخفضت).

الرقم القياسي للكمية :C

$$IQ(C)t1/t0 \ = \frac{90}{29}.100 = \ 310,34\%$$

210,34 % = 100 – 310,34%

أي أن كمية السلعة C ازدادت بمقدار (نسبة) 210.34% في سنة 1997مقارنة بسنة 1993

الرقم القياسي البسيط لأسعار السلع A، B، C في سنة 1997مقارنة بسنة 1993

الرقم القياسي لسعر السلعة A:

$$IPAt1/t0 \ = \frac{P1(A)}{P0(A)}.100$$

$$IpAt1/t0 \ = \frac{35}{15}.100 = \ 233,33\%$$

133.33= 100-233.33 % أي أن سعر السلعة Aازداد في سنة 1997بمقدار (نسبة) : 133.33 % مقارنة بسنة 1993.

الرقم القياسي لسعر السلعة :B

$$IPBt1/t0 = \frac{P1(B)}{P0(B)}.100$$

$$IPBt1/t0 = \frac{32.5}{10}.100$$

225= 100-325 % أي أن سعر السلعة Bازداد بمقدار (نسبة) 225 % في سنة 1997مقارنة بسنة 1993

الرقم القياسي لسعر السلعة C

$$\frac{IPCt1}{t0} = \frac{P1(C)}{P0(C)}.100 = \left(\frac{69}{40}\right)100 = 172.5\%$$

75,5= 100-172,5 % أي أن سعر السلعة Cازداد بمقدار (نسبة) 72,5 % في سنة 1997مقارنة بسنة 1993

مثال تطبيقي رقم (02): البيانات التالية تمثل أسعار البنزين العادي للسنوات:

السنة	1999	2000	2001	2002	2003	2004	2005	2006
سعر البنزين العادي	98	161	125	148	194	308	613	460

المطلوب :

احسب الأرقام القياسية وفسر النتيجة، علما أن سنة الأساس هي سنة2001 ؟

حل المثال التطبيقي:

نستخدم الرقم القياسي البسيط للسعر للسنوات المقارنة على أساس سنة الأساس وهي(2001)؟

السنوا ت	سعر البنزين	الأرقام القياسية
1999	98	78,4%
2000	161	128,8%
2001	125	100%
2002	148	118,4%
2003	194	155,2%
2004	308	246,4%
2005	613	490,4%
2006	460	368%

نلاحظ أن قيم الأرقام القياسية يمكن أن تكون أكبر من 100 ، أو تكون أقل من100 حيث إن الرقم القياسي لسنة الأساس دائما يساوي 100 لأن سعر سنة الأساس تقارن بنفسها أي:

$$IP\frac{2001}{2001} = \frac{P2001}{P2001}.100 = 100\%$$

أما السنوا ت الأخرى فما يزيد أو ينقص عن 100 هو الزيادة أو النقصان في السعر.

ثالثا-الرقم القياسي التجميعي(I')

نظرا لكثرة العمليات الحسابية وصعوبتها في الرقم القياسي البسيط، فإنه يمكن جمع الأسعار في فترة المقارنة وفي فترة الأساس ثم تُحسب النسبة بينهما وتضرب في(100) أي أن العلاقة الإحصائية للرقم القياسي التجميعي بالشكل التالي في حالة الأسعار بفر ض أن A, B, C ....Z هي السلع أو المواد.

$$IP(t1/t0) \text{ او } I\frac{Pt1}{t0} = \frac{p1(A)+P1(B)+P1(C)+......+P1(Z)}{p0(A)+P1(B)+P0(C)+......+P0(Z)}.100$$

$$IPt1/t0 = \frac{\sum P1t}{\sum P0t}.100$$

وللكميات : $IQ(t1/t0)$ او $I\frac{Qt1}{t0} = \frac{Q1(A)+Q1(B)+Q1(C)+......+Q1(Z)}{Q0(A)+Q1(B)+Q0(C)+......+Q0(Z)}.100$

$$IQt1/t0 = \frac{\sum Q1t}{\sum Q0t}.100$$

مثال تطبيقي: يبيّن الجدول التالي أسعار مواد خلال أربع سنوات (بالوحدة النقدية)

المطلوب: تحديد الرقم القياسي التجميعي علما أن سنة الأساس هي السنة الأولى (سنة 2000)

حليب السعر	سكر السعر	أرز السعر	السنوا ت
2	2,5	6	2000
6	4,10	9,5	2001
6,5	4,25	11	2002
9,5	7,25	16,5	2003

الرقم القياسي التجميعي لسنة 2001مقارنة بالسنة الأولى(2000)

$$IP't1/t0 = \frac{9,5 + 4,10 + 6}{6 + 2,5 + 2}.100 = \frac{19,6}{10,5}.100 = 186,66\%$$

الرقم القياسي التجميعي لسنة2002 مقارنة بالسنة الأولى (2000):

$$IP't1/t0 = \frac{21,75}{10,5}.100 = 207,14\%$$

الرقم القياسي التجميعي لسنة 2003 مقارنة بالسنة الأولى (2000):

$$IP't1/t0 = \frac{33,25}{10,5}.100 = 316,66\%$$

نستنتج من هذه النتائج أن أسعار المواد الثلاثة ارتفعت بمقدار % 86,66 من سنة 2000إلى 2001 ، ثم يواصل هذا الارتفاع ليصل إلى % 107,14 في سنة2002 .وإلى % 216,66 في سنة2003

ملاحظة:

على الرغم من بساطة وسهولة هذا الرقم إلا أنه يكون على حساب السلع، حيث يعامل كذلك مختلف السلع نفس المعاملة، وبالتالي تكون لها نفس الأهمية، وهذا اعتبار خاطئ، فلكل سلعة أهميتها ووحدتها وتأثيرها الذي يتناسب مع تلك الأهمية، لذلك يستحسن تكوين الأرقام القياسية بترجيح مناسب لأسعار السلع تبعا لأهميتها وهذا ما سنتطرق إليه فيما بعد، الأرقام القياسية الترجيحية .

رابعا- الأرقام القياسية الترجيحية.

يأخذ الرقم القياسي المرجح في الاعتبار الأهمية النسبية لكل من السلع الداخلة في التكوين، غير أن الأهمية النسبية للسلع تتغير بصفة دائمة، ومن هنا يواجه الباحث مشكلة الاختيار بين كميات الأساس وكمية المقارنة.

ويتوقف اختيار الأرقام القياسية المرجحة على العوامل التالية:

- توفير المعطيات الخاصة بالظاهرة المدروسة؛
- السهولة في الحساب؛
- تحقيق الخصائص الرياضية؛
- الهدف من وضع الرقم القياسي.

ومن أهم الأرقام القياسية المرجحة المستعملة هي:

1-الرقم القياسي لـ" لاسبير " Laspeyres ونرمز له بـ: IL

هو الرقم القياسي الذي يستعمل في حساب المواد (أسعار وكميات)لسنة الأساس، أي الرقم القياسي للأسعار المرجحة بكميات لسنة الأساس (ILPt1/t0)والرقم القياسي للكمية المرجحة بالأسعار لسنة الأساس(ILQt1/t0)

لاسبير للأسعار: و يعطى بالعلاقة التالية: $ILPt1/t0=\frac{\sum P1i.Q0i}{\sum P0i.Q0i}.100$

وهو عبارة عن النسبة بين الكتلة النقدية المدفوعة في السنة الحالية والكتلة النقدية المدفوعة في نسبة الأساس لاقتناء نفس كمية الأساس.

لاسبير للكميات: و علاقته $ILQt1/t0$ او $ILqt1/t0=\frac{\sum Q1i.P0i}{\sum Q0i.P0i}\ .100$

وهو عبارة عن النسبة بين الكمية الكلية للنسب الحالية والكمية الكلية لسنة الأساس حسب سعر سنة الأساس.

2-الرقم القياسي لـ"باش" Paasche ونرمز له بـ IB أو IP

وهو الرقم القياسي المرجح بكميات سنة المقارنة، أو المرجح بأسعار المقارنة، بمعنى الرقم القياسي للأسعار المرجح بالكميات لسنة المقارنة هو IBPt1/t0 ، أو الرقم القياسي للكميات المرجحة بالأسعار للسنة المقارنة وهو IBQt1/t0 IBP1/0

باش للأسعار: $IBPt1/t0=\frac{\sum P1i.Q1i}{\sum P0i.Q1i}.100$

باش للكميات: $IBQt1/t0=\frac{\sum Q1i.P1i}{\sum Q0i.P1i}\ .100$

3-الرقم القياسي لفيشر Fisherويرمز له بـ IF :

وهو عبارة عن الوسط الهندسي لكل من الرقم القياسي لباش ولاسبير، وسمي بتسمية الرقم الأمثل لفيشر لأنه يحقق جميع الشروط التي تفرضها الاختبارات المختلفة للرقم القياسي الدقيق ويجتاز الاختبارات النظرية وهو كما يلي:

الرقم القياسي لفيشر= الرقم القياسي لباش x الرقم القياسي لاسبير

فيشر للأسعار: $IFPt1/t0 = \sqrt{IBPt1/t0xIBPt1/t0}$ شكل مختصر $IFP = \sqrt{ILP \text{ X } IBP}$

فيشر للكميات: $IFQt1/t0 = \sqrt{IQPt1/t0 \text{ x}IBQt1/t0}$ $IFQ = \sqrt{ILQ \text{ X } IBQ}$

4-الرقم القياسي لـ" مارشال Mashall ويرمز له بـ IM

يستعمل مارشال في حسا ب رقمه القياسي متوسط ترجيح المواد للفترتين:

مارشال للأسعار: $IMpt1/t0= \frac{\sum P1i(Q0i+Q1i)}{\sum P0i(Q0i+Q1i)} . 100$

مارشال للكميات: $IMQt1/t0= \frac{\sum Q1i(P0i+P1i)}{\sum Q0i(P0i+P1i)} 100$

ملاحظة:

الرقم القياسي للأسعار مارشال : هو عبارة عن النسبة بين الكتلة النقدية المدفوعة في النسبة الحالية والكتلة النقدية المدفوعة في سنة الأساس حسب الكمية المتوسطة.

أما : الرقم القياسي للكميات لمارشال كذلك هو عبارة عن النسبة بين الكمية الكلية للسنة الحالية والكمية الكلية لسنة الأساس حسب السعر المتوسط.

مثال تطبيقي:

يمثل الجدول التالي أسعار وكميات لعدة سلع خلال سنتي 1990 و2000

السلعة	أسعار1990 P0	أسعار2000 P1	الكميات1990	الكميات 2000
A	25	37,5	4	6
B	50	62,5	6	10
C	75	100	3	4
D	100	300	1	1

المطلوب :حساب الرقم القياسي لاسبير وباش وفيشر للأسعار والكميات.

حل المثال التطبيقي:

حساب الرقم القياسي لاسبير للأسعار:

نكمل الجدول تسهيلا للحسابات:

السلع	1990 P0	2000 P1	1990 Q0	2000 Q1	P0 Q0	P0 Q1	P1 Q1	P1 Q0
A	25	37,5	4	6	100	150	225	150
B	50	62,5	6	10	300	500	625	375
C	75	100	3	4	225	300	400	300
D	100	300	1	1	100	100	300	300
Σ					725	1050	1550	1125

=>IL p1/0= $\frac{\sum P1.Q0}{P0.Q0}$ .100

$$= \frac{(37{,}5.4)\ +\ (62{,}5.6)(100.3) + (300.1)}{(25{,}4)\ +\ (50{,}6)\ +\ (75{,}3) + (1.100)}$$

ILPt1/t0 = $\frac{1125}{725}$ .100 =155,17 %

هناك ارتفاع في السعر ب55 %

حساب الرقم القياسي باش للأسعار:

ILBpt1/t0= $\frac{\sum P1.Q1}{P0.Q1}$ .100

$$= \frac{37{,}5(6)\ +\ 62{,}5(10)(100.4) + (300.1)}{25(6)\ +\ 5(10)\ +\ 75(4) + 100(1)}$$

IBPt1/t0 = $\frac{1550}{1050}$ .100 =147,61 %

هناك ارتفاع في السعر ب47,61 %

حساب الرقم القياسي فيشر للأسعار:

IFPt1/t0 = $\sqrt{ILPt1/t0.IBPt1/t0}$

= $\sqrt{(\frac{1125}{725}.100)(\frac{1550}{1050}.100)} = \sqrt{(155{,}17)x(147{,}61)}$

=151,34%

هناك ارتفاع في السعر ب 51,34 %

حساب الرقم القياسي لاسبير للكميات:

$$ILQt1/t0=\frac{\sum Q1.p0}{\sum Q0.P0}X\ 100$$

$$=\frac{1050}{725}X100 \qquad =144,82\%$$

هناك ارتفاع في الكمية بـ: 44,82%

حساب الرقم القياسي باش للكميات:

$$IBQt1/t0=\frac{\sum Q1.p1}{\sum Q0.P1}X\ 100$$

$$=\frac{1550}{1125}X100 \qquad =137,77\%$$

هناك ارتفاع في الكمية بـ:37,77%

حساب الرقم القياسي فيشر للكميات:

$$IFQ=\sqrt{ILQ.ILQ=} \qquad \sqrt{144,82X137,77}$$

$$IFQ=\sqrt{199551,851.ILQ=} \qquad 141,25\%$$

أي زيادة في الكمية بـ: 41,25%.

خامسا-خصائص الأرقام القياسية:

حتى نتمكن من اختيار واختبار أحسن وأفضل الأرقام القياسية، نستعمل المعايير الرياضية التالية:

1- **المعيار الأول: خاصية الانعكاس**

نفرض أن $It1/t0$ الرقم القياسي للسنة t1 مقارنة بالسنة t0 و $It0/t1$ الرقم القياسي للسنة T0 مقارنة بالسنة t1 تتمثل خاصية الانعكاس فيما يلي : الرقم القياسي الأول x الرقم القياسي الثاني يساوي 100^2 و نكتب العلاقة بالشكل التالي :

$$It1/t0 \times It0/t1 = 100^2$$

تنطبق هذه الصياغة الإحصائية على كل الأرقام القياسية، فالرقم القياسي الذي يحقق هذه الخاصية نقول انه حقق المعيار الأول و العكس صحيح.

2- **المعيار الثاني : خاصية التحويل او الدوران**

يمكن حساب الرقم القياسي $It3/t0$ مثلا باستعمال الارقام القياسية الوسيطية، ويكون ذلك بالشكل التالي:

$$It3/t0 =(It3/t2 \times It2/t1 \times It1/t0) / 100^{3-1}$$

مثال تطبيقي:

الأرقام القياسية التالية تبين تطور أسعار النفط في فترات متتالية:

It1/t0=71,4% ،It2/t1=72% ،It3/t2=83,3%،

المطلوب:

تحديد الرقم القياسي للفترة الثالثة بالنسبة للفترة صفر باستعمال خاصية التحويل أو الدوران؟

حل المثال التطبيقي:

لتطبيق خاصية التحويل، نفرض أن الرقم القياسي المستعمل يحقق هذه الخاصية بناء على هذه الفرضية يمكن الاجابة عن السؤال بالشكل التالي:

$$It3/t0 = \% \ 42,82 = \frac{83,3 \ x72x71,4}{100 \ 3-1}$$

منه نلاحظ أن مقدار الانخفاض بين الفترة الثالثة الفترة صفر هو: 42,8 -100=-57,18

المحور التاسع: الانحدار والارتباط.

أولا: مفهوم الانحدار الخطي البسيط:

تقتصر دراسة الانحدار الخطي البسيط على العلاقة الخطية التي تربط بين متغيرين فقط أن كلمة خطي تعني ان نسبة الزيادة في المتغير المستقل (المفسَر بكسر السين) تساوي بالتقريب نسبة الزيادة في المتغيّر التابع (المُفسر بفتح السين)، أما كلمة بسيط فيقصد بها العلاقة بين متغيرين فقط. تعبر هذه العلاقة عن تطور ظاهرة معينة (اقتصادية واجتماعية وبيولوجية .... الخ) في مكان أو زمن معين.

إنّ دراسة هذه العلاقة تؤدي إلى صياغة إحصائية على شكل نموذج لهذه الظاهرة، وهذا قصد التنبؤ بقيّمها مستقبلا إذا بقيت نفس الظروف على حالها، بحيث أن هذه الظواهر الاقتصادية والاجتماعية ....إلخ، لا تتطور بصفة عفوية أو عشوائية بل هناك مسببات تؤدي إلى التغير عبر مراحل ووضعيات مختلفة و هذا حسب قوّة التأثير، إن لدراسة أي ظاهرة من الظواهر مراحل محددة تُخلص في الشكل التالي:

- تحديد المتغيّر التابع المدروس؛
- تحديد العوامل التي لا علاقة بهذه الظاهرة وترتيبها حسب درجة التأثير؛
- إختيار العامل الأكثر تأثيرا وتفسيرا؛
- تحديد نوع العلاقة الموجودة بين المتغيرين؛
- وضع الصيغة الرياضية لشكل العلاقة (خطية أو غير خطية).
- وضع الشكل النهائي للنموذج بناءً على النماذج الرياضية المعروفة.

فمثلا، الدخل هو العامل الرئيسي في تحديد استهلاك الافراد و الأسر، و وضعت الصيغة الإحصائية بالشكل التالي:

$C = \propto + \beta Y + \mu$ حيث C: الاستهلاك،

$\propto$,b معلمات يمكن تقديرها و هي تمثل (B : نسبة الدخل المخصصة للاستهلاك، $\propto$ الحد الادنى للاستهلاك أما μ فيمثل بقية العوامل الثانوية المؤثرة في الاستهلاك (الاسعار، حجم الاسرة......الخ) و العوامل غير القابلة للقياس (المتغيرات الكيفية : العادات و السلوك الاستهلاكي....إلخ)

ثانيا-نوع (شكل) العلاقة الموجودة بين المتغير التابع و المتغير المستقل:

إن العلاقة التي يمكن أن تكون بين المُتغيّر التابع والمستقل هي إما علاقة خطية أو غير خطية، سنكتفي في هذا المحور بالعلاقة الخطية فقط، ويقصد بها أنّ نسبة تغيّر المتغير التابع تساوي بالتقريب نسبة تغيّر المتغيّر المستقل، أي أن سحابة النقاط الممثلة للقيّم الحقيقية للمتغيرين تتبع خط مُستقيم بالتقريب.

يمكن أن نُميّز بين ثلاث حالات لشكل العلاقة بين المُتغيّر التابع والمستقل:

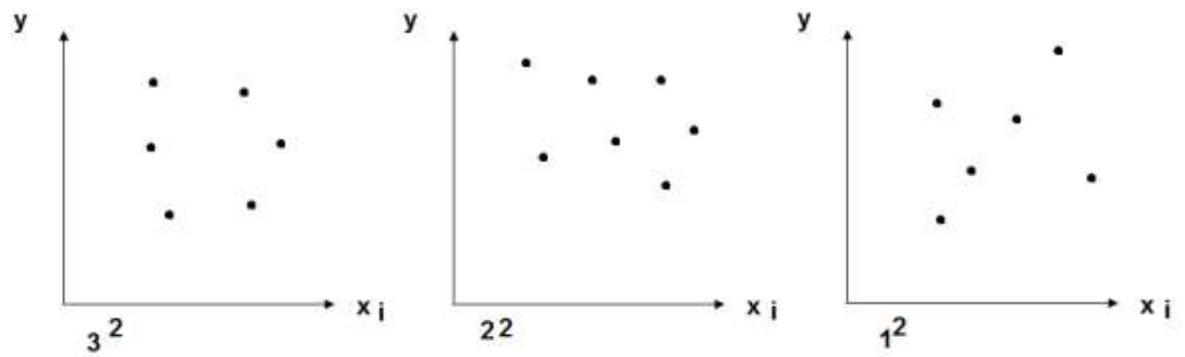
الحالة الأولى: علاقة خطية طردية أي الزيادة في المتغير المستقل تؤدي الى زيادة في المتغير التابع والعكس صحيح (معامل الانحدار قيمة موجبة).

الحالة الثانية: علاقة خطية عكسية الزيادة في المتغير المستقل تؤدي الى الانخفاض في المتغير التابع و العكس صحيح (معامل الانحدار قيمة سالبة).

الحالة الثالثة: لا توجد علاقة بين المتغيرين لان النقاط مبعثرة و لا يوجد اتجاه واضح لها.

ملاحظة:

إنّ كل نقطة على الشكل الموالي تمثل زوجا من القيم (x،y) وان المتوسطين $(\bar{x}, \bar{y})$. يقعان على خط مستقيم يسمى منحنى الانحدار و يشمل على تقديرات لجميع قيم (y) المناظرة لقيم (x)، و لذلك سنرمز لقيم y و المقدرة بـY و عند رسم الخط المستقيم الذي يمر بجميع القيم المقدرة Y نجده يمر بأكثر عدد ممكن من القيم الحقيقية Y



ثالثا-طرق تحديد العلاقة الخطية البسيطة:

نتبع خطوتين هامتين لصياغة العلاقة بين متغيري، تتعلق الاولى بوصف و تحديد نوع المتغيرات التي تدخل في النموذج، و تتمثل الخطوة الثانية في تحديد فيما اذا كان التغير في المتغير المستقل يؤدي الى التغير

في المتغير التابع و بنفس الاتجاه او الاتجاه المعاكس. ثم تنتقل الى وضع شكل النموذج مع تقدير معلماته و في هذا الصدد نكتفي بطريقتين:

1-الطريقة البيانية:

نقوم بتمثيل وعرض البيانات الإحصائية المتعلقة بالمتغيرات المدروسة بيانيا، فنلاحظ في الأخير اننا تحصلنا على كوكبة او سحابة من النقاط، نتحصل في أغلب الأحيان على كوكبة مستطيلة من النقاط، وتعني وجود علاقة خطية طردية او عكسية، ونتحصل في حالات اخرى على اشكال مختلفة يهمنا في هذا المحور الشكل المستطيل من النقاط و الذي يقع على استقامة واحدة ففي هذه الحالة، نلاحظ ان الشكل الرياضي المناسب هو الخط المستقيم، ولوضع هذا الخط لا بد من توفر شرطان اساسيان:

- يجب أن يمر هذا المستقيم على النقطة المركزية.$(\bar{x}, \bar{y})$
- يجب أن تكون المسافات التي تفصل بين نقاط الكوكبة ونقاط الخط المستقيم أصغر ما يمكن.

تتطلب الطريقة البيانية دقة كبيرة، ويصعب علينا بلوغها لتحديد المسافات السابقة ولتقدير معلمات النموذج، وبالتالي ننتقل إلى طريقة عملية تُسمى بالطريقة التحليلية.

2-الطريقة التحليلية:

تسمى هذه الطريقة بطريقة المربعات الصغرى، نتبع نفس خطوات وشروط الطريقة البيانية، لنصل إلى الشرط المُتعلق بالمسافات التي تفصل بين نقاط الكوكبة والنقاط التي تقع على الخط المستقيم، فمجموع هذه المسافات أو الفروق يكون في بعض الاحيان مساويا الى الصفر، وتفاديا لهذه النتيجة، نستعمل مربعات هذه المسافات او الفروق. تنص طريقة المربعات الصغرى بأن تكون مجموع مربعات هذه الفروق أصغر ما يمكن، و من هنا جاءت تسمية هذه الطريقة، و تكون هذه الأخيرة صالحة في حالة النماذج الخطة البسيطة.

نفرض أن النموذج الخطي البسيط يكون بالشكل التالي :

معادلة خط الإنحدار $\mathbf{y_i = a + bx_i + U_i = f(x)}$

y_i: قيّم المتغير التابع او القيم الحقيقة للظاهرة المدروسة

x_i : المتغير المفسِر أاو المستقل،

a: مقدار ثابت

b : معامل الانحدار

μ_i: مقدار الخطأ او الفرق بين القيم الحقيقية التي تشكل كوكبة النقاط و القيم التي تقع على الخط المستقيم.

ويسمى هذا المتغير بالمتغير العشوائي والذي يمثل جميع العوامل الأخرى التي تؤثر في المتغير التابع والتي لم تؤخذ بعين الاعتبار او التي لا يمكن قياسها.

نرمز لقيّم المتغير التابع التي تقع على الخط المستقيم والتي تسمى بالقيم المقدرة ب y^* ومنه $u_i = y_i - y^*$

يتمثل مبدا الطريقة المربعات الصغرى في تقدير المعلمات b،a بشرط أن يكون مجموع مربعات الفروق اصغر ما يمكن اي $\sum(yi - y*)^2 = \sum ui^2 = min$

وعليه يصبح:

معامل الانحدار b:

$$b = \frac{cov(x,y)}{v(x)} = \frac{\text{التغاير }(x,y)}{\text{التباين }x} = \frac{\text{التباين المشترك }(x,y)}{\text{التباين }(x)}$$

فنتحصل على مايلي:

علاقة التعريف:

$$: \mathrm{b} = \frac{\frac{\sum(\mathrm{xi}-\bar{\mathrm{x}})(\mathrm{yi}-\bar{\mathrm{y}})}{\mathrm{n}}}{\frac{\sum(\mathrm{xi}-\bar{\mathrm{x}})^2}{\mathrm{n}}}$$

و باختصار n نحصل

$$\mathrm{b} = \frac{\sum(\mathrm{xi}-\bar{\mathrm{x}})(\mathrm{yi}-\bar{\mathrm{y}})}{\sum(\mathrm{xi}-\bar{\mathrm{x}})^2}$$

اما قيمة الثابت a فعلاقتها هي: $a = \bar{y} - b\bar{x}$

ملاحظة:

إذا كانت معادلة خط الانحدار هي : f (y) أي

فإن: $f(y) \Rightarrow x_i = a + by_i$

$$b = \frac{\mathrm{cov}(\mathrm{x},\mathrm{y})}{\mathrm{v}(\mathrm{y})} = \frac{\frac{\sum \mathrm{xi.yi}}{\mathrm{n}} - \bar{\mathrm{x}}.\bar{\mathrm{y}}}{\frac{\sum \mathrm{yi}^2}{\mathrm{n}} - \bar{\mathrm{y}}^2}$$

$$a = \bar{x} - b\bar{y}$$

رابعا: الارتباط

كما أشرنا فيما سبق إلى الطريقة البيانية والطريقة التحليلية لتحديد شكل العلاقة الموجودة بين متغيرين وركزنا اساسا على الطريقة التحليلية التي تعتمد على تقنية "المربعات الصغرى" العادية لتقدير معلمات النموذج الخطي البسيط. ولكن المسالة التي تواجهنا هي اختيار المتغير المستقل الأكثر تفسيرا والمتغير التابع (أي المتغير الأكثر ارتباطا مع المتغير التابع)، لتحديد درجة قوة هذا الارتباط سنقف عند نوعين من الارتباط يخص النوع الأول المتغيرات الكمية (القابلة للقياس) ويتعلق النوع الثاني بالمتغيرات الكيفية (غير قابلة للقياس).

1- الارتباط الخطي البسيط

معامل الإرتباط هو عبارة عن الوسط الهندسي لمعاملي معادلتي خطي الانحدار f (x) و f(y) حيث يبين قوة العلاقة الخطية بين متغيرين احدهما تابع و الاخر مستقل و هو مستقل عن وحدة القياس التي تقاس بها الظاهرة المدروسة، و يرمز له بالرمز "r" او (x.y) r.

نفرض ان معادلتي خط الانحدار هي كالتالي: $f(y){:}x = a_2 + b_2y$ $\qquad$ $f(x)y = a_1 + b_1x$

حيث: b_1 و b_2 هما معاملي خطي الانحدار ومنه يكتب معامل الإرتباط كما يلي:

$$r = \sqrt{b1.b2}$$

وبالتعويض بقيمة المعاملين نتحصل على مايلي:

$$r = \sqrt{\frac{\left(\frac{\sum xi.yi}{n} - \bar{x}.\bar{y}\right)}{\frac{\sum xi^2}{\text{n}} - \bar{x}^2}\left(\frac{\frac{\sum xi.yi}{n} - \bar{x}.\bar{y}}{\frac{\sum yi^2}{\text{n}} - \bar{y}^2}\right)}$$

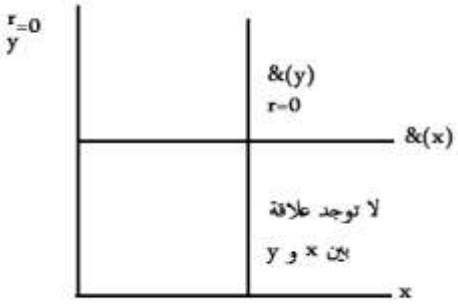
يضرب القوسين نتحصل على العلاقة الموسعة لمعامل الارتباط

$$r = \frac{\frac{\sum \text{xi.yi}}{} - \bar{\text{x}}.\bar{\text{y}}}{\sqrt{\frac{\sum \bar{\text{x}}\text{i}^2}{\text{n}} - \bar{\text{x}}^2}.\sqrt{\frac{\sum \bar{\text{y}}\text{i}^2}{\text{n}} - \bar{\text{y}}^2}} = \frac{cov(x,y}{SD_{(x)}.SD_{(y)}}$$

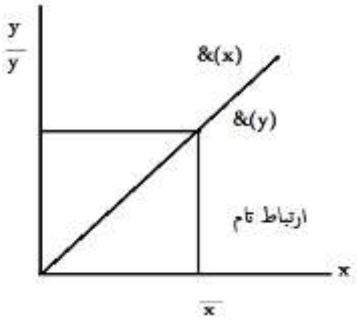
أي: $$r = \frac{\text{(y,x).تغاير}}{\text{الانحراف المعياري } x.\text{الانحراف المعياري } y}$$

إذن: من العلاقة الاخيرة يمكن إعطاء تعريف آخر لمعامل الارتباط وه عبارة عن النسبة بين التباين المشترك وجد الانحراف المعياري لكل من المتغير الأول والثاني.

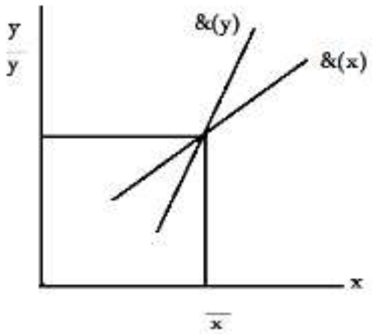
أهم خصائص معامل الارتباط :نرتكز في قياس وتفسير معامل الارتباط على معادلتي خط الانحدار، حسب الحالات التالية:



<u>الحالة الأولى</u>: عندما يكون خطي الانحدار f(x) و f(y) متهامدين فان سحابة النقاط الممثلة للقيم الحقيقية تكون مبعثرة جدا و لا يوجد أي اتجاه لها، ففي هذه الحالة لا توجد أية علاقة بين المتغيرين، معناه وجود ارتباط معدوم و ذلك وفق العرض البياني التالي:



<u>الحالة الثانية</u>: وجود تطابق بين خطي معادلتي الانحدار f(x) و f(y)
ففي هذه الحالة تكون النقاط الحقيقية لقيم f(x) و f(y) على استقامة واحدة، معناه توجد علاقة قوية (ارتباط تام) بين المتغيرين $r=+1$، $r=-1$



<u>الحالة الثالثة</u> :يكون تقاطع خطي معادلتي الانحدار f(x) و f(y) زاوية حادة، وتقع هذه الحالة بين الحالتين السابقتين، وتعتبر من الحالات العادية والأكثر واقعية.
وتنتمي قيّم معامل لارتباط الى المجال]-1، $+1$ [،وذلك حسب الشكل التالي:

<u>إذن كنتيجة</u>:

- عندما يكون $r = 0$ ارتباط معدوم (لا توجد علاقة بين المتغيرين).
- عند ما يكون ينتمي إلى المجال]-1، $+1$ [، وجود إرتباط نسبي (وجودعلاقة نسبية عكسية أو طردية).
- عندما يكون $r=+1$، $r=-1$، وجود ارتباط تام(وجود علاقة تامة عكسية أو طردية.

2-معامل الإرتباط الرتبي:

يستخدم معامل الإرتباط الرتبي لدراسة الارتباط في حالة متغيرات كيفية، حيث تستعمل رتبا تصاعدية أو تنازلية عوضا عن القيم العددية للمتغيرات المدروسة ولقياس الارتباط الرتبي بين مفردات المتغيرات والمستقل نرتب كليهما حسب أهمية خصائصهما ثم نحسب مجموع مربعات الفروق بين كل الرتب المتقابلة، لتصبح قياسات المتغيرين عبارة عن متوالية حسابية والاستخراج العلاقة الإحصائية لمعامل الارتباط الرتبي نعوض في علاقة الارتباط الخط البسيط حسب التغيرات التالية:

- مجموع n عدد مراتبا ترتيبا تصاعديا هو:

$$\sum x_i = \sum y_i = \frac{n(n+1)}{2}$$

- مجموعn مربعات هذه الأعداد هو:

$$\sum x_i^2 = \sum y_i^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$$

- متوسط n عددا مرتبا ترتيبا تصاعديا هو:

$$\bar{x} = \bar{y} = \frac{(n+1)}{2}$$

- أما تباين هذه القيم فهو:

$$v(x) = v(y) = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6n} - \frac{(n+1)^2}{2} = \frac{n^2-1}{12}$$

- مجموع مربعات الفروق بين رتب المتغيرين تساوي:

$$\sum d^2 = \sum (x_i - y_i)^2$$

حسب هذه المعطيات تصبح علاقة معامل الإرتباط الرُتبي بالشكل التالي:

$$r = \frac{\frac{(n+1)(2n+1)}{6} - \frac{\sum d^2}{2n} - \frac{(n+1)^2}{2}}{\frac{n^2-1}{12}}$$

$$r = 1 - \frac{\frac{\sum d^2}{2n}}{\frac{n^2-1}{12}} = 1 - \frac{\sum di^2 . 12}{2n(n^2-1)}$$

اذن:

$$r = 1 - \frac{6\sum di^2}{n(n^2-1)}$$

تسمى هذه العلاقة بـ علاقة spearman

مثال تطبيقي:

يبيّن الجدول التالي الدرجة التقديرية لستة طلبة في امتحاني الاحصاء والاقتصاد.

المطلوب: حساب معامل الارتباط بين الدرجات التقديرية.

حل المثال التطبيقي:

- نرتب الدراجات التقديرية ترتيبا تصاعديا؛
- نحسب مربع الفروق بين رُتب الدرجات التقديرية للمقياسين.

الدرجة التقديرية في الاقتصاد	الدرجة التقديرية في الإحصاء	رتب الإقتصاد	رتب الإحصاء	di	di^2
ضعيف	مقبول	5	4	1	1
ممتاز	جيّد جدا	1	2	1−	1
جيّد	جيّد	3	3	0	0
ضعيف جدا	ضعيف	6	5	1	1
مقبول	ضعيف جدا	4	6	2−	4
جيّد جدا	ممتاز	2	1	1	1
المجموع					8

$$r=1-\frac{6\sum di^2}{n(n^2-1)}=1-\frac{6.8}{6(36-1)}=0.772$$

نلاحظ ان العلاقة قوية نسبيا بين الدرجات التقديرية للمقياسين.

خامسا–دراسة صلاحية النموذج :

تعتمد دراسة صلاحية النموذج الخطي البسيط على اختيار المغير المستقل الذي يعطي تفسيرا معتبرا مقارنة مع بقية المتغيرات التفسيرية، ويرتكز هذا الاختيار على النظريات الموجودة في تخصص معين او وفق دراسات تجريبية معينه وتعتمد الدراسة الإحصائية على معامل الارتباط والانحرافات المعيارية للمعلمات المقدرة، فكلما كانت هذه الأخيرة صغيرة مقارنة مع قيم المعلمات المقدرة كلما كان نموذج أحسن والعكس صحيح.

1–الشكل النهائي للنموذج الخطي البسيط:

يتضمن العناصر التالية:

- تقدير معلماته؛
- تحديد معامل الارتباط الخطي البسيط؛
- تحديد الانحرافات المعيارية للمعلمات المقدرة.

2-تحديد الانحرافات المعيارية للمعلمات المقدرة:

أ/الانحراف المعياري لمعامل الانحدار: يعتمد أساسا على الفروق بين القيم الحقيقية والقيم المقدرة للمتغير التابع وعلى فروق قيم المتغير المستقل بالنسبة لوسطه الحسابي. وهو عبارة عن النسبة بين الانحراف المعياري للمتغير العشوائي (الفرق بين القيم الحقيقية والقيم المقدرة للمتغير التابع) والجذر التربيعي لمجموع مربعات فروق قيم المتغير المستقل بالنسبة لوسطه الحسابي وتكتب علاقته كالتالي:

$$SDb=\frac{sdu}{\sqrt{\sum(xi-\bar{x})^2}}$$

$$SDb=\frac{\sqrt{\sum(yi-yi*)^2}}{n-2}$$

ب/الانحراف المعياري للمعامل a : يعطي بالعلاقة الإحصائية التالية:

$$SDa=\bar{x}.SDb+\frac{sdu}{\sqrt{n}}$$

مثال تطبيقي:

يبين توزيع التكراري التالي علامات 10 طلبة في امتحانين في مقياس الإحصاء الوصفي، علما ان العلاقة بين xi و yi هي علاقه خطية

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
xiالامتحان الاول	6	5	8	8	7	6	10	4	9	7
yiالامتحان الثاني	8	7	7	10	5	8	10	6	8	6

المطلوب:

1. اوجد معادلة خط الانحدار f (y),f (x)
2. قس قوة الارتباط
3. حدد الشكل النهائي للنموذج

حل المثال التطبيقي:

1) معادلة خط الانحدار f (x)

$$f(x):\ y=a+bx$$

$$\bar{y}=7{,}5\quad \bar{x}=7\quad \sum xi,yi=540\quad \sum x^2=520$$
$$\sum yi^2=587$$

$$\begin{cases} b=\dfrac{\frac{\sum xi.yi}{n}-\bar{x}.\bar{y}}{\frac{\sum xi^2}{n}-\bar{x}^2}\ \dfrac{\frac{540}{10}-(7).(7.5)}{\frac{520}{10}-(7)^2}=0{,}5 \\ a=\bar{y}-b\bar{x}=>a=\ 7{,}5-0{,}5\,.\,7=4 \end{cases}$$

$$f(x)=y=4+0,5x \quad \text{ومنه}$$

$$f(y)=x=a+by$$

$$b=\frac{\frac{\sum xi.yi}{n}-\bar{x}.\bar{y}}{\frac{\sum yi^2}{n}-\bar{y}^2}=\frac{\frac{540}{10}-(7).(7.5)}{\frac{587}{10}-(7,5)^2}=0,612$$

$$f(y)=x=2,41+0,612y$$

2. تحديد معامل الارتباط

$$r=-\sqrt{b.b}$$

$$r=\sqrt{0,5.0,612}=0,55$$

3. تحديد الشكل النهائي للنموذج f(x)

- تحديد القيم المقدرة لعلامات الامتحان الثاني y^* وحساب الفرق بين القيم الحقيقية والقيم المقدرة

القيم الحقيقية y_i	القيم المقدرة y_i^*	U_i $(yi-yi^*)$	U_i^2	$(xi-\bar{x})^2$
8	7	1	1	1
7	6,5	0,5	0,25	4
7	8	-1	1	1
10	8	2	4	1
5	7,5	-2,5	6,25	0
8	7	1	1	1
10	9	1	1	9
6	6	0	0	9
8	8,5	-0,5	0,25	4
6	7,5	-1,5	2,25	0
المجموع			17	30

تحديد القيمة المقدرة للانحراف المعياري للمتغير العشوائي: Ui

$$SDUi=\sqrt{\frac{\sum(yi-yi*)^2}{n-2}}$$

$$=\sqrt{\frac{17}{10-2}}=1,46$$

تحديد القيمة المقدرة للانحراف المعياري لمعامل الانحدار

$$SDb=\frac{SDU}{\sqrt{\sum(xi=\overline{x})^2}}=\frac{1,46}{\sqrt{30}}=0,266$$

تحديد القيمة المقدرة للانحراف المعياري للمعامل a

$$SDa=\bar{x}.SDb+\frac{SDu}{\sqrt{N}}=7.0,266+\frac{1,46}{\sqrt{10}}$$

$$SDa = 1{,}92$$

اذن الشكل النهائي للنموذج هو:

$$y=4+0{,}5x$$

$$(1{,}92)\ (0{,}266) \qquad\qquad r = 0{,}55$$

نلاحظ ان الانحرافات المعيارية للمعلمات المقدرة كبيرة نسبيا مقارنة مع قيم هذه المعاملات اذن يعتبر تفسير x لـy تفسيرا ضعيفا نسبيا

تمارين مقترحة للحل.

التمرين الأول:

قامت مؤسسة المشروبات الغازية فرويتال (كوكاكولا) بإجراء دراسة إحصائية بغرض التعرف على مدى رضا زبائنها المتعاملين معها حول المنتوجات المطروحة في السوق.

المطلوب:

1- ماهو الهدف العام من الدراسة؟
2- ماهي الوحدة الإحصائية والمجتمع الإحصائي في هذه الدراسة؟
3- ماهو المتغير المدروس؟ أذكر نوعه؟
4- ماهو الأسلوب المستخدم، وماهي المصادر المعتمدة لجمع البيانات في مثل هذه الدراسة؟

التمرين الثاني:

قمنا بصدد دراسة إحصائية لعينة من 20 شخص حسب الجنس وكانت النتائج كالتالي:

ذكر	أنثى	أنثى	ذكر	ذكر
ذكر	أنثى	ذكر	أنثى	ذكر
ذكر	ذكر	أنثى	أنثى	ذكر
أنثى	ذكر	أنثى	ذكر	أنثى

المطلوب:

1- ماهو نوع المتغير المدروس؟
2- أعرض البيانات في جدول تكراري؟
3- علق على النتائج؟

التمرين الثالث:

خلال مراقبة لمصنع الكبريت أخذت عينة من 40 علبة فوجد فيها النتائج التالية:(عدد أعواد الكبريت في كل علبة).

40، 42، 32، 38، 40، 47، 38، 38، 38، 36

30، 38، 36، 34، 40، 40، 34، 36، 40، 30

40، 38، 40، 42، 44، 36، 34، 46، 42، 42

42، 30، 32، 34، 36، 38، 32، 44، 40، 42.

المطلوب:

1- تبويب البيانات في توزيع تكراري على شكل فئات.
2- حساب التكرار المتجمع الصاعد
3- حساب التكرار المتجمع النازل.

التمرين الرابع:

إذا كانت أسعار أربعة أنواع من الفاكهة 41، 36.9، 19.6، 26.5 دج على التوالي للصندوق، إذا باع تاجر ما 59 صندوق من النوع الأول، 156 من النوع الثاني، 386 من النوع الثالث، 8 من النوع الرابع.

المطلوب:

أوجد متوسط سعر البيع للصندوق الواحد.

التمرين الخامس:

يبين التوزيع التكراري التالي توزيع 80 مؤسسة حسب قيمة استثماراتها.

الفئات	100-90	110-100	120-110	130-120	140-130	150-140	160-150	170-160	المجموع
n_i	5	9	16	25	13	7	3	2	80

المطلوب:

تحديد الوسيط حسابيا وبيانيا.

التمرين السادس:

التوزيع التالي يبين عدد الولادات حسب عمر الأمهات كمايلي:

عمر الأمهات	أقل من 20	25-20	30-25	35-30	45-35	45 فأكثر	المجموع
عدد الولادات	25	220	275	172	111	02	805

المطلوب:

1- أوجد النزعة المركزية المناسبة.
2- حاول أن تحسب لهذا التوزيع المتوسط الحسابي.
3- حدد قيمة المنوال

التمرين السابع:

وضع في البنك مبلغا لمدة 9 سنوات، بمعدل فائدة وزع بالشكل التالي:

3% السنتين الأوليتين، 5% في السنوات الثلاثة التالية، 6% في 4 سنوات الأخيرة.

المطلوب:

ماهو معدل الفائدة السنوي المتوسط.

التمرين الثامن:

قسم بلد إلى 4 مناطق والتي تحتوي على التوالي 15%، 18%،40%، 27% من عدد سكان البلد، والكثافة المتوسطة للسكان بالنسبة للكيلومتر المربع لكل منطقة هي على التوالي 120، 150، 200، 350.

المطلوب:

1-حساب الكثافة السكانية المتوسطة للبلد.

2-حدد قيمة المتوسط الهندسي.

التمرين التاسع: يمثل الجدول الآتي توزيع السكان (بالآلاف) لمدينة ما حسب السن(العمر)

السن	أقل من 20	25-20	35-25	38-35	45-38	55-45	55 فأكثر
عدد السكان	10	20	30	21	14	10	05

المطلوب:

1- حساب أنسب مقياس تشتت لهذا التوزيع، مع التعليق
2- قس تشتت هذا التوزيع
3- إذا اعتبرنا طول الفئة الأولى والأخيرة هو5، أوجد معامل الإختلاف .CV
4- لو كان لدينا توزيع آخر بمتوسط حسابي 30 وانحراف معياري 7.5، قارن بين التوزيعين من حيث تشتتهما.

التمرين العاشر:

إذا كان لدينا توزيع إحصائي يوضح الإنفاق الشهري لمجموعة من العائلات

الإنفاق xi	100	110	170	200
عدد العائلات ni	02	07	08	01

المطلوب:

1- أوجد قيمة الإلتواء (WA) لهذه البيانات.
2- أوجد معامل بيرسون للإلتواء

قائمة المصادر

- تيلولت سامية، **مبادئ في الإحصاء**، دار الحديث للكتاب، القبة، الجزائر، الطبعة الثانية، 2009.
- جيلالي جلاطو، **الإحصاء مع تمارين ومسائل محلولة**، ديوان المطبوعات الجامعية، الجزائر،2002.
- زايد مصطفى، **علم الإحصاء**، مطابع الدار الهندسية، مصر، 2008.
- سعد بن سعيد القحطاني، **الإحصاء التطبيقي**، مركز البحوث، معهد الإدارة العامة، المملكة العربية السعودية، 2015.
- سالم بدر، عماد عبابنة، **مبادئ الإحصاء الوصفي والإستدلالي**، الطبعة الأولى، دار المسيرة للنشر والتوزيع والطباعة، الأردن، 2007.
- عادل محمود حلاوة وعبد المرضي عزام، **مقدمة في الأساليب الإحصائية والرياضية للإداريين**، جامعة الإسكندرية، 2004.
- عزوز عبد الرزاق، **الكامل في الإحصاء: دروس مفصلة تمارين ومسائل مع الحلول**، الجزء الأول، ديوان المطبوعات الجامعية، الجزائر، 2020.
- كامل فليفل وفتحي حمدان، **مبدئ الإحصاء للمهن التجارية**، دار المناهج، الأردن، 1999.
- مصطفى يوسف كافي وآخرون، **الإحصاء في الإدارة والإقتصاد**، المجتمع العربي، الأردن، 2012.
- مصطفى عبد المنعم الخواجة، **مقدمة في الإحصاء الوصفي**، مكتبة الإشعاع، القاهرة، 1998؛